

Summary

The Pythagoreans had four exact sciences: Arithmetics, Geometry, Harmonics und Astronomy. The main purpose of this paper is to show that they also developed a Methodology of Science. In their opinion, the three sciences Geometry, Harmonics and Astronomy ought to be based on axioms or hypotheses, which should be agreed upon from the very beginning. In Arithmetics, no axioms were required. The axioms of Geometry were considered as evident. The hypotheses of Harmonics and Astronomy were justified by theological arguments and it was required that they should 'save the appearances'.

Platon knew and criticized this Methodology. His ideal was a pure Science of Ideas, derived from a non-hypothetical starting point: the Anhypotheton.

DIE ERKENNTNISTHEORIE DER PYTHAGOREER

von

B. L. van der Waerden

Abkürzungen

AdP: van der Waerden. Die Astronomie der Pythagoreer. Verhandelingen Kon. Ned. Akademie Amsterdam (Afd. Nat.) 20 Nr. 1 (1951)

HdP: van der Waerden. Die Harmonielehre der Pythagoreer. Hermes 78, S. 163 (1943)

RE: Real-Enzyklopädie Pauly-Wissowa. Neue Bearbeitung

Einleitung

Den Anstoß zu dieser Arbeit gaben Gespräche mit C. F. von WEIZSÄCKER. Ich zeigte Freiherrn von WEIZSÄCKER ein Fragment des DERKYLLIDES über die Prinzipien der Astronomie. Er studierte den griechischen Text und stellte fest, daß gewisse Teile ein unerwartet hohes Niveau haben. In diesen Teilen wird eine Wissenschaftslehre entwickelt, ein Stück Erkenntnistheorie. Der Autor fordert, daß die Astronomie ebenso wie die Geometrie und Harmonik, von ausdrücklich formulierten *Hypothesen* oder *Prinzipien* ausgehen soll, über die man sich im voraus einigt. Das wichtigste Prinzip besagt, daß die Planeten nur gleichmäßige Kreisbewegungen ausführen. Dazu kommen andere *Hypothesen*, die zum Teil der Erfahrung entnommen sind.

Fast die gleichen Ausdrücke wie bei DERKYLLIDES findet man auch in der *Isagoge* des GEMINOS. Die Texte von DERKYLLIDES und GEMINOS gehören eng zusammen: sie ergänzen sich gegenseitig. Nach GEMINOS waren die *Pythagoreer* die ersten, die die Forderung aufstellten, durch Hypothesen über gleichmäßige Kreisbewegung 'die Erscheinungen zu retten'. Die gleiche Forderung wird, in fast denselben Worten, auch am Ende des DERKYLLIDESfragmentes gestellt. Die Wissenschaftslehre, die man bei DERKYLLIDES findet, stammt also von den Pythagoreern. Nach PTOLEMAIOS haben die Pythagoreer auch die Harmonik axiomatisch aufgebaut, von ausdrücklich formulierten Prinzipien ausgehend.

Nachdem wir uns anhand der Mitteilung von DERKYLLIDES, GEMINOS und PTOLEMAIOS eine Vorstellung von der Wissenschaftslehre der Pythagoreer gemacht hatten, diskutierten Herr von WEIZSÄCKER und ich die Kritik, die PLATON im *Staat* an der existierenden Astronomie und Harmonik übt, wobei er an einer Stelle die Pythagoreer ausdrücklich nennt.

RETE 1972-1973

159
WAERDEN, B.L.v.d.
1972

Wir kamen zu dem Schluß, daß PLATONs Kritik genau die Wissenschaftslehre trifft, die bei DERKYLLIDES entwickelt wird und die auch der Harmonik der Pythagoreer zugrunde liegt.

Die weitere Ausführung dieser Gedanken wird der Leser in der vorliegenden Arbeit finden. Die Übersetzung des DERKYLLIDESfragmentes stammt von Herrn von WEIZSÄCKER, dem ich für seine aktive Hilfe und Kritik herzlich danke.

Die Untersuchung gliedert sich in vier Teile:

- I Die Wissenschaften der Pythagoreer
- II Die Kritik PLATONs
- III Das DERKYLLIDESfragment
- IV Die Erkenntnistheorie der Pythagoreer.

Teil I: Die Wissenschaften der Pythagoreer

Im Artikel *Pythagoreer* in der *RE* habe ich meine früheren Untersuchungen über die Wissenschaften der Pythagoreer zusammengefaßt und ergänzt. Eine Übersicht über die Ergebnisse dieser Untersuchungen soll jetzt gegeben werden, wobei für die Belegstellen ein für allemal auf den genannten *RE*-Artikel und auf meine anfangs zitierten Arbeiten *HdP* und *AdP* verwiesen wird.

1. Geometrie

Über die Geometrie der Pythagoreer sind wir besser informiert als über die Arithmetik und Astronomie, weil PROKLOS in seinem EUKLID-Kommentar uns einige sehr aufschlußreiche Stücke aus der Geschichte der Geometrie des EUDEMOS erhalten hat. Dazu kommen noch einige EUKLID-scholien, die wahrscheinlich auch aus EUDEMOS stammen.

A. Ein durch PROKLOS erhaltenes EUDEMOSfragment berichtet darüber, wie die Pythagoreer den Satz von der Winkelsumme im Dreieck bewiesen haben. Der Beweis, der vollständig mitgeteilt wird, zeigt, daß die Pythagoreer eine logisch aufgebaute Elementargeometrie gehabt haben, in der Theoreme vollständig bewiesen wurden, wie bei EUKLID. Der Beweis der Pythagoreer ist etwas verschieden vom entsprechenden Beweis bei EUKLID.

Sehr bemerkenswert ist, daß EUDEMOS den Namen des Autors, der diesen Beweis geliefert hat, nicht nennt. Er schreibt einfach ‚die Pythagoreer‘.

B. In der ‚geometrischen Algebra‘, die im zweiten Buch der *Elemente* des EUKLID systematisch entwickelt wird, kommen zwei Sätze II 5 und II 6 vor, die man beide durch die Formel

$$\left(\frac{x+y}{2}\right)^2 - \left(\frac{x-y}{2}\right)^2 = xy$$

umschreiben kann. In II 5 sind die Strecken x und y aneinander gelegt, so daß die Summe $x + y$ in der Figur als Strecke erscheint während in II 6 die Differenz $x - y$ als Strecke erscheint. Die Sätze II 5 und II 6 werden in den *Elementen* und in den *Data* des EUKLID immer dann benutzt, wenn es gilt, zwei Strecken zu konstruieren, deren Summe $x + y = s$ oder Differenz $x - y = d$ und deren Produkt xy als Fläche eines Rechtecks gegeben ist. Ist die Summe $x + y = s$ gegeben, so konstruiert man mittels II 5 die halbe Differenz $\frac{1}{2}(x - y)$. Ist die Differenz $x - y$ gegeben, so konstruiert man mittels II 6 die halbe Summe.

Diese beiden Aufgaben, die man modern durch die Gleichungssysteme

$$(I) \quad \begin{cases} x + y = s \\ xy = f \end{cases} \quad (II) \quad \begin{cases} x - y = d \\ xy = F \end{cases}$$

umschreiben kann, haben bei den Griechen je einen eigenen Namen. Die Aufgabe I heißt *Flächenanlegung mit Defekt*, die Aufgabe II *Flächenanlegung mit Überschuß*. Die Erklärung dieser Bezeichnung findet man in meinem Buch *Erwachende Wissenschaft*, S. 199–201.

Über diese beiden Flächenanlegungen schreibt PROKLOS:

Der Schule des Eudemos zufolge sind das uralte Entdeckungen der pythagoreischen Muse: die Anlegung der Flächen, ihr Überschuß (hyperbolè) und ihr Mangel (elleipsis). Von diesen entlehnten die Neueren die Namen und übertrugen sie auf die drei Kegelschnitte ..., während jene alten ehrwürdigen Männer (die Pythagoreer) diese Namen auf das Anlegen ebener Flächen an eine Strecke bezogen.

Wiederum fällt auf, daß der Name des Entdeckers der Flächenanlegungen nicht genannt wird. Er hat seine Entdeckungen anscheinend nur in einem Sammelwerk, das unter dem Autorennamen *die Pythagoreer* lief, bekanntgegeben. Dieses Sammelwerk hat EUDEMOS offenbar gekannt.

C. Eine bewunderungswürdige Leistung der Pythagoreer ist die Theorie der *Seiten- und Diagonalzahlen*. Die Pythagoreer wußten, daß das Verhältnis der Diagonale eines Quadrates zur Seite nicht als Verhältnis von ganzen Zahlen ausgedrückt werden kann. Wohl aber gibt es Zahlen wie 7 und 5, die

fast dasselbe Verhältnis haben. Die Pythagoreer haben, wie wir durch PROKLOS wissen, eine Methode gefunden, beliebig große Zahlen d und s zu finden, die die Gleichung

$$d^2 = 2s^2 \pm 1$$

erfüllen und deren Verhältnis $d : s$ eine beliebig genaue Näherung für das Verhältnis der Diagonale zur Quadratseite liefert. Der Beweis der Gleichung für d^2 wurde nach PROKLOS mit Hilfe des Satzes II 10 geführt.

Die Sätze II 9–10 sind ganz analog zu II 5–6. Aus der Mitteilung des PROKLOS kann man schließen, daß die Pythagoreer nicht nur II 5–6, sondern auch II 9–10 gekannt haben.

Wir werden gleich sehen, daß die Pythagoreer die Konstruktion des regulären Fünfeckes, die bei EUKLID im vierten Buche steht, kannten. Für diese Konstruktion sind die Sätze II 11 und 14 unentbehrlich; also müssen die Pythagoreer auch diese beiden Sätze gekannt haben.

Alle 14 Sätze des Buches 2 haben einen einheitlichen Stil. Das ganze Buch ist streng logisch aufgebaut: keinen Teil kann man weglassen, ohne den logischen Aufbau empfindlich zu stören. Wenn also die Sätze 5, 6, 9, 10, 11 und 14 von den Pythagoreern herrühren, so kann man mit großer Wahrscheinlichkeit alle Sätze des Buches den Pythagoreern zuschreiben.

D. Im vierten Buch der *Elemente* werden die regulären Polygone mit 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12 und 15 Seiten konstruiert und je einem Kreis einbeschrieben. Ein Scholion schreibt das Buch 4 den Pythagoreern zu. Ein anderes Scholion sagt noch etwas genauer: „Die 17 Theoreme dieses Buches stammen von den Pythagoreern“

Das Buch 4 hat in der uns vorliegenden Fassung nur 16 Theoreme; vielleicht ist 17 ein Schreib- oder Zählfehler. Jedenfalls muß der Urheber dieser Mitteilung Kenntnis gehabt haben von einem Buch der Pythagoreer, das nicht nur im großen Ganzen denselben Gegenstand behandelte wie das vierte Buch EUKLIDS, sondern das in genau derselben Weise in (16 oder 17) Theoreme gegliedert war. Das heißt also: der logische Aufbau des Buches 4 stammt von den Pythagoreern.

Das letzte Theorem des Buches, in dem das reguläre 15-Eck konstruiert wird, unterscheidet sich im Stil von den übrigen: es könnte eine spätere Zutat sein. Die übrigen Theoreme bilden ein geschlossenes Ganzes, das man wohl den Pythagoreern zuschreiben muß.

In einer noch nicht publizierten Dissertation¹ hat E. NEUENSCHWANDER die logischen und sprachlichen Beziehungen zwischen den ersten vier Büchern der *Elemente* untersucht und insbesondere festgestellt, in welcher Weise frühere Sätze in späteren Beweisen zitiert werden. So ist es ihm gelungen, in diesen Büchern jüngere Schichten von einer älteren Schicht zu unterscheiden. Zu den Sätzen der älteren Schicht gehören alle Lehrsätze des Buches 2 und die ersten 15 Sätze des Buches 4. Aber auch die meisten Lehrsätze des Buches 3, in dem die Lehre vom Kreis systematisch entwickelt wird, gehören zum alten Teil. Im Buch 4 werden nämlich öfter Sätze des Buches 3 wörtlich zitiert und im Buch 3 wiederum Sätze des Buches 2.

Was nun das Buch 1 betrifft, das die logisch-axiomatische Grundlage für die Bücher 2–4 bildet, so wurde dieses Buch, wie IMRE TOTH im *Archive for History of Science* (Band 3, S. 249) gezeigt hat, in der Zeit zwischen den Pythagoreern und EUKLID stark überarbeitet, insbesondere was die Parallelen-theorie betrifft.

Einige Sätze des Buches 1 werden in den Büchern 2 bis 4 wörtlich zitiert; diese Sätze waren also auch im alten Aufbau vorhanden. Dazu gehört insbesondere der „Satz des Pythagoras“ I 47. Auch der erste Teil des Satzes I 29, der besagt, daß beim Schnitt von zwei parallelen Geraden mit einem dritten die Wechselwinkel gleich sind, war den Pythagoreern bekannt, denn in ihrem Beweis des Satzes von der Winkelsumme im Dreieck wird eben jener erste Teil zitiert.

