

HYPOTHÈSE ASTRONOMIQUE DE PYTHAGORE (1)

PAR TH. HENRI MARTIN

DOYEN DE LA FACULTÉ DES LETTRES DE RENNES
MEMBRE DE L'INSTITUT.319
MARTIN, T.H.
1872

De même que Xénophane, fondateur de l'école d'Elée dans la Grande Grèce, de même aussi son contemporain Pythagore, fondateur d'une autre école philosophique, plus illustre encore, dans la même contrée, était un ionien ; mais ce n'était pas seulement, comme Xénophane, en matière de mythologie et de philosophie qu'il avait rompu avec les traditions ioniennes : c'était aussi en matière de cosmographie. Né à Samos dans le premier quart du VI^e siècle avant notre ère, il vint en Italie peu après le milieu de ce même siècle. Il ne faut pas croire qu'auparavant il soit allé dans l'Inde, comme on l'a prétendu contre toute vraisemblance, ni même à Babylone, comme l'ont dit quelques auteurs anciens, que d'autres auteurs anciens contredisent ; mais il est possible qu'il soit allé d'une part en Egypte et en Phénicie, d'autre part à Sparte et en Crète. Cependant aucun témoignage digne de foi ne garantit aucun de ces quatre derniers voyages plus vraisemblables, mais peut-être aussi fabuleux que les deux premiers. Aristoxène ne paraît avoir entendu parler ni des uns ni des autres. Hérodote qui est pour nous le plus ancien témoin sur la vie de Pythagore, signale une doctrine commune à Pythagore et aux Egyptiens, celle de la métempsychose, doctrine qui, du reste, paraît-il, avait pénétré antérieurement en Grèce ; mais il ne dit pas que Pythagore soit allé la trouver en Egypte (2). Les récits sur tous ces voyages de Pythagore et sur toutes les merveilles de sa vie n'ont commencé que quelque temps après l'époque d'Aristote et de son disciple Aristoxène, et ces récits sont allés s'enrichissant de détails souvent incroyables, impossibles, contradictoires, à mesure que l'éloignement des temps laissait plus libre carrière, d'une part à l'imagination des conteurs, d'autre part à la fabrication des pièces apocryphes (3). Ce qui paraît certain, c'est que, venu en Italie vers l'âge de 40 ans, Pythagore s'était déjà fait connaître auparavant à Samos par son activité philosophique, religieuse, politique et scientifique, mais que, porté par ses tendances vers l'aristocratie doricienne, il avait quitté sa patrie pour chercher près des Doriens du sud

(1) Ce Mémoire est extrait du chapitre IV d'un ouvrage inédit et inachevé, que je me propose de publier, intitulé : *Histoire des hypothèses astronomiques chez les Grecs et les Romains*.

(2) Voyez l'excellente discussion de M. Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, 3.^e éd., t. 1, pages 251—262. Comparez ma dissertation intitulée : *Les signes numériques et l'arithmétique chez les peuples de l'antiquité et du Moyen-âge* (Examen d'un ouvrage de M. Moritz Cantor), chap. 5, *La Vie de Pythagore*, pages 19—22 (Rome, 1864, 103 pages, gr. in-4. Extr. du t. 5, nos 5 et 6 des *Annali di Matematica pura ed applicata*).

(3) Voyez M. Zeller, endroit cité, pages 235—251.

de l'Italie des esprits mieux disposés à accueillir ses doctrines et ses projets. Il fonda à Crotone une corporation politique, mais surtout morale et religieuse, soumise à des règles sévères, liée par la promesse du secret et par le serment, et dont l'influence, prépondérante à Crotone, fut puissante aussi dans d'autres cités de la Grande Grèce. Il y eut toutefois, du vivant même de Pythagore, de violentes résistances, surtout démocratiques, contre la réforme morale et aristocratique qui était le but du philosophe, et contre les pratiques religieuses et symboliques qui étaient ses principaux moyens d'action sur ses adhérents et sur la multitude. L'opposition de ses ennemis le força lui-même à quitter Crotone et à se réfugier dans une autre ville de la Grande Grèce, à Métaponte, où il mourut en paix vers la fin du VI^e siècle (1). Après sa mort, les attaques et les persécutions contre la corporation pythagoricienne devinrent plus violentes, et cette corporation fut même détruite; elle prit fin par le meurtre d'un grand nombre de ses membres et par la fuite des autres; mais il paraît que ce fut seulement vers le milieu du V^e siècle avant notre ère. Alors les pythagoriciens survivants se répandirent en diverses contrées de la Grèce et y portèrent leurs doctrines philosophiques et scientifiques, qui désormais y furent mieux connues (2). Du reste, c'étaient seulement certaines pratiques religieuses et leur signification symbolique qui avaient été l'objet de la loi du secret (3), et non les doctrines dont nous allons parler; mais on n'avait sur celles-ci que des notions très-vagues, parce que ni Pythagore ni ses premiers disciples ne les avaient écrites; ils les avaient transmises seulement par l'enseignement oral.

Ce fut bien des siècles après la mort de Pythagore, que l'on commença d'attribuer à ce philosophe et à ses premiers disciples des ouvrages apocryphes: dans ce qui nous en reste, il est aisé de reconnaître les pensées et le langage d'écoles plus récentes (4). Il existait, il est vrai, un ouvrage authentique du médecin Alcmeon de Crotone, qui plus jeune que Pythagore, fut pourtant contemporain du séjour de Pythagore en cette ville; mais Alcmeon était moins un pythagoricien qu'un penseur indépendant, qui seulement avait subi l'influence du voisinage de l'école pythagoricienne (5). Le premier ouvrage d'un pythagoricien proprement dit est, d'après le témoignage des anciens, le traité *de la Nature* écrit par Philolaüs, contemporain de Socrate et de Démocrite, et réfugié à Thèbes vers la fin du V^e siècle av. J. C. (6). L'école s'éteignit avant la fin du IV^e siècle, avec les disciples d'Eurytus, disciple lui-même de Philolaüs (7).

(1) Voyez M. Zeller, endroit cité, pages 262—284.

(2) Voyez M. Zeller, pages 285—289.

(3) Voyez M. Zeller, pages 275—281.

(4) Voyez M. Zeller, pages 239—251.

(5) Voyez M. Zeller, pages 421—425.

(6) Voyez M. Büchli, *Philolaos des pythagoreers Lehren nebst den Bruchstücken seines Werkes* (Berlin, 1819, n^o 8), et M. Zeller, pages 239—251.

(7) Voyez M. Zeller, page 288.

Quant aux nouveaux pythagoriciens qui parurent quelques siècles après avec des masses d'ouvrages apocryphes, ce ne sont plus de vrais pythagoriciens. Vers la première moitié du IV^e siècle avant J. C., parmi les vrais pythagoriciens qui restaient encore dans la Grande Grèce, le plus célèbre et le plus influent fut Archytas de Tarente, homme politique en même temps que savant et philosophe : il est l'auteur de divers écrits, dont il nous reste quelques fragments authentiques, concernant surtout les mathématiques et la physique ; mais les fragments philosophiques qu'on cite de lui sont tirés d'ouvrages apocryphes, fabriqués sous son nom après l'époque d'Aristote (1). Pour les anciens eux-mêmes, les seuls pythagoriciens dont les doctrines fussent connues par des ouvrages authentiques étaient postérieurs à la dissolution de la corporation pythagoricienne. Quant aux pythagoriciens plus anciens, leurs doctrines étaient connues par tradition seulement ; mais quelquefois on avait le tort de chercher ces doctrines avec trop de confiance dans des ouvrages fabriqués sous leur nom bien des siècles après eux.

Pour la critique moderne, il y a eu cette matière deux fautes dont il faut se garder. La première, très-grave, mais désormais facile à éviter, consisterait à prêter aux anciens pythagoriciens toutes les opinions exprimées sous leurs noms par des écrivains pseudonymes. La seconde, bien grave aussi et que souvent l'on commet encore, consiste à faire remonter jusqu'à Pythagore et à ses premiers disciples toutes les doctrines authentiques de Philolaüs et des autres pythagoriciens des derniers temps de l'école. Quelques unes seulement de ces doctrines sont attribuées expressément à Pythagore lui-même par des témoignages anciens, que rien ne contredit : il y a lieu de penser que celles-là remontent vraiment jusqu'à lui ; mais celles qu'aucun auteur ancien ne lui attribue sont probablement plus récentes. A plus forte raison, quand des auteurs anciens, qui connaissaient bien les doctrines des pythagoriciens plus récents, attribuent unanimement à Pythagore des doctrines très-différentes, doctrines qui ont dû naturellement précéder celles-là dans le développement de la philosophie et des sciences en Grèce et qu'aucun grec n'avait émises avant l'époque de Pythagore, il y a tout lieu de croire qu'elles lui appartiennent en propre, et il serait contraire aux règles d'une bonne critique de lui attribuer sans preuves, contre les témoignages anciens et contre toute vraisemblance, les opinions des derniers pythagoriciens, opinions qui ont pour antécédent naturel les opinions que les témoignages anciens disent avoir été celles du maître. Nous devons lui attribuer ces dernières avec d'autant plus d'assurance, si nous reconnaissons l'imitation de ces mêmes doctrines, et non de celles de Philolaüs, chez des philosophes qui ont subi l'influence de Pythagore et de ses premiers disciples, et si nous en retrouvons les traces dans l'histoire ultérieure du pythagorisme. Ces

(1) Voyez M. Zeller, pages 289—291, et pages 247—250.

principes de critique ont été longtemps méconnus par les écrivains modernes qui se sont occupés de l'école de Pythagore. Maintenant on est devenu fidèle à ces principes dans leur application à la recherche des doctrines philosophiques de cette école; mais, comme nous allons voir, on manque à ces principes, quand on s'obstine à faire remonter jusqu'à Pythagore un système astronomique qui a été exposé par Philolaüs et par d'autres pythagoriciens de la seconde époque, mais en leur propre nom et nullement au nom de Pythagore, à qui les auteurs anciens attribuent un tout autre système.

Nous avons vu (1) que, parmi les philosophes grecs antérieurs à Pythagore ou contemporains de ce philosophe, aucun n'a considéré la terre comme sphérique et comme habitable dans son hémisphère opposé à celui dont la Grèce fait partie : nous avons vu qu'au contraire les uns ont considéré la terre comme la totalité ou la partie principale de la moitié inférieure de l'univers, et que les autres, par un premier progrès, ont considéré la terre comme un disque soutenu par diverses causes au centre du monde. Nous avons vu aussi que tous ces philosophes n'ont prêté au soleil qu'un seul mouvement au-dessus de la terre habitée, savoir, un mouvement diurne d'orient en occident, un peu inférieur en vitesse au mouvement diurne des étoiles fixes dans le même sens, et accompagné seulement d'un écart annuel du nord au sud et du sud au nord. Pythagore est le plus ancien philosophe grec qu'on ait cité comme ayant eu la notion d'une révolution propre et oblique exécutée annuellement par le soleil autour de la terre, d'occident en orient (2), outre le mouvement diurne, d'orient en occident, que lui est commun avec les étoiles fixes. Nous avons constaté que les opinions des philosophes grecs antérieurs à Pythagore ou ses contemporains persistèrent après lui dans certaines écoles. Mais, depuis Pythagore, on rencontre en Grèce, comme nous le verrons (3), deux systèmes nouveaux, dont le premier a dû, naturellement et selon toutes les vraisemblances, précéder le second, savoir : 1° le système d'après lequel la terre est une sphère, qui, semblable à elle-même de toutes parts, n'a ni partie inférieure ni partie supérieure, et qui, étant au centre du monde et de toutes les révolutions célestes, parce que telle est sa place naturelle, y reste entièrement immobile; 2° le système d'après lequel la terre sphérique est une planète, qui exécute chaque jour une révolution complète autour d'un feu central du monde, qui n'est pas le soleil, et vers lequel l'hémisphère que nous habitons ne se tourne jamais, de sorte que ce feu est toujours invisible pour nous. Il serait très-invraisemblable que, sans avoir passé par le premier de ces deux systèmes, et sans l'avoir trouvé chez

(1) Chap. 3 d'une *Histoire inédite des hypothèses astronomiques*, à laquelle le présent Mémoire appartient.

(2) Voyez le faux Plutarque, *Opinions des philosophes*, II, 12, § 3, et II, 23, § 6, et Stobée, *Ecl. phys.* I, 24, t. 1, page 502.

