

La thèse des néo-pythagoriciens sur les rapports musicaux, invalidée par leur propre méthode expérimentale

par R. Tanner

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique du C.N.R.S.
F-13277 Marseille Cedex 9

Sommaire

Dans les démonstrations d'articles antérieurs, la démonstration directe de l'erreur d'interprétation des expériences néo-pythagoriciennes n'avait jamais été faite. La démonstration du présent exposé offre précisément cette particularité remarquable, c'est-à-dire qu'elle a été faite en utilisant la méthode même des néo-pythagoriciens. Simultanément cette démonstration constitue une confirmation nouvelle de la théorie des psycharithmes.

Les expériences néo-pythagoriciennes s'appuyaient principalement sur la méthode du choix entre échelles musicales. On a donc repris cette méthode, mais en introduisant, parmi les échelles présentées au choix des sujets, une échelle artificielle conservant la valeur $5/4$ à la tierce ut-mi mais divisant cette tierce en deux intervalles égaux (ut-ré et ré-mi) de valeur $(5/4)^{1/2}$. Cela a permis de montrer (directement) que les préférences pour l'échelle pythagoricienne, dans les expériences anciennes, n'étaient dues à rien d'autre que l'égalité des tons.

Un second but des expériences présentées ici a été de vérifier une prévision assez paradoxale de la théorie des psycharithmes: l'échelle artificielle ut = 1, ré = $(5/4)^{1/2}$, mi = $5/4$, une fois fausse selon la conception zarlinienne (pour laquelle ré = $9/8$) et deux fois fausse selon la conception pythagoricienne (pour laquelle ré = $9/8$ et mi = $(9/8)^2$) devrait être jugée plus juste que l'échelle zarlinienne et aussi juste que l'échelle pythagoricienne, ce qui correspond bien aux résultats des présentes expériences.

L'article contient également un rappel substantiel de la théorie des psycharithmes. Cela permet de montrer en détails comment cette théorie mène d'une part aux expériences utilisant la «méthode de courbe» (expériences présentées dans un article antérieur d'Acustica) et d'autre part à une reprise, comme ici, de la «méthode de choix» entre échelles.

*Die These der Neopythagoraner über musikalische Verhältnisse,
widerlegt durch ihre eigene Versuchsmethode*

Zusammenfassung

In früheren Beiträgen ist bislang der Interpretationsfehler bei neopythagoräischen Versuchen nie direkt demonstriert worden. Die Demonstration vorliegender Arbeit bietet gerade die merkwürdige Besonderheit, daß sie sich derselben Methode bedient wie die Neopythagoraner. Zugleich bedeutet diese Demonstration eine neue Bestätigung der Psycharithmentheorie.

Die Experimente der Neopythagoraner stützen sich grundsätzlich auf die Methode der Auswahl zwischen verschiedenen Tonskalen. Diese Methode wird hier also aufgegriffen; allerdings wird unter die den Versuchspersonen zur Auswahl angebotenen Tonleitern eine künstliche Tonleiter eingefügt. Diese behält den Wert $5/4$ für die Terz c—e bei, teilt diese aber in zwei gleiche Intervalle (c—d und d—e) mit dem Wert $(5/4)^{1/2}$.

So ist (direkt) bewiesen worden, daß in den früheren Experimenten die pythagoräische Skala nur wegen der Tongleichheit gewählt worden war.

Zweites Ziel der hier vorgestellten Versuche war es, eine ziemlich paradoxe Vorhersage der Psycharithmentheorie zu verifizieren: die künstliche Tonskala c = 1, d = $(5/4)^{1/2}$ und e = $5/4$, die einerseits bezüglich der Zarlinoschen Konzeption (für die d = $9/8$), andererseits bezüglich der pythagoräischen Konzeption (für die d = $9/8$ und e = $(9/8)^2$) falsch ist, sollte als reiner beurteilt werden als die Zarlinosche Tonskala und ebenso rein wie die pythagoräische Skala. Dies entspricht recht gut den Ergebnissen der vorliegenden Versuche.

Der Artikel ist zugleich eine wesentliche Stütze der Psycharithmentheorie. Er zeigt im einzelnen, wie diese Theorie einerseits zu Versuchen nach der „Kurvenmethode“ führt (Versuche,

590
TANNER, R.
1982

die in einem früheren Acustica-Artikel dargestellt sind), und andererseits — wie hier — zu einem Rückgriff auf die Methode der „Auswahl von Tonskalen“.

*The Neo-Pythagorean Theory of Musical Ratios Disproved by
by their own Experimental Method*

Summary

Among the proofs given in the previous articles, it has never before been directly proved that the experiments of the Pythagoreans were based on a misinterpretation. The proof given here is particularly outstanding in that it follows the same procedure to that used by the Pythagoreans themselves. At the same time, it provides further confirmation of the theory of psycharithms.

The Neo-Pythagorean experiments depended chiefly on the method consisting of a choice among different musical scales. This method has been adapted by introducing an artificial scale among those presented to the subjects. In this scale, the third $c-e$ is still given the value $5/4$, but it is subdivided into two equal intervals ($c-d$ and $d-e$) having the values $(5/4)^{1/2}$. It has thus been possible to prove directly that the preferences for the Pythagorean scale expressed in earlier experiments were purely due to the equal tone-intervals.

The second aim of the experiments described here was to test a rather paradoxical prediction arising from the psycharithm theory: there, the artificial scale $c=1$, $d=(5/4)^{1/2}$, $e=5/4$, with which Zarlino's theory (according to which $d=9/8$) and Pythagorean theory (according to which $d=9/8$ and $e=(9/8)^2$) both disagree, is claimed to be truer than the Zarlino's scale and as true as the Pythagorean scale. This was precisely confirmed by the results of the present experiments.

The paper also provides a substantial outline of the theory of psycharithms. It is shown in detail how this theory leads on the one hand to experiments using the "curve method" (these experiments have been described in an earlier Acustica article), and on the other hand to a revival of the method involving choice-making among different musical scales.

1. Introduction

1.1. Pythagore

Le titre de cet article ne doit pas laisser croire à une mésestimation du génie de Pythagore. Certes Pythagore (ou le groupe Pythagore) n'a pas résolu le problème de l'origine des intervalles musicaux; de plus il a limité arbitrairement au nombre 3 les facteurs de composition des intervalles. Cependant, ses découvertes à son époque méritent toute notre admiration; et elles la méritent d'autant plus qu'il était alors plus près de la solution que, plus de 20 siècles plus tard, les acousticiens des théories des harmoniques ou de la «résonance», qui croyaient ouvrir l'ère de la musicologie scientifique. En effet, en créant ces théories faussement explicatives et faussement scientifiques [1], ces musicologues se sont carrément égarés. Pythagore, lui, ne propose aucune théorie explicative¹ de l'intervention des nombres entiers dans la constitution des intervalles. Or mieux vaut l'absence de théorie explicative qu'une théorie fausse. Pythagore était dans la voie de la solution et il l'avait ouverte; par rapport à cela, les théories des harmoniques, engagées dans une impasse pseudo-scientifique, au lieu d'un progrès ont marqué un recul.

¹ Sa métaphysique ne saurait être considérée comme telle, et il convient ici de simplement l'ignorer en tant qu'ascientifique.

1.2. Objet de cet article

Les expériences décrites dans cet article s'intègrent dans un ensemble très synthétique qui a débuté par deux grands groupes d'expériences, l'un sur la fonction harmonique des intervalles et leur valeur théorique exacte, l'autre sur leur fonction mélodique. Ces deux groupes ont fait l'objet de publications antérieures d'Acustica: «Le problème des 'deux tierces' (Pythagore ou Zarlino). Sa solution psycharithmétique et expérimentale» [2]; «La fonction et la justesse mélodiques des intervalles» [3]. Leurs résultats seront rappelés en temps utile.

L'un des buts du présent ou troisième groupe d'expériences a été de parachever les démonstrations déjà apportées par les deux premiers.

Tout cet ensemble expérimental se trouve lui-même en liaison étroite avec la théorie psycharithmétique de la musique. Il permet de la confirmer par la vérification de certaines conséquences importantes, là où les données de l'expérience musicale directe n'y suffisent pas, et où par conséquent l'expérimentation en laboratoire offre cette utilité certes d'apporter des preuves tangibles supplémentaires, souvent reçues comme plus convaincantes que le raisonnement pur à partir des données directes de la musique (même suivi de vérification dans ce même ensemble de données).

Cependant, on ne saurait trop souligner que l'essentiel de l'investigation scientifique ne se fait pas

en laboratoire, mais par la réflexion sur ce que sont les phénomènes tels qu'ils s'offrent à nous. Aussi ces preuves supplémentaires, obtenues par l'expérimentation, ne doivent-elles jamais faire perdre de vue le caractère primordial des données directes de la musique, ni surtout leur caractère décisif et à lui seul suffisant pour la détermination de l'essentiel des conceptions théoriques (cf. [4]).