Aus alledem kann man schließen, daß die Pythagoreer ein Lehrbuch der Elementargeometrie verfaßt haben, das EUDEMOS noch gekannt hat. Der erste Teil dieses Lehrbuchs enthielt wahrscheinlich ein System von Axiomen oder Hypothesen der Geometrie, darunter das alte Axiom ‚Was sich deckt, ist gleich‘, das im Beweis des Satzes III 24 zitiert wird.

E. Auch mit den regulären Polyedern haben sich die Pythagoreer befaßt. Ein Scholion zum Buch XIII der *ELEMENTE* sagt nämlich, daß die Pythagoreer den Würfel, das Tetraeder und das Dodekaeder kannten und daß erst THEAITETOS das Oktaeder und das Ikosaeder entdeckte.

Den gleichen logischen Aufbau, den wir in der Geometrie gefunden haben, werden wir auch in den anderen Wissenschaften der Pythagoreer wiederfinden. Am besten bezeugt ist er in der Harmonik.

1. Sie wird im *Archive for History of Exact Sciences* 1973 erscheinen.

2. Harmonik

Für die Pythagoreer war die Musik etwas Göttliches. Sie betrachteten die irdische Musik als eine Nachahmung der himmlischen Musik. Sie erkannten, daß im Himmel und in der Musik ‚alles nach Zahlen geordnet‘ ist. ARISTOTELES drückt dasselbe so aus:

Da sie erkannten, daß die Verhältnisse und Gesetze der musikalischen Harmonie auf Zahlen beruhen und da auch alle anderen Dinge ihrer Natur nach den Zahlen zu gleichen schienen, so meinten sie, die Elemente der Zahlen seien die Elemente aller Dinge und die ganze Welt sei Harmonie und Zahl (Metaphysik A 5).

In meinem Aufsatz *HdP* habe ich die Harmonik der Pythagoreer in ihrer geschichtlichen Entwicklung untersucht. Zwei Irrtümer, auf die mich W. BURKERT freundlichst aufmerksam gemacht hat, wurden jetzt berichtigt; ich komme darauf am Schluß dieses Abschnittes zurück.

Man sagt, daß zwei Klänge *symphon* sind, wenn sie beim gleichzeitigen Erklängen zu einem einzigen Eindruck verschmelzen, wie das bei den Zusammenklängen der Oktave, Quinte und Quarte der Fall ist. Daneben unterscheiden die griechischen Musiktheoretiker *emmelische* Klänge, die gut zusammenklängen, und *ekmelische*, die es nicht tun.

Die Pythagoreer ordneten den symphonischen Intervallen einfache Zahlenverhältnisse zu, insbesondere der Oktave das Verhältnis 2 : 1, der Quinte 3 : 2 und der Quarte 4 : 3.

Wie kam man dazu? Ursprünglich wohl aus Erfahrung. ARISTOTELES gibt in den *Musikproblemen* einige Erfahrungen an, die zu eben diesen Verhältnissen führen. Nach der Überlieferung hat PYTHAGORAS die eben genannten Zahlenverhältnisse am *Monochord* demonstriert, indem er eine Saite auf die Hälfte, auf zwei Drittel oder auf drei Viertel verkürzte. HIPPOSOS von Metapont hat Bronzescheiben von verschiedener Dicke zum Tönen gebracht und dabei die gleichen Zahlenverhältnisse gefunden.

Dann aber kam ein Pythagoreer, der alle diese Erfahrungen und Experimente beiseite schob und die Harmonik rein theoretisch begründete. Wir kennen seinen Namen nicht, aber wir kennen seine Theorie aus einem ausführlichen Bericht in der *Harmonik* des Astronomen PTOLEMAIOS.

Damit der Leser den Bericht des PTOLEMAIOS versteht, muß ich zunächst einige Begriffe erklären. Erstens: ein Zahlenverhältnis $a : b$ heißt ein *vielfaches* Verhältnis, wenn a ein Vielfaches von b ist:

$$a = nb, \text{ also } a : b = n : 1 \text{ (n ganz).}$$

In diesem Fall heißt b ein Teil von a , nämlich der n -te Teil, etwa die Hälfte oder ein Drittel. Zweitens: $a : b$ heißt ein *überteiliges* Verhältnis, wenn a gleich b plus ein Teil von b ist:

$$a = b + (1/n)b, \text{ also } a : b = (n+1):n.$$

Zum Beispiel kann a gleich b plus die Hälfte von b , oder b plus ein Drittel von b sein. Das Verhältnis $a : b$ ist dann $3 : 2$ oder $4 : 3$.

PTOLEMAIOS berichtet nun über die ‚eigentümlichen Grundsätze‘, welche die Häupter der pythagoreischen Schule aufstellen:

Der besonders bemerkenswerte Ausgangspunkt ihrer Methode ist, daß gleiche Zahlen mit Tönen von gleicher Tonhöhe verglichen werden, ungleiche aber mit Tönen verschiedener Tonhöhe. Ferner sagen sie: so wie es zwei Hauptunterschiede von Tönen verschiedener Spannung gibt, nämlich symphone und diaphone, unter denen die symphonen am schönsten sind, so gibt es auch unter ungleichen Zahlen zwei Hauptarten von Verhältnissen, erstens die sogenannten überteilenden oder Zahl durch Zahl, und zweitens die überteiligen und vielfachen. Die letztgenannten sind vorzuziehen wegen der Einfachheit des Vergleichs, weil bei überteiligen Zahlen der Überschuß gerade ein Bruchteil des Ganzen ist, während bei den vielfachen die kleinere Zahl in der größeren enthalten ist. Sie setzen deshalb die überteiligen und vielfachen Verhältnisse den symphonen Intervallen gleich.

Halten wir einen Augenblick inne, um uns klar zu machen, was hier gemeint ist. Nach PTOLEMAIOS beruht die Theorie der Pythagoreer auf zwei Prinzipien oder Postulaten:

1. Den Tönen sind Zahlen (das heißt in der griechischen Terminologie ganze Zahlen) zugeordnet, und zwar Tönen gleicher Höhe gleiche Zahlen, verschiedener Höhe ungleiche Zahlen.
2. Den symphonen Intervallen entsprechen überteilige oder vielfache Verhältnisse.

Zur Begründung dieser Prinzipien werden nicht etwa Erfahrungsgründe angeführt, sondern nur Gründe der Schönheit und Einfachheit. Die symphonen Intervalle sind am schönsten, und die überteiligen und vielfachen Verhältnisse sind den anderen vorzuziehen ‚wegen der Einfachheit des Vergleichs‘.

Im nächsten Satz wird angekündigt, was bewiesen werden soll: ‚Der Oktave sprechen sie das Verhältnis $2 : 1$, der Quinte das Verhältnis $3 : 2$, der Quarte das Verhältnis $4 : 3$ zu‘.

Für die Behauptung, die am Schluß des ganzen Abschnitts noch einmal wiederholt wird, werden zwei verschiedene Begründungen angeführt. Die eine Begründung nennt PTOLEMAIOS ‚mehr logisch‘. Der zweite Beweis, den PTOLEMAIOS nur skizziert, ist in der Schrift *Sectio canonis* von EUKLID

ausführlich dargestellt. Dieser Beweis ist in der Schule des ARCHYTAS von Tarent um 380 v. Chr. entstanden. Der Beweis benützt ausschließlich die Postulate 1 und 2, enthält aber einen versteckten Fehlschluß.

Wichtiger für uns ist der erste, ‚mehr logische‘ Beweis. Er fängt an mit der Begründung eines dritten Postulates, nämlich:

3. Der Oktave entspricht das zweifache Verhältnis (2 : 1).

Zur Begründung wird angeführt: ‚Von den symphonischen Intervallen ist die Oktave die schönste und von den Verhältnissen das zweifache das beste, die Oktave dadurch, daß sie am nächsten steht zur Spannungsgleichheit, das Zweifache dadurch, daß nur bei diesem Verhältnis der Überschuß der ursprünglichen Zahl gleich ist‘.

Diese Begründung durch Berufung auf das Schöne und Gute ist ganz analog der Begründung des Postulates 2 durch Berufung auf das Schöne und Einfache. Damals waren es die symphonischen Intervalle, die die schönsten genannt wurden, jetzt ist es das Intervall der Oktave. Es ist wohl anzunehmen, daß ein und derselbe Pythagoreer das zweite und das dritte Postulat aufgestellt hat. Wenn das richtig ist, so muß der ‚mehr logische‘ Beweis, der auf drei Hypothesen beruht, der ursprüngliche und ältere Beweis sein und der Beweis der *Sectio canonis* jünger. Für diese relative Datierung der beiden Beweise spricht auch, daß PTOLEMAIOS den ‚mehr logischen‘ Beweis zuerst erwähnt.

Hat man einmal die drei Postulate, so ist die Begründung der Zahlenverhältnisse für Quinte und Quarte ganz einfach. PTOLEMAIOS deutet die Hauptpunkte des Beweises an; das übrige kann sich jeder Mathematiker leicht selbst überlegen. Die Oktave ist aus Quinte und Quarte zusammengesetzt, die beide symphonisch sind. Andererseits ist das Verhältnis 2 : 1 aus 3 : 2 und 4 : 3 zusammengesetzt, und das ist auch die einzige Art, das Verhältnis 2 : 1 aus zwei überteiligen oder vielfachen Verhältnissen zusammenzusetzen. Also müssen der Quinte und Quarte die Verhältnisse 3 : 2 und 4 : 3 entsprechen.

Es muß ein merkwürdiger Naturphilosoph und Mathematiker gewesen sein, der die drei Postulate und ihre Begründung aufgestellt hat. Ihm lag eine ältere Wissenschaft vor, die auf Erfahrung gegründet war, nämlich die Lehre von den musikalischen Intervallen und den ihnen zugeordneten Zahlenverhältnissen. Die Ergebnisse dieser Theorie hat er als richtig anerkannt, aber die empirische Begründung sagte ihm nicht zu. Er ersetzte sie durch eine rein theoretische Begründung, ausgehend von Begriffen wie *schön*, *einfach* und *das Beste*.

Die philosophische Grundeinstellung, aus der die drei Postulate hervorgegangen sind, könnte man etwa so beschreiben. Die irdische Musik ist Nach-

ahmung der himmlischen Musik. Apollon und die Musen, die uns irdische Musik geschenkt haben, haben sie möglichst gut und schön eingerichtet. Also muß es möglich sein, ihre Prinzipien zu finden, indem man das Schönste und Beste sucht. Die gleiche philosophische Grundeinstellung findet man auch bei PLATON im *Phaidon*, im *Staat* und im *Timaios* und bei ARISTOTELES in der Schrift *vom Himmel*.

In *HdP* hatte ich vier Hypothesen statt drei angenommen, aber im Text des PTOLEMAIOS stehen nur drei Grundannahmen, die auch für den Beweis genügen. Ferner hatte ich damals angenommen, daß die Experimente des HIPPOSOS mit Bronzescheiben physikalisch unmöglich seien. Das war aber ein Irrtum. Es gibt keinen Grund, die Experimente in Zweifel zu ziehen.

3. Arithmetik

In meiner Abhandlung *Die Arithmetik der Pythagoreer* in *Math. Annalen* 120 (1947), S. 127, habe ich die logische Struktur der arithmetischen Bücher 7 und 8 der *Elemente* des EUKLID untersucht. Dabei ergab sich, daß Buch 7 ebenso tadellos logisch aufgebaut ist wie die geometrischen Bücher 2–4. Da nun bei ARISTOTELES steht, daß die Pythagoreer ‚die Beweise liebten‘ und daß sie sich intensiv mit ‚den Wissenschaften und den Zahlen‘, also mit der Arithmetik befaßt haben, kann man vermuten, daß Buch 7 ebenfalls von den Pythagoreern herrührt. In diesem Buch wird die Lehre von den ganzen Zahlen und ihren Verhältnissen rein deduktiv von den Definitionen aus entwickelt, ohne Hypothesen oder Axiome.

Buch 8 hat einen ganz anderen Stil. Es rührt, wie ich in der eben genannten Abhandlung gezeigt habe, von ARCHYTAS her. Da nun in Buch 8 ein Theorem aus Buch 7 wörtlich zitiert wird, folgt, daß Buch 7 vor ARCHYTAS geschrieben wurde. Die Vermutung, daß Buch 7 von den Pythagoreern herrührt, erhält dadurch eine weitere Stütze.

Die Arithmetik, Geometrie und Harmonik der Pythagoreer waren also logisch aufgebaute Wissenschaften. In der Arithmetik kam man ohne Hypothesen aus, in der Geometrie und Harmonik hat man Hypothesen aufgestellt, aus denen dann die Lehrsätze hergeleitet wurden.

4. Astronomie

Die griechische Astronomie ist ganz verschieden von der etwas älteren Sternkunde der Babylonier. Diese ist arithmetisch: sie arbeitet mit steigenden und fallenden Zahlenreihen mit konstanten Differenzen. Die griechische Astronomie dagegen ist ganz und gar geometrisch. Sie geht von der Annahme aus, daß die Sonne, der Mond und die Planeten ihrer göttlichen Natur gemäß nur gleichmäßige Kreisbewegungen ausführen können. Konzentrische Kreise,

exzentrische Kreise und sogenannte Epizykel oder Aufkreise, d. h. kleine Kreise, die auf größeren Kreisen aufsitzen und mit ihnen rotieren, bilden das Räderwerk der griechischen Astronomie.