(3) Chap. 5—7 de la même *Histoire (inédite) des hypothèses astronomiques*.

aucun auteur grec, Pythagore fût arrivé tout d'un coup au second système, si contraire à l'opinion vulgaire et aux apparences, et dont on ne trouve aucunes traces antérieures à son époque chez aucun autre peuple de l'antiquité (1). Si les anciens nous disaient que Pythagore fût arrivé tout à coup à cette conception si peu préparée par les doctrines antérieures, nous pourrions en douter et craindre que, manquant de documents authentiques sur le système astronomique de ce philosophe, ils ne lui eussent prêté par une fausse conjecture le second système, qui fut celui de pythagoriciens postérieurs d'un ou deux siècles, et qui, par une heureuse transformation due à Ecphantus et à Héraclide de Pont, devint un troisième système plus heureux, celui de la rotation diurne de la terre immobile au centre du monde. Mais, si nous voyons que des auteurs anciens, dont plusieurs connaissaient bien le second système, s'accordent pour attribuer le premier à Pythagore, nous aurions grand tort de lui prêter le second, en dépit des témoignages et de la vraisemblance. Or nous allons voir que tel est précisément l'état de la question.

Aristote (2) a exposé les opinions astronomiques des *philosophes originaires d'Italie qu' on nomme*, dit-il, *pythagoriciens*, c'est-à-dire des pythagoriciens venus depuis peu d'Italie dans la Grèce proprement dite et connus par leurs écrits, surtout par ceux de Philolaüs. Mais ni Aristote, ni d'autres auteurs, qui par conséquent ne peuvent pas plus que lui être invoqués contre nous, n'ont parlé spécialement des opinions astronomiques de Pythagore lui-même et de ses premiers disciples. Du reste, après avoir attribué aux pythagoriciens dont il parle un système astronomique qui est celui de Philolaüs, et d'après lequel la terre décrit une orbite autour du centre du monde, Aristote (3) lui-même constate que ce système n'est pas celui de tous les pythagoriciens de son temps, et qu'ils sont en désaccord tant sur la question de la position de la terre, que sur la question de son immobilité ou de son mouvement. En d'autres termes, Aristote lui-même nous apprend que dans l'école pythagoricienne, même depuis Philolaüs, l'hypothèse de l'immobilité de la terre au centre du monde gardait encore des partisans.

Quant aux seuls auteurs dont nous possédions des témoignages exprès sur les notions de Pythagore lui-même en astronomie, nous allons voir ce qu'ils en disent.

Stobée (4), le faux Plutarque (5) et le faux Galien (6) assurent que Pythagore imagina le premier l'*obliquité du zodiaque*. Si ces auteurs avaient voulu

(1) Ce fait sera constaté dans notre *Histoire de l'astronomie physique chez tous les peuples de l'antiquité autres que les Grecs et les Romains*. Je dirai seulement ici, que ma conviction à cet égard n'a point été ébranlée par un Mémoire de M. Chabas, publié en 1864.

(2) *Du Ciel*, II, 13.

(3) *Du Ciel*, II, 13, page 293 b, lig. 15—18 (Berlin).

(4) *Ecl. phys.* 1, 24, t. 1, pag. 502 (Heeren).

(5) II, 12, § 3.

(6) *Œuvres*, t. 4, page 430, lig. 40—41 (éd. gr. de Bâle).

dire que le Zodiaque était connu avant Pythagore comme route annelle du soleil d'occident en orient à travers les constellations, mais que Pythagore le premier s'aperçut de l'obliquité de cette route par rapport aux cercles parallèles décrits chaque jour par les étoiles fixes autour de la terre d'orient en occident, ils auraient dit non-seulement une fausseté, mais une absurdité. Car, dès l'époque d'Homère, on savait en Grèce qu'entre l'été et l'hiver les positions du Soleil varient du nord au sud et du sud au nord. Si donc on avait eu alors la notion d'une course annuelle du soleil, d'occident en orient, on aurait su que cette course était oblique.

Mais au contraire, si ces auteurs ont voulu dire que Pythagore, le premier en Grèce, eut la notion de cette route annuelle du soleil et qu'il en reconnut en même temps l'obliquité, ils ont dit une chose très-vraisemblable. Certainement l'expression de *Zodiaque* ne peut pas avoir appartenu à Pythagore, puisqu'alors les Grecs n'avaient pas encore noté sur la route annuelle du soleil onze ou douze constellations rattachées à des *figures d'être vivants* (ζώδια). Mais la notion de cette route oblique du soleil a fort bien pu lui appartenir sans ce nom. Elle a pu venir de lui en Grèce, soit qu'il l'ait imaginée, soit qu'elle lui soit venue des Chaldéens. On ne peut citer aucun auteur grec antérieur à lui qui l'ait possédée (1). Oenopide, postérieur d'un siècle à Pythagore, a voulu faussement se donner comme l'inventeur de cette notion (2). Parménide, à qui quelques auteurs ont attribué cette découverte (3), a peut-être été le premier ou l'un des premiers à l'exprimer en Grèce par écrit : il vivait près d'un siècle après Pythagore et il a fait des emprunts à l'école pythagoricienne. Du reste, la notion de la route annuelle du soleil et de son obliquité peut s'adapter, soit au système de l'immobilité absolue de la terre, soit au système astronomique de Philolaüs, tel que nous l'exposerons plus loin, et dans lequel la terre a seulement une révolution diurne. Cette même notion n'est incompatible qu'avec l'hypothèse de la révolution *annuelle* de la terre, hypothèse que des auteurs modernes s'obstinent à prêter faussement à Philolaüs et même à Pythagore. En ce qui concerne le mouvement annuel du Soleil et l'explication des solstices par l'obliquité du Zodiaque, le faux Plutarque (4) joint le nom de Pythagore à ceux de Platon et d'Aristote. Or nous verrons que ni Platon ni Aristote ne donnaient à la terre aucun mouvement. Du reste, voici des témoignages plus précis, qui prouvent qu'il en était de même de Pythagore.

(1) Nous avons vu (même *Histoire* inédite, chap. 3) que Plin a eu tort de prêter cette notion à Anaximandre.

(2) Outre Stobée, le faux Plutarque et le faux Galien (endroits cités), voyez Diodore de Sicile, I, 98.

(3) Voyez même *Histoire* inédite, chap. 3.

(4) II, 23, § 6.

Le docte Alexandre Polyhistor, Diogène de Laërte (1), qui le cite, et Suidas (2) disent que Pythagore enseignait que la terre est sphérique habitée de tous côtés et située au centre du monde. Pythagore n'attribuait donc pas à la terre, comme Philolaüs, une révolution circulaire dans une orbite tracée autour de ce centre. Le péripatéticien Adraste (3) indique vaguement que Pythagore s'était occupé des révolutions lentes que les planètes exécutent dans le sens opposé à la révolution diurne des fixes, c'est-à-dire d'occident en orient. Nous avons vu que les philosophes grecs antérieurs n'attribuaient au soleil, à la lune et aux planètes qu'un mouvement diurne d'orient en occident, seulement un peu plus lent et moins régulier que celui des fixes. Le néopythagoricien auteur de la *Théologie arithmétique* (4), après avoir rappelé les spéculations de Pythagore sur le nombre neuf et sur le rôle de ce nombre dans l'univers, allègue à l'appui de ces spéculations *les huit sphères qui tournent autour de la terre, neuvième sphère, immobile*. Ceci convenait, en effet, au système géocentrique de Pythagore, mais nullement au système de Philolaüs, qui comptait *dix* révolutions au lieu de *huit*, parce qu'il ajoutait deux planètes, savoir: la terre, remplacée au centre du monde par le feu, et de plus l'*antichthone*, invisible pour nous comme le feu central. Pline (5) et Censorin (6) confirment le témoignage de ce néopythagoricien, en indiquant même l'ordre suivant lequel Pythagore rangeait les huit révolutions, c'est-à-dire les cercles des sept planètes et la sphère des étoiles fixes, à partir de la terre, centre commun de toutes les révolutions célestes, et en marquant les rapports que Pythagore prétendait établir entre ces huit révolutions et les huit sons musicaux de l'octave diatonique (7). Seulement les auteurs ne sont pas tous d'accord sur un petit détail du système astronomique de Pythagore, sur la place qu'il assignait au soleil par rapport à Mercure et à Venus. L'auteur anonyme d'une *Vie de Pythagore*, dont nous n'avons qu'un extrait (8), énonçait une opinion qu'il prétendait sans doute attribuer à ce philosophe et qui a été celle de Platon, savoir, l'opinion d'après laquelle ces deux planètes seraient au-dessus du soleil, c'est-à-dire plus loin de la terre, centre commun de toutes les révolutions planétaires. Mais, au contraire, suivant Pline et Censorin, Pythagore, de même que l'astronome Ptolémée, plaçait le soleil au-dessus de Mercure et de Venus.

Concordants entre eux sur l'ensemble du système astronomique de Pythago-

(1) VIII, 25—26.

(2) Au mot Πυθαγόρας Σάμιος.

(3) Dans Théon de Smyrne, *Astron.*, chap. 22, page 212 (Martin).

(4) Chap. 9, page 58 (Ast).

(5) *Hist. Nat.*, II, 22, sect. 20, § 84, t. 1, pages 129—130 (2^e éd. Sillig.)

(6) *De Die natali*, c. 13, page 60 (Leyde, 1767, in-8.^o).

(7) Voyez Manuel Bryenne, *Harmoniques*, sect. 1, dans Wallisii *Opera mathem.*, t. 3, pages 365—367. Comparez sect. 4 et 5, pages 362—365 et pages 410—413.

(8) Dans Photius, *Biblioth.*, cod. 249 b, lig. 17 et suiv. (Bekker).

re, et en désaccord seulement sur ce petit détail, que peut-être Pythagore lui-même avait laissé indécis, ces témoignages sont encore confirmés par quelques auteurs, qui seulement ont le tort d'y joindre une assertion erronée: Théon de Smyrne (1), qui suit en cela le péripatéticien Adraste (2), insinue obscurément ce que Nicomaque (3), Jamblique (4) et Simplicius (5) disent nettement, savoir, que Pythagore connaissait déjà la théorie des épicycles et des excentriques pour l'explication des anomalies des planètes, de leurs stations et de leurs rétrogradations. Or cette théorie, qui est, comme nous le verrons, un perfectionnement du système de Pythagore et de Platon, suppose de même la terre en repos au centre du monde. Proclus (6) a aussi le tort de faire remonter, sinon jusqu'à Pythagore lui-même, du moins jusqu'aux *illustres pythagoriciens*, ce perfectionnement apporté par les savants grecs de l'époque alexandrine au système de Pythagore sur l'immobilité absolue de la terre. La vérité historique sur ce point se trouve dans Geminus (7), qui dit que les pythagoriciens, admettant à priori la circularité et l'uniformité parfaites des mouvements du soleil, de la lune et des cinq planètes, considéraient les inégalités, les stations et les rétrogradations de ces mouvements comme de fausses apparences, qu'il s'agissait d'expliquer: ainsi ces pythagoriciens avaient posé le problème, sans le résoudre. Mais, quant à l'immobilité absolue de la terre, c'était pour eux, disciples fidèles de Pythagore et non de Philolaüs, une doctrine bien arrêtée.

Un seul écrivain ancien, indigne de toute confiance quand il parle en son propre nom, le plagiaire Chalcidius, qui a emprunté frauduleusement à l'*Astronomie* de Théon de Smyrne tout ce qu'il a dit de bon sur l'astronomie et sur son histoire (8), Chalcidius, dis-je, attribue à Pythagore le système de Philolaüs; mais c'est dans un passage où son auteur habituel lui fait défaut (9). Théon de Smyrne ne favorise nullement cette confusion des systèmes astronomiques de ces deux philosophes.

Passons aux écrivains anciens qui, sans nommer Pythagore lui-même, attribuent à des pythagoriciens le système de l'immobilité complète de la terre. Nous venons de voir que Proclus est du nombre de ces auteurs. Sans prêter, comme lui, aux pythagoriciens les perfectionnements apportés longtemps après eux au

(1) *Astron.*, chap. 22, page 212 (Martin).

(2) *Ibidem*, chap. 17—22, pages 204—212.

(3) Dans Simplicius, sur Aristote, *Du Ciel*, II, 12, page 227 a, lig. 17—20 (Karsten).