S'il n'en avait été ainsi, d'abord l'assise scientifique eût manqué pour seulement concevoir les trois groupes d'expériences. Surtout les résultats prévus par la théorie, en dépit de leur apparence paradoxale, voire d'«impossibilité», n'auraient pas été obtenus. Pour le dernier groupe en particulier, on verra effectivement que son but principal a été, plus qu'une simple confirmation, la mise à l'épreuve de la théorie psycharithmétique de la musique dans ses conséquences apparemment les plus inacceptables selon les vues traditionnelles.

Dans ces conditions, l'intérêt de l'expérimentation se trouve sans doute considérablement accru. Il reste que des résultats même spectaculaires ou les moins conformes aux idées reçues ne devraient étonner personne, à partir du moment où une théorie dûment fondée les a montrés pratiquement acquis d'avance.

1.3. Motivation théorique

Pour décrire et expliquer les résultats du troisième groupe d'expériences, il est donc nécessaire de rappeler, d'une part et surtout, leur motivation théorique, d'autre part les résultats des expériences antérieures.

Dans ce but on trouvera principalement, un peu plus loin (sous-titre 3), une sorte de récapitulatif sommaire des connaissances théoriques utiles².

2. Théories et expériences antérieures à la théorie des psycharithmes

Mais en premier lieu, il faut rappeler les expériences du type Van Esbroeck et Montfort [5], par lesquelles certains auteurs avaient cru établir la preuve de la justesse de la gamme théorique pythagoricienne.

L'originalité du troisième groupe d'expériences, par rapport aux deux premiers, consiste en effet à démontrer simultanément la validité des conséquences de la théorie psycharithmétique et l'invalidité de la conclusion de ces auteurs, en réemployant cette

fois leur propre méthode (celle, classique, de choix entre échelle musicales).

2.1. Les expériences des néo-pythagoriciens (méthode de choix entre échelles)

Pendant et après la période dominée par les travaux d'Helmholtz, la tendance générale a été d'admettre que les intervalles musicaux, avec les rapports qui les caractérisent, et conjointement leur propriété de plus ou moins grande consonance ou dissonance, s'expliquaient par les harmoniques du son complexe (théorie des harmoniques ou «de la résonance» sous ses diverses formes, en particulier théorie de la «fusion», ou de la coïncidence partielle des harmoniques respectifs de deux sons composant un intervalle³). En corollaire, l'opinion dominante était que la «gamme juste» est celle de Zarlin (rapports 1, 9/8, 5/4, 4/3, etc.)⁴.

A cette période en quelque sorte classique de l'«acoustique musicale» succéda une période relativement récente, où différents expérimentateurs (Cornu et Mercadier [6], Van Esbroeck et Montfort [5], Barkeschli [7], [8], [9], [10]), la plupart même zarliniens à l'origine, crurent devoir conclure à la justesse de la gamme pythagoricienne⁵ (rapports par puissances entières de 2 et de 3 uniquement: 1, 9/8, (9/8)², 4/3, etc.). Une méthode type de ces expérimentateurs consistait à faire choisir à des auditeurs entre plusieurs exécutions d'un même morceau, l'une selon l'échelle zarlinienne, une autre selon l'échelle pythagoricienne, ou d'autres encore.

³ Sur l'invalidité de la théorie des harmoniques, exhaustivement examinée a priori et a posteriori et sous toutes ses formes, v. [1].

⁴ Il faut noter que l'invalidité des diverses formes de théorie des harmoniques (cf. note précéd.) n'entraîne pas la fausseté de la gamme de Zarlin. Elle prouve seulement que l'explication, tentée par ces théories, des rapports de cette gamme à supposer qu'elle soit juste (ou à plus forte raison de la vraie «gamme juste» à supposer qu'elle soit fausse ou en partie fausse) n'est pas valable.

Par contre, la validité de la théorie des harmoniques (si elle avait été valide) eût entraîné la justesse de la gamme de Zarlin, ou sinon de cette gamme, du moins d'une gamme plus ou moins comparable mais plus difficilement soutenable, notamment la gamme dite «naturelle». Celle-ci ne diffère de la précédente (exceptionnellement pour deux notes: fa et la dans la gamme d'ut) que par la manière dont on peut prétendre «dédire», des harmoniques, la valeur des intervalles.

⁵ Ou encore (conception «mixte») à l'existence de deux gammes exactes: l'une pour les sons simultanés, celle de Zarlin et dite alors «harmonique» (improprement puisque l'harmonie musicale affecte tout également les sons simultanés et successifs); l'autre pour les sons successifs, celle de Pythagore et dite «mélodique». Des trois conceptions (zarlinienne, pythagoricienne, «mixte»), la dernière était d'emblée la moins soutenable (cf. [3], p. 205, n. 8).

² Pour le fondement expérimental et logique de la notion de psycharithme, v. [4]. (Pour le détail de l'écriture des psycharithmes, v. également [4], p. 95, et [2], p. 338, n. 5.)

Mis à part le tempérament égal⁶, le résultat, dans l'ensemble, a été une nette préférence pour l'échelle pythagoricienne.

(Malgré cela, le débat entre pythagoriciens et zarliniens s'est poursuivi jusqu'à nos jours, avec argumentation expérimentale — valable ou non⁷ — des deux côtés.)

3. Base théorique des trois groupes d'expériences fondées sur la connaissance des psycharithmes

Cette base théorique a déjà été résumée de façon relativement détaillée dans le précédent article d'Acustica ([3]: pp. 260–262). On pourra s'y reporter pour plus de précision sur les notions initiales (propriétés de l'intervalle, fonction harmonique et mélodique, leur provenance psycharithmétique) — ou mieux bien entendu aux publications indiquées en annexe à cet article ou au texte qui suit.

3.1. Propriétés du psycharithme et de l'intervalle musical

L'intervalle musical est un psycharithme entre fréquences. Autrement dit ce qui fait l'essence musicale d'une quinte par exemple, ou d'un ensemble de deux sons de fréquences 200 et 300, ce n'est pas à proprement parler leur rapport de fréquence (ici $3/2$), mais un psycharithme correspondant à ce rapport (ici $3 \cdot 2^{-1}$). (Suivant la définition générale du psycharithme, c'est donc un acte opératoire, consistant en une suite d'opérations de multiplication ou division, et défini par un produit orienté de facteurs premiers affectés de puissances entières positives ou négatives, [4].)

Un rapport n'est qu'un nombre; or le psycharithme possède des propriétés que ne possède pas le nombre: complexité, grandeur (seule propriété commune avec le nombre), différenciation qualitative. Tant qu'on a considéré seulement l'intervalle comme lié au rapport, ses propriétés (ou plus généralement les lois de la musique) n'ont pas trouvé d'explication. Au contraire, les trois pro-

priétés du psycharithme rendent compte des trois propriétés de l'intervalle:

1) La propriété de consonance (ou dissonance) provient de la propriété de complexité du psycharithme. (La complexité — et par suite la dissonance — sont d'autant plus grandes que les facteurs qui composent le psycharithme sont plus grands, plus nombreux, ou affectés de puissances plus élevées en valeur absolue [4].)

2) La propriété de grandeur de l'intervalle provient simplement de la propriété secondaire de « grandeur » du psycharithme (valeur effectuée du produit orienté définissant le psycharithme, et qui s'identifie au rapport de fréquence [4]).

3) Enfin la propriété qualitative de l'intervalle s'explique par la propriété paradoxale de différenciation qualitative des psycharithmes [12]. (Cette troisième propriété n'est citée ici que pour mémoire, car elle n'interviendra pas dans le travail qui va nous occuper.)

3.1.1. Harmonie et mélodie

La consonance de l'intervalle (avec sa propriété qualitative) constitue sa propriété harmonique; la grandeur est sa propriété mélodique.

Soulignons une fois de plus que d'après ce qui précède (et conformément à l'expérience), les propriétés harmoniques et mélodiques de l'intervalle ne sont pas respectivement liées à la simultanéité et à la succession. Elles proviennent des propriétés générales (indépendantes du temps) du psycharithme. Toutefois, la propriété grandeur ne devient expressive que dans le temps, sous forme du dessin mélodique.

3.2. Justesse harmonique et justesse mélodique

Dans les conceptions traditionnelles, les intervalles de la gamme ont des valeurs exactes fixes, déterminées par un facteur unique. Il y a désaccord sur ce facteur, et par conséquent sur ces valeurs, selon les conceptions (principalement zarlinienne: valeurs tirées des harmoniques du son complexe; pythagoricienne: valeurs uniquement déterminées par des puissances de 2 et de 3 — cf. plus haut).