Die Pythagoreer und PLATON waren es, die zuerst die Forderung aufstellten, durch Annahmen über gleichmäßige Kreisbewegungen die Erscheinungen zu erklären. Darüber gibt es zwei Zeugnisse aus wohlinformierter, fachkundiger Quelle.

GEMINOS schreibt in seiner Einführung in die Astronomie:

Es liegt nämlich der gesamten Astronomie die Annahme zugrunde, daß die Sonne, der Mond und die fünf Planeten sich erstens mit gleichförmiger Geschwindigkeit, zweitens in kreisförmigen Bahnen und drittens in einer der Bewegung des Weltalls entgegengesetzten Richtung bewegen. Die Pythagoreer waren die ersten, welche an derartige Untersuchungen herantraten und für die Sonne, den Mond und die fünf Planeten kreisförmige (Bahnen) und gleichförmige Bewegungen annahmen. Konnten sie doch für die göttlichen und ewigen Himmelskörper nicht eine derartige Unregelmäßigkeit annehmen, vermöge welcher sich dieselben bald schneller, bald langsamer bewegen, bald gar stillstehen sollten, wie man bekanntlich bei den fünf Planeten von ‚stationärwerden‘ spricht. Darf man ja selbst bei einem gebildeten und gesetzten Menschen in seinem Gang eine derartige Ungleichmäßigkeit der Bewegung nicht voraussetzen. Freilich werden für die Menschen die Bedürfnisse des Lebens häufig Ursache zu langsamerer oder schnellerer Bewegung; allein bei der unvergänglichen Beschaffenheit der Gestirne ist zu schnellerer oder langsamerer Bewegung keinerlei Ursache denkbar. Aus diesem Grunde stellten sie die Frage in dieser Form, wie sich wohl bei Annahme kreisförmiger (Bahnen) und gleichförmiger Bewegung die Himmelserscheinungen erklären ließen.

Mit ganz ähnlichen Worten berichtet SIMPLIKIOS in seinem Kommentar zur Schrift *Vom Himmel* des ARISTOTELES:

Als erster unter den Griechen hat Eudoxos von Knidos – wie Eudemos im zweiten Buch seiner Geschichte der Astronomie erzählt und Sosigenes nach der Autorität des Eudemos – versucht, durch ähnliche Hypothesen das Problem zu lösen, das Platon, wie Sosigenes erzählt, denen gestellt hat, die sich mit solchen Sachen beschäftigen: durch welche Annahme von gleichmäßigen und geordneten Bewegungen man die Erscheinungen der Planetenbewegung retten könne.

Von diesen Zeugnissen bezieht sich das eine auf die Pythagoreer, das andere auf PLATON. Die beiden Zeugnisse widersprechen sich nicht: sie beziehen sich, wie mir scheint, auf zwei Phasen derselben Entwicklung. Die Pythagoreer stellten sich zuerst das Problem, durch Annahmen über gleichmäßige Kreisbewegungen die beobachteten Erscheinungen zu retten. PLATON übernahm ihre Zielsetzung, aber er fand, daß die Pythagoreer das Ziel nicht oder nur zum Teil erreicht hatten. Daher trat er noch einmal an die Astronomen heran und forderte sie auf, das Problem ganz zu lösen. Der erste, der mit einer Lösung für alle Planeten hervortrat, war EUDOXOS.

Was in dem Zeugnis des GEMINOS besonders auffällt, ist die theologische Begründung, die für die gleichmäßige Kreisbewegung gegeben wird. Der Urheber dieser Begründung weiß sehr wohl, daß nach der Wahrnehmung die Planeten sich bald schneller, bald langsamer bewegen und sogar manchmal stationär werden, d. h. stehen bleiben und ihre Bewegungsrichtung umkehren. Das aber, so sagten sie, kann es in Wahrheit gar nicht geben. „Konnten sie doch für die göttlichen und ewigen Himmelskörper nicht eine derartige Unregelmäßigkeit annehmen.“ Die Planeten sind Götter und verhalten sich ewig in gleicher Weise, also können sie nur gleichmäßige Kreisbewegungen ausführen, so meinten die Pythagoreer.

Kaum je ist eine grundlegende wissenschaftliche Hypothese gegen die Erfahrung aus rein theologischen Gründen angenommen worden. Der Pythagoreer, der diese Begründung erdacht hat, muß ein höchst origineller Denker gewesen sein, der in einzigartiger Weise Religion und Wissenschaft miteinander verknüpfte.

Zu dieser theologischen Begründung eines Grundpostulates der Astronomie gibt es eine Analogie, nämlich die Begründung der Hypothesen in der Harmonielehre der Pythagoreer. Diese Begründung geht, wie wir gesehen haben, nicht etwa von der Erfahrung aus, sondern von Begriffen wie *Schönheit* und *Vortrefflichkeit*, ebenso wie die Astronomie der Pythagoreer nach der Darstellung des GEMINOS vom Begriff des *Göttlichen und Ewigen* ausgeht.

PLATON sagt im *Staat* (530 D), daß die Pythagoreer die Harmonik und die Astronomie als „Schwesterwissenschaften“ betrachteten. Wir sehen jetzt, daß die Aussage PLATONS in einem ganz präzisen Sinn zutrifft: Beide Wissenschaften wurden so begründet, daß man von präzise formulierten Hypothesen ausging, die durch theologische und ästhetische Überlegungen gerechtfertigt wurden. Aus diesen Hypothesen wurden dann Theoreme rein logisch deduziert. Ebenso ging man in der Geometrie von Axiomen aus, die der Anschauung entnommen wurden, und gründete darauf die exakten Deduktionen der Geometrie.

In meiner Abhandlung *AdP* habe ich gezeigt, daß das astronomische Weltbild, das in PLATONS Dialog *Timaios* entwickelt wird und das auch dem Schlußmythos des Dialoges *Der Staat* zugrunde liegt, in allen wesentlichen Teilen von den Pythagoreern stammt. PLATON selbst deutet das schon an, indem er den Pythagoreer TIMAIOS als Sprecher auftreten läßt.

In diesem Weltbild steht die kugelförmige Erde im Mittelpunkt. Es gibt noch ein zweites, ebenfalls pythagoreisches Weltbild, das ARISTOTELES in der Metaphysik erklärt und in dem nicht die Erde, sondern das Feuer sich im

Mittelpunkt befindet. Die Doxographen schreiben dieses Weltbild den Pythagoreern PHILOLAOS und HIKETAS zu; ich schließe mich ihnen an.

Im geozentrischen Weltbild, das PLATON im *Timaios* dargestellt hat, durchlaufen die Planeten ihre Kreise in verschiedenen Abständen von der Erde. Daß diese Auffassung von den Pythagoreern herrührt, geht aus einem Zeugnis des EUDEMOS hervor, das SIMPLIKIOS uns erhalten hat. SIMPLIKIOS schreibt nämlich, daß EUDEMOS ‚die Untersuchung der Reihenfolge der Lage der Planeten auf die Pythagoreer als erste zurückführt‘. Die Planeten bewegen sich also nicht auf der Oberfläche der Himmelskugel, sondern in deren Innerem, und den scheinbaren Ort eines Planeten an der Himmelskugel erhält man durch Projektion des wahren Ortes von der Erde aus. Das Prinzip dieser perspektivischen Betrachtungsweise wird in einem Fragment des HERAKLEIDES von Pontos, das CHALCIDIUS uns überliefert hat, so formuliert: ‚Jeder Planet erscheint dort, wo eine gerade Linie, die vom Punkte der Erde aus zum Planeten gezogen wird, hinführt‘.

Welche Reihenfolge der Planeten haben die Pythagoreer angenommen? Darüber gibt es ein wertvolles Zeugnis bei PTOLEMAIOS im *Almagest* IX 1:

Was die Reihenfolge der Planetensphären anbelangt, ... finden wir so ziemlich bei allen ersten Mathematikern Übereinstimmung in folgenden zwei Punkten:

1. Alle Planetensphären befinden sich in größerer Erdnähe als die Fixsternsphäre, aber in größerer Erdferne als die Sphäre des Mondes.
2. Die drei Sphären des Saturn, des Jupiter und des Mars, von denen die Sphäre des Saturn die größte und die des Jupiter die zweite ist ... befinden sich in größerer Erdferne als die übrigen Planetensphären und die Sphäre der Sonne.

Demnach kommt, von der Erde aus gerechnet, nach der übereinstimmenden Meinung der *ersten Mathematiker* zuerst der Mond, dann kommen (in irgend einer Reihenfolge) Venus, Merkur und die Sonne, dann der Reihe nach Mars, Jupiter und Saturn und schließlich die Fixsterne.

PTOLEMAIOS fährt fort:

Dagegen sehen wir, daß die Sphären der Venus und des Merkur bei den älteren Mathematikern unter die Sphäre der Sonne gesetzt, bei einigen späteren über dieselbe verlegt werden, weil nie ein Vorübergang dieser Planeten vor der Sonne beobachtet wurde.

Die *ersten Mathematiker* spalten sich also in zwei Gruppen: *die älteren* und *einige späteren*. Zu den *älteren* müssen wir natürlich die Pythagoreer rechnen, denn diese waren nach EUDEMOS die ersten, die eine bestimmte Reihenfolge der Planeten annahmen. Die *späteren*, die Venus und Merkur über die Sonne stellten, kennen wir: es sind EUDOXOS, MENAICHMOS, KALLIPPOS und ERATOSTHENES; PLATON und ARISTOTELES sind ihnen gefolgt. Ihre Reihenfolge war:

Mond Sonne Merkur Venus etc.

Die älteren, insbesondere also die Pythagoreer, stellten nach PTOLEMAIOS ‚die Sphären der Venus und des Merkur unter die Sphäre der Sonne‘. Bemerkenswert ist, daß hier von ‚Sphären‘ und nicht von Kreisen die Rede ist. Die ‚Sphären‘ der Pythagoreer sind, wie wir im Abschnitt III sehen werden, Kugelschalen zwischen je zwei konzentrischen Kugeln. Jede Sphäre hat zwei Oberflächen: eine innere und eine äußere. Im Zwischenraum zwischen diesen beiden Oberflächen bewegen sich die Planeten.

Was nun Venus und Merkur betrifft, so haben alle späteren Astrologen und Astronomen die Reihenfolge

Mond Merkur Venus Sonne etc..

Nur der Neupythagoreer NIKOMACHOS von Gerasa, der auch sonst den alten Pythagoreern nahesteht, stellt Merkur über Venus. Diese abweichende Reihenfolge steht in einem Abschnitt über die Sphärenharmonie, in der typisch pythagoreische Lehren entwickelt werden, die man sonst nirgends findet. Ich neige zu der Annahme, daß die Reihenfolge

Mond Venus Merkur Sonne etc.

diejenige der alten Pythagoreer war:

Über den logischen Aufbau der Astronomie der Pythagoreer wissen wir nur wenig, weil NIKOMACHOS und der Platonische *Timaios* ihre Lehren nur in dogmatischer Form, ohne Begründung vortragen. Immerhin können wir nach der Analogie mit der ‚Schwesternwissenschaft‘ Harmonik und mit der Geometrie vermuten, daß die Pythagoreer zuerst Hypothesen aufstellten und dann logische Folgerungen daraus zogen, die schließlich mit der Beobachtung verglichen wurden.

Dieses logische Schema: zuerst numerierte Axiome oder Hypothesen, dann logische Folgerungen, ist jedenfalls etwas altertümliches. Man findet es bei EUKLID, bei ARISTARCHIOS von Samos und bei ARCHIMEDES in der Abhandlung über das Gleichgewicht ebener Figuren, nicht aber bei HIPPARCHOS, PTOLEMAIOS, ALBATTANI, etc. Auch die heutigen Astronomen und Physiker richten sich nie nach einem solchen Schema.

Dieses altertümliche Schema rührt von den Pythagoreern her. Wie es verwirklicht wurde, sieht man am deutlichsten in der Harmonik, weil PTOLEMAIOS uns den ganzen logischen Aufbau überliefert hat. In der Geometrie ist der axiomatische Aufbau der Pythagoreer nur teilweise erhalten. In der Astronomie sind unsere Quellen viel lückenhafter, aber einiges konnten wir doch rekonstruieren, so die Hypothese der gleichmäßigen Kreisbewegung mit ihrer theologischen Begründung. Können wir noch etwas weiterkommen?

Wir können es, wenn wir das Fragment des DERKYLLIDES heranziehen, das THEON von Smyrna uns erhalten hat. In Teil III der vorliegenden Arbeit soll das Fragment vollständig wiedergegeben und besprochen werden. Dort wird auch der Nachweis geführt, daß die in diesem Fragment enthaltene Erklärung der Grundprinzipien der Astronomie von den Pythagoreern herührt. Für den Augenblick begnüge ich mich damit, aus dem DERKYLLIDES-Fragment eine Aufzählung der *Archai* oder Grundhypothesen herauszuheben, unter Weglassung der meisten Kommentare des DERKYLLIDES. Die *Archai*, die nach DERKYLLIDES ‚als zugestanden angenommen werden‘, sind:

- Erstens*, daß die Zusammensetzung der Welt einem Ursprung folgend geordnet ist . . .
- Zweitens*, daß die göttlichen Körper in ihren Auf- und Untergängen nicht erlöschen und wieder entflammen; denn wenn ihr Bestand nicht ewig wäre, würde die Ordnung im Ganzen nicht bewahrt.
- Drittens*, daß es nicht mehr und nicht weniger als sieben Planeten gibt; dies ist offenkundig aus langer Beobachtung.
- Viertens*: . . . müsse glauben, daß die Erde ruht, . . .