(4) *Vie de Pythagore*, chap. 6, page 44 (Commelin), et dans Simplicius, endroit cité.

(5) Endroit cité.

(6) *Hypotyposes*, page 70, à la suite des *Hypothèses* de Ptolémée (Halma). Voyez le texte, et non la traduction, qui est absurde.

(7) *Introduction aux Phénomènes*, chap. 1, page 3 D — page 4 A (Petavii *Uranol.*, 1630, in-fol.)

(8) Voyez ma *Dissertation* en tête de l'*Astronomie* de Théon de Smyrne, pages 18—21 et page 44; mes *Notes* sur Théon, page 367 et pages 376—377, et mon *Appendix II*, pages 419—428 (Paris, 1849, in-8°).

(9) Voyez Chalcidius in *Timæum*, § 121, page 209 (*Fragm. philos. gr.*, t. 2, Didot).

système suivant lequel la terre est sphérique et immobile au centre du monde, d'autres auteurs s'accordent avec lui pour attribuer à des pythagoriciens ce système si différent de celui de Philolaüs. Pourtant plusieurs de ces mêmes auteurs connaissaient bien ce dernier système, et par conséquent c'était avec intention et discernement qu'ils constataient l'existence antique d'un autre système dans l'école pythagoricienne.

Après avoir exposé et expliqué les textes du traité *du Ciel* où Aristote parle de l'astronomie des derniers pythagoriciens, qui, comme Philolaüs, faisaient de la terre une planète, Simplicius (1) ajoute que les opinions des pythagoriciens ont été transmises sous cette forme à Aristote, mais que, suivant ceux qui ont été initiés d'une manière plus authentique à la doctrine des pythagoriciens, leur feu central du monde était placé au centre de la terre (2). Il est évidemment impossible qu'Aristote et les auteurs dont Simplicius parle se soient fondés sur deux interprétations différentes des mêmes écrits concernant une même doctrine pythagoricienne. Ces auteurs devaient donc s'appuyer sur d'autres documents, qui sans doute, au lieu de concerner les pythagoriciens connus d'Aristote, concernaient Pythagore et ses premiers disciples. De même, Asclepius (3) dit que, suivant les pythagoriciens, la terre est le centre de l'univers et doit être considérée comme analogue à l'unité. Théon de Smyrne (4), qui suit Adraste (5), comme aussi Chalcidius (6), qui copie Théon de Smyrne (7), attribuent à quelques pythagoriciens l'opinion de Ptolémée d'après laquelle le soleil, étant placé dans le quatrième cercle à partir de la terre, a trois planètes au-dessus de lui et trois planètes au-dessous. Cette opinion, qui n'admet que sept planètes, est incompatible avec le système de Philolaüs, d'après lequel il y en avait neuf.

Cette même opinion, conforme à celle de Ptolémée, est attribuée par Proclus (8) aux *mathématiciens*. Stobée (9), le faux Plutarque (10) et le faux Galien (11) disent que, parmi les *mathématiciens*, les uns plaçaient le soleil dans le deuxième cercle à partir de la terre, tandis que les autres le plaçaient *au milieu de tous*, c'est-à-dire *dans le quatrième cercle*, et par conséquent *au milieu des sept* (12). Par ce nom de *mathématiciens*, Proclus et le faux Plu-

(1) Sur Aristote, *Du Ciel*, II, 13, page 229 a—b (Karsten).

(2) Simplicius dit que c'était la Lune qu'ils nommaient ἀντιχθων. Je crois plutôt que c'était le pays des antipodes (ἀντιχθονες ou ἀντιπόδες).

(3) Sur la *Métaphysique*, Œuvres d'Aristote, t. 4, page 561 a, lig. 23 (Berlin).

(4) *Astron.*, ch. 15, pages 180—182 (Martin).

(5) Voyez ma Dissertation en tête de l'*Astronomie* de Théon de Smyrne, pages 77—79.

(6) In *Timæum*, § 71, pages 197—198, *Fragm. philos. gr.* t. 2 (Didot).

(7) Voyez ma Dissertation en tête de l'*Astronomie* de Théon, pages 18—21.

(8) Sur le *Timée*, page 623 (Schneider).

(9) *Ecl. phys.* I, 25, page 516 (Heeren).

(10) II, 15, § 5.

(11) Œuvres, t. 4, page 430. fin (éd. gr. de Bâle).

(12) C'est en ce sens que Cicéron (*Songes de Scipion*, ch. 4, ou *Rép.*, VI, 17) a dit: « mediam » fere regionem sol obliet », c'est-à-dire, comme l'explique fort bien Macrobie (*In Somn. Scip.*, I,

tarque ont-ils voulu désigner ici des pythagoriciens ? Ce n'est pas impossible ; car ce nom a été employé quelquefois pour désigner une partie de l'école de Pythagore, celle qui s'adonnait surtout aux sciences mathématiques (1). Mais ces deux auteurs ont peut-être voulu parler des mathématiciens alexandrins. Nous pouvons abandonner ces deux derniers témoignages, sans lesquels ceux que nous avons cités auparavant suffisent.

Nous avons déjà dit que, sans être précisément disciple de Pythagore, Alcéméon de Crotone, son contemporain, plus jeune que lui et habitant de la même ville, avait avec lui quelques rapports de doctrine. Stobée (2), le faux Plutarque (3) et le faux Galien (4) nous apprennent qu'Alcéméon et les *mathématiciens*, c'est-à-dire peut-être ceux de l'école de Pythagore, faisaient mouvoir les planètes dans une direction opposée à celle des étoiles : c'est bien là le mouvement suivant l'écliptique, d'occident en orient, obliquement opposé au mouvement diurne des fixes et du ciel entier autour de la terre, d'orient en occident. Non-seulement ces mêmes auteurs (5), mais aussi Aristote (6), disent que *quelques uns des pythagoriciens* considéraient la voie lactée comme la trace d'une route que le soleil avait suivie autrefois. Il est vrai que cette opinion si étrange pouvait appartenir à des pythagoriciens disciples de Philolaüs en astronomie, aussi bien qu'à des disciples fidèles de Pythagore, puisque dans le système de Philolaüs comme dans celui de Pythagore, le soleil avait une révolution annuelle. Mais la première opinion, celle d'Alcéméon et des *mathématiciens*, est inconciliable avec le système de Philolaüs, dans lequel la révolution diurne des étoiles fixes autour de la terre, d'orient en occident, est remplacée, comme nous le verrons, par une révolution diurne de notre globe, d'occident en orient, autour du feu central du monde : cette opinion d'Alcéméon ne peut s'accorder qu'avec le système astronomique attribué à Pythagore par tous les auteurs anciens excepté Chalcidius, système d'après lequel la terre n'a aucun mouvement. Alcéméon doit avoir emprunté ce système à Pythagore, avant qu'il personne ne l'ait enseigné en Grèce.

En résumé, longtemps avant l'époque d'Aristote, il y avait des pythagoriciens qui enseignaient l'immobilité de la terre sphérique au centre du mon-

19) : « Solis sphæram quartam de septem, id est in medio locatam. » La même expression est employée à rendre la même pensée par Plin., *Hist. nat.*, II, 23, Sect. 21, n° 88, t. I, page 131 (Sillig); par Chalcidius, in *Timæum*, § 71, page 198 (*Fragm. philos. gr.*, t. 2, Didot); par Achilles Tatius, *Introd. aux Phénom.*, ch. 16, page 135 E (Petavii *Uranol.*, 1630, in fol.), et par Athénée, VI, 63, page 253 D E (Casaubon).

(1) Voyez Porphyre, *Vie de Pythagore*, § 37, page 39; Jamblique, *Vie de Pythagore*, ch. 18, § 81, page 67 (Amsterdam, 1707, in-4), et l'anonyme dans Photius, *Biblioth.*, cod. 249, page 438 b, lig. 22—23 (Bekker).

(2) *Ecl. phys.*, I, 25, page 516 (Heeren).

(3) II, 16, § 2.

(4) *Œuvres*, t. 4, page 431, lig. 1—2 (éd. gr. de Bâle).

(5) Stobée, *Ecl. phys.*, I, 28, page 574; le faux Plutarque, III, 1, § 2, et le faux Galien, t. 4, page 432, lig. 10.

(6) *Météor.*, II, 8, page 345 a, lig. 13—18 (Bekker).

de, et l'on s'accordait à faire remonter ce système jusqu'au chef de l'école. Au contraire, rien n'indique que les pythagoriciens dont parle Aristote, et dont le système astronomique, alors prépondérant parmi les pythagoriciens répandus dans la Grèce proprement dite après la dispersion de l'école, était celui de Philolaüs, aient jamais eu la prétention de faire remonter ce système jusqu'à Pythagore, comme l'a voulu seul Chalcidius, écrivain latin du IV^e siècle de notre ère. Ajoutons que Diogène de Laërte (1), qui connaissait le système de Philolaüs, nomme les philosophes auxquels divers auteurs attribuaient l'invention de ce système, et que Pythagore n'est pas de ce nombre.

Pour ce qui concerne la physique et l'astronomie, Platon doit beaucoup aux pythagoriciens, et il ne s'en cache pas; car, si, dans le *Phèdre*, dans la *République*, dans les *Lois*, il a donné, sous les noms de divers personnages, des expositions partielles de cette portion de ses doctrines, c'est un pythagoricien que, dans son *Timée*, il a chargé d'en présenter une exposition suivie: le pythagoricien Timée, mis en scène par Platon dans ce dialogue, place la terre immobile au centre du monde (2). Or, si Pythagore lui-même et les pythagoriciens après lui avaient fait de la terre une planète, Platon aurait manqué grossièrement et en pure perte à la vraisemblance, en n'introduisant pas, pour exposer son système astronomique, au lieu du pythagoricien Timée, quelque membre d'une école où l'immobilité complète de la terre sphérique au centre du monde eût été réellement enseignée, par exemple quelque étranger d'Elée, quelque disciple supposé de celui qu'il appelait *le grand Parménide*, et dont, comme nous le verrons, telle était la doctrine astronomique.

Le petit traité dorien attribué à Timée de Locres est un extrait qu'un auteur pseudonyme a fait du *Timée* de Platon, et le traité prétendu d'Ocellus de Lucanie est l'œuvre d'un pseudonyme peu antérieur à l'ère chrétienne (3). Les deux imposteurs (4), cherchant la vraisemblance, ont enseigné l'immobilité de la terre, parce que telle était la doctrine de Pythagore d'après la tradition antique.

Revenons à l'époque de l'ancien pythagorisme. Plus encore qu'Alcméon de Crotona, un philosophe célèbre de la grande Grèce, Parménide d'Elée, doit beaucoup aux premiers pythagoriciens: nous retrouverons chez lui ce même système astronomique, dont personne ne lui a jamais attribué l'invention. A qui l'avait-

(1) VIII, 85.

(2) Ceci sera prouvé dans mon *Histoire des hypothèses astronomiques*.

(3) Voyez mes *Études sur le Timée de Platon*, t. 2, pages 390—393, et pages 407—408; Tennemann, *System der platonischen Philosophie*, page 93; Hermann, *Geschichte und System der platonischen Philosophie*, t. 1, pages 546 et pages 701—702; M. Müllach, *Fragm. philos. gr.* (Didot), t. 1, pages 383—385, et M. Zeller, *Die Philosophie der Griechen*, 3.^e éd., t. 1, page 247.

(4) Voyez le faux Timée de Locres, pages 96—97 (Platon, éd. Estienne, t. 3), et le faux Ocellus, ch. 2, § 2 et 22, et ch. 3, § 1 et 2, dans *Fragm. philos. gr.* (Didot), t. 1, page 394, pages 399—400, et pages 400—401.

il emprunté, sinon à Pythagore et à ses premiers disciples, qui seuls l'avaient enseigné avant lui ?

Ainsi Pythagore et ses premiers disciples ont enseigné l'immobilité du globe terrestre au centre du ciel, qui, suivant eux, tournait chaque jour autour de la terre avec tous les astres et au centre des révolutions obliquement contraires du soleil, de la lune et des cinq planètes. Ce fait, attesté directement par la tradition constante de l'antiquité, est confirmé d'ailleurs, comme nous allons le voir, par la liaison indissoluble de ce système astronomique de Pythagore avec son hypothèse sur la musique céleste (1).