La théorie psycharithmétique rejette cette idée d'une gamme juste fixe, commune aux conceptions traditionnelles malgré leur désaccord. Elle la rejette comme d'ailleurs la rejette déjà une simple analyse objective des données directes de la musique [11]. Dans cette théorie les valeurs dépendent des fonctions des notes et intervalles dans le contexte musical (par exemple fonction sous-dominante ou fonction septième de dominante pour la même note fa dans la gamme d'ut), et ces fonctions sont chaque fois déter-

⁶ Qu'on s'accorde à considérer comme une sorte de « compromis » qui de toute évidence ne saurait répondre à la question des rapports théoriques exacts.

⁷ En fait non valable, ceci a déjà été démontré: dans [4] et [1] (plus spécialement pour la conception zarlinienne et la théorie des harmoniques), et dans Acustica [11], [2], [3] (soit pour l'ensemble des deux conceptions, soit plus spécialement pour la conception pythagoricienne).

Un malheureux concours de circonstances a fait que la publication [2], dont les dernières épreuves n'ont pu être corrigées par l'auteur, contient d'importantes fautes qui rendent parfois le texte inintelligible. L'auteur tient des tirés à part corrigés à disposition de tout lecteur intéressé.

minées par les psycharithmes qui interviennent. Pour un intervalle donné et dans un contexte donné, le sentiment de justesse est déterminé par le psycharithme et ses propriétés. Il y a par suite deux facteurs de justesse: un facteur harmonique, lié au psycharithme proprement dit avec sa propriété de complexité entraînant la consonance (ce facteur intervient pour les sons simultanés et successifs); un facteur mélodique, lié à la propriété secondaire de «grandeur» du psycharithme.

La justesse harmonique est satisfaite lorsque le rapport de fréquence correspond (à la marge de tolérance près) à la valeur effectuée du produit orienté définissant le psycharithme⁸; la justesse mélodique (grandeur du rapport de fréquence) est maximum lorsque les intervalles s'inscrivent dans une échelle régulière ($2^{n/12}$, avec n entier compris entre 1 et 12).

La tolérance harmonique permet cette échelle régulière.

3.3. La notion de «valeur théorique exacte des intervalles»

Voici maintenant comment s'élucide la question des «valeurs théoriques exactes» des intervalles.

En pratique, la justesse harmonique et la justesse mélodique peuvent être considérées comme d'égale importance, car toutes deux font partie intégrante de la musique (comme les propriétés du psycharithme sont inséparables du psycharithme lui-même).

Cependant, la justesse harmonique est expérimentalement principale en ce sens que l'harmonie est spécifiquement musicale; elle l'est aussi en théorie en ce sens qu'elle est directement reliée au psycharithme.

La justesse mélodique est secondaire en ce sens que la fonction mélodique n'est pas de nature spécifiquement musicale (cf. arabe dans le dessin, etc.), et que parallèlement elle ne dérive que d'une propriété secondaire (la «grandeur») non spécifique du psycharithme.

C'est à la justesse harmonique (et non à la justesse tout court) qu'il faut rattacher la notion de «valeur théorique» exacte des in-

tervalles (telle que $3/2$ pour la quinte, $5/4$ ou $81/64$ pour la tierce, etc.). Cette réalité foncière, évidemment, ne pouvait s'élucider lorsqu'on ne discernait pas les deux composantes de la justesse. Mais, soulignons-le entre parenthèses, elle le pouvait encore moins en identifiant, de surcroît, «harmonique» à simultanée.

Par contre, la justification théorique et expérimentale de tout ce qui précède est maintenant facile à comprendre: s'il n'y avait pas la fonction harmonique (distincte de la fonction mélodique comme expliqué par les propriétés du psycharithme), s'il n'y avait pas, parallèlement, une justesse harmonique, dans son principe distincte de la justesse mélodique, il n'y aurait aucune raison pour que les intervalles de l'échelle musicale ne soient pas tous égaux, et la question des «valeurs théoriques exactes», depuis l'antiquité, ne se serait même pas posée.

3.3.1. Exemples de provenance psycharithmétique des valeurs théoriques exactes des intervalles

Pour concrétiser ce qui précède, voici quelques exemples de la provenance psycharithmétique des valeurs théoriques exactes des intervalles:

a) Pour l'intervalle de quinte (ut-sol), rapport $3/2$, provenant du psycharithme $3 \cdot 2^{-1}$.

b₁) Pour la tierce (ut-mi), rapport $5/4$ si le psycharithme qui intervient est le psycharithme $5 \cdot 2^{-2}$.

b₂) Pour cette même tierce (ut-mi), rapport $81/64$ (voisin de $5/4 = 80/64$) dans l'éventualité de l'intervention d'un psycharithme $3^4 \cdot 2^{-6}$, ou dans le cas⁹ d'un enchaînement de quatre psycharithmes $3^{\pm 1} \cdot 2^n$.

b₃) Pour la même tierce toujours, à la fois les deux rapports précédents (confondus en un seul sans que, pour autant, les psycharithmes cessent d'être distincts), s'il y a phénomène d'«identification par tolérance» (voir plus loin Fig. 2; cf. également [11], et [2] réf. note précéd.).

c) Même rapport 2 pour le psycharithme 2 (fonction octave de tonique) ou $3^{-1} \cdot 3 \cdot 2$ (quinte de sous-dominante) (voir plus loin Fig. 1).

d₁) Pour l'ensemble objectif ut-mib-sol, à partir de la fondamentale ut (accord parfait mineur dans notre musique), rapports 1, $6/5$, $3/2$, provenant des psycharithmes 1 , $3 \cdot 5^{-1} \cdot 2$, $3 \cdot 2^{-1}$.

d₂) Pour le même ensemble objectif, à partir de la fondamentale sol (accord parfait majeur dans la

⁸ Sans quoi évidemment le psycharithme ne pourrait s'établir entre les deux fréquences (c'est-à-dire ne pourrait exister). Ce qu'il faut toutefois bien comprendre, c'est qu'ici (c'est-à-dire pour la fonction et justesse harmonique et la consonance) la valeur numérique de ce rapport en tant que grandeur n'intervient pas, mais seulement le fait que ce rapport soit tel que les deux fréquences se prêtent à être reliées par l'acte opératoire défini par le psycharithme.

⁹ C'est le cas du retour classique à la tonique (à partir d'une fondamentale mi en ut) par une «marche harmonique descendante» (fondamentales successives mi-la-ré-sol-ut) de quatre quintes (ou quarts), chacune de fonction $3^{-1} \cdot 2^n$ ($n = 1$ ou 2 alternativement) (cf. [2], pp. 338-339).

musique antique grecque), rapports 1, $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, provenant des psycharithmes T, $5^{-1} \cdot 2^2$, $3^{-1} \cdot 2$ (voir [4], 3^e partie, et [13])¹⁰.

Dans les deux derniers exemples, la différence de perception musicale (accord mineur pour nous, majeur pour les Grecs) provient de la différence des psycharithmes; l'identité objective des deux accords malgré cette différence (musicalement ou psychologiquement catégorique: caractère «gai» du majeur — que ce soit pour les Grecs dans leur «langage» musical ou pour nous dans le nôtre — et «triste» du mineur) vient de ce que les rapports relatifs (issus des psycharithmes) évidemment sont les mêmes dans les deux cas: par exemple, pour le rapport sol/mib: $(\frac{3}{2})/(\frac{6}{5})$ (pour nous cf. d_1) = $1/(\frac{4}{5})$ (pour les Grecs cf. d_2) = $5/4$. On voit ici à quel point l'important — l'essence même de la musique — est dans les psycharithmes et non dans les rapports.

3.4. Liaisons psycharithmétiques différentes entre deux ou plusieurs sons objectifs donnés

Nous venons d'en voir plusieurs exemples: exemple c, le plus simple, d, plus compliqué mais ne soulevant pas de difficulté théorique particulière (ni expérimentale: données historiques sur la musique grecque — cf. [4] et surtout [13]), enfin b, particulier et à mettre à part, parce qu'il fait intervenir le phénomène d'«identification par tolérance» (b_3).

Nous reviendrons tout spécialement sur l'identification par tolérance et cet exemple b_3 .

Avant cela, il faut considérer que la possibilité de liaisons psycharithmétiques différentes entre sons objectifs identiques est d'une telle importance, du point de vue de l'essence du phénomène musical, qu'elle mérite au moins qu'on s'y arrête un instant, et une ou deux illustrations supplémentaires.

N.B. S'il n'y avait qu'une manière de relier les sons par des psycharithmes pour les faire devenir musique, l'importance de ces liaisons serait la même, car sans elles — qu'elles soient d'une sorte ou de plusieurs — il n'y aurait pas de musique. L'importance particulière du second cas n'est que d'ordre pratique ou psychologique, en ce qu'elle fait saisir de façon tangible cette genèse de la musique à partir de sons par eux-mêmes amusicaux.