Nach einer Zwischenbetrachtung, in der PLATON erwähnt wird, heißt es dann (fünftens):

Wenn wir annehmen, daß sich die Planeten in der Länge, Tiefe und Breite geordnet, gleichmäßig und kreisförmig bewegen, so werden wir wohl die Wahrheit über sie nicht verfehlen.

Wenn wir die dritte Hypothese, die besagt, daß es genau 7 Planeten gibt (darunter natürlich Sonne und Mond), mit der eben formulierten (fünftens) Hypothese zu einer Aussage kombinieren, so erhalten wir eine genaue Übereinstimmung mit der Aussage des GEMINOS ‚Die Pythagoreer waren die ersten, die . . . für die Sonne, den Mond und die fünf Planeten kreisförmige und gleichmäßige Bewegungen annahmen‘. Die Übereinstimmung erstreckt sich sogar auf den Wortlaut. Die dritte und fünfte Hypothese sind also sicher pythagoreisch. Andererseits stimmen die erste, zweite und vierte Hypothese mit Aussagen des Platonischen *Timaios* überein. Also kann das ganze System der fünf Hypothesen mit großer Wahrscheinlichkeit den Pythagoreern zugeschrieben werden.

Das erste Prinzip bei DERKYLLIDES ist eine theologische Aussage über den Ursprung des Weltalls. Das zweite Prinzip wird bei DERKYLLIDES theologisch begründet. Ebenso gibt GEMINOS eine theologische Begründung des Prinzips der gleichmäßigen Kreisbewegung. Dagegen begründet DERKYLLIDES das dritte Prinzip durch Berufung auf ‚lange Beobachtung‘. Auch bei ARISTARCHIOS von Samos und bei ARCHIMEDES stammen einige der vorausgeschickten *Hypothesen* aus der Erfahrung. Als Beispiel zitiere ich

aus der Abhandlung *Über die Abstände von Sonne und Mond* von ARISTARCHOS die Hypothese Nr. 6: ‚daß der Mond den fünfzehnten Teil eines Tierkreiszeichens unterspannt‘. Das bedeutet, daß der scheinbare Durchmesser des Mondes 2° beträgt. Ein ganz falsches Erfahrungsurteil! Siehe dazu TH. HEATH: *Aristarchos of Samos, the Ancient Copernicus* (Oxford 1913).

Teil II: Die Kritik Platons

In den Büchern 6 und 7 der *Politeia* behandelt PLATON die vier exakten Wissenschaften, die zu seiner Zeit existierten, nämlich die *Arithmetik*, *Geometrie*, *Astronomie* und *Harmonik*. Einmal, bei der Besprechung der Harmonik (530 D), erwähnt er die Pythagoreer und sagt, daß sie die Astronomie und die Harmonik als ‚Schwestern‘ betrachten. Er sagt, daß die Pythagoreer sich ernsthaft mit diesen Wissenschaften befaßt haben und daß man ihre Meinung, insbesondere über die Harmonik, anhören und berücksichtigen sollte.

PLATONS Hauptanliegen in diesem Teil der *Politeia* ist die Erziehung der ‚Wächter des Staates‘. Diese Wächter sind Krieger und Politiker zugleich. Sie haben die ganze Macht im Staat und müssen ihn nach außen hin verteidigen. Gegen die Feinde müssen sie hart und stark sein, nach innen aber gütig und gerecht. Dazu müssen sie sehr sorgfältig erzogen werden. Sie müssen Philosophie lernen und in die Ideenlehre eingeweiht werden, damit sie die Idee der Gerechtigkeit erkennen.

Die Methode, die zur Erkenntnis der Ideen führt, ist nach PLATON die *Dialektik*. Dialektik ist die Methode des *Dialoges*. Im philosophischen Dialog lernt man, Begriffe zu klären, falsche Meinungen zu widerlegen, Hypothesen zu prüfen. So wird der Blick freigelegt für die Wahrheit, für die Schau der Ideen.

Als Vorbereitung zur Dialektik sind nach PLATON die mathematischen Wissenschaften unentbehrlich. Warum? Im sechsten Buch spricht SOKRATES von denen, die Geometrie und Rechnen und ähnliche Wissenschaften betreiben, also von den Mathematikern. Er sagt (510 D):

Du weißt doch, daß sie sichtbare Figuren beiziehen und daran ihre Argumentation entwickeln, obwohl sie nicht an diese denken, sondern an diejenigen, von denen die Figuren nur Abbilder sind. Auf das Quadrat selbst und die Diagonale selbst beziehen sich ihre Überlegungen, nicht auf das, was sie zeichnen, und ähnlich in allen anderen Fällen.

Wenn PLATON hier vom Quadrat und dessen Diagonale spricht, so denkt er wahrscheinlich an den Beweis des Satzes, daß die Seite und die Diagonale

kein gemeinsames Maß haben. Die gezeichnete Seite und Diagonale haben ein Verhältnis, das von einem rationalen Verhältnis $m : n$ nicht zu unterscheiden ist, aber von der ‚Seite selbst‘ und der ‚Diagonale selbst‘ kann man beweisen, daß sie kein rationales Verhältnis haben. Also: Die mathematischen Wissenschaften zeigen uns, daß es Dinge gibt, die man denken, aber nicht sehen oder berühren kann. Aus diesem Grunde ist das Studium der Mathematik geeignet, die Seele auf die Erkenntnis der Ideen vorzubereiten. Für jede der vier Wissenschaften stellt PLATON immer dieselbe Frage: Ist diese Wissenschaft geeignet, die Seele emporzuheben zur Schau der Ideen?

Die Antwort fällt für die Arithmetik und Geometrie günstiger aus als für die Astronomie und Harmonik. Von der Rechenkunst sagt SOKRATES (525 D):

Kräftig führt sie die Seele empor und zwingt sie, über die Zahlen selbst zu diskutieren. Sie duldet es nicht, daß man sichtbare und greifbare körperliche Zahlen in die Diskussion bringt. Du weißt ja, daß die Meister dieser Kunst jeden, der sich unterfängt, in der Argumentation die Eins zu teilen, auslachen und es nicht zulassen . . .

Wenn nun einer die Experten fragen würde: ‚Ihr wunderlichen Leute, über was für Zahlen redet ihr denn, in denen die Eins so ist, wie ihr es verlangt, so daß jede Eins allen anderen genau gleich ist und keine Teile hat?‘ Was glaubst du wohl, würden sie antworten?

GLAUKON antwortet ohne Zögern:

Das, meine ich: daß sie von solchen Zahlen reden, die man nur in Gedanken erfassen kann und in keiner anderen Weise.

PLATON spricht von den Mathematikern seiner Zeit; er ist von ihrer Zustimmung überzeugt. In der Tat, wenn man das siebente Buch der *Elemente* aufschlägt, in dem die Arithmetik systematisch entwickelt wird, so sieht man, daß dort die Eins nie geteilt wird. Brüche treten im ganzen Buch nicht auf, sondern nur Verhältnisse von ganzen Zahlen. ‚Wenn du die Eins zerstückelst, vervielfältigen jene (die Mathematiker) sie‘, sagt PLATON mit vollem Recht (525 E).

Bei der Beurteilung der Geometrie verwendet PLATON dasselbe Kriterium (526 E):

Zweckdienlich ist die Geometrie, wenn sie dazu zwingt, das Sein zu betrachten, wenn aber das Werden, dann nicht.

Mit fanatischer Konsequenz hält PLATON an dieser ausschließlichen Zielsetzung fest.

SOKRATES sagt nun, die Geometrie sei ganz anders beschaffen als es nach den Reden der Geometer scheinen mag. Wieso? fragt GLAUKON, und SOKRATES erläutert:

Ihre Art zu reden ist lächerlich, obwohl notwendig: denn sie drücken sich so aus als ob sie Praktiker wären und ihre Worte auf praktisches Handeln gerichtet. So sprechen sie

von ‚viereckig machen‘, von ‚anlegen‘ und ‚hinzufügen‘ und dergleichen, während doch ihre ganze Wissenschaft nur Erkenntnis zum Zweck hat, und zwar Erkenntnis des Seienden und nicht des Werdenden.

Die Operationen ‚viereckig machen‘, ‚anlegen‘ und ‚hinzufügen‘ spielen besonders im zweiten Buch der *Elemente* eine große Rolle. In II 14 wird gelehrt, ein Quadrat zu konstruieren, das einem gegebenen Polygon inhaltsgleich ist: das ist also das ‚viereckig machen‘ eines Polygons. Welche Bedeutung das ‚Anlegen von Flächen‘ mit Defekt oder Exzess in der griechischen Geometrie hat, wurde früher schon erörtert. Bei der Lösung dieser Anlegungsprobleme muß man öfter Flächen zu Flächen ‚hinzufügen‘. Die Flächenanlegungen sind nach EUDEMOS Erfindungen der Pythagoreer. Demnach ist es klar, daß PLATON in diesem Abschnitt genau die Geometrie der Pythagoreer anvisiert.

Nach einem kurzen Exkurs über die Raumgeometrie kommt SOKRATES zur Astronomie. Über die Astronomie, wie sie zu seiner Zeit betrieben wird, äußert er sich ganz abfällig:

Ich meine: so wie die heutigen Wegweiser zur Philosophie die Astronomie anfassen, bewirkt sie ganz und gar, daß die Seele nach unten blickt.

Auf die erstaunte Frage des GLAUKON, wie er das meine, führt SOKRATES aus (529 B):

Vermutlich glaubst du, wer mit zurückgebogenem Haupt ein buntes Muster an einer Zimmerdecke betrachten und dabei etwas beobachten würde, schaue mit der Vernunft und nicht mit seinen Augen . . . Ich meinerseits kann nicht glauben, daß ein anderes Studium die Seele nach oben blicken läßt als jenes, das dem Seienden und dem Unsichtbaren gilt. Wer nach oben glotzend oder nach unten blinzeln etwas sinnlich Wahrnehmbares zu erfassen sucht, wird nie etwas richtig lernen – denn alle diese Dinge vermitteln keine echte Erkenntnis – und auch seine Seele blickt nicht hinauf, sondern hinunter, auch wenn er auf dem Rücken auf der Erde liegen oder auf dem Meere schwimmen würde, um so zu lernen.

Wie sollte man nun Astronomie unterrichten, damit das Studium zum gesteckten Ziel führt? Auf diese Frage GLAUKONs antwortet SOKRATES:

Dieses bunte Muster am Himmel, im Sichtbaren gewoben, kann man zwar für das Schönste ansehen und für das Genaueste in diesem Bereich, jedoch muß man wissen, daß es von der Wahrheit weit entfernt ist, nämlich von den Bewegungen, die die seiende Schnelligkeit und die seiende Langsamkeit in der wahren Zahl und allen wahren Figuren gegenseitig bewegen und alles darin Enthaltene tragen. Diese Sachen kann man nur durch die Vernunft und das Denken erfassen, nicht durch Schen.

Das Programm seiner idealen Astronomie formuliert SOKRATES so:

Durch Probleme werden wir die Astronomie so betreiben wie früher die Geometrie, aber die Dinge am Himmel werden wir beiseite lassen.

Etwas früher hatte SOKRATES die Astronomie als ‚Lehre von den Raumkörpern in Bewegung‘ definiert. Wie mir scheint, war die ideale Astronomie, die PLATON vorschwebt, als rein theoretische Kinematik gedacht: als Lehre von den völlig regelmäßigen Bewegungen von geometrischen Körpern im Raum. Die Bewegungen der sichtbaren Himmelskörper können mit den idealen Bewegungen höchstens genähert übereinstimmen. Oder, um es mit PLATONS eigenen Worten zu sagen (530 A-B):

Der wahre Astronom ... wird zwar zugeben, daß der Demiurgos den Himmel und alles was darin ist so schön gestaltet hat wie solche Werke nur sein können, aber er wird den für töricht halten, der wähnte, das Verhältnis der Nacht zum Tag und von diesem zum Monat und zum Jahr und alle übrigen Verhältnisse von Umlaufzeiten der Gestirne seien immer gleich und es gäbe gar keine Abweichung, obwohl die Gestirne doch Körper haben und sichtbar sind.

Ganz ähnlich kritisiert PLATON die Harmonik. Er schlägt vor (530 E), sich bei den Pythagoreern Rat zu holen über die Harmonik, dabei aber immer das eigene Hauptziel im Auge zu behalten und die Schüler daran zu hindern, etwas zu lernen, das nicht zu dem gesteckten Ziel führt. Dann kommt gleich die Kritik an den Pythagoreern (531 A):

Oder weißt du etwa nicht, daß sie mit den Harmonien ähnlich verfahren wie in der Astronomie? Wer die gehörten Zusammenklänge und Töne aneinander mißt, müht sich wie jene Astronomen vergeblich ab.