C'était un fait constant dans l'antiquité, que l'expression numérique des rapports entre les sons musicaux venait de l'école pythagoricienne (2), et qu'elle y était bien antérieure à Philolaüs, qui s'en était fait seulement l'interprète (3). Beaucoup de témoignages antiques (4) attribuent cette découverte à Pythagore lui-même, et nous ne connaissons aucun témoignage ancien qui la prête à aucun autre inventeur grec (5). Les rapports numériques trouvés par Pythagore pour le ton plein, pour la quarte, pour la quinte et pour l'octave sont exacts. Les anciens (6) disent qu'il les avait obtenus d'abord en pesant chez un chaudronnier des marteaux dont les coups produisaient par hasard de sons qui offraient entre eux ces rapports musicaux; ils ajoutent qu'ensuite Pythagore avait obtenu ces mêmes rapports de sons en tendant des cordes semblables entre elles et d'égale longueur avec des poids proportionnels à ceux des marteaux. Il est possible que Pythagore ait fait ces deux essais; mais il n'a dû réussir ni dans l'un ni dans l'autre; car l'acuité des sons n'est proportionnelle ni aux poids des marteaux frappant sur des vases de métal, ni aux poids qui tendent une corde vibrante. Des auteurs anciens (7) ont dit aussi qu'ayant mesuré dans des instruments à vent les longueurs depuis l'entrée du souffle jusqu'à sa sortie, il avait

(1) Je me suis procuré l'ouvrage du baron Albert de Thymus, *Die harmonikale Symbolik des Alterthums, Erste Abtheilung, Die Esoterische Zahlenlehre und Harmonik der Pythagoreer in ihren Beziehungen zu älteren griechischen und morgenländischen Quellen, insbesondere zur altsemitisch-hebräischen Ueberlieferung*, XXIII et 399 pages avec six grandes planches (Cologne, 1868, grand in-4). J'espérais y trouver quelque chose sur la musique céleste de Pythagore. Mais mon attente a été complètement déçue.

(2) Voyez Ptolémée, *Harmon.*, I, 2 et 8, pages 4 et 17—18; le Commentaire de Porphyre, préambule, pages 189—190; I, 2, pages 208 et 210; I, 3, pages 213, 218—219, 236—237 et 245 (Wallis), *Op. math.*, t. 3; Plutarque, *Formation de l'âme dans le Timée*, ch. 12—14; *Musique*, ch. 37, etc.

(3) Voyez Nicomaque, *Manuel d'harmonie*, I, pages 8, 9, et 17 (Meybaum).

(4) Voyez Xénocrate et Héraclide, dans Porphyre, sur les *Harmoniques* de Ptolémée, I, 3, page 213 (Wallis); Gaudentius, pages 13—15 (Meybaum); Nicomaque, *Manuel d'harmonie*, I, pages 10—14; Macrobie, *In Somn. Scip.*, II, 1, pages 133—138 (Janus); Censorin, *De die natali*, c. 10, pages 45—47 (Leyde, 1767, in-8); Jamblique, *Vie de Pythagore*, ch. 26, § 115—119, pages 96—101 (Amsterdam, 1707, in-4); Chalcidius, *In Timæum*, § 44—45, page 191 (*Fragm. philos. gr.*, Didot, t. 2); Boèce, *de la Musique*, I, 10—11, etc.

(5) Cette découverte est bien antérieure au poète comique Diocles, contemporain d'Aristophane, qui, dit-on, s'avisait d'employer de petits vases de terre pour obtenir les sons de l'octave en frappant ces vases avec un petit bâton. Voyez Suidas, au mot *Διοκλῆς*.

(6) Voyez Gaudentius, Nicomaque, Macrobie, Censorin, Jamblique, Chalcidius et Boèce, endroits cités.

(7) Voyez Nicomaque, ouvrage cité, page 13.

trouvé ces longueurs inversement proportionnelles aux sons rendus; mais cette expérience ne comporte guère d'exactitude. Ptolémée (1) a rejeté ces procédés, et il a eu raison. Ce n'est pas ainsi qu'a dû être faite la découverte des nombres musicaux. Pythagore aurait pu y arriver en mesurant les longueurs de cordes vibrantes semblables et également tendues; mais les instruments à plusieurs cordes de longueurs inégales, comme la harpe, la *sambuca* et le *psaltérion*, n'appartenaient pas primitivement à la Grèce; les lyres grecques avaient des cordes égales en longueur, différentes en grosseur et inégalement tendues. Il est donc plus probable que Pythagore a fait sa découverte musicale à l'aide du *monochorde*, c'est-à-dire d'une seule corde qui était tendue sur une règle graduée (*καλὸν*), et dont la partie vibrante était raccourcie en diverses proportions à l'aide d'un chevalet mobile. En effet, ce procédé, vraiment praticable, a été employé par tous les musiciens grecs de l'école mathématique (2); il est attribué à Pythagore lui-même par beaucoup d'auteurs (3), et l'on raconte même que Pythagore mourant recommandait encore à ses disciples l'usage du monochorde (4). Cet instrument servait à mesurer les sons pour la construction et l'accord des diverses espèces de lyres. Mais, pour Pythagore, le monochorde avait surtout un intérêt théorique : il y trouvait la confirmation de sa doctrine, d'après laquelle tout dans la nature doit être réglé par des nombres exacts, exprimant des quantités précises et non des qualités vagues, et d'après laquelle les nombres sont les principes mêmes des choses. Le monochorde lui montra que, toutes choses étant égales d'ailleurs, moins les cordes vibrantes sont longues, plus les sons qu'elles rendent sont aigus (5) : par exemple, il reconnut ainsi que deux cordes semblables et semblablement tendues, dont les longueurs sont dans le rapport de 1 à 2, donnent deux sons dont l'un est à l'octave de l'autre; que si les deux cordes rendent deux sons différant d'un ton plein, leurs longueurs sont dans le rapport de 8 à 9, et que le rapport est celui de 2 à 3 pour la quinte et de 3 à 4 pour la quarte (6).

La musique grecque était fondée sur la considération de la quarte, représentée par un *tétrachorde*, dont les deux cordes extrêmes et *invariables* donnaient deux sons à la quarte l'un de l'autre, tandis que les deux cordes inter-

(1) *Harmoniques*, I, 8, pages 17-18 (Wallis).

(2) Voyez Euclide, *Division de la règle musicale*, Théorèmes XIX-XX, pages 554-556 (Gregory); Ptolémée, *Harm.*, I, 8, pages 17-18; Aristide Quintilien, *Musique*, III, pages 115-116 (Meybaum); Jamblique, sur l'*Arithmétique* de Nicomaque, page 171 (Tennulius), etc.

(3) Voyez Porphyre, *Sur les Harmoniques* de Ptolémée, page 245 (Wallis); Nicomaque, endroit cité, page 13; Aristide Quintilien, endroit cité, pages 115-116; Gaudentius, endroit cité, pages 14-15; Jamblique, endroit cité, ch. 26, § 119, page 101; Diogène de Laërte, VIII, 12; Boèce, *Mus.* I, 11 (comp. IV, 4), etc.

(4) Voyez Aristide Quintilien, endroit cité.

(5) Voyez Nicomaque, I, pages 8-9 (Meybaum); Ptolémée, *Harm.*, I, 3, pages 17-20, et Porphyre, page 238 (Wallis).

(6) Voyez tous les auteurs cités plus haut dans la note sur la découverte de Pythagore.

médiannes, diversement tendues, se prêtaient à la différence des *genres*. Dans le *genre* diatonique ancien, les trois intervalles entre les quatre sons musicaux de chaque tétrachorde, en descendant de l'aigu au grave, étaient d'abord deux intervalles chacun d'un ton représenté par le rapport de 9 à 8, qui est celui de notre *ton majeur*; puis un *dièse* ou *limma*, qui, représenté par le rapport de 256 à 243, était plus faible que notre *semi-ton* d'une quantité égale à la différence de notre *ton majeur* à notre *ton mineur*. Deux *tétrachordes conjoints*, c'est-à-dire ayant une corde commune qui donnait le son le plus aigu de l'un, identique au son le plus grave de l'autre, formaient un *heptachorde*, dans lequel l'intervalle musical des deux sons extrêmes, étant de deux quarts, était moindre d'un ton que l'octave. Au contraire, deux *tétrachordes disjoints*, c'est-à-dire n'ayant aucune corde commune et séparés l'un de l'autre par un intervalle d'un ton égal à notre *ton majeur*, formaient un *octochorde*, dans lequel l'intervalle des deux sons extrêmes était d'une octave. Le péripatéticien Adraste (1) affirme la haute antiquité de la théorie de l'octochorde dans l'école pythagoricienne. Suivant Nicomaque (2) et Manuel Bryenne (3), ce fut Pythagore qui compléta l'octave et créa l'octochorde, en établissant la *disjonction* des deux tétrachordes par un intervalle d'un ton entre eux (4). Mais il paraît certain qu'avant l'époque de Pythagore les Grecs connaissaient un heptachorde qui, en deux tétrachordes *conjoints*, embrassait cependant l'octave, parce que, dans le tétrachorde aigu, entre la 3^e corde et la 4^e, il y avait un intervalle d'un *ton* et d'un *dièse* ou *limma*, et qu'ainsi ce tétrachorde embrassait la quinte (5). Si donc Pythagore inventa l'octochorde, il n'eut qu'à insérer une corde de plus dans ce tétrachorde, sans y changer la valeur des deux sons extrêmes (6).

Après ces notions nécessaires sur la musique grecque, arrivons à la musique céleste de Pythagore, et aux conclusions qu'on en peut tirer sur son système astronomique. Il était notoire dans l'antiquité qu'en Grèce cette hypothèse de la production de sons musicaux par les révolutions célestes venait primitivement des pythagoriciens (7), et l'on s'accordait généralement à dire qu'elle remontait

(1) Dans Théon de Smyrne, *Musique*, ch. 6 (c'est-à-dire *Arithmétique*, ch. 38), pages 78 et 81.

(2) Ouvrage cité, pages 9 et 14 (Meybaum).

(3) Ouvrage cité, page 365 (Wallis).

(4) Manuel Bryenne (pages 365—366) admet faussement qu'ensuite Pythagore établit le système, bien plus récent, des quinze cordes, avec *disjonction* entre les deux tétrachordes aigus seulement, et avec une corde grave ajoutée, à un intervalle d'un ton, au-dessous de la note la plus grave des deux tétrachordes graves *conjoints*. Comparez Nicéphore Grégoras, *Notices et extraits des Manuscrits*, t. 16, part. 2, page 285.

(5) Voyez Philolaüs, dans Nicomaque, ouvrage cité, pages 17—18 et 27, et dans Stobée, *Ecl. phys.*, I, 22, pages 460—468 (Heeren); Aristote, *Problèmes*, XIX, 7; Boèce, *Musique*, I, 20, et le fragment V de l'Hagiopolite, publié par M. Vincent (*Notices et extraits des manuscrits*, t. 16, part. 2, pages 268—269).

(6) Voyez M. Büchh, *Philolaos*, part. 2, § 5, pages 165—175, et surtout, *Ueber die Bildung der Weltseel im Timæus des Plato*, pages 169—175, et *Beilage*, pages 175—190 (*Kleine Schriften*, t. 3), et M. Vincent, endroit cité, pages 274—281.

(7) Voyez Aristote, *Du Ciel*, II, 19; *Métaphysique*, I, 5; Alexandre, sur la *Métaphysique*, pages

à Pythagore lui-même (1). On donnait diverses raisons pour expliquer comment ces sons, bien que très-forts et entendus, disait-on, par Pythagore, échappaient aux oreilles de tous les autres hommes (2). Mais quels étaient ces sons? Les témoignages les plus dignes de foi disent que suivant les pythagoriciens ces sons formaient *μία ἀρμονία* (3), c'est-à-dire *une octave*; car tel était le sens du mot *ἀρμονία* pour les pythagoriciens (4). Les tierces étant alors dissonnantes, on ne comptait dans l'octave que trois accords, la quarte, la quinte, et l'octave même, et l'on ne s'occupait pas encore alors des accords qui excédaient l'octave (5). Ainsi, en ce sens, les sept ou huit sons rendus par les révolutions célestes ne formaient pas tous ensemble un *accord* (*συμφωνίαν*): ils n'étaient pas *σύμφωνοι*, c'est-à-dire *consonnants*, mais seulement *ἐμμελεῖς*, c'est-à-dire *appartenant à une même échelle musicale régulière* (6), dont ils offraient le type; cette échelle était l'octave du genre diatonique ancien, comprenant, comme nous l'avons dit, cinq *tons* majeurs et deux *limmas*. Certains philosophes qui plus tard, en dehors de l'école pythagoricienne, adoptèrent l'hypothèse de la musique céleste, crurent que les sept ou huit sons devaient être ceux des cordes extrêmes et *invariables* des tétrachordes disjoints ou conjoints, et par suite ils cherchèrent ces sons bien au delà des limites d'une octave (7). Mais les interprètes fidèles de la pensée des pythagoriciens dirent toujours que ces sons répondaient à ceux des cordes d'une lyre antique dont l'échelle diatonique avait l'étendue d'une octave seulement.