¹⁰ Dans les exemples d_1 et d_2 il est admis pour simplifier que la tierce majeure, pour nous ou les Grecs, correspond à l'un des deux psycharithmes $5 \pm 1 \cdot 2^{\mp 2}$, c'est-à-dire au cas b_1 , et, par voie de conséquence, que la tierce mineure correspond aux psycharithmes $3 \pm 1 \cdot 5^{\mp 1} \cdot 2^{\pm 1}$. Il en serait de façon analogue, pour la différence de perception musicale du même ensemble ut-mib-sol par les Grecs et par nous, si l'on supposait que les psycharithmes qui interviennent correspondent au cas b_2 , ou encore b_3 .

3.4.1. Importance de la variabilité des psycharithmes mis entre sons par le cerveau, ou de leur synthèse mentale en des musiques radicalement différentes malgré leur identité objective

Si on ne comprend pas que tout, en musique, est dans les psycharithmes et non dans les rapports, que la musique peut radicalement différer selon les psycharithmes même si les rapports ou notes sont les mêmes, on ne peut à proprement parler rien comprendre au phénomène musical, même pas le plus facile, à savoir sa composante mélodique.

Les Grecs, lorsqu'ils entendaient la suite de notes ut-mib-fa-sol (dessin mélodique ascendant pour nous) percevaient musicalement la même chose que nous lorsque nous entendons sol-mi-ré-ut (dessin mélodique descendant pour nous), c'est-à-dire que les Grecs, lorsqu'ils entendaient ut-mib-fa-sol, percevaient un mouvement mélodique descendant (et en majeur de surcroît). (Cf. plus haut exemple d, qui ne se complique ici que de la présence supplémentaire de la note de passage fa. Cf. également [4], 3^e partie, et [13], notamment pp. 48 à 60.)

Mais pour illustrer ce qui est ici expliqué, point n'est besoin d'invoquer les Grecs. Il suffit d'examiner ce qui se passe au sein de notre propre musique — en y ajoutant ou non ce qui se passerait si des Grecs étaient à notre place.

Pour cela, on ne saurait mieux faire que de reprendre¹¹ un exemple fort remarquable dans son extrême simplicité objective: celui des quatre perceptions musicales possibles — pour ne parler que des plus simples — d'un simple intervalle objectif de tierce, majeure ou mineure, ut-mi, ou mi-sol, ou mib-sol, etc. Choisissons de préférence mib-sol (ce qui d'une part nous rattacherait à nouveau à l'exemple d, et de plus correspond au thème de la 5^e symphonie de Beethoven).

Voici ces quatre perceptions possibles: 1) simple tierce majeure de tonique si la tierce objective mib-sol est perçue en mib majeur; 2) accord parfait mineur sans fondamentale (ut sous-entendu), si cette même tierce objective est perçue en ut mineur; 3) simple tierce majeure de tonique en système grec (c'est-à-dire avec sol, et non mib, comme fondamentale); 4) accord parfait mineur sans fondamentale (sib sous-entendu), si la tierce objective est perçue en sib mineur en système grec. La perception 2 correspond à la perception normale du thème de Beet-

¹¹ Cf. [4], p. 85; cf. [1], pp. 85—88.

hoven; la perception 1 est le cas le plus probable (car le plus simple) d'une personne qui entendrait la symphonie pour la première fois; les perceptions 3 et 4 (pour nous impossibles parce qu'inhibées par notre culture musicale [4], [13]) sont pour les Grecs les équivalents respectifs de nos perceptions 1 et 2. Dans les quatre cas les sons entendus, les phénomènes physiques et physiologiques restent les mêmes jusqu'à l'oreille et transmission au cerveau par le nerf auditif. Mais les psycharithmes qui interviennent, le phénomène musical ou cérébral, sont chaque fois différents. Pour abréger nous laisserons au lecteur le soin d'établir quels sont ces psycharithmes dans les quatre cas (un seul psycharithme¹² dans les cas 1 et 3, deux dans chacun des cas 2 et 4).

Revenons maintenant à l'exemple b et plus particulièrement b_3 , afin d'envisager l'intervention d'une identification par tolérance.

Dans cet exemple b_3 (de même que b_1 et b_2), nous nous étions naturellement placés (sans même le préciser) dans l'hypothèse la plus simple: celle où l'intervalle objectif considéré (tierce ut-mi) fait l'objet de la perception musicale la plus simple et la plus spontanée, soit la perception d'une simple tierce majeure de tonique, en ut majeur. Cette perception correspond donc (à la transposition près de la tierce ut-mi à la tierce mi-b-sol) à la perception 1 de l'exemple précédent, à l'exclusion des perceptions 2, 3 et 4 que nous laisserons désormais de côté.

Autrement dit, en revenant à l'exemple b et plus spécialement b_3 pour l'identification par tolérance, nous allons maintenant reprendre le cas de cette perception 1 (simple tierce de tonique quelle que soit la tonalité), afin d'examiner de plus près ce qui s'y passe ou peut s'y passer.

3.4.2. Intervention d'une identification par tolérance

Cet exemple b — soit celui de liaisons psycharithmétiques différentes entre deux notes à intervalle de tierce — est de première importance pour plusieurs raisons: rôle crucial de la tierce dans la conception de la gamme (débat pythagorien-zarlinien); refus de la théorie psycharithmétique de s'enfermer dans le pseudo-dilemme $5/4$ ou $(9/8)^2$, vu l'intervention possible — voire nécessaire dans certains contextes musicaux — des deux psycharithmes $5 \cdot 2^{-2}$ et $3^4 \cdot 2^{-6}$, ou du psycharithme $5 \cdot 2^{-2}$ et d'un enchaînement de quatre psycharithmes $3^{\pm 1} \cdot 2^n$ (cf. n. 9); enfin intervention d'une «identification par tolérance». C'est pour toutes ces raisons, en un mot, à cause de l'im-

¹² Du moins l'admettra-t-on provisoirement, car cela est inexact si l'on tient compte de l'intervention possible d'une identification par tolérance. (V. sous-titre suiv.)

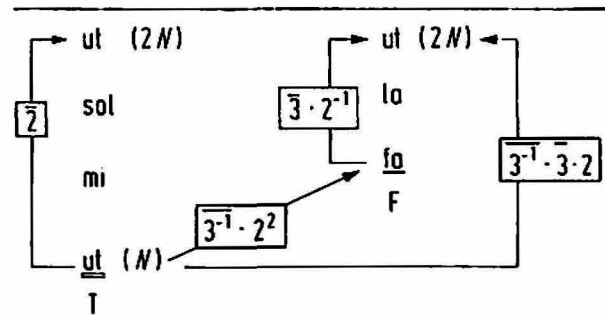


Fig. 1. T: tonique; F: fondamentale; N: fréquence — 2: liaison psycharithmétique des deux ut dans le premier accord; $3^{-1} \cdot 3^{-2}$: liaison psycharithmétique des deux mêmes ut au deuxième accord. Dans le premier accord, la fondamentale est la tonique elle-même. La relation entre les deux ut, directe, est simplement le psycharithme 2. Dans le deuxième accord, la relation psycharithmétique entre les deux mêmes ut objectifs (fréquences N et 2N) passe par la fondamentale F. Par suite, c'est la résultante de la fonction harmonique de cette fondamentale relativement à la tonique (soit $3^{-1} \cdot 2^2$), composée avec la fonction dans l'accord de l'ut 2N relativement à cette même fondamentale (soit $3 \cdot 2^{-1}$). Dans le deuxième accord, la fonction absolue ou relative à la tonique de l'ut 2N s'exprime donc au total par le psycharithme $3^{-1} \cdot 3^{-2}$.

portance exceptionnelle de la tierce pour toutes les questions relatives à la justesse et aux rapports théoriques exacts, que cet intervalle a été choisi comme intervalle principal dans tous les groupes d'expériences et notamment celui qui va nous occuper.

Pour expliquer cet exemple b (que complique la tolérance), il faut le ramener à un exemple de liaisons psycharithmétiques différentes sans interven-

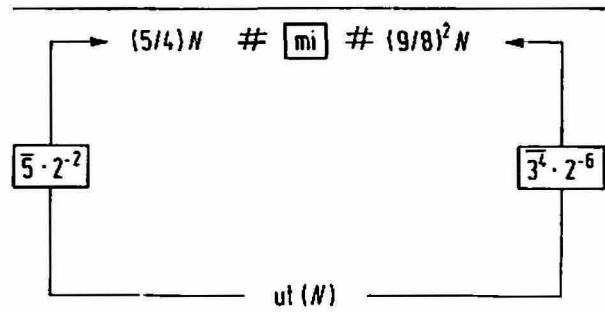


Fig. 2. Identification par tolérance des deux valeurs théoriques $5/4$ et $(9/8)^2$ en une tierce majeure musicalement unique. Le mi objectif, voisin dans la marge de tolérance du mi $5/4$, se prête à la liaison psycharithmétique $5 \cdot 2^{-2}$. Le même mi objectif, voisin dans la marge de tolérance du mi $(9/8)^2$, se prête aussi à la relation psycharithmétique $3^4 \cdot 2^{-6}$ (* ou à une relation composée d'un enchaînement de quatre psycharithmes $3^{\pm 1} \cdot 2^n$, dans une «marche harmonique» classique par quintes, ascendante ou descendante). Les deux mi théoriques de valeur $5/4$ et $(9/8)^2$ sont ainsi identifiés en un seul. Mais les relations psycharithmétiques restent distinctes, comme dans le cas précédent (Fig. 1).

tion de la tolérance, tel l'exemple c, qui y suffit et même y excelle dans sa simplicité.