In 531 C kommt PLATON wieder auf ‚jene Leute, die er über die Harmonie befragen wollte‘, d. h. auf die Pythagoreer zu sprechen:

Sie machen es genau so wie die in der Astronomie: sie suchen die Zahlen in den gehörten Zusammenklängen, aber sie steigen nicht auf zu den wahren Problemen und zu der Betrachtung, welche Zahlen symphon sind und welche nicht und warum.

Die ideale Harmonik, die PLATON hier fordert, befaßt sich nicht mit den gehörten Tönen, sondern nur mit Zahlen. Er stellt der Wissenschaft die Aufgabe, zu untersuchen, *welche Zahlen symphon sind* und warum. Das bedeutet eine radikale Abweichung von der Harmonik der Pythagoreer, die wir aus dem Bericht des PTOLEMAIOS kennen. In diesem Bericht gibt es eine klare Scheidung zwischen *Tönen* und *Zusammenklängen* einerseits, *Zahlen* und *Zahlenverhältnissen* andererseits. Das Prädikat *symphon* wird nie auf Zahlen, sondern immer nur auf Töne angewandt, während PLATON fragt, ‚welche Zahlen symphon sind‘.

Wir fassen zusammen. PLATON kritisiert die Harmonik der Pythagoreer aus demselben Grunde, aus dem er die Astronomie kritisiert. Den Astronomen und den Harmonikern wirft er vor, daß sie sich mit den sichtbaren Himmelskörpern und den gehörten Tönen befaßen. Er fordert eine ideale Astronomie, die ‚den Himmel beiseite läßt‘, und eine ideale Harmonik, die nur von Zahlen und Zahlenverhältnissen handelt.

Eine weitere Kritik PLATONs richtet sich nicht nur gegen die Astronomie und Harmonik, sondern auch gegen die Arithmetik und Geometrie. PLATON weist nämlich darauf hin, daß die Mathematiker als Ausgangspunkt ihrer Wissenschaft *Hypothesen* nehmen, die sie nicht weiter rechtfertigen (510 C):

Ich denke, du weißt, daß diejenigen, die sich mit der Geometrie, dem Rechnen, und ähnlichen Gegenständen beschäftigen, gewisse Dinge voraussetzen, wie das Ungerade und das Gerade und die Figuren und die drei Arten von Winkeln. Sie betrachten diese als bekannt und machen sie zu Hypothesen. Sie meinen, daß sie darüber weder sich selbst noch anderen Rechenschaft abzulegen haben, weil sie für jeden klar sind. Von diesen Hypothesen ausgehend, folgern sie weiter und weiter, um folgerichtig mit dem abzuschließen, worauf ihre Untersuchung ausging.

Das Bild vom logischen Aufbau der mathematischen Wissenschaften, das PLATON im letzten Satz entwirft, stimmt gut überein mit der Vorstellung, die wir uns in Teil I von den Wissenschaften der Pythagoreer gemacht haben. Wir waren ja zu dem Schluß gekommen, daß die Pythagoreer in ihrem Aufbau der Geometrie, Harmonik und Astronomie von ausdrücklich formulierten Hypothesen ausgingen, dann weiter und weiter Schlußfolgerungen zogen, um ‚folgerichtig mit dem abzuschließen, worauf ihre Untersuchung abzielte‘, genau wie PLATON sagt. In der Arithmetik des Buches 7 der *Elemente* gibt es zwar keine ausdrücklich formulierten Axiome oder Hypothesen, sondern nur Definitionen, aber der weitere logische Aufbau geschieht in der Arithmetik genauso wie in den übrigen Wissenschaften.

Etwas schwieriger wird die Sache, wenn wir die konkreten Beispiele von Hypothesen, die PLATON nennt, genauer betrachten. PLATON nennt nämlich als Beispiele von Hypothesen keine Aussagen, sondern nur Gegenstände der Untersuchung, nämlich in der Arithmetik ‚das Ungerade und das Gerade‘, in der Geometrie ‚die Figuren‘, und ‚die drei Arten von Winkeln‘, d. h. wohl die spitzen, rechten und stumpfen Winkel. Meint PLATON mit ‚Hypothesen‘ vielleicht die Definitionen dieser Begriffe? Es wäre möglich, denn diese Definitionen werden auch bei EUKLID ohne jede Rechtfertigung ‚zugrunde gelegt‘, wie PLATON sagt. Oder meint PLATON, daß die *Existenz* der Geraden und Ungeraden, der Figuren und der drei Arten von Winkeln ohne Beweis angenommen wird? Auch das würde einen guten Sinn ergeben. Bei EUKLID gibt es drei Konstruktionspostulate, die die Existenz einer Geraden durch 2 Punkte, der Verlängerung einer Geraden und eines Kreises mit gegebenem Mittelpunkt durch einen gegebenen Punkt verbürgen. Es ist möglich, daß diese Postulate schon von den Pythagoreern zugrunde gelegt wurden und daß ‚die Figuren‘, die PLATON meint, eben die Gerade und der Kreis sind.

Am wahrscheinlichsten scheint es mir, daß PLATON unter ‚Hypothesen‘ all das versteht, was ausdrücklich oder stillschweigend ohne Beweis der weiteren

Untersuchung zugrunde gelegt wird, insbesondere Grundbegriffe, Existenzpostulate und Axiome. PLATON ist mit den auf Hypothesen aufgebauten Wissenschaften nicht ganz zufrieden. Er läßt die Hypothesen nicht als erste Prinzipien (Archai), sondern nur als vorläufige Ansätze gelten, von denen die Argumentation (Logos) sich dann durch die Kraft der Dialektik frei machen sollte, um so aufzusteigen zum Nicht-Hypothetischen (511 B). Dieses Anhypotheton, wie PLATON es nennt, ist nach seinen Worten der Ausgangspunkt von allem. Wenn die Argumentation dieses erste Prinzip erreicht hat, wird sie

das ergreifen, was direkt davon abhängt und so weiter heruntersteigen bis zur letzten Schlußfolgerung, ohne von irgendwelchen Sinneswahrnehmungen Gebrauch zu machen, ausgehend von reinen Ideen durch Ideen hindurch, endigend mit Ideen.

Das ist also PLATONs Wissenschaftsideal. Wo die pythagoreische Wissenschaft, die auf Hypothesen aufgebaut ist, aufhört, da fängt die Platonische ‚wahre Wissenschaft‘ erst an. Durch die Kraft der Dialektik befreit sie sich von den Hypothesen und steigt zum unhypothetischen höchsten Prinzip auf, aus dem das ganze System der Ideen dann rein vernunftsmäßig abzuleiten ist.

PLATON gibt zu, daß die Geometrie und die anderen mathematischen Wissenschaften ‚von dem Seienden in einer gewissen Weise etwas erfassen‘ (533 B-C), aber:

Sie träumen nur vom Sein. Sie vermögen es nicht im Wachen zu sehen, so lange sie Hypothesen gebrauchen, die sie ungeändert lassen und von denen sie keine Rechenschaft ablegen.

Der Unterschied zum dialektischen Verfahren wird hier besonders deutlich. Im philosophischen Gespräch werden die Hypothesen geprüft und immer wieder abgeändert: man legt Rechenschaft von ihnen ab.

Bis zu diesem Punkt hat PLATON die mathematischen Wissenschaften noch mit einem gewissen Respekt behandelt, doch am Schluß äußert er sich scharf ablehnend:

Denn, wenn der Anfang etwas ist, das man nicht kennt, und wenn die Schlußfolgerung und alles, was dazwischen kommt, wiederum aus dem zusammengeflochten ist, was man nicht kennt, wie kann dann aus dem, worauf man sich geeinigt hat, jemals wahres Wissen werden?

Hier, an diesem Punkt, berührt sich PLATON mit dem DERKYLLIDESfragment. PLATON spricht abfällig von ‚Hypothesen, auf die man sich geeinigt hat‘. DERKYLLIDES sagt: ‚Es ist nötig, sich vorweg auf die Hypothesen zu einigen‘. Die Stichworte: *Hypothesen* und *sich einigen* (Homologein) sind bei beiden dieselben. Kein Wunder, denn sie sprechen beide von der Wissenschaft der Pythagoreer.

Teil III: Das Derkyllidesfragment

Das Fragment des DERKYLLIDES steht bei THEON von Smyrna am Schluß der *Expositio rerum mathematicarum*. Da die *Edition Hiller* in den meisten Bibliotheken vorhanden ist, scheint es mir nicht nötig, den Text noch einmal abzudrucken. Die folgende Übersetzung verdanke ich Herrn von WEIZSÄCKER.

Das Fragment wird durch einen Satz des THEON eingeleitet. Das dann folgende Exzerpt aus DERKYLLIDES zerfällt in vier lose zusammenhängende Abschnitte, die ich mit A, B, C, D bezeichne:

- A. Auszug aus der Geschichte der Astronomie des EUDEMOS,
- B. Kurzer Abschnitt über die Schiefe des Tierkreises,
- C. Abhandlung über die Prinzipien der Astronomie,
- D. Über die Schiefe des Tierkreises und verwandte Gegenstände.

Vom Abschnitt D soll nur der Anfang wiedergegeben werden, weil die Fortsetzung für die folgende Untersuchung nicht erheblich ist. Nach KROLL (*RE*, Art. DERKYLLIDES 3) gehört der ganze Abschnitt D zum DERKYLLIDESfragment.

1. Übersetzung des Fragmentes

Dies nun sagt ADRASTOS. DERKYLLIDES aber hat ohne jede sachgemäße und angemessene Ordnung über diese Gegenstände geschrieben; was jedoch auch er andeutet in der Schrift über die Spindel und die Wirtel, von denen PLATON im Staat spricht, ist folgender Art:

- A. EUDEMOS berichtet in der Geschichte der Astronomie, daß OINOPIDES die Durchgürtung des Tierkreises und den Zyklus des großen Jahres fand, THALES die Sonnenfinsternis und die Ungleichförmigkeit ihrer Periode in Bezug auf die Solstitien, ANAXIMANDROS, daß die Erde ein Himmelskörper ist und sich um die Mitte der Welt bewegt, ANAXIMENES aber, daß der Mond sein Licht von der Sonne hat und wie seine Finsternisse stattfinden.
- B. Die anderen fanden, nachdem dies gefunden war, anderes: daß sich die Fixsterne um die feste Achse durch die Himmelspole bewegen, die Planeten aber um die Achse, die senkrecht auf dem Tierkreis steht, und die beiden Achsen der Fixsterne und der Planeten voneinander um den Bogen des Fünfzehnecks abstehen, der 24° beträgt.
- C. Im folgenden sagt er: So wie es in der Geometrie und Musik unmöglich ist, wenn man nicht die Hypothesen festgestellt hat, die nach den Prinzipien kommenden Sätze anzuknüpfen, ebenso ist es auch für die Astronomie nötig, sich vorweg über die Hypothesen zu verständigen, von denen aus die Lehre über die Planetenbewegung fortschreitet. An der Spitze der meisten mathe-

matischen Abhandlungen, so sagt er, steht die Annahme der Prinzipien, die als zugestanden behandelt werden. Erstens also, daß die Zusammensetzung der Welt einem Ursprung folgend geordnet ist. Dieser liegt sowohl dem Seienden als den Phänomenen zugrunde. Deshalb soll man nicht sagen, daß der Kosmos nur unseren Augen aus dem Unendlichen her als endlich erscheint, sondern er ist rings umgrenzt. Zweitens, daß die göttlichen Körper in ihren Auf- und Untergängen nicht erlöschen und wieder entflammen; denn wenn ihr Bestand nicht ewig wäre, würde die Ordnung im Ganzen nicht bewahrt. Drittens, daß es nicht mehr und nicht weniger als sieben Planeten gibt; dies ist offenkundig aus langer Beobachtung. Viertens, da es vernünftig ist, daß nicht alles Seiende bewegt ist und nicht alles ruht, sondern einiges bewegt ist und einiges ruht, muß man übereinkommen, was im Universum ruhen muß und was bewegt sein. Er sagt aber, man müsse glauben, daß die Erde ruht, als der Herd des Hauses der Götter nach PLATON, daß sich aber die Planeten mit dem ganzen umgebenden Himmel bewegen; diejenigen aber, die das Bewegliche ruhen und das nach Natur und Sitz Unbewegliche sich bewegen lassen, weist er ab als im Gegensatz zu den Hypothesen der mathematischen Wissenschaft befindlich.

In dieser Schrift sagt er auch: Wenn wir annehmen, daß sich die Planeten in der Länge, Tiefe und Breite geordnet, gleichmäßig und kreisförmig bewegen, so werden wir wohl die Wahrheit über sie nicht verfehlen. Deshalb lehnt er die Aufgänge und die Mitaufgänge der Bewegung in der Länge und die von den Alten gegebenen schwachen und leichtfertigen Erklärungen des sogenannten Zurückbleibens ab. Richtig sei es, sagt er, anzunehmen, da eine solche Bewegung alles Vernunftlose und Ungeordnete meidet, daß die Planeten ruhig in einer der Fixsternbewegung entgegengesetzten Bewegung laufen und daß die innere Bewegung von der äußeren mit herumgeführt wird. Er glaubt nicht, daß man als primäre Ursache der Planetenbewegung die schraubenförmigen Linien annehmen soll, auch nicht die Linien, die der hippischen ähnlich sind*); diese entstünden nämlich per accidens. Als erste Ursache sowohl der Ungleichmäßigkeit wie der Schleife solle man die Bewegung gemäß dem schiefen Tierkreis annehmen. Denn die Schleifenbewegung sei akzidentell und sekundär eine Folge der doppelten Bewegung um diese. Als erste muß man die längs des schiefen (Kreises) fortschreitende Bewegung ansprechen; sekundär ist die Schleife und nicht primär.