Il y a pourtant une question que quelques uns d'entre eux ont laissée in-

29—34 (Bonitz); Simplicius, sur Aristote, *Du Ciel*, II, 9, pages 208—211 (Karsten); Achilles Tatius, *Introd. aux Phénomènes*, ch. 16, page 136 A (Petavii *Uranol.*, 1630); Sextus Empiricus, *Pyrrhon. hyp.*, III, 18, § 155, page 165 (Fabricius).

(1) Voyez Théon de Smyrne, *Astron.*, ch. 15, page 184 (Martin); Plutarque, *Mus.*, ch. 44; le faux Origène, I, 2, page 8 (Cruice); Athénée, XIV, page 632 (Casaubon); Jamblique, *Vie de Pythagore*, ch. 14, § 65, pages 51—53 (Amsterdam, 1707); Simplicius, endroit cité; Jean de Lydie, *des Mois*, II, 2; Plin. II, 22, sect. 20, § 84 (2^e éd. Sillig.); Chalcidius, in *Tim.* § 72 et 94, pages 198 et 204 (*Fragm. philos. gr.*, Didot, t. 2), etc.

(2) Voyez les pythagoriciens dans Aristote, *Du Ciel*, II, 9; Simplicius, *Du Ciel*, pages 209—211 (Karsten); Alexandre d'Aphr., *Métaph.*, page 31 (Bonitz); Héraclide, *Allég. homér.*, pages 425—426 (*Opusc. mythol.*, Gale, 1688); Jean de Lydie, *des Mois*, II, 2; Boèce, *Mus.*, I, 2, etc.

(3) Voyez Aristote, *Du Ciel*, II, 9, page 290 b, lig. 13 et lig. 22—23 (comp. page 291, lig. 8, Berlin); Platon, *Rép.*, X, page 617 B; Alexandre d'Aphr., *Métaph.*, I, 5, page 29 (Bonitz).

(4) Voyez Philolaüs dans Stobée, *Écl. phys.*, I, 22, pages 460—468 (Heeren), et dans Nicomaque, *Man. Harmon.*, I, pages 17 et 27 (Meybaum); Nicomaque, *ibid.*, page 16; Aristote dans Plutarque, *Mus.*, ch. 23; Aristoxène, *Harm.*, II, page 36, lig. 30—31 (Meybaum) et Sextus Emp., *Contre les sciences*, IV, 6, page 333 (Fabricius). Comp. M. Bæckh, *Philolaos*, pages 65—89; M. Brandis, *Gr. und röm. Philos.*, t. I, pages 456—457, et M. Zeller, *d. Philosophie d. Gr.*, 3 éd., t. I, pages 305—306, page 348, note 3, et page 370, note 3.

(5) Voyez Aristoxène, *Harm.*, II, page 45, lig. 7—19 (Meybaum).

(6) Voyez le faux Aristote, *du Monde*, ch. 6, p. 399 a, l. 7 (Berlin). Comparez Aristoxène, *Harm.*, II, pages 53—54; Ptolémée, *Harm.* II, 15; Théon de Smyrne, *Mus.*, ch. 5—6 (c'est-à-dire *Aritm.*, ch. 37—38), pages 77—82 (Boulliau); Plutarque, *Inscr. de Delphes*, ch. 10, et Gaudentius, page 11 (Meybaum).

(7) Voyez Ptolémée, *Inscriptions de Canope*, à la suite des *Hypothèses*, pages 61—62 (Halma). Plutarque, *Formation de l'âme*, ch. 32; l'anonyme à la suite de Nicomaque, *Harm.*, pages 37—41 (Meybaum); Anatolius, dans la *Théologie Arithmétique*, page 56 (Ast), et Nicéphore Grégoras, auteur des trois derniers chapitres des *Harmoniques* de Ptolémée, III, 16, pages 151—152 (Wallis).

décise (1), et sur laquelle les autres se partagent; c'est la question de savoir si cette lyre était un octochorde ou bien un heptachorde antique, dont l'échelle musicale avait, comme nous l'avons dit, la même étendue. Quelques auteurs anciens se prononcent pour l'heptachorde, en excluant de la musique céleste la révolution des fixes (2). Cicéron (3) est aussi pour l'heptachorde, quoiqu'il admette la révolution des fixes dans le concert; il se tire d'affaire en n'attribuant, comme le fit aussi Ptolémée (4), qu'un seul et même son à deux des planètes. Mais des témoignages graves, celui de Platon dans la *République* (5), celui d'Ératosthène (6), celui d'Alexandre d'Éphèse (7), malgré les erreurs et les obscurités qu'il contient (8), celui de Théon de Smyrne (9), qui approuve Ératosthène en le citant, ceux de Plin (10) et de Censorin (11), malgré les contradictions du premier et l'obscurité de l'un et de l'autre, sont pour l'octochorde, et je crois qu'ils ont raison. En effet, le moyen pris par Cicéron pour n'avoir que sept sons, y compris celui des fixes, n'a pas d'autorité plus antique que la sienne, et ce moyen est contraire, comme nous le verrons, à la doctrine pythagoricienne, d'après laquelle la gravité et l'acuité des sons de la musique céleste dépendaient des rayons des révolutions, et d'après laquelle tous ces rayons, même ceux des révolutions de Vénus et de Mercure, étaient différents entre eux. Les pythagoriciens ne pouvaient donc pas attribuer un même son à ces deux planètes. Quant à la négation de la production d'un son par la révolution des fixes, cette négation serait en contradiction avec la doctrine pythagoricienne, qui veut que *l'univers entier* soit régi par *l'harmonie*, que cette harmonie se montre dans toutes les révolutions célestes sans exception, et que chaque révolution produise nécessairement un son toujours le même (12). D'après ce principe pythagoricien, les révolutions de sept planètes, de l'ouest à l'est, devaient pro-

(1) Voyez, par exemple, Aristote, endroit cité; le faux Origène, endroit cité, et Aristide Quintilien, III, page 146, fin. (Meybaum).

(2) Voyez Macrobe, *In Somn. Scip.*, II, 3—4; Dion Cassius, XXXVII, 13; Jean de Lydie, *des Mois*, II, 2, et Manuel Bryenne, *Harm.*, page 362 (Wallis). Comp. Censorin (*De Die natali*, c. 13, page 63, Leyde, 1767), qui, sans embrasser cette opinion, constate qu'elle avait pour elle quelques auteurs.

(3) *Rép.*, VI, 41 (Le Clerc).

(4) *Inscription de Canope* à la suite des *Hypothèses*, page 62, lig. 1 (Halma).

(5) *Rép.*, X, page 617 B, où il est expressément question de huit sons célestes compris dans l'harmonie, c'est-à-dire dans l'octave. Dans le *Timée* (page 36), Platon introduit sept sons musicaux (Voyez ma Note XXIII sur le *Timée*, § 1), qui dépassent de beaucoup les limites de l'octave; mais il ne dit pas que ces nombres expriment les sons émis par les révolutions célestes.

(6) Dans Théon de Smyrne, *Astron.*, ch. 15, pages 192—194 (Martin).

(7) *Ibidem*, pages 186—190, et dans Héraclide, *Allég. Homér.*, pages 425—426 (*Op. mythol.*, Gale, 1688).

(8) Voyez Théon de Smyrne, *Astron.*, ch. 15, pages 190—192. Comparez ma Note Q sur Théon, pages 358—361. Alexandre d'Éphèse comprend la sphère des fixes dans la musique céleste, qui, suivant lui, ne dépasse pas les limites de l'octave.

(9) *Astron.*, ch. 15, page 194.

(10) II, 21—22. J'expliquerai tout à l'heure ce passage difficile de Plin.

(11) *De Die nat.*, c. 13. J'expliquerai ce passage en même temps que celui de Plin.

(12) Voyez Aristote, Alexandre d'Aphrodisias, Simplicius, Théon de Smyrne (*Astron.*), Plutarque (*Mus.*) et Censorin, endroits cités.

duire sept sons, et la révolution diurne des étoiles fixes et du ciel entier, autour de la terre, de l'est à l'ouest, devait produire un huitième son. Il y a donc tout lieu de croire, avec Nicomaque et Manuel Bryenne, que Pythagore s'était occupé de l'octochorde; mais c'était peut-être seulement pour l'introduire théoriquement dans sa musique céleste, sans l'introduire lui-même dans la pratique musicale, comme le fit, dit-on, son compatriote Lichaon de Samos (1). Cependant il y aurait un moyen, mais peu vraisemblable, de réduire à sept sons la musique céleste des pythagoriciens : ce serait d'admettre, avec un anonyme grec (2), que, suivant Pythagore, la révolution des fixes produisait un son incomparable avec les autres et en dehors de l'octave donnée par les sept sons de l'heptachorde. Du reste, ce point de la théorie de Pythagore sur la musique céleste importe peu pour la conclusion que nous devons en tirer sur la nature de son système astronomique.

Il nous suffit de savoir que, suivant Pythagore, les révolutions du soleil, de la lune et des planètes rendaient chacune un son différent, et que ces sons, tous compris dans une même échelle musicale qui ne dépassait pas les limites de l'octave, étaient au nombre de sept seulement. Pythagore ne comptait donc que sept planètes, y compris le soleil et la lune. Si, comme le fit plus tard Philolaüs, Pythagore avait considéré la terre comme une planète et avait imaginé en outre, pour compléter le nombre sacré *dix*, une planète invisible nommée *antichthone*, alors la terre et l'*antichthone*, décrivant chacune leur orbite, auraient dû produire aussi deux sons musicaux différents de ceux des sept autres planètes. Il y aurait donc eu neuf sons pour les planètes seules. Or les témoignages unanimes de l'antiquité nous défendent de supposer que la musique céleste de Pythagore ait compris plus de sept sons pour les planètes seules et plus de huit sons avec celui des fixes. L'hypothèse de l'harmonie musicale des révolutions célestes est donc, dans l'école pythagoricienne, une hypothèse antérieure au système astronomique de Philolaüs : cette hypothèse a été créée par des pythagoriciens plus anciens, et presque certainement par Pythagore lui-même, pour un système astronomique qui, mettant la terre immobile au centre du monde, comprenait seulement sept révolutions planétaires, et huit révolutions avec celle des fixes. En effet, le nombre *sept* était sacré pour Pythagore (3); puis, d'une part, le nombre *quatre*, qui pour lui était plus sacré encore (4), trouvait son

(1) Voyez Boèce, *Mus.*, I, 20.

(2) A la suite de Nicomaque, *Harm.*, page 39 (Meybaum). C'est un extrait, dans le quel l'opinion de Nicomaque est citée d'abord (page 33), et dans lequel d'autres opinions sont citées ensuite (pages 33—41).

(3) Voyez Théon de Smyrne, *Mus.*, ch. 46 (c'est-à-dire *Arithm.*, ch. 78), pages 161—163 (Boul-liau), et la *Théologie arithmétique*, ch. 7, surtout, pages 43 et 47 (Ast).