On peut ainsi, avec les deux schémas qui vont suivre (Fig. 1 pour l'ex. c; Fig. 2 pour l'ex. b de la tierce), résumer en peu de mots tout ce qui a été longuement exposé dans des articles antérieurs.

(Pour l'«identification par tolérance» en général, v. [11]¹³. Pour ce même phénomène dans le cas particulier de la tierce qui nous intéresse, v. [2], pp. déjà cit.: 338 – 339.)

3.4.2.1. Liaisons psycharithmétiques différentes sans intervention de la tolérance (Ex. c)

Oublions donc un instant la tolérance, et l'identification par tolérance qui peut en être la conséquence.

A un rapport donné correspondent par définition plusieurs psycharithmes possibles (théoriquement une infinité). Le psycharithme qui intervient est en général le moins complexe. Lorsque ce n'est pas le cas, l'intervention d'un psycharithme plus complexe est le plus souvent déterminé par le contexte musical. L'exemple très simple c (Fig. 1) est celui de l'intervention, dans deux accords successifs, des deux psycharithmes $\bar{2}$ et $\bar{3}^{-1} \cdot \bar{3} \cdot \bar{2}$, correspondant tous deux au même rapport 2.

3.4.2.2. Liaisons psycharithmétiques différentes avec phénomène d'identification par tolérance (Ex. b)

Cette même dualité (ou pluralité) de liaisons psycharithmétiques possibles entre deux sons donnés peut se réaliser dans des conditions un peu plus compliquées, avec intervention d'une identification par tolérance. C'est ce qui se produit avec la tierce majeure ut-mi (Fig. 2), dont la valeur théorique exacte a prêté à tant de controverses depuis l'antiquité.

Il faut noter que la Fig. 1 constituait simplement le schéma, si l'on peut dire fort «concret», d'un enchaînement d'accords tel qu'on peut le rencontrer dans une partition musicale.

Par contre la Fig. 2 doit être considérée comme un schéma abstrait et simplifié: abstrait en ce sens qu'il peut s'appliquer, aussi bien qu'à une simple tierce de sons simultanés (qu'il semble plus spécialement représenter), à une tierce entre fondamentales ou fondamentale et tonique plus ou moins éloignées (en particulier sous la forme rappelée par

¹³ Cet exposé, volontairement, explique le phénomène d'identification par tolérance indépendamment de toute théorie. On voit ainsi que ce n'est pas un accessoire nécessaire à la justification de la théorie psycharithmétique, mais une réalité qui s'impose même en dehors d'elle.

l'astérique de la légende); simplifié en ce sens qu'il n'explique nullement comment cette identification des $\bar{5}/4$ et $(9/8)^2$ est à la fois mathématiquement et psychologiquement possible. (Pour l'explication précise de ce processus psycho-mathématique — bien plus subtil qu'il ne pourrait sembler à la seule vue de la Fig. 2 qui n'en indique que l'aboutissement — voir op. déjà cit.: [11], et [2] pp. 338 à 339¹⁴.)

¹⁴ Comme il a été surabondamment montré ([4] et tout spécialement [1]), les harmoniques, leur «fusion» — ou au contraire leurs battements selon l'accordage et le système d'accordage — ne sont et ne pouvaient être à la base du phénomène musical. Il n'empêche que tout cela intervient dans la qualité du son, de l'instrument et de l'exécution musicale, et qu'en particulier les accordeurs se servent des battements pour l'accordage du piano et du clavecin. (Un tempérament quel qu'il soit est une nécessité, et tout tempérament entraîne des battements.)

Cela dit, il n'est pas sans intérêt de noter ici que Kellner, dans un article récent [14], a proposé une reconstitution de la gamme bien tempérée de J. S. Bach, selon lui certaine, en tout cas extrêmement séduisante et plausible pour qui n'est pas spécialement versé dans la numérologie mystique de l'époque (inséparable de cette question). Il est frappant de constater combien cette reconstitution de la gamme bien tempérée d'une part, et d'autre part l'explication du phénomène d'identification par tolérance dans le cadre de la théorie psycharithmétique, pourtant parties de préoccupations pour ainsi dire complètement différentes, concordent. En particulier, il est remarquable que dans la tonalité centrale de ce système bien tempéré, celle d'ut, 4 quintes tempérées (ut-sol-ré-la-mi — tempérées à la valeur 1,4959 voisine de $3/2$) remplissent la tierce, elle-même très voisine de $5/4$ (et non de $(9/8)^2$ puisque tempérée à la valeur 1,2520 (qui se confond presque avec $5/4$, alors que la tierce pythagoricienne correspond à 1,2656). Si tel a bien été le système bien tempéré de Bach — ou même seulement l'accordage de la tonalité centrale d'ut parmi toutes les autres — cela constituerait une illustration concrète de ce qui a été expliqué ici en théorie sur la double origine psycharithmétique de la tierce et l'identification par tolérance dans le cas de cet intervalle. (Bien entendu à supposer que telle n'ait pas été la gamme de Bach, cela ne change rien à ce qui est démontré dans le présent article ainsi que tous les textes cités. Mais il faut aussi remarquer que, quoi qu'il en soit quant à Bach, l'idée de Kellner (bien qu'on puisse lui préférer le tempérament égal) est en soi ingénieuse, peut par suite se défendre indépendamment de Bach, et que des clavecinistes jouent, en toute satisfaction semble-t-il, depuis des années sur des instruments ainsi accordés.)

Il reste à souligner, à l'appui de la conception de Kellner, que celle-ci trouve, dans la théorie des psycharithmes complétée de l'explication du phénomène d'identification par tolérance, sa parfaite justification scientifique sur le plan musicologique général et essentiel de l'origine des intervalles (alors que cette même conception se heurte à la fois aux conceptions zarlinienne et pythagoricienne — ce qui n'est qu'à son avantage puisqu'elles ont été démontrées erronées).

(Sur la même question des relations entre battements dans les accords et d'un point de vue plus général, v. également Janssens [15].)

4. Rappel des deux premiers groupes d'expériences fondées sur la connaissance des psycharithmes

4.1. Expériences du 1^{er} groupe: fonction et justesse harmoniques (principalement méthode «de courbe»)

Le premier grand groupe d'expériences [2], rappelons-le, a été effectué sur la tierce majeure (ut-mi), son renversement de sixte mineure (mi-ut), en sons simultanés et successifs. Dans les quatre cas l'intervalle était exécuté sans contexte. Il faut au moins deux intervalles (successifs)¹⁵ pour faire intervenir la justesse mélodique (régularité de l'échelle¹⁶). Ainsi, dans le 1^{er} groupe d'expériences la fonction et justesse mélodiques n'intervenaient pas. On était donc assuré¹⁷ que le résultat (intervalle préféré) était fonction et fonction seulement de la justesse harmonique (que ce soit en sons simultanés ou successifs¹⁵) — c'est-à-dire significatif de la «valeur théorique» exacte¹⁸.

Ce premier groupe d'expériences a vérifié entièrement ce qui avait été prévu en théorie, notamment: 1) les deux provenances psycharithmétiques possibles ($5 \cdot 2^{-2}$ et $3^4 \cdot 2^{-6}$ — ou du moins enchaînement de 4 psycharithmes¹⁹ $3^{\pm 1} \cdot 2^n$) de l'intervalle de tierce majeure (ut-mi); 2) qu'en conséquence la valeur exacte de la tierce n'était ni la valeur fixe zarlinienne $5/4$, ni la valeur fixe pythagoricienne $(9/8)^2$; 3) que dans certaines conditions de contexte classiques (marches harmoniques par quintes¹⁹), il pouvait y avoir identification par tolérance entre les deux mi théoriques $5/4$ et $(9/8)^2$; 4) que la justesse harmonique de l'intervalle (définie seulement par le psycharithme) était indépendante de la simultanéité ou succession.

Les expériences ont apporté en outre cet enseignement inattendu quoique tout à fait conforme à la théorie: 5) l'identification par tolérance entre les tierces $5/4$ et $(9/8)^2$ n'est pas seulement un fait circonstanciel, se réalisant dans des conditions de contexte particulières; c'est un phénomène constant, qui se produit même sans contexte.