* Mit der 'hippischen Linie' ist wahrscheinlich die Hippopede (Pferdefessel) des EUDOXOS gemeint. Diese hat die Gestalt einer liegenden Acht. Sie entsteht durch Zusammensetzung von zwei entgegengesetzten Drehungen von zwei Sphären um Achsen, die gegeneinander geneigt sind, wobei die äußere Sphäre die innere in ihrer Bewegung mitnimmt. Die hippische Linie ist also, wie der Autor ganz richtig bemerkt, nicht die primäre Ursache, sondern sie entsteht sekundär: primär sind gleichförmige Kreisbewegungen. Zur Theorie des EUDOXOS siehe L. SCHIAPARELLI: *Die homozentrischen Sphären des Eudoxos*, Abh. Gesch. Math. I, Leipzig 1877.

Ferner bestreitet er, daß die Exzentrizitäten die Ursachen der Bewegung nach der Tiefe hin seien. Er glaubt vielmehr, die Bewegung aller Himmelskörper finde um einen einzigen Mittelpunkt statt, der ihr selbst und dem Himmel gemeinsam sei. Nicht als Primärbewegung, sondern als akzidentelle Folge würden von den Planeten Epizykel und exzentrische Kreise durch den Tiefenraum der konzentrischen (Sphären) beschrieben. Denn zwei Oberflächen hat jede Sphäre, die eine nach innen hohl, die andere nach außen gewölbt, und in dem Zwischenraum bewegen sich die Sterne gemäß Epizykeln und Konzentren; zufolge dieser Bewegung beschreiben sie akzidentell die Exzenter. Er sagt auch, für unseren Augenschein seien zwar die Bewegungen der Planeten ungleichförmig, in der Substanz und Wahrheit aber gleichförmig. Jede von ihnen habe eine freiwillige und ungezwungene Bewegung durch die geringste Zahl von Bewegungskomponenten und in geordneten Sphären. Er tadelt einige Philosophen, welche die Sterne wie etwas Unbeseeltes ihren Sphären anheften und für ihre Kreise eine Vielheit von Sphären einführen, so wie es ARISTOTELES sich denkt und unter den Mathematikern MENAICHMOS und KALLIPPOS, welche tragende und zurückrollende Sphären angenommen haben. Gemäß diesen Vorausannahmen glaubt er, daß sich der Himmel mit den Gestirnen um die ruhende Erde bewegt in gleichmäßigen und kreisförmigen Bewegungen auf einer Mindestzahl symphonier, konzentrischer und zwangloser Bahnen, und er zeigt, daß diese Hypothesen auch bei PLATON gewahrt werden.

D. Die Fixsterne drehen sich um die durch die Pole gehende Achse, die Planeten aber um diejenige Achse, die zur Ebene des Tierkreises senkrecht steht. Die Achse der Fixsterne und die der Planeten sind um die Seite des Fünfecks voneinander entfernt.

2. Die Disposition des Fragmentes

Das Kapitel des DERKYLLIDES, aus dem THEON uns einen Auszug gibt, trägt nach THEON den Titel *Von der Spindel und den Wirteln in Platons Politeia*. Die Absicht des DERKYLLIDES war offenbar, einen astronomischen Kommentar zum Schlußmythos der *Politeia* zu geben. Die Frage, die er zu beantworten hatte war: Welche astronomische Theorie liegt dem Spindelmodell PLATONS zugrunde?

Eine begründete Antwort auf diese Frage gibt DERKYLLIDES nicht. THEON sagt mit Recht, DERKYLLIDES habe ‚ohne jede sachgemäße und angemessene Ordnung über diese Gegenstände geschrieben‘. Was er bringt, sind einige aus EUDEMOS entnommene Daten aus der Geschichte der Astronomie vor PLATON und zur Zeit PLATONS, sowie eine allgemeine Betrachtung über die Prinzipien der Astronomie. Er führt einige alte

Theorien an, die er für falsch erklärt, sodann eine, die er für richtig hält, und erklärt dann ohne nähere Begründung, daß auch PLATON damit übereinstimmt.

Von den vier Abschnitten A–D ist C der einzige, der zur Erklärung der Spindel und der Wirtel etwas beiträgt. Jedoch wurde dieser Abschnitt ursprünglich nicht zu diesem Zweck geschrieben. Dem Autor der Ausführungen, die DERKYLLIDES im Abschnitt C exzerpiert hat, war es nicht so sehr darum zu tun, zu erläutern, was PLATON mit seinem Spindelmodell meinte, sondern er wollte über die Prinzipien der Astronomie schreiben und darüber, wie man die Astronomie logisch aufbauen soll, welche Annahmen man machen und welche man verwerfen soll. Der Abschnitt C stammt also, wie ich annehme, aus einer älteren Abhandlung über die Prinzipien der Astronomie.

Für diese Annahme spricht auch, daß der Autor des Abschnittes C heftig polemisiert gegen Ansichten, die zur Zeit des DERKYLLIDES längst überholt und widerlegt waren. DERKYLLIDES lebt nach KROLL (*RE*, Art. *Derkyllides* 3) zur Zeit des Kaisers TIBERIUS. Damals war die Bewegung der Planeten im Tierkreis allgemein akzeptiert. Niemand glaubte mehr, daß die Sterne am Horizont erlöschen und nachher wieder aufflammen. Die Lehre vom Zurückbleiben der Planeten in der Wirbelbewegung des Äthers, die ANAXAGORAS und DEMOKRITOS vertreten hatten, hatte zur Zeit des Kaisers TIBERIUS kaum mehr Anhänger: der letzte Vertreter dieser Lehre war der Dichter LUCRETIUS, der zur Zeit des JULIUS CAESAR gestorben ist. Der Autor des Abschnittes C hält es aber für nötig, vehement gegen die ‚von den Alten gegebenen schwachen und leichtfertigen Erklärungen des sogenannten Zurückbleibens‘ Stellung zu nehmen. Man kann daher vermuten, daß dieser Autor spätestens zur Zeit CAESARS gelebt hat, und daß er selbst aus Quellen schöpft, die dem vierten oder fünften Jahrhundert vor Chr. angehören, als der Streit um das ‚Zurückbleiben‘ noch aktuell war.

Die ausdrückliche Versicherung, daß es sieben Planeten gibt und nicht mehr, ist ebenfalls gegen DEMOKRITOS gerichtet, der gesagt hat, daß wir nicht wissen, wieviele Planeten es gibt.

Da DERKYLLIDES eine Erläuterung zum Schlußmythos der *Politeia* schreiben wollte, mußte er Hinweise auf PLATON hineinbringen. Er hat es an zwei Stellen getan: in der Mitte und am Schluß des Abschnittes C. Man kann diese Hinweise auf PLATON aus dem Text herausstreichen, ohne den Zusammenhang zu stören. Ich vermute, daß PLATON in der Vorlage des DERKYLLIDES nicht erwähnt war.

Stammen alle vier Abschnitte A–D vom gleichen Autor?

Abschnitt B schließt sich gut an A an. Andererseits hängen die Abschnitte B und D eng miteinander zusammen. Man kann also annehmen, daß A, B und D vom gleichen Autor stammen.

Im Abschnitt C wird gesagt, daß die schraubenförmigen Linien nicht als primäre Ursache der Planetenbewegung zu betrachten sind, sondern nur als deren zufällige Folge. Im Abschnitt D wird diese Aussage fast wörtlich wiederholt und ausführlich begründet. Die Abschnitte C und D stammen also vermutlich vom gleichen Autor.

Zusammenfassend können wir annehmen, daß die Abschnitte A–D Exzerpte aus dem Werk eines einzigen Autors sind.

3. Der vermutliche Autor

Der Autor von A hat die Geschichte der Astronomie des EUDEMOS benutzt. Der Autor von C war ebenfalls ein guter Kenner der Geschichte der Astronomie im 5. und 4. Jahrhundert. Die Autoren, die er zitiert, gehören alle dem 4. Jahrhundert an. Der letzte zitierte Autor, KALLIPOS, lebte kurz vor EUDEMOS. Es scheint, daß der Autor von C seine Kenntnis der Geschichte der Astronomie ganz oder größtenteils von EUDEMOS hatte.

In D wird HIPPARCHOS genannt, also lebte unser Autor nach 130 vor Chr.. Andererseits hat DERKYLLIDES, der wahrscheinlich zur Zeit des TIBERIUS (14–37 nach Chr.) lebte, die Abschnitte A–D von unserem Autor entlehnt. Dieser lebte also zwischen 130 vor und 30 nach Chr. Er war ein fachkundiger Astronom und ein Erkenntnistheoretiker, der sich ganz allgemein für die Grundlagen und Methoden der mathematischen Wissenschaften interessierte, wie der Anfang des Stückes C beweist.

Wir kennen einen Autor, der alle diese Bedingungen erfüllt, nämlich GEMINOS, den Autor der *Einführung in die Phänomene* (ed. MANITIUS, Leipzig 1898). Auf Grund einer Angabe über die Datierung des Isisfestes kann man dieses Werk auf etwa 70 vor Chr. datieren.

Ein bekanntes Fragment des GEMINOS, das SIMPLIKIOS (*Komm. zur Physik*, S. 292 DIELS) uns erhalten hat, handelt vom Unterschied in der Einstellung des Physikers und des Astronomen gegenüber den Hypothesen der Astronomie. GEMINOS war also in der Tat erkenntnistheoretisch interessiert. Nach TANNERY (*La géométrie grecque*, p. 19) lautet der Titel eines Werkes von GEMINOS, das PROKLOS in seinem EUKLIDkommentar sehr viel benutzt hat, *Betrachtung der mathematischen Wissenschaften* (τῶν μαθηματικῶν θεωρία). In ein solches Werk würde ein Kapitel über die Prinzipien der Astronomie sehr gut hincinpassen.

In dem erwähnten EUKLIDkommentar zitiert PROKLOS sehr häufig die Geschichte der Geometrie des EUDEMOS. TANNERY hat in seiner *Géométrie grecque* wahrscheinlich gemacht, daß alle diese EUDEMOSzitate nicht direkt aus EUDEMOS, sondern aus GEMINOS stammen. Insbesondere gilt das für den sogenannten *Katalog der Geometer*, der zwar letzten Endes auf der Geschichte der Geometrie des EUDEMOS beruht, aber von GEMINOS bearbeitet wurde. Die kurzen Angaben des Geometerkataloges über die Leistungen einzelner Geometer sind ganz ähnlich den kurzen Angaben des Fragmentes A über die Leistungen einzelner Astronomen. Alles spricht für die Annahme, daß beide Exzerpte, der Geometerkatalog und das Fragment A, von einem und demselben Autor zusammengestellt wurden.

Am Schluß des Geometerkataloges hat PROKLOS (wahrscheinlich nach GEMINOS) einige Angaben über EUKLEIDES hinzugefügt, die nicht aus EUDEMOS stammen. Ebenso hat der Autor von A–D im Teil D Angaben über HIPPARCHOS hinzugefügt, die nicht aus EUDEMOS stammen.

Ein letztes Argument. Wir werden im folgenden sehen, daß Teil C im Aufbau und im Wortlaut eine starke Verwandtschaft mit einer Stelle in der *Isagoge* des GEMINOS, die von der Astronomie der Pythagoreer handelt, aufweist. Wenn Teil C vom gleichen Autor stammt, so findet diese Verwandtschaft ihre natürliche Erklärung.

Die folgenden Ausführungen sind unabhängig davon, ob der Abschnitt C von GEMINOS stammt oder nicht.

4. Prinzipien und Hypothesen

Bei der folgenden Analyse beschränken wir uns auf Teil C des DERKYLIDESTextes. Am Anfang dieses Textes ist von Hypothesen die Rede, über die man sich vorweg verständigen soll und von denen aus die weitere Lehre von der Planetenbewegung fortschreitet. Liest man den Text genau, so sieht man, daß zuerst von Hypothesen die Rede ist, dann von Prinzipien (*Archai*), dann wieder von Hypothesen und noch einmal von Prinzipien. Es scheint, daß die beiden Ausdrücke als Synonyme benutzt werden. Es heißt nämlich ganz zu Anfang: Wenn man nicht zuerst die *Hypothesen* festgestellt hat, so ist es unmöglich, die nach den *Prinzipien* kommenden Sätze anzuknüpfen. Das ergibt nur dann einen guten Sinn, wenn die zuletzt genannten Prinzipien dasselbe sind wie die zuerst genannten Hypothesen.

Nachher kommt das Wort Hypothesen noch zweimal vor. Es ist klar, daß der Autor großen Wert auf die Einsicht legt, daß die Geometrie, Musik und Astronomie auf gewissen Grundannahmen beruhen, über die man sich gleich am Anfang verständigt. In fast allen mathematischen Abhandlungen, so sagt er, stehen diese Prinzipien an der Spitze.