(4) Voyez Théon de Smyrne, *Mus.*, ch. 38 (*Arithm.*, ch. 70), pages 147—155; la *Théol. arithm.*, ch. 4, pages 16—24, et le faux Plutarque, *Opinions des philosophes*, I, 3, § 17—19.

application dans chacun des deux tétrachordes *disjoints* qui formaient l'octo-chorde, et dont les huit cordes distinctes, donnant les huit sons de l'octave, correspondaient aux huit révolutions célestes que Pythagore comptait, croyons-nous, en y comprenant celle des fixes; d'autre part, le nombre *huit*, comme premier nombre cube et principe de l'harmonie, avait toujours été très-sacré pour les pythagoriciens (1), et il était resté sacré même pour Philolaüs et ses disciples (2), qui avaient cessé d'y voir le nombre des révolutions célestes. Quant au nombre *dix*, dérivé du nombre *quatre* par l'addition des *quatre* premiers termes de la série naturelle des nombres entiers depuis *un* jusqu'à *quatre*, il était sacré aussi pour Pythagore, qui, disait-on, en avait montré des applications, mais en dehors de son système astronomique et musical (3). Quand Philolaüs et d'autres pythagoriciens voulurent trouver dans les révolutions célestes le nombre sacré *dix*, l'hypothèse qui attribuait à chacune de ces révolutions un des sons de l'échelle musicale s'effaça pour eux. Philolaüs (4) parle bien encore vaguement de l'*harmonie* cosmique; mais pour lui, comme pour Héraclite (5), ce n'est là qu'une métaphore. Il est vrai que, longtemps après l'extinction de l'école de Pythagore, certains auteurs, blâmés de cela par Plutarque (6), avaient essayé d'appliquer aux dix révolutions célestes des pythagoriciens disciples de Philolaüs dix nombres dont le premier était l'unité et dont chacun des autres était le triple du précédent, de sorte que le dixième nombre, appliqué à la sphère des fixes, devait être 19683. Mais ces nombres, qui d'ailleurs ne viennent pas des anciens pythagoriciens, n'ont aucune signification musicale. Aucun auteur ancien n'attribue, ni à Philolaüs, ni à aucun partisan de son système astronomique, aucune série de dix nombres exprimant dix sons produits par dix révolutions célestes. Il n'y a non plus rien de semblable dans les fragments de Philolaüs : on y trouve bien divers développements des spéculations pythagoriciennes, d'une part sur les nombres en général et sur leurs rôles multiples dans l'univers, d'autre part sur les nombres musicaux en particulier, mais sans aucune application spéciale de ces derniers nombres à l'astronomie. L'hypothèse de Pythagore sur la musique des huit révolutions célestes a été abandonnée par Philolaüs et par les partisans de son système du mouvement diurne de la terre; mais elle a passé à Platon, héritier de la doctrine de Pythagore sur l'immobilité de la terre au centre des huit révolutions. C'est, de même, avec la doctrine de l'immobilité de la terre, qu'on retrouve cette hypothèse chez divers auteurs des siècles posté-

(1) Voyez la *Théol. arithm.*, ch. 8, pages 54—56.

(2) Voyez Philolaüs dans Cassiodore, in *Psalm. IX*, t. 2, page 36 B (éd. Garet). Comparez M. Büchli, *Philolaos*, pages 87—89.

(3) Voyez le faux Plutarque, I, 3, § 16—17. Comparez la *Théol. arithm.*, ch. 10, pages 58—64.

(4) Dans Stobée, *Ecl. phys.*, I, 22, page 460 (Heeren).

(5) Dans Plutarque, *Isis et Osiris*, ch. 45, et *Formation de l'âme*, ch. 27.

(6) *Formation de l'âme*, ch. 31.

rieurs, par exemple chez les néopythagoriciens, chez Plutarque, chez Ptolémée, chez Anatolius, et plus tard chez Manuel Bryenne et chez Nicéphore Grégoras.

Nous avons donc raison de dire que l'harmonie céleste de Pythagore, telle que nous la connaissons avec certitude dans son ensemble, malgré les incertitudes qui nous restent sur certains détails, prouve invinciblement qu'il plaçait la terre immobile au centre du monde. Cette preuve nouvelle confirme celle que nous avons tirée des témoignages directs des anciens.

Maintenant nous allons examiner si ce que nous savons de la musique céleste de Pythagore peut nous apprendre quelque chose sur les distances qu'il assignait aux corps célestes à partir de la terre. Mais ici nous trouvons une question préliminaire. Les nombres donnés par Pythagore étaient-ils présentés par lui comme proportionnels à l'acuité des sons, ou bien, au contraire, comme en raison inverse de cette acuité? Nous avons vu que les vrais rapports numériques des sons qui donnent l'octave, la quinte et la quarte ont été obtenus par Pythagore et par ses disciples au moyen du monochorde à chevalet mobile, qui leur a appris que, toutes choses étant égales d'ailleurs, la gravité des sons augmente avec les longueurs des cordes vibrantes. En outre, plusieurs auteurs anciens (1) disent avec vérité que pour les sons les plus aigus, c'est-à-dire pour les sons donnés par les cordes les plus courtes, les vibrations, étant plus rapides, se succèdent en plus grand nombre dans un même temps. Pythagore et ses disciples s'en étaient bien aperçus; seulement ils s'étaient trompés en supposant que les sons aigus devaient se transmettre plus vite que les sons graves (2). Malgré cette erreur, reproduite après eux par beaucoup d'auteurs anciens (3), les pythagoriciens auraient pu avoir la pensée de représenter, pour l'unité de temps, les nombres des vibrations des cordes semblables et également tendues, en figurant les sons par des nombres en raison géométrique *inverse* des longueurs des cordes et par conséquent en raison *directe* de l'acuité des sons, comme quelques auteurs grecs plus récents l'ont fait (4). Les pythagoriciens auraient probablement fait de même, s'ils avaient su ou s'ils avaient seulement conjecturé que ce rapport fût exact. Mais, comme ils savaient seule-

(1) Voyez Aristote, *Acoustique*, page 803 b, lig. 32 — page 804 a, lig. 8 (Berlin), et Boèce, *Musique*, I, 3. Sur la durée imperceptible de chacune des vibrations et sur leur succession rapide, voyez Xénocrate et Héraclide dans Porphyre, sur les *Harmoniques* de Ptolémée, page 214 (Wallis, t. 3), et Boèce, *Mus.*, I, 31.

(2) Voyez les pythagoriciens Hippasus et Archytas, cités par Théon de Smyrne, *Musique*, ch. 6, 12 et 13 (c'est-à-dire *Arithm.*, ch. 38, 44 et 45), pages 79, 91 et 94 (Boulliau), et par Porphyre, pages 236—238.

(3) Voyez Platon, *Timée*, page 67 B; Aristote, *De l'âme*, II, 8, page 420 a, lig. 26 — b, lig. 4 (Berlin), et *Problèmes*, XI, 6, 14, 16, 20, 21, 62, XIX, 39 et 42; *Ælianus* et *Dionysius*, cités par Porphyre, pages 216 et 219. Contre cette erreur, voyez une objection de Théophraste dans Porphyre, page 243, lig. 34—37.

(4) Voyez Gaudentius, *Harmon.*, page 17, et la note de Meybaum, pages 38—39. Comparez M. Büchh, *Ueber die Bildung der Weltseele* (*Kleine Schriften*, t. 3, pages 170—173).

ment que, toutes choses égales d'ailleurs, le nombre des vibrations croît, quand la longueur des cordes vibrantes décroît, il paraît probable qu'ils s'en tiennent à représenter fictivement les sons par les nombres proportionnels aux longueurs correspondantes des cordes et par conséquent les sons les plus graves par les nombres les plus grands (1).

Cela posé, essayons de découvrir quels rapports Pythagore et ses premiers disciples établissaient entre les rayons des huit révolutions célestes géocentriques et les huit sons rendus, suivant eux, par ces révolutions. Malheureusement les premiers pythagoriciens n'ont rien écrit. Philolaüs a écrit; mais, auteur ou du moins partisan d'un nouveau système astronomique, il a renoncé à la théorie mathématique de la musique des sphères, qui ne se prêtait pas à ce système, et il ne paraît pas qu'il ait parlé de cette musique céleste : il a gardé seulement une notion vague de la puissance de l'*harmonie* dans l'univers (2). Archytas paraît s'en être tenu au même point (3), bien qu'il soit resté fidèle à l'ancien système astronomique de l'école. Le pythagoricien Timée, mis en scène par Platon (4), veut que la loi arithmétique qui donne *a priori* les nombres musicaux en deçà et au delà des limites de l'octave, donne aussi les rayons des révolutions des sept planètes; mais il ne dit pas que ces sept révolutions produisent des sons, et les nombres qu'il donne comme proportionnels aux rayons des sept orbites excéderaient les limites non-seulement des échelles musicales contemporaines de Pythagore ou de Platon, mais des échelles musicales les plus étendues de toute l'antiquité. Du reste, rien ne prouve que cette conception de Platon soit vraiment et authentiquement pythagoricienne. Dans la *République* (5), Platon donne à chaque révolution céleste un son représenté par une Sirène; mais il ne parle pas des longueurs des rayons des orbites. Sur les rapports de ces longueurs avec les sons musicaux dans le système de Pythagore, les seuls témoignages que nous ayons sont postérieurs de bien des siècles à Pythagore et à son école, et ils sont peu d'accord entre eux. Parmi les rénovateurs de l'hypothèse pythagoricienne de la musique céleste dans l'antiquité, la plupart voulaient que les sons fussent d'autant plus graves que la distance à la terre était moindre, qu'ainsi la lune eût le son le plus grave, et que la sphère des fixes eût le son le plus aigu (6). D'autres voulaient, au contraire, que le son

(1) Voyez M. Vincent, *Notices et extraits des manuscrits*, etc., t. 16, part 2, pages 181—184, et M. Büchh, endroit cité (*Kleine Schriften*, t. 3, pages 138—175).

(2) Voyez Philolaüs dans Nicomaque, *Arith.*, II, 18—19, page 133 (Ast), dans Stobée, *Ecl. phys.*, I, 22, pages 458—460, et dans Diogène de Laërte, VIII, 85.

(3) Voyez Plutarque, *Musique*, ch. 44. Comparez Archytas dans Porphyre, pages 236—238 et page 257 (Wallis, t. 3).

(4) *Timée*, pages 35 B—36 D. Comparez Macrobe, *In Somn. Scip.*, II, 3, § 14—16, page 149 (Janus), mes *Études sur le Timée*, Note XXIII, § 1—4, et Notes XXIV—XXV I, et M. Büchh, endroit cité (*Kleine Schriften*, t. 3, pages 158—161 et 167—168).

(5) *Rép.*, X, page 67 B.

(6) Voyez Alexandre d'Ephèse dans Théon de Smyrne, *Astron.*, ch. 15, pages 186—190 (Martin);

fût d'autant plus aigu que la distance à la terre était moindre, et ils donnaient ainsi le son le plus aigu à la lune et le plus grave à la sphère des fixes (1).

Parmi les partisans de chacune de ces deux opinions contraires, les uns n'alléguaient aucune raison; d'autres proposaient des raisons étrangères à l'astronomie. Par exemple, parmi les partisans de la première opinion, quelques uns disaient que le mot *grave* ($\beta\alpha\rho\upsilon\varsigma$) signifiait *pesant*, que la terre, au centre du monde, était le corps *pesant* par excellence, et que par conséquent les planètes les plus rapprochées de la terre devaient produire les sons les plus *graves*, tandis que les sons les plus hauts devaient appartenir à la sphère des fixes et aux planètes les plus voisines de cette sphère (2). D'autres disaient que le mot $\upsilon\pi\acute{\alpha}\tau\eta$, nom de la corde qui donnait le son le plus grave, signifiait *première*, et que le mot $\nu\acute{\alpha}\tau\eta$ (pour $\nu\acute{\iota}\alpha\tau\eta$), nom de la corde qui donnait le son le plus aigu, signifiait *dernière*, et que ces noms leur avaient été donnés parce que les sons de la musique céleste allaient *en montant* depuis la lune, où cette musique commençait sur un ton grave et faible, jusqu'à la sphère de fixes (3). Parmi les partisans de la seconde opinion, quelques uns disaient que le mot $\upsilon\pi\acute{\alpha}\tau\eta$, nom de la corde qui donne le son le plus grave, signifiait *supérieure* et convenait par conséquent à la révolution la plus *haute* parmi les révolutions des planètes, et que $\nu\acute{\alpha}\tau\eta$, nom de la corde qui donnait le son plus aigu, signifiait *dernière* et convenait par conséquent à la lune, *dernière* planète *en descendant* (4). Il est possible que ces raisons, et d'autres qui ne valent pas mieux (5), soient cependant au nombre de celles que les premiers pythagoriciens ont cru avoir pour attribuer tel son à telle révolution céleste.