On a pu ainsi établir — et en toute généralité d'après 5 — que la justesse harmonique de la tierce correspondait à un graphique «en trapèze»: justesse maximum et

constante entre les valeurs $5/4$ et $(9/8)^2$; justesse décroissante en deça et au delà. (Cf. [2], Fig. 6, [3], Fig. 4 et 8.)

4.2. Expériences du 2^e groupe: fonction et justesse mélodiques (méthode «de courbe»)

Le deuxième groupe d'expériences [3] a eu pour objet la fonction mélodique, c'est-à-dire notamment: de montrer qu'il existait deux facteurs de justesse et non un seul comme le croyaient les écoles rivales: un facteur harmonique (issu des psycharithmes mêmes et déterminant de la «valeur théorique» exacte des intervalles: expériences du premier groupe), et un facteur mélodique, lié cette fois à la simple propriété banale et secondaire de «grandeur» des psycharithmes et tendant à l'égalité des intervalles.

Ces expériences, qui procédaient entièrement par la méthode «de courbe», ont remarquablement confirmé ces vues théoriques: par exemple, dans une mélodie comportant les notes ut, ré et mi, et la justesse harmonique étant satisfaite pour les trois notes dans les limites de tolérance, en donnant au ré la valeur fixe $9/8$ et en faisant varier le mi, on a obtenu une pointe de préférence (mélodique) très marquée pour le mi $(9/8)^2$; mais en donnant au ré la valeur $(5/4)^{1/2}$ (qui jusqu'alors n'avait jamais été expérimentée), le maximum de justesse mélodique du mi a été $5/4$ (soit comme prévu chaque fois, pour la tierce ut-mi, le carré de ut-ré, ou l'égalité des intervalles ut-ré et ré-mi). On a même pu mettre en évidence, en expérimentant des ré $< (5/4)^{1/2}$ et $> 9/8$, l'intervention antagoniste des deux facteurs de justesse, harmonique et mélodique.

Par opposition à la «méthode de courbe», appelons abrégativement méthode «de choix» la méthode type et plus ancienne consistant à exécuter un même morceau suivant différentes gammes ou échelles, et à demander leur préférence aux sujets. (Par extension et par opposition toujours à la méthode de courbe, nous désignerons également sous l'étiquette générale de «méthode de choix» celle qui consiste à relever les intervalles exécutés par de bons musiciens sur des instruments à sons non fixes. En effet, dans cette dernière méthode, d'une part on n'établit pas non plus de courbe, d'autre part, au lieu de faire choisir des auditeurs, on laisse en quelque sorte «choisir» l'exécutant, dans la liberté qu'il a de donner aux intervalles les valeurs qu'il veut.)

En même temps qu'elles vérifiaient la théorie psycharithmétique, les expériences du deuxième groupe ont montré l'erreur d'interprétation des musicologues néo-pythagoriciens, qui avaient cru prouver, par des expériences «de choix», la justesse de la gamme

¹⁵ Cf. plus haut, sous le sous-titre 3.1.1.

¹⁶ Cf. plus haut, sous 3.2.

¹⁷ Sous réserve s'entend de ne pas ignorer ni confondre les multiples facteurs de réponse (musicaux, acoustiques, psychologiques), dont les facteurs parasites et aléatoires, et de parvenir à des résultats significatifs. A ce sujet v. [2], pp. 336–337.

¹⁸ Cf. plus haut, sous 3.3.

¹⁹ Cf. n. 9, ainsi que légende Fig. 2.

pythagoricienne: la préférence qu'ils avaient relevée pour cette gamme n'était pas due à la justesse de ses valeurs théoriques, mais seulement au fait que, dans cette gamme, les tons et demi-tons sont égaux.

5. Le 3^e groupe d'expériences: l'erreur d'interprétation des néo-pythagoriciens démontrée par leur propre méthode (reprise de la méthode ancienne «de choix» entre échelles)

Ces expériences anciennes, nous l'avons vu, n'avaient pu être correctement interprétées parce que l'origine psycharithmétique des intervalles, et par suite les facteurs de justesse, étaient alors ignorés.

Après les expériences de courbe du deuxième groupe, et pour parachever la démonstration de l'erreur néo-pythagoricienne, il ne manquait donc que de «boucler la boucle», c'est-à-dire: revenir à l'ancienne méthode classique des expériences de choix, en l'appliquant à la même mélodie et aux mêmes intervalles (c'est-à-dire particulièrement au rapport $(5/4)^{1/2}$ pour la seconde majeure), et en possession cette fois, tant théorique qu'expérimentale, des facteurs de justesse musicale: ainsi s'établirait le recouplement avec les résultats bruts anciens, qui à l'époque n'avaient pu être élucidés.

Au total, le but et l'intérêt de ces expériences de choix nouvelles étaient même triple: 1) Compléter les expériences de courbe par cette autre méthode et en l'utilisant pour la première fois de façon scientifiquement intelligible (ce qui, si elles devaient réussir, aboutirait en quelque sorte à parachever toutes les expériences antérieures depuis les premières sur la justesse harmonique); 2) Démontrer par leur propre méthode l'erreur d'interprétation des néo-pythagoriciens; 3) Tenter des expériences dont le résultat théoriquement prévu semblait (v. ci-dessous) a priori carrément impossible selon les vues traditionnelles.

Ce troisième groupe d'expériences a comporté une expérience principale, une «contre-expérience», et une expérience «complémentaire». Dans chacune d'elles on a fait choisir aux sujets entre deux ou plusieurs des échelles suivantes: Z (zarlinienne), P (pythagoricienne), T (tempérament égal), Z' (échelle avec mi zarlinien mais avec ré $(5/4)^{1/2}$ au lieu de $9/8$).

Pour la cohésion de ces nouvelles expériences avec les expériences de courbe du deuxième groupe, on a utilisé comme dit plus haut le même motif musical, à savoir: la variante de «Au clair de la lune»²⁰ faisant intervenir la fonction harmonique de tierce majeure de tonique (ut-mi) et, très répétés, les des-sins mélodiques ut-ré-mi et mi-ré-ut.

Tableau I.

Expérience principale. P: échelle pythagoricienne; T: échelle du tempérament égal; Z': échelle antérieurement non expérimentée.

Choix entre	Z':	ut 1, ré $\sqrt{5/4}$, mi $5/4$
	T:	ut 1, ré T, mi T
	P:	ut 1, ré $9/8$, mi $(9/8)^2$

5.1. Expérience principale

Dans l'expérience principale (Tableau I), on a procédé à des expériences de choix entre l'échelle pythagoricienne, celle du tempérament égal, et ce que nous appellerons par commodité l'échelle «pseudo-Zarlin» (Z' au lieu de Z dans les expériences de choix anciennes).

L'intérêt de cette expérience principale, c'était d'essayer de vérifier qu'en remplaçant le ré de l'échelle zarlinienne par le ré $\sqrt{5/4}$ (c'est-à-dire en égalisant les intervalles ut-ré et ré-mi), on ne retrouve pas la préférence de P sur Z qu'avaient trouvée les expérimentateurs antérieurs.

En effet, si le but de l'expérience était atteint, cela prouverait bien que la préférence de P sur Z des expériences anciennes ne provenait pas de la justesse des rapports théoriques de l'échelle pythagoricienne, mais seulement de sa plus grande justesse mélodique par rapport à Z avec ses intervalles inégaux (car, l'égalité des intervalles étant le seul point commun des échelles P et Z', et en même temps leur différence commune par rapport à Z, on ne voit pas comment expliquer autrement, à la fois, le résultat des expériences anciennes et le résultat escompté de l'expérience nouvelle). Mieux, supposons qu'on refuse l'explication précédente, qu'on persiste à croire pouvoir déduire, de la préférence de P sur Z, la justesse de l'échelle pythagoricienne. L'échelle Z' est une échelle éminemment fantaisiste. Il ne viendrait à l'esprit de personne de prétendre qu'elle correspond à la vraie «gamme juste». Le résultat de l'expérience, si elle réussissait, montrerait qu'à soutenir encore la justesse de l'échelle pythagoricienne, on pourrait aussi bien soutenir la justesse de l'échelle fantaisiste.

C'est donc bien, avant tout, par cette expérience «principale» que le démenti à la conclusion des néo-pythagoriciens pouvait être apporté par leur propre méthode. Avant d'en exposer le résultat, quelques indications et remarques seront utiles, notamment sur le processus précis des expériences et sur la signification des différents résultats a priori possibles.

²⁰ Cf. [3], Fig. 3.

5.1.1. Difficulté inhérente aux expériences de choix

Contrairement à ce qu'on pourrait croire, les expériences de choix sont beaucoup plus difficiles que les expériences de courbe.