Das große astronomische Werk des PTOLEMAIOS, der sogenannte *Almagest*, ist nicht in der Weise aufgebaut. Die Hypothesen, die PTOLEMAIOS einführt, werden nicht am Anfang des Werkes zusammengestellt, sondern nach und nach eingeführt und aus der Erfahrung begründet, wie in einer modernen naturwissenschaftlichen Abhandlung. Es gibt aber eine viel ältere Abhandlung des ARISTARCHOS über die Abstände der Sonne und des Mondes, in der die Hypothesen am Anfang zusammengestellt sind. Hat man diese Hypothesen einmal angenommen, so ist alles weitere eine logische Folge. Wenn man die Aussage des DERKYLLIDES, daß fast alle mathematischen Abhandlungen so aufgebaut waren, ernst nimmt, so folgt, daß es eine Zeit gegeben hat, in der diese Art, Abhandlungen zu schreiben, die Regel war.

Nach der Aufzählung der ersten vier Prinzipien fährt DERKYLLIDES fort: ‚Wenn wir annehmen, daß die Planeten sich . . . geordnet, gleichmäßig und kreisförmig bewegen, so werden wir wohl die Wahrheit über sie nicht verfehlen.‘ Am Schluß fügt er hinzu, daß der Himmel mit den Sternen sich um die ruhende Erde bewegt mit sehr wenigen, gleichmäßigen, kreisförmigen und symphonischen Bewegungen in zwanglosem Lauf, und er ‚zeigt, daß diese Hypothesen auch bei PLATON gerettet werden‘.

Das Verbum *retten* (*σώζειν*), das im letzten Satz vorkommt und das offenbar etwa soviel heißt wie *rechtfertigen*, *bestätigen*, kommt im gleichen Zusammenhang in den Zeugnissen von GEMINOS und EUDEMOS vor, die wir früher schon zitiert haben. In beiden Zeugnissen ist, ebenso wie bei DERKYLLIDES, von Hypothesen über gleichmäßige Kreisbewegungen die Rede. Die Adjektive *geordnet*, *kreisförmig*, *gleichmäßig* etc. werden etwas variiert, aber es ist immer dasselbe gemeint. Bei EUDEMOS und GEMINOS heißt es übereinstimmend, man solle die Hypothesen so aufstellen, daß dadurch ‚die Erscheinungen gerettet‘ werden. Das heißt, die angenommenen Bewegungen im Raum sollen so beschaffen sein, daß bei der Betrachtung dieser räumlichen Bewegungen von der Erde aus genau die wahrgenommenen Erscheinungen herauskommen. Bei DERKYLLIDES fällt das Wort *retten* ebenfalls, aber die Formulierung ‚er zeigt, daß die Hypothesen (auch bei PLATON) gerettet werden‘ ist weniger klar.

Die Abschnitte aus DERKYLLIDES und GEMINOS sind in ihrem ganzen Aufbau und in der Wahl der Worte sehr ähnlich. Der Ausdruck ‚kreisförmige und gleichmäßige Bewegung‘ kommt bei DERKYLLIDES wie bei GEMINOS zweimal vor: je einmal in der Mitte als Grundannahme der Astronomie und einmal am Schluß in Verbindung mit den Worten *Hypothesen* und *retten*. Die klare und logische Formulierung bei GEMINOS ‚Sie stellten die Forderung, durch Hypothesen über gleichmäßige Kreisbewegungen die Erscheinun-

gen zu retten' scheint die ursprüngliche zu sein, während DERKYLLIDES anscheinend den Satz verkürzt und einen Hinweis auf PLATON eingeschoben hat.

5. Der pythagoreische Ursprung des Abschnittes C

DERKYLLIDES nennt die Pythagoreer nicht, aber das von ihm entwickelte Programm eines logischen Aufbaus der Geometrie, Harmonik und Astronomie stimmt genau mit dem Programm der Pythagoreer überein. Das soll jetzt im Einzelnen nachgewiesen werden.

Am Anfang des Abschnittes C wird verlangt, die Astronomie ähnlich wie die Geometrie und Harmonik auf Hypothesen aufzubauen. Nun haben wir früher gesehen, daß die Pythagoreer ihre Geometrie und Harmonik in eben dieser Weise begründet haben, und aus PLATON wissen wir, daß sie die Harmonik und die Astronomie als Schwesterwissenschaften betrachteten. Die Forderung, die drei Wissenschaften in gleicher Weise zu begründen, stammt also von den Pythagoreern.

PLATON sagt, daß die Mathematiker vor ihm, insbesondere also die Pythagoreer, ihre Wissenschaft auf Hypothesen aufbauten. DERKYLLIDES und PLATON sprechen beide, mit starker Betonung, von Hypothesen und Prinzipien, aber während PLATON sich durch die Kraft der Dialektik von den Hypothesen befreien möchte, sagt DERKYLLIDES, Hypothesen seien für den Aufbau der Wissenschaft notwendig. Er sagt auch, man solle sich über die Hypothesen *vorher einigen*. Die gleiche *Einigung* (Homologia) erwähnt auch PLATON, aber er sagt mit Nachdruck, daß daraus niemals echtes Wissen hervorgehen kann. Die Vorlage des DERKYLLIDES stellt sich also auf den Standpunkt der Pythagoreer, nicht auf den PLATONS.

Noch an einer Stelle verrät sich der pythagoreische Ursprung der von DERKYLLIDES dargestellten Wissenschaftstheorie. DERKYLLIDES nennt die Planetenbewegungen nicht nur kreisförmig, gleichmäßig und geordnet, sondern auch *symphon*. Nach der Auffassung der Pythagoreer erzeugen die Planetenbewegungen Töne, die eine Harmonie bilden. Nur wenn man von dieser Grundidee ausgeht, hat es einen Sinn, von *symphonischen Bewegungen* zu sprechen.

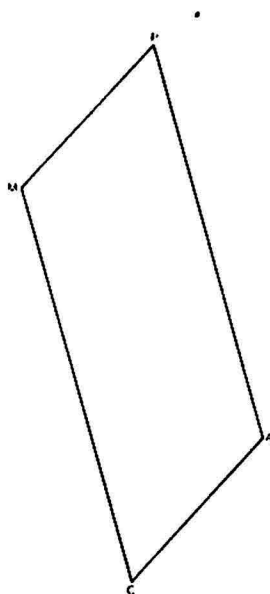
6. Epizykel und Exzenter bei Derkyllides

Gegen Ende des Teiles C diskutiert DERKYLLIDES die Hypothesen der Exzenter und Epizykel. Die folgenden drei Sätze seines Berichtes mögen etwas genauer betrachtet werden.

1. Er bestreitet, daß die Exzentrizitäten die Ursache der Bewegung nach der Tiefe hin sind.
2. Nur als zufällige Folge, nicht als erste Ursache, werden von den Planeten [Epizykel und] exzentrische Kreise durch den Tiefenraum der konzentrischen Sphären beschrieben.
3. Denn zwei Oberflächen hat jede Sphäre, eine nach innen hohl, eine nach außen gewölbt, und in dem Zwischenraum bewegen sich die Sterne gemäß Epizykeln und Konzentern, und bei dieser Bewegung beschreiben sie zufällige Exzenter.

Die ‚Bewegung nach der Tiefe hin‘, von der in 1 die Rede ist, ist die Bewegung der Planeten von der Erde weg und zu ihr hin. In Satz 1 heißt es, daß ihre Ursache nicht die Exzentrizität der Bahnen ist. In Satz 3 steht, daß die wahre Ursache die Bewegung auf Epizykeln und Konzentern im Zwischenraum zwischen zwei konzentrischen Sphären ist und die Exzenterbewegung nur eine zufällige Folge. Dasselbe steht auch in Satz 2, wenn man die eingeklammerten Worte [Epizykel und] wegläßt. Läßt man sie nicht weg, so sagt Satz 2 über die Epizykelbewegung genau das Gegenteil aus wie Satz 3. Ich möchte annehmen, daß beim ersten Autor der Abhandlung C der Widerspruch nicht vorhanden war. Einer der beiden Abschreiber, DERKYLLIDES oder THEON, wird vielleicht einen längeren Satz, in dem die Epizykel erwähnt werden, falsch gekürzt haben.

Läßt man die Worte [Epizykel und] weg, so ergibt der ganze Passus einen vernünftigen Sinn. Stellen wir uns eine Epizykelbewegung einmal vor. Die



Erde sei im Punkte C, dem ‚Mittelpunkt des Weltalls‘. Der Planet P bewegt sich in einem kleinen Kreis um M, dem Mittelpunkt des Epizykels, während M selbst einen Konzentrischen, d. h. einen größeren Kreis um C durchläuft. Die Radien CM und MP drehen sich mit gleichmäßiger Geschwindigkeit. Im Fall der Sonne dreht sich nur der große Radius CM, während der Epizykelradius MP seine Richtung im Raum beibehält.

Zeichnet man nun das Parallelogramm CMPA, so dreht sich AP gleichmäßig um A. Im Fall der Sonne bleibt der Punkt A fest; der Punkt P beschreibt also einen exzentrischen Kreis um den festen Mittelpunkt A. Bei den übrigen Planeten durchläuft P einen exzentrischen Kreis um A, während A sich gleichmäßig um C dreht. In beiden Fällen hat es einen guten Sinn, zu sagen, die ‚wahre Ursache der Bewegung nach der Tiefe hin‘ sei die Epizykelbewegung, aber als ‚zufällige Folge‘ laufe P auf einen Exzenter. Der ganze Passus ist also astronomisch richtig, abgesehen von den Worten ‚Epizykel und‘, die wahrscheinlich durch ein Mißverständnis des DERKYLLIDES hineingekommen sind.

Wenn nun die ganze im Abschnitt C dargestellte astronomische Theorie von den Pythagoreern herrührt, dann müssen die Pythagoreer Epizykel und Exzenter gekannt haben. Dafür gibt es ein gutes, von DERKYLLIDES unabhängiges Zeugnis in einer astronomischen Abhandlung von PROKLOS (*Hypotyposis*, ed. MANITIUS S. 18):

Da nun aber schon die berühmten Pythagoreer, wie wir aus der Geschichte wissen, den auf Exzenter und Epizykel beruhenden Hypothesen, weil sie einfacher sind als die anderen, den Vorzug gaben – soll doch Pythagoras selbst bezüglich jener Aufgaben die Forderung gestellt haben, man müsse mit Hilfe der wenigsten und einfachsten Hypothesen zur Lösung der Probleme schreiten; solche seien jedenfalls den göttlichen Körpern angemessener als die gegenteiligen – . . .

Der Text des PROKLOS enthält zwei Aussagen: eine über die Pythagoreer und eine über PYTHAGORAS. Die Aussage über die Pythagoreer bezeichnet PROKLOS als sicheres Wissen ‚aus der Geschichte‘. Das PYTHAGORASzitat, das er zur Bekräftigung und Bestätigung hinzufügt, hat er nur vom Hörensagen: ‚soll doch PYTHAGORAS selbst die Forderung gestellt haben . . .‘. Wir lassen PYTHAGORAS zunächst beiseite und fragen, aus welcher Quelle das Zeugnis über die Pythagoreer stammt.

PROKLOS sagt ‚wie wir aus der Geschichte wissen‘. Er hat also einen Auszug aus einer Geschichte der Astronomie in Händen gehabt. Die einzige Geschichte der Astronomie, von der wir Kunde haben, ist die des EUDEMOS. Also liegt die Vermutung nahe, daß die Mitteilung über die Pythagoreer letzten Endes aus EUDEMOS stammt.

Außerdem gibt es im Mathematikerkatalog des PROKLOS eine ähnliche Berufung auf ‚die Geschichte‘. Dort ~~steht~~ es nämlich, nach dem PHILIPPOS von Mende erwähnt ist:

Bis auf diesen herab führen die Geschichtsschreiber die Entwicklung dieser Wissenschaft zurück.

Die direkte Quelle des Mathematikerkataloges des PROKLOS ist, wie TANNERY nachgewiesen hat, die Schrift des GEMINOS *Betrachtung der mathematischen Wissenschaften*, und die Quelle des GEMINOS ist EUDEMOS. Die Vermutung liegt also nahe, daß die Überlieferung über die Epizykel und Exzenter denselben Weg gegangen ist: von EUDEMOS über GEMINOS zu PROKLOS.

Die Mitteilung über PYTHAGORAS, der gesagt haben soll, daß man immer ‚mit den wenigsten und einfachsten Hypothesen‘ die Probleme lösen soll, ist mit Vorsicht zu verwenden, wie alle PYTHAGORASzitate. Wir können aber annehmen, daß die Pythagoreer diese Forderung gestellt haben, denn auch im DERKYLLIDESfragment steht, man solle ‚möglichst wenige gleichmäßige, kreisförmige und symphone Bewegungen‘ annehmen.

Alle unsere Zeugnisse deuten also darauf hin, daß die Pythagoreer hohle Sphären angenommen haben, die von je zwei konzentrischen Kugelflächen begrenzt werden, zwischen denen die Planeten sich auf Epizykeln bewegen.

Was die Exzenter betrifft, haben wir als weiteren Zeugen NIKOMACHOS von Gerasa. SIMPLIKIOS schreibt nämlich in seinem Kommentar zu *De Caelo* (ed. HEIBERG, S. 507):

Die späteren aber verwarfen die Hypothese der konzentrischen Sphären... und setzten an ihre Stelle die Hypothesen der Exzenter und Epizykel, wenn die der exzentrischen Kreise nicht schon von den Pythagoreern erdacht wurde, wie andere erzählen, unter denen Nikomachos und ihm folgend Jamblichos.