Quant aux raisons astronomiques en faveur de chacune des deux opinions, il y en a qui paraissent avoir été imaginées après coup et ne pas venir des anciens pythagoriciens. Par exemple, en faveur de la première opinion, l'on s'était avisé de dire que la lune devait nécessairement donner le son le plus grave, parce que, dans le mouvement diurne d'orient en occident, elle allait moins vite que toutes les autres planètes et restait le plus en arrière du mouvement diurne des fixes, qui, étant le plus rapide, devait donner le son le plus aigu (6). Mais

Cicéron, *Rép.*, VI, 11 (Le Clerc); Macrobe, *In Somn. Scip.*, II, 4, § 4-9, pages 149-151 (Janus); Achille Tatius, *Introd. aux Phénom.*, ch. 17, page 136 (Petavii *Uranol.*, 1630); Jean de Lydie, *Mois*, II, 2; Manuel Bryenne, *Harmon.*, pages 362-263, et pages 410-413 (Wallis, t. 3); un anonyme à la suite de Nicomaque, *Harmon.*, II, pages 34-35 (Meybaum), et Nicéphore Grégoras, complément des *Harmon.* de Ptolémée, III, 16, pages 151-152 (Wallis, t. 3).

(1) Voyez Pline, II, 22, page 84 (2.^e éd. Sillig); Nicomaque, *Harmon.*, I, page 6, et cité par l'anonyme, page 33; Plutarque, *Formation de l'âme*, ch. 31 fin, et Manuel Bryenne, pages 411-413.

(2) Voyez Alexandre d'Éphèse, endroit cité.

(3) Voyez l'anonyme à la suite de Nicomaque, *Harmon.*, II, page 34, et Manuel Bryenne, endroit cité.

(4) Voyez Nicomaque, *Harmon.*, I, pages 6-7, et cité, page 33.

(5) Voyez Nicomaque, endroits cités; l'anonyme, pages 34-35, et Manuel Bryenne, pages 362-363.

(6) Voyez l'anonyme à la suite de Nicomaque, *Harmon.*, II, pages 34-35 (Meybaum), et Manuel

ce raisonnement, qui s'accorderait avec la doctrine astronomique d'Anaxagore, est en contradiction avec celle des tous les pythagoriciens, pour qui les mouvements des planètes d'occident en orient, au lieu d'être de simples retards sur le mouvement des fixes d'orient en occident, étaient des mouvements propres, et obliquement contraires à ce mouvement diurne, réel ou apparent, du ciel entier. En faveur de chacune des deux opinions opposées, l'on avait dit que les astres dont le mouvement était le plus rapide devaient donner les sons les plus aigus. Mais de ce principe vague on tirait deux conséquences contraires. Quelques uns, laissant de côté la révolution des fixes et considérant les *vitesse angulaires moyennes* des planètes, concluaient que le son le plus grave devait appartenir à Saturne, dont la révolution durait trente ans, et le son le plus aigu à la lune, dont la révolution ne durait qu'un mois (1). Mais, 1.° l'exclusion de la révolution des fixes était contraire à la pensée de Pythagore. 2.° Il n'y avait aucune proportionnalité entre les différences d'acuité des sons de l'octave diatonique, qu'on appliquait aux planètes, et les différences de leurs *vitesse angulaires*. 3.° Le soleil, Mercure et Vénus, dont les *vitesse angulaires moyennes* étaient déclarées égales entre elles par les pythagoriciens, auraient dû avoir un seul et même son : ce qui est en contradiction avec tous les témoignages antiques sur la musique céleste des pythagoriciens. D'autres auteurs, tels que Cicéron et Macrobe, partant du même principe, étaient arrivés à une conclusion contraire par la comparaison des *vitesse itinéraires moyennes* des corps célestes dans leurs orbites (2) : suivant eux, à cause de la grandeur de son orbite parcourue en trente ans, Saturne faisait en un mois beaucoup plus de chemin que la lune, qui parcourait en un mois sa petite orbite. Ainsi, pour obtenir les rapports voulus entre les *vitesse itinéraires* des sept planètes, il suffisait de fixer comme il le fallait les rayons des orbites. Mais alors la révolution diurne des fixes, admise par Pythagore dans sa musique céleste de l'octo-chorde, en serait nécessairement exclue comme excédant énormément les limites, non-seulement de l'octave, mais de toutes les échelles musicales des anciens, à moins que, contrairement à la pensée de tous les pythagoriciens, qui s'accordèrent toujours à placer les fixes au-dessus de toutes les planètes, on ne voulût les mettre cinquante-quatre fois plus près de nous que la lune. Du reste ces mauvaises explications astronomiques ne sont attribuées expressément ni à Pythagore, ni à ses disciples, par les auteurs anciens.

Bryenne, pages 410—413 (Wallis, t. 3). Telle pourrait être aussi la pensée de Cicéron (endroit cité) : mais son commentateur Macrobe l'entendait autrement. Voyez ci-dessous, note 2.

(1) Cette raison paraît être une de celles que Nicomaque (*Harmon.*, I, page 6) a voulu indiquer. Elle est exposée par Manuel Bryenne (pages 411—413).

(2) Les expressions de Cicéron (endroit cité) ne sont pas claires. Mais Macrobe (*In Somn. Scip.*, II, 4, § 4 et 6) précise le sens par les mots : « *Superiores orbes pro amplitudine sua*, in petu grandiore voluntur », par les mots : « *Orbis altissimus . . . ut in immensum patens* », et par les mots : « *vox ultimi (lunaris orbis), pro spatii brevitate.* »

Au premier abord, il semblerait plus naturel de supposer que Pythagore et ses disciples assimilaient les rayons des orbites aux longueurs des parties vibrantes de la corde du monochorde pour la production des huit sons de l'octochorde diatonique ancien. Or, suivant tous les témoignages, Pythagore admettait qu'en descendant des fixes vers la terre, la première planète était Saturne, avec sa révolution de trente ans, que la deuxième était Jupiter, avec sa révolution de douze ans, que la troisième était Mars, avec sa révolution de deux ans, et que la lune, avec sa révolution d'un mois, était la septième et dernière planète; mais, sur les rangs assignés par eux au soleil, à Mercure et à Venus, dont les révolutions zodiacales, vues de la terre, ont la même durée moyenne, les témoignages sont discordants, comme nous le verrons tout à l'heure. Cela posé, dans cette hypothèse, le son le plus aigu de l'octochorde ($\nu\eta\tau\eta$) aurait été celui de la lune; le rayon de l'orbite lunaire étant pris pour unité, le rayon de la révolution des fixes, correspondant au son le plus grave de l'octave, aurait été 2; celui de la troisième planète en descendant, c'est-à-dire de Mars, aurait été $\frac{3}{2}$; celui de l'orbite de la quatrième planète, c'est-à-dire probablement du soleil suivant Pythagore, aurait été $\frac{4}{3}$. Dans la même hypothèse, pour deviner quels auraient été les rayons et par suite les sons des orbites de Saturne, de Jupiter et des deux planètes le plus rapprochées de la lune, il faudrait savoir à quelle espèce d'octave (1) appartenait l'octochorde diatonique de Pythagore, c'est-à-dire quelles y étaient les places des intervalles autres que le ton plein. Quant aux quatre autres révolutions correspondant aux *cordes invariables*, les valeurs relatives de leurs rayons nous sont données dans cette hypothèse, de sorte que, si la valeur absolue de l'un de ces rayons nous était donnée, nous aurions les valeurs absolues de trois autres rayons dans la même hypothèse. S'il était certain, comme Plin (2) et Censorin (3) l'affirment, que Pythagore évaluât à 126000 stades (environ 23373 kilomètres) la distance de la terre à la lune, et si le soleil était pour Pythagore la quatrième planète, alors, toujours dans l'hypothèse de l'assimilation des rayons des orbites aux longueurs des cordes vibrantes, la distance de la terre au soleil aurait dû être pour lui de 168000 stades (environ 29216 kilomètres); la distance de la terre à Mars aurait dû être de 199000 stades (environ 35059 kilomètres), et la distance de la terre aux étoiles fixes aurait dû être de 252000 stades (environ 46746 kilomètres).

Mais n'oublions pas que, sauf l'évaluation de la distance de la terre à la lune, évaluation attribuée à Pythagore par deux auteurs anciens, l'attribution des au-

(1) Voyez mes *Études sur le Timée*, Note XXIII, § 7, t. 2, pages 12—16, et M. Böckh, ouvrage cité, § XVI (*Kleine Schriften*, t. 3, pages 157, 164 et 171—172).

(2) II, 21, sect. 19, n° 83 (2^e éd. Sillig).

(3) *De die nat.*, c. 13.

tres évaluations à ce même philosophe ne repose que sur une conjecture, d'après laquelle, dans la musique céleste, Pythagore aurait assimilé les rayons des orbites aux longueurs des cordes vibrantes pour chaque son de l'octave. Or cette assimilation, qui est erronée, ne devait pas s'imposer nécessairement à l'esprit de Pythagore. Elle était au contraire et devait lui paraître très-invraisemblable; car, d'une part, outre qu'un rayon, ligne géométrique idéale, ne peut pas vibrer comme une corde réelle, des cordes dont les longueurs varieraient de 126000 à 252000 stades seraient trop longues pour donner des sons musicaux appréciables en vibrant chacune dans toute sa longueur; d'autre part, le rayon de la sphère des fixes, n'étant ainsi supposé que double du rayon de l'orbite de la lune, la petitesse des distances entre les huit orbites aurait dû sembler incroyable en astronomie. D'ailleurs, aucun témoignage antique ne prête cette hypothèse à Pythagore ou à ses disciples, et, comme nous allons le voir, deux témoignages leur prêtent sur ce point des conceptions très-différentes de celle-là. Sans doute, ces témoignages, que nous allons examiner maintenant, ne sont pas irrécusables; mais ils méritent pourtant d'être expliqués et appréciés.

Malgré leurs dissidences, ces deux témoignages, qui sont ceux de Plinie et de Censorin (1), s'accordent sur un point capital: ils veulent qu'une comparaison ait été établie par Pythagore, non pas entre les *longueurs* des cordes vibrantes et les *longueurs* des rayons des orbites, mais entre les *intervalles* musicaux compris dans l'octave et les *intervalles* des huit orbites. Or, tandis que, comme Pythagore le savait, les intervalles musicaux étant exprimés en nombres, pour avoir la *somme* de deux de ces intervalles, il faut prendre le *produit* des nombres qui les expriment (2), au contraire les *distances* des orbites, étant égales aux *différences* de leurs rayons, s'ajoutent par *addition* et non par *multiplication*. Ainsi, entre la série des *intervalles* musicaux et la série des *distances* des orbites, Pythagore ne pouvait supposer ni identité ni proportionnalité, mais seulement une analogie plus ou moins éloignée, comme celle qui peut exister entre les termes correspondants de deux progressions de même *raison*, mais l'une *par différence* et l'autre *par quotient*. De plus, tandis que, dans l'échelle musicale, il y a pour huit sons sept intervalles seulement, au contraire, dans l'échelle des distances astronomiques, pour huit orbites il y a nécessairement huit distances; car on ne peut pas supprimer la distance entre le centre commun des huit orbites, c'est-à-dire la terre immobile et dépourvue de son musical, et l'orbite de la lune, dont la révolution donne le premier son en

(1) Endroits cités.

(2) Ainsi, la quarte étant exprimée par $\frac{1}{3}$ et le ton par $\frac{2}{8}$, la quinte, qui est la quarte plus un ton, n'est pas $\frac{1}{3} + \frac{2}{8}$, mais elle est $\frac{1}{3} \times \frac{2}{8} = \frac{2}{24}$. De même, l'octave, qui est la quinte plus une quarte, n'est pas $\frac{2}{24} + \frac{1}{3}$, mais elle est $\frac{2}{24} \times \frac{1}{3} = \frac{2}{72} = \frac{1}{36}$.

montant ou le dernier son en descendant. Enfin, il faut remarquer que les expressions de Pline indiquent une inégalité entre les demi-tons qu'il emploie dans son calcul. Dans notre explication de ce calcul, nous négligerons, comme lui, cette inégalité du *demi ton-faible* des anciens (λαϊμμα) et de leur *demi-ton fort* (ἀποτομή). Le premier seul entrait dans le genre diatonique; mais nos deux auteurs supposent ici l'emploi d'intervalles chromatiques (1).