Il est bien entendu facile, dans des expériences de choix, mais illusoire, de se contenter de résultats statistiques moyens, sans connaître la cause des réponses individuelles, et donc encore moins la signification du résultat statistique. La raison de la difficulté réelle, c'est qu'en plus des deux facteurs de justesse, harmonique et mélodique, interviennent plusieurs facteurs parasites (effet de contraste, intervention possible de la «consonance acoustique», caractère plus ou moins significatif ou aléatoire des réponses des sujets²¹, etc. ...) qu'il serait trop long de détailler à nouveau²². Disons seulement que, dans les expériences de courbe, ces facteurs intervenaient aussi. Mais ils intervenaient de façon en gros constante, et, en faisant varier un facteur de justesse toutes conditions égales d'ailleurs, on déclenchait un résultat fonction de ce facteur. C'est ce qui explique le succès à la fois rapide et en quelque sorte «spectaculaire» des expériences de courbe du deuxième groupe (sommets de courbe parfaitement nets chaque fois aux endroits prévus en théorie). Dans les expériences de choix, on n'a pas cette variation, et les facteurs parasites sont beaucoup plus difficiles à éliminer. (En outre, il y a une difficulté inhérente à l'expérience indépendamment de tout facteur parasite, dont nous parlerons spécialement plus loin (sous 5.1.4.).)

C'est ainsi qu'il a fallu essayer successivement quatre méthodes²³ avant d'arriver à des résultats individuels suffisamment cohérents, avec part aléatoire suffisamment réduite.

5.1.2. Méthode précise adoptée

De ces méthodes successives, précisons seulement la dernière (définitivement adoptée pour l'expérience principale et les suivantes).

On fait entendre la mélodie aux sujets, comme indiqué en échelles P, T et Z' pour l'expérience prin-

cipale. Les échelles sont groupées en six paires (par exemple P-T, P-Z', etc.), numérotées 1-2, 3-4, ..., 11-12 (de façon à ce que le sujet, non seulement ignore quelle échelle il entend, mais ne puisse vérifier s'il se contredit d'une paire à une autre). Bien entendu on lui demande de choisir dans chaque paire. Pour augmenter le nombre d'épreuves et éviter au maximum qu'une échelle soit favorisée, l'expérience est répétée dans l'ordre inverse des échelles. Il est spécifié aux sujets (qui sans cela pourraient être enclins à choisir à tout prix) qu'il est également important de signifier leur indifférence s'ils n'ont pas de préférence, que d'indiquer leur préférence s'ils en ont une.

5.1.3. Impossibilité apparente du résultat théoriquement escompté

L'intérêt de cette expérience, disions-nous au début, c'était d'essayer de vérifier qu'en remplaçant le ré de l'échelle zarlinienne par le ré $(5/4)^{1/2}$, c'est-à-dire en rendant cette échelle mélodiquement aussi juste que l'échelle pythagoricienne, on ne retrouve pas la préférence de P sur Z qu'avaient trouvée les expérimentateurs, néo-pythagoriciens ou qui l'étaient devenus à la suite de ce résultat.

Il importe maintenant de souligner qu'on a ainsi tenté une expérience qui, du point de vue des conceptions traditionnelles, semblait vouée d'avance à l'échec.

En effet, dire qu'en remplaçant Z par Z', on ne doit pas retrouver la préférence de P sur Z, cela équivaut à dire (indirectement) que Z' doit être préférée à Z, et P et Z' jugées également justes. Or, du point de vue zarlinien, il apparaît aberrant d'espérer qu'en faussant le ré à la valeur $(5/4)^{1/2}$, l'échelle puisse être jugée plus juste; du point de vue pythagoricien (qui soutient l'intervention exclusive des facteurs 2 et 3 dans la constitution de la gamme), il apparaît encore plus aberrant de prétendre qu'une échelle comportant déjà, pour la tierce, le rapport «faux» $5/4$, et de plus et pour comble le rapport même pas rationnel $(5/4)^{1/2}$ pour le ré, puisse soutenir la comparaison avec l'échelle de Pythagore.

On ne pouvait donc guère concevoir plus forte mise à l'épreuve de la théorie psycharithmétique que par l'expérience entreprise — ce d'autant plus que, pour achever de poser la façon dont se présente l'expérience, il faut y ajouter un facteur aléatoire inévitable, défavorable à sa réussite.

5.1.4. Facteur harmonique aléatoire, défavorable à l'expérience

Dans la conception pythagoricienne comme zarlinienne, le ré juste est le ré $9/8$ (sans que la distinc-

²¹ Raison pour laquelle il est indispensable d'éprouver la cohérence du sujet par la répétition de chaque interrogation dans une même expérience, et d'éliminer les sujets trop peu cohérents.

²² Cf. [2], réf. déjà cit.: pp. 336—337. V. également, *ibid.*, p. 341.

²³ En appelant ici méthode, dans le cadre général de la «méthode de choix», la méthode précise utilisée: échelles désignées aux sujets par x, y, z, ou indifféremment numérotées dans l'ordre d'exécution; choix par paires d'échelles ou cotation correspondant à «bon», «assez bon», «mauvais», etc.

tion soit faite entre justesse harmonique et justesse mélodique). Mais du point de la théorie psycharithmétique, le ré harmoniquement juste est aussi le ré $9/8$ (psycharithme $3^2 \cdot 2^3$), quelle que soit la valeur du mi ou la justesse mélodique. Or le ré $(5/4)^{1/2}$ s'écarte de $2,7 \sigma$ ($1/10$ de demi-ton) du ré $9/8$. Il est donc harmoniquement un peu faux. Par conséquent (et du point de vue de la théorie toujours), pour que l'échelle Z' soit préférée à l'échelle Z (à cause de sa justesse mélodique), il faut encore que, pour le sujet, l'écart de $2,7 \sigma$ entre dans la marge de tolérance harmonique du ré (ce qui est très plausible cet écart étant assez petit, mais non obligé l'intervalle n'étant pas négligeable). A supposer qu'il n'y entre pas, le sujet pourra préférer Z à Z' si la justesse harmonique (ré $9/8$ de Z) l'emporte sur la justesse mélodique (intervalles égaux de Z'), ou encore le sujet n'aura pas de préférence si les deux facteurs se compensent.

Pour ne rien omettre, ajoutons enfin que parmi les facteurs parasites (non spécifiquement musicaux), la «consonance acoustique», qui ici coïncide avec la «consonance musicale»²⁴ («fusion» des harmoniques maximum pour l'intervalle $9/8$, parfaite justesse harmonique pour le même intervalle $9/8$), peut, pour certains sujets, agir dans le même sens que le facteur aléatoire dont il vient d'être question. C'est là un facteur aléatoire de plus, défavorable à l'expérience, ou pouvant renforcer le précédent.

Si donc l'expérience réussissait malgré cela, elle serait a fortiori probante.

5.1.5. Signification des différents résultats a priori possibles

Ce qui précède peut sembler rendre bien difficile l'interprétation du résultat de l'expérience, du moins selon ce résultat. Mais cette complication est en réalité beaucoup moins gênante qu'il ne peut paraître à première vue.

En effet, que le facteur aléatoire intervienne ou non, qu'il l'emporte sur la plus grande justesse mélodique de Z' , qu'il la neutralise seulement ou qu'il

n'ait aucune action, de toute façon, s'il n'existait pas, à côté d'un facteur harmonique de justesse, un second facteur ou facteur mélodique, comme il découle de la théorie psycharithmétique, il n'y aurait aucune raison, en aucun cas, pour que Z' soit préférée à Z ²⁵. Autrement dit, si les vues théoriques exposées étaient fausses, Z devrait toujours être préférée à Z' . Autrement dit encore, au lieu que la préférence de P sur Z relevée par les expérimentateurs antérieurs disparaisse, comme escompté, en remplaçant Z par Z' , la préférence de P sur Z' devrait être encore plus grande que celle de P sur Z .

En conséquence de tout ce qui précède, à supposer que, pour la comparaison de Z et Z' , le résultat expérimental soit la préférence de Z , l'expérience ne prouve rien (ce peut être soit parce que le facteur aléatoire de justesse harmonique l'a emporté sur le facteur de justesse mélodique, soit parce que ce second facteur de justesse, tel qu'il découle de la théorie psycharithmétique, n'existe pas); s'il y a indifférence, l'expérience est déjà réussie (car c'eût été impossible si le second facteur n'existait pas); enfin s'il y a préférence pour Z' , l'expérience est réussie à l'extrême, «surprobante» si l'on peut ainsi s'exprimer (ce sera soit parce que le facteur aléatoire n'est pas intervenu, soit parce que le facteur mélodique l'a toujours emporté sur lui).

Ce qui précède concerne la comparaison entre Z et Z' . Quant à la comparaison entre P et Z' (directement possible dans cette expérience principale, où figurent ces deux échelles), il n'y a aucune raison, du point de vue de la théorie psycharithmétique elle-même, pour que Z' soit préférée à P (au contraire dans l'hypothèse où le facteur aléatoire interviendrait); ce qui est attendu seulement, c'est l'égalité de justesse entre P et Z' , dans l'hypothèse plausible où le ré $(5/4)^{1/2}$ serait harmoniquement toléré (et où par conséquent le facteur aléatoire harmonique n'interviendrait pas).

A supposer que P soit préférée à Z' , l'expérience ne prouve rien, ou plutôt, il suffit d'une minorité non négligeable de suffrages pour Z' , pour que l'expérience puisse être considérée comme réussie quoique peu brillamment par rapport à ce que l'on pouvait théoriquement espérer (car si les vues théoriques exposées étaient fausses, P , à plus forte raison que Z selon les pythagoriciens, devrait toujours être préférée à Z' , c'est-à-dire qu'au total le nombre de suffrages pour Z' devrait être nul ou quasi-nul tenu compte des erreurs d'expérience). A supposer qu'il y ait égalité entre P et Z' , l'expérience est parfaitement réussie. (Enfin, la troisième hypothèse cette fois, celle d'une préférence de Z' sur P , est a priori exclue.)

²⁴ Cf. [1], spécialement pp. 88 et suiv. Il faut surtout noter ici que — comme pour la consonance musicale quoique sur un plan psychophysiologique autre — les considérations relatives à la consonance acoustique ou au phénomène de fusion s'appliquent non seulement aux sons simultanés mais aussi successifs (cf., *ibid.*, p. 82 notamment).

²⁵ Inversement s'il n'existait que le facteur mélodique, n'importe quelle échelle à intervalles égaux serait appréciée comme juste. Cette seconde hypothèse d'un facteur de justesse unique n'est donc même pas à envisager.

5.1.6. Résultat de l'expérience principale

Le résultat de l'expérience est donné par le Tableau II suivant.

Les nombres indiquent la préférence relative pour chaque échelle. La première ligne donne le résultat de la première épreuve, les groupes de réponses non cohérentes de certains sujets ayant été éliminés. A la deuxième ligne, les réponses cohérentes manquantes, obtenues dans une deuxième épreuve passée par les sujets, sont ajoutées à celles de la première épreuve. Les deux résultats sont importants, le premier pour la spontanéité des réponses et l'égalité des conditions, le second pour l'égalité du nombre de réponses pour tous les sujets.

On constate d'abord que l'échelle tempérée l'emporte, ce qui n'est pas étonnant. Mais l'intéressant, c'est la comparaison de P et Z'. La légère supériorité de P sur Z' (20 pour 17, et même 23 pour 17) n'est pas significative, tenu compte seulement des conditions d'expérience (difficulté de l'expérience pour les sujets, facteurs parasites). Si l'on pouvait en douter, il resterait que si P était juste et Z' faux, la différence devrait être beaucoup plus grande: comme il a été expliqué, Z' devrait atteindre ou s'approcher de zéro. En outre, on constate, dans les réponses individuelles, que des sujets excellents musiciens et parfaitement cohérents ont préféré sans équivoque Z' à P, ou même complètement rejeté P, comme d'autres au contraire ont préféré P.

On est donc bien obligé de conclure:

- principalement, que P et Z' sont appréciés comme musicalement également justes et acceptables (l'expérience est donc parfaitement réussie — cf. plus haut);
- secondairement, que, pour l'ensemble des sujets tout au moins, l'écart de $2,7\sigma$ du ré $(5/4)^{1/2}$ par rapport au ré $9/8$ (facteur aléatoire défavorable) n'a pas excédé la marge de tolérance harmonique de la seconde ut-ré, et que c'est grâce à cette circonstance que l'expérience a pu aboutir à un résultat significatif;
- que pour certains sujets néanmoins, le facteur aléatoire a pu jouer en faveur de P;

Tableau II.
Expérience principale — Résultat du choix entre échelles Z', T et P.

	Z'	T	P
1 ^{re} épreuve (réponses cohérentes seulement)	17	31	20
1 ^{re} épreuve + réponses manquantes obtenues dans une 2 ^e épreuve	17	37	23

- que ce sont seulement des facteurs secondaires ou parasites, avec ou sans le facteur harmonique aléatoire, qui ont fait pencher tantôt pour P tantôt pour Z', et au total un peu plus pour P.

Par l'expérience principale qui vient d'être décrite, on vérifie donc ce qui avait été théoriquement prévu: en «faussant», dans Z, le ré à la valeur $(5/4)^{1/2}$, la préférence de P sur Z qu'avaient trouvée les expérimentateurs antérieurs, au lieu d'augmenter comme on eût pu le croire, disparaît. Notons que Van Esbroeck et Montfort [5] chiffrent cette préférence de P sur Z pour les mélodies par la proportion de 3 pour 1. Avec 20 ou 23 P pour 17 Z', nous en sommes loin même si l'on refusait de considérer cette différence comme non significative, et surtout nous sommes loin, pour Z', du zéro ou nombre voisin qu'eussent prévu les pythagoriciens, ou qu'eût exigé la fausseté de la théorie psycharithmétique et de l'explication de leur erreur.

5.2. Contre expérience

Dans la «contre-expérience» (Tableau III), on a restitué au ré, dans la première des trois échelles, sa valeur zarlinienne, c'est-à-dire qu'on a refait tout simplement une expérience de choix entre échelles classiques, comme les expérimentateurs antérieurs (néo-pythagoriciens ou devenus tels).

L'intérêt de cette contre-expérience, c'était d'abord de vérifier l'obtention de résultats analogues à ceux de ces expérimentateurs, puis surtout de confronter les résultats de l'expérience principale et de la contre-expérience, effectuées dans des conditions rigoureusement identiques.

Il va en effet sans dire que les conditions, pour les expérimentateurs antérieurs (expériences avec Z), et pour l'expérience principale précédente (expérience avec Z') n'étaient pas les mêmes (morceaux de musique différents, sujets différents principalement).

Si donc, dans l'expérience précédente, l'obtention du résultat prévu est indiscutablement probant en ce qui concerne la comparaison (directe) de P et Z', on peut considérer qu'il ne l'est pas pleinement en ce qui concerne la comparaison de Z et Z' (indirecte, faisant appel pour Z aux résultats des expérimentateurs antérieurs).

Tableau III.
Contre-expérience. Z: échelle zarlinienne; T: échelle du tempérament égal; P: échelle pythagoricienne.

Choix entre	Z:	ut 1,	ré $9/8$,	mi $5/4$
	T:	ut 1,	ré T,	mi T
	P:	ut 1,	ré $9/8$	mi $(9/8)^2$

L'identité des conditions de la contre-expérience, par rapport à l'expérience principale, a été poussée au maximum: même mélodie, même succession des 24 échelles par paires au remplacement près de Z' par Z, et même mêmes sujets.

5.2.1. Résultat de la contre-expérience

Voici le résultat de la contre-expérience (Tableau IV).

Tableau IV.
Contre-expérience. Résultat du choix entre échelles Z, T et P.

	Z	T	P
1 ^{re} épreuve	13	31	20
1 ^{re} épreuve complétée	13	41	30,5

Cette fois la différence, entre P et Z, est grande: 20 pour 13 et 30,5 pour 13. On vérifie donc d'abord que la contre-expérience donne bien un résultat similaire à celui des expérimentateurs antérieurs.

Mais comparons surtout avec l'expérience principale (Tableau V).

Tableau V.
Comparaison des résultats de l'expérience principale et de la contre-expérience.

	Expérience principale			Contre-expérience		
	Z'	T	P	Z	T	P
1 ^{re} épreuve	17	31	20	13	31	20
complétée	17	37	23	13	41	30,5

Nous avons à la première épreuve, pour l'expérience principale, les résultats 17, 31, 20. A la contre-expérience, T et P gardent les mêmes chiffres. Mais Z (par rapport à Z') descend de 17 à 13. Avec le complément de la deuxième épreuve, Z descend aussi de 17 à 13; en même temps, P monte de 23 à 30,5.

Les résultats sont donc entièrement conformes aux prévisions théoriques (et même «surprobants», tenu compte de la signification précise — cf. 5.1.5. — des différents résultats qui pouvaient s'envisager a priori).

Rappelons enfin — expérience et contre-expérience maintenant en regard — le paradoxe du résultat attendu. En passant de Z à Z', on fausse l'échelle zar-

linienne; du point de vue pythagoricien, Z était déjà fausse, et on la fausse encore davantage. Le résultat attendu était ²⁶: en dépit de ce «faussage», et même à cause de lui, l'échelle Z' sera jugée aussi juste que P, et plus juste que Z.

C'est bien ce résultat, incompréhensible sans la théorie psycharithmétique, qui