NIKOMACHOS war ein Neupythagoreer, und die Neupythagoreer waren durch eine direkte Tradition mit den alten Pythagoreern verbunden. Sein Zeugnis hat also den Wert einer unabhängigen Bestätigung.

Noch wichtiger ist die Bestätigung durch den Text des PLATON.

7. Platon und die Epizykelhypothese

In meiner Abhandlung *AdP* habe ich die Ansicht vertreten, daß PLATON im Schlußmythos der *Politeia* und im *Timaios* die Epizykelhypothese zugrunde gelegt hat. Die Argumente sind, kurz zusammengefaßt, folgende.

In der *Politeia* wird das Weltall als Spindel dargestellt, deren acht Wirtel wie Schachteln ineinander passen. Man kann sich die acht Wirtel etwa als konzentrische Sphären vorstellen; die äußerste ist die Fixsternsphäre. Denkt man sich die Sphären durch eine Ebene quer zur Stange durchgeschnitten, so zeigen sich, wie PLATON sagt, 'ihre Ränder von oben her als Kreise'.

Nun werden die Breiten der Randkreise beschrieben. Den breitesten Rand hat der äußerste Wirtel, also die Fixsternsphäre. Dann folgen die anderen, nach abnehmenden Breiten geordnet, in der Reihenfolge

Venus Mars Mond Sonne Merkur Jupiter Saturn.

Mit den Breiten der Randkreise meint PLATON, wie es scheint, die Abstände zwischen der äußeren und der inneren Oberfläche einer jeden Planetensphäre. Warum legt er so großen Wert auf diese Breiten?

Wenn jeder Planet sich auf einer bestimmten sphärischen Oberfläche bewegen würde, so hätten wohl die Radien dieser Sphären eine astronomische Bedeutung, aber nicht die Differenzen zwischen den Radien. Wenn aber jeder Planet sich in dem Zwischenraum zwischen zwei konzentrischen Sphären bewegt, dann ist die Breite dieses Zwischenraumes gerade der Spielraum, der dem Planeten für seine 'Bewegung nach der Tiefe hin' zur Verfügung steht. Der Planet könnte sich dann, wie DERKYLLIDES es auch annimmt, zwischen den konzentrischen Sphären nach Konzenter und Epizykel bewegen.

Auch THEON von Smyrna bringt in einem Abschnitt, der wahrscheinlich auf ADRASTOS zurückgeht, die Wirtel PLATONS mit der Epizykelhypothese in Verbindung:

Wie es scheint, meint auch Platon, daß die Epizykelhypothese am meisten leistet und daß es nicht Sphären sind, sondern Kreise, welche die Planeten tragen, wie er denn auch am Schluß der *Politeia* in dunklen Andeutungen von den miteinander verbundenen Wirteln redet.

Warum PLATON der Fixsternsphäre die größte Breite gibt, weiß ich nicht. Vielleicht hat er angenommen, daß die einzelnen Sterne in verschiedenen Entfernungen von uns stehen. In einem alten Keilschrifttext HS 229 aus Nippur werden für einige Fixsterne verschiedene Entfernungen angenommen (siehe van der WAERDEN, *Anfänge der Astronomie*, S. 55).

Lassen wir die Fixsterne, Mond und Sonne außer Betracht, so bleiben die fünf eigentlichen Planeten übrig. Die Reihenfolge der Breiten ihrer Sphären ist nach PLATON

Venus Mars Merkur Jupiter Saturn.

Konstruiert man nun für jeden dieser Planeten ein Modell eines Epizykels auf einem Konzentrischen und bestimmt jedesmal das Verhältnis des Epizykelradius zum Radius des Konzentrischen, so ist dieses Verhältnis am größten für Venus, dann kommt Mars, dann Merkur, dann Jupiter und schließlich Saturn. Die Platonische Reihenfolge der Breiten läßt sich also aus der Annahme erklären, daß die Breiten der Wirtel genau so groß sind, daß die Epizykel zwischen den konzentrischen Sphären Platz haben. Nur für den Mond und die Sonne hat PLATON breitere Sphären angenommen als es für die Epizykel notwendig wäre.

Wenn die Reihenfolge der Breiten, auf die PLATON so großen Wert legt, eine ganz andere Bedeutung hätte als die hier angenommene, so wäre die Übereinstimmung mit der Reihenfolge der Epizykelradien rein zufällig. Die Wahrscheinlichkeit einer solchen zufälligen Übereinstimmung wäre $\frac{1}{120}$. Also wird es wohl kein Zufall sein.

Im *Timaios* 38 C-D gibt die Dialogperson TIMAIOS – ein Pythagoreer! – eine Erklärung dafür, warum ‚die Sonne, der Stern des Hermes und der Morgenstern sich in regelmäßigem Wechsel überholen und voneinander eingeholt werden‘. Die Erklärung beruht auf der Annahme, daß Merkur und Venus einen ‚der Sonne entgegengesetzten Bewegungsantrieb‘ erhalten haben. Der Text ist sehr dunkel, aber man kann ihn genau deuten, wie ich in *AdP* gezeigt habe, indem man für die Sonne, Merkur und Venus je eine Epizykelbewegung annimmt, wobei die Epizykel von Merkur und Venus sich in die entgegengesetzte Richtung zum Epizykel der Sonne drehen.

Nach PROKLOS (Kommentar zum *Timaios*) haben auch ‚einige Mathematiker‘ den PLATONtext im Sinne der Epizykeltheorie gedeutet. PROKLOS stimmt diesen Mathematikern aber nicht bei. Er beruft sich auf den ‚göttlichen Jamblichos‘, der ‚das Ineinandergekreisel der Epizykel als zu künstlich und Platonfremd verwirft‘.

Die Deutung des PLATONtextes durch Epizykel für Venus, Merkur und die Sonne, deren Mittelpunkte auf einer Geraden liegen, findet sich nicht nur bei den *Mathematikern* des PROKLOS, sondern auch im *Timaios*kommentar des CHALCIDIUS. Die dort beigelegte Figur ist, von einer unwesentlichen Verzerrung abgesehen, astronomisch richtig; sie stammt also von einem fachkundigen Mathematiker. CHALCIDIUS unterstreicht dreimal (in Kap. 81, 109 und 112), daß die Bewegung der Sonne auf ihrem Epizykel entgegengesetzt zu den Bewegungen von Venus und Merkur auf ihren Epizykeln ist. Dasselbe sagt auch THEON von Smyrna (S. 175). Dieser Teil der *Expositio* des THEON geht auf den *Timaios*kommentar des ADRASTOS zurück, auf dem auch der Kommentar des CHALCIDIUS größtenteils beruht. Aus alledem folgt, daß die hier vorgetragene Deutung des PLATONtextes von fachkundigen antiken Mathematikern vertreten und in den *Timaios*kom-

mentaren dargestellt wurde. Widersprochen haben, soviel wir wissen, nur JAMBLICHOS und PROKLOS.

Unsere frühere Schlußfolgerung, daß die Pythagoreer die Epizykelhypothese vertraten, und die jetzige, daß PLATON die gleiche Hypothese gekannt und dem Pythagoreer TIMAIOS in den Mund gelegt hat, sind aufs Beste miteinander in Übereinstimmung. Dabei sind die jetzt angeführten Quellen von den früheren völlig verschieden und unabhängig.

8. Ein Einwand

Gegen die hier vertretene Auffassung kann man einen schwerwiegenden Einwand geltend machen. Die Epizykeltheorie erklärt die Erscheinungen besser als die homozentrischen Sphären des EUDOXOS. Wenn also zur Zeit des PLATON die Epizykeltheorie schon vorlag, wie ist es dann zu erklären, daß PLATON den Astronomen die Frage stellte, 'wie man durch Hypothesen über gleichmäßige Kreisbewegungen die Erscheinungen retten könne', und daß EUDOXOS 'als erster unter den Griechen' eine Antwort auf diese Frage PLATONS vorlegte?

Darauf ist folgendes zu erwidern. Die ausführlichsten Zeugnisse über die Epizykelhypothese bei den Pythagoreern und PLATON, die wir vorhin angeführt haben, erwähnen immer nur die Sonne Venus und Merkur. Auch PLATONS Andeutungen beziehen sich nur auf diese drei Planeten. Über die anderen vier (Mond, Mars, Jupiter, Saturn) sagt er nur:

Was aber die anderen anlangt, so läßt sich hier nicht für jeden der Platz, den ihm der Gott anwies, nebst den Gründen dafür anführen; denn die an sich hier nur beiläufige Sache würde dann in der Ausführung einen Umfang beanspruchen, der in keinem Verhältnis mehr zur Hauptsache stünde. Dies ist also ein Gegenstand, der vielleicht später einmal bei voller Muse eine seiner Wichtigkeit entsprechende Behandlung finden kann.

Ich möchte annehmen, daß die Pythagoreer nur für die Sonne, für Venus und für Merkur die Epizykel wirklich konstruiert und gezeigt haben, daß man so die Erscheinungen retten kann. Für die drei äußeren Planeten und den Mond blieb die Epizykelhypothese eine Hoffnung, ein Programm für künftige Untersuchungen. So kam es, daß PLATON den Astronomen seiner eigenen Zeit von neuem das Problem vorlegte, durch Hypothesen über gleichmäßige Kreisbewegungen die Erscheinungen *sämtlicher* Planeten zu retten.

Teil IV: Die Erkenntnistheorie der Pythagoreer

Zusammenfassend können wir sagen:

Die Pythagoreer, die um die Mitte des fünften Jahrhunderts vor Chr. lebten, haben nicht nur ein großartiges System von vier mathematischen Wissenschaften – Arithmetik, Geometrie, Harmonik, Astronomie – aufgestellt, sondern sie haben auch erkenntnistheoretische Betrachtungen über diese Wissenschaften angestellt: sie haben eine *Wissenschaftslehre* entwickelt, von der Fragmente bei PLATON, GEMINOS und DERKYLLIDES zu finden sind. Die Hauptpunkte dieser Wissenschaftslehre sind folgende.

1. Die *Arithmetik* und *Geometrie* handeln von idealen Gegenständen, die man nur durch Gedanken erfassen kann: von der unteilbaren Einheit, von Punkten ohne Ausdehnung etc. Die *Harmonik* und die *Astronomie* dagegen handeln von hörbaren Tönen und sichtbaren Himmelskörpern.
2. In der *Arithmetik* braucht man keine Axiome oder Hypothesen. Nur die Existenz der Eins und die Möglichkeit der unbeschränkten Addition und Multiplikation muß man voraussetzen: alles andere ergibt sich rein logisch.
3. In der *Geometrie* braucht man Axiome, aber nur solche, die ‚für jeden klar und einleuchtend sind‘, wie PLATON sagt. Auch Existenzpostulate braucht man, z. B. daß durch je zwei Punkte eine Gerade geht.
4. Die *Harmonik* und *Astronomie* sollen, so wird verlangt, ähnlich wie die *Geometrie* logisch aufgebaut werden, von ausdrücklich formulierten Hypothesen ausgehend. In diesen beiden Wissenschaften braucht man, zum Unterschied von der *Geometrie*, auch solche Hypothesen, die nicht für jeden evident sind. Dazu gehören gewisse Erfahrungstatsachen, wie z. B. daß es genau 7 Planeten gibt. Es gehören aber auch Hypothesen dazu, die nicht aus der Erfahrung stammen, sondern durch Betrachtungen über die Göttlichkeit der Gestirne, die Ewigkeit des Weltalls und die Schönheit der Zusammenklänge gerechtfertigt werden. Die Wissenschaft der Pythagoreer hängt also mit ihrer Theologie eng zusammen.
5. Aus theologischen Gründen wird angenommen, daß die Himmelsgötter, ihrer ewig gleichbleibenden Natur gemäß, nur gleichmäßige Kreisbewegungen ausführen können.
6. Über die Hypothesen der *Geometrie*, *Harmonik* und *Astronomie* muß man sich, so sagen die Pythagoreer, vorher einigen; dann erst kann die Untersuchung ihren Fortgang nehmen.
7. In der *Astronomie* gilt ein Ökonomieprinzip: Man soll versuchen, mit möglichst wenigen Kreisbewegungen auszukommen.

8. Die Annahmen sollen so beschaffen sein, daß sie ,die Erscheinungen retten', d. h. durch Projektion der angenommenen Bewegungen auf die Himmelskugel sollen die beobachteten Bewegungen herauskommen.

Summary

The Pythagoreans had four exact sciences: Arithmetics, Geometry, Harmonics und Astronomy. The main purpose of this paper is to show that they also developed a Methodology of Science. In their opinion, the three sciences Geometry, Harmonics and Astronomy ought to be based on axioms or hypotheses, which should be agreed upon from the very beginning. In Arithmetics, no axioms were required. The axioms of Geometry were considered as evident. The hypotheses of Harmonics and Astronomy were justified by theological arguments and it was required that they should ,save the appearances'.

Platon knew and criticized this Methodology. His ideal was a pure Science of Ideas, derived from a non-hypothetical starting point: the Anhypotheton.