Pline (2), et Censorin (3) s'accordent à nous dire que Pythagore, prenant pour unité la distance de la terre à la lune, la comparait au *ton* et la faisait de 126000 stades; que de la lune à Mercure il comptait (environ) un *demi-ton* (63000 stades); de Mercure à Vénus à peu près autant; de Vénus au soleil un *ton et demi* (189000 stades); du soleil à Mars, un *ton* (126000 stades); de Mars à Jupiter un *demi-ton* (63000 stades); de Jupiter à Saturne un *demi-ton*; enfin, de Saturne à la sphère des fixes un *demi-ton* (63000 stades) suivant Censorin, mais un *ton et demi* (189000 stades) suivant Pline (4). La distance que Pythagore comptait de la terre à la sphère des étoiles fixes aurait donc, suivant Pline, été septuple de la distance que Pythagore comptait de la terre à la lune, tandis que la première distance n'aurait été que sextuple de la dernière suivant Censorin. Pour trouver les rayons des orbites d'après ces deux auteurs, il suffit d'additionner les distances. Ainsi les rayons des orbites des planètes, à partir de la terre, considérée comme leur centre commun, auraient été, suivant Pythagore, de 126000 stades (environ 23373 kilomètres) pour la lune, de 189000 stades (35059^k, 5) pour Mercure, de 252000 stades (46746^k) pour Vénus, de 441000 stades (81805^k, 5) pour le soleil, de 567000 stades (105178^k, 5) pour Mars, de 630000 stades (116865^k) pour Jupiter, de 693000 stades (128551^k, 5) pour Saturne; enfin la distance de la terre aux étoiles fixes, suivant Pythagore, aurait été de 756000 stades (140238^k) d'après Censorin, ou de 882000 stades (163611^k) d'après Pline. Mais le compilateur Pline, auquel les contradictions sont habituelles, vient de dire, dans le chapitre précédent (5), que Pythagore, qui comptait 126000 stades de la terre à la lune, comptait le double de la lune au soleil, et le triple du soleil aux fixes : ce qui donnerait par conséquent, pour la distance de la terre au soleil, 378000 stades, et pour la distance de la terre aux fixes 756000 stades. Par ces deux nombres, Pline se contredit lui-même; par le second, il s'accorde avec Censorin. Le témoignage de Censorin, auteur généralement plus exact que Pline, est donc celui qui mérite ici le plus de confiance. Du reste, ces évaluations arbitraires et leur comparaison avec l'échelle musicale n'ont rien d'incompatible avec ce que nous savons des doctrines

(1) Voyez mes *Études sur le Timée de Platon*, Note XXIII, § 4, t. I, pages 408—412.

(2) II, 21—22, sect. 19—20, nos 83—84 (Sillig.).

(3) *De die nat.*, c. 13.

(4) II, 22, sect. 20, n° 84.

(5) II, 21, sect. 19, n° 83.

de Pythagore et de ses premiers disciples. Ces évaluations et cette comparaison ne supposent nullement, comme on a eu tort de le croire (1), l'attribution contradictoire d'un son à la terre supposée immobile, ni la confusion entre les intervalles musicaux, qui s'ajoutent par la multiplication des nombres qui les expriment, et les distances des orbites, qui s'additionnent entre elles. Il est vrai que cette contradiction et cette confusion paraissent se trouver chez Alexandre d'Ephèse (2) et chez Achillès Tatius (3), qui attribuent aux fixes le son le plus aigu, de même que Censorin et Pline; mais ils parlent en leur propre nom, sans citer les pythagoriciens. Suivant une des deux assertions contradictoires de Pline, en prenant pour unité géométrique de *distance*, sous le nom musical de *ton*, la distance de la terre à la lune, Pythagore comptait, de la lune à la sphère des fixes une octave, et de la terre à la sphère des fixes un octave et un ton. Suivant l'opinion attribuée à Pythagore par l'autre assertion de Pline et par Censorin, de même que suivant Achillès Tatius et Alexandre d'Ephèse, il y avait de la lune à la sphère des fixes une octave moins un ton, et de la terre à la sphère des fixes une octave. Le tort d'Achillès Tatius et d'Alexandre d'Ephèse n'est pas d'avoir compté un *ton* de la terre à la lune; mais ils ont un double tort, que les deux autres auteurs ne se sont pas donné : d'une part, ils ont pris les tons et les demi-tons de cette série pour des intervalles musicaux, tandis que primitivement ce devaient être des distances linéaires comparées symboliquement à ces intervalles d'un tout autre genre; d'autre part et par suite de cette confusion, ils ont prêté un son à la terre, tout en déclarant qu'elle est immobile au centre de toutes les révolutions célestes : ce qui est en contradiction avec le principe de la musique céleste de Pythagore. Ptolémée (4), réfuteur ardent des adversaires de l'immobilité de la terre, a cependant prêté de même à la terre un son dans la musique céleste. Quant à Anatolius (5), qui compte, comme Ptolémée, deux octaves de la lune aux fixes, et de plus un ton de la terre à la lune, on ne peut pas affirmer avec certitude qu'il ait commis la même inconséquence, puisqu'il ne parle pas expressément de *sons*, mais seulement de *rapports numériques*, qui peut-être, malgré leurs noms empruntés à la musique, n'exprimaient pour lui que des rapports de distances itinéraires. Du reste, Ptolémée et Anatolius ont raison de ne pas se référer ici à Pythagore et à ses disciples, dont l'échelle musicale n'embrassait qu'une octave.

En somme, les connaissances que nous avons de l'hypothèse de Pythagore sur

(1) Voyez, par exemple, M. Böckh, endroit cité (pages 170—171), qui, du reste, a bien relevé et expliqué quelques expressions obscures ou inexactes de Pline.

(2) Dans Théon de Smyrne, *Astron.*, ch. 43, pages 186—190 (Martin).

(3) *Introd. aux Phénom.*, ch. 17, page 13 (Pelavii *Uranol.*, 1630).

(4) *Inscription de Canope* à la suite des *Hypothèses*, pages 61—62 (Halma).

(5) Dans la *Theologie arithmétique*, chap. 8, page 36 (Ast.).

la musique céleste suffisent pour nous montrer qu'il plaçait la terre immobile au centre du monde, et qu'il faisait tourner autour d'elle le soleil, la lune, les cinq planètes et la sphère des fixes; mais ces connaissances ne suffisent pas pour nous apprendre quelles étaient, suivant lui, les distances de la terre à ces corps. Les renseignements que nous avons à cet égard sont douteux, vagues et contradictoires. Du reste, ce qu'ils attribueraient à Pythagore, ce seraient d'énormes erreurs.

Comme nous l'avons dit, on n'est même pas d'accord sur l'ordre assigné aux planètes par Pythagore et par ses disciples fidèles, qui plaçaient la terre immobile au centre du monde. Nous venons de voir que suivant Pline et Censorin, en descendant de la sphère des fixes vers la terre, Pythagore mettait 1° Saturne, 2° Jupiter, 3° Mars, 4° le soleil, 5° Vénus, 6° Mercure, 7° la lune. Telle devait avoir été au moins l'opinion d'une partie des premiers pythagoriciens, comme Théon de Smyrne (1) et Chalcidius (2) l'assurent : ce qui confirme l'assertion de ces deux auteurs, jointe à celle de Censorin et de Pline, c'est que tel était, comme nous le verrons, l'ordre assigné aux planètes au-dessus de la lune par le pythagoricien Philolaüs et par ses disciples; seulement ils ajoutaient au-dessous de la lune deux autres planètes. Cependant l'auteur anonyme d'une *Vie de Pythagore* (3) dit que les pythagoriciens plaçaient au-dessous des fixes 1° Saturne, 2° Jupiter, 3° Mars, 4° Venus, 5° Mercure, 6° le soleil et 7° la lune, au-dessous de laquelle venaient d'abord le feu, puis l'air, l'eau et la terre. Tel est aussi l'ordre que Platon a toujours suivi, notamment dans le dialogue où il donne la parole au pythagoricien Timée (4). Il paraît probable que les premiers disciples de Pythagore, unanimes en faveur du système géocentrique, se partagèrent entre ces deux opinions sur les rangs du soleil, de Mercure et de Vénus, mais que l'opinion qui met le soleil dans le quatrième cercle fut chez eux prédominante, comme elle le fut plus tard parmi les savants de la Grèce, sans que pourtant les partisans de cette opinion pussent donner, pour la soutenir, une raison décisive. Pour les autres planètes, la différence des durées moyennes de leurs révolutions zodiacales offrait un indice, qui permettait de fixer avec probabilité leur ordre de distance à la terre, en attribuant les plus grands rayons aux révolutions les plus lentes. Pour le soleil, Mercure et Vénus, dont les révolutions zodiacales semblaient avoir une même durée moyenne, cet indice faisait défaut.

Nous avons dit, en nous appuyant de l'autorité de Geminus, que Pythagore et ses disciples n'ignoraient pas entièrement les inégalités des mouvements des planètes. Surtout ils ne pouvaient pas ignorer les rétrogradations de Mercure et de Vénus, rendues évidentes par les positions changeantes de ces deux pla-

(1) *Astron.*, cli. 15, pages 180—182 (Martin).

(2) *In Timæum*, c. 71, page 197 (*Fragm. philos.*, gr., t. 2, Didot).

(3) Dans Photius, *Biblioth.*, cod. 249, page 439 b, lig. 17—24 (Bekker).

(4) *Timée*, page 39 B.

nètes à l'égard du soleil; et cependant, suivant eux, ces variations de mouvements ne devaient rien changer aux sons produits par les révolutions de ces astres: autrement l'harmonie céleste aurait été troublée. En effet, Geminus nous a dit que, suivant eux, toutes les révolutions célestes devaient être circulaires et uniformes. Nous venons de voir qu'ils paraissent avoir considéré comme invariables les distances du soleil, de la lune et des planètes à la terre. Sans doute, ils admettaient, comme Platon (1), que les sons de la musique céleste étaient produits par les mouvements uniformes des cercles qui, suivant eux, emportaient les planètes dans leurs révolutions autour de la terre; mais, sans doute, il croyaient que, par certains mouvements propres qu'elles accomplissaient le long de ces cercles, les planètes produisaient les inégalités de leurs mouvements apparents, leurs stations et leurs rétrogradations. Plus tard, certains imitateurs des pythagoriciens, en expliquant de même les sons de leur musique céleste par les révolutions uniformes des orbites, expliquèrent par des épicycles les inégalités des mouvements, les rétrogradations et la variation des distances à la terre. Mais, nous le répétons, c'est à tort que Simplicius, Jamblique et Proclus ont voulu prêter aux anciens pythagoriciens l'invention alexandrine des épicycles et des excentriques.

En introduisant en Grèce la notion de la sphéricité de la terre, et des mouvements propres des planètes, d'occident en orient, suivant des cercles obliques à l'équateur céleste, Pythagore et ses premiers disciples ont fait faire un grand pas aux notions astronomiques des Grecs. Cette gloire leur appartient; on ne pourrait que la compromettre en leur attribuant des mérites et des inventions qui ne leur appartiennent pas.

(1) *Rép.*, X, page 617 B.

BULLETTINO
DI
BIBLIOGRAFIA E DI STORIA
DELLE
SCIENZE MATEMATICHE E FISICHE

Tomo V - 1872

4 Jahrbuch über die
Fortschritte der Mathematik

1872

(R) →

319

2

I. Abschnitt. Geschichte und Philosophie.

TH. H. MARTIN. Hypothèse astronomique de Pythagore.
Boncompagni Bull. V. 99-126.

Die Abhandlung bildet das Capitel IV. einer „Histoire des hypothèses astronomiques chez les Grecs et les Romains“, welche der Verfasser vorbereitet. Seine Resultate sind folgende: Nach Pythagoras steht 1) die Erde unbeweglich im Mittelpunkte der Welt. 2) Um sie drehen sich die Planeten in der Ordnung: Saturn, Jupiter, Mars, Venus, Merkur, Sonne, Mond und endlich der Fixsternhimmel. 3) Er kannte wenigstens theilweise die Ungleichheit der Planetenbewegungen! 4) Er führte in Griechenland die Kenntniss der Kugelgestalt der Erde und der Eigenbewegung der Planeten von Westen nach Osten in schiefem Kreise gegen den Himmelsäquator ein. Alle übrigen dem Pythagoras zugeschriebenen Kenntnisse sind fälschlich von seinen Schülern und Nachfolgern auf ihn übertragen worden. Ce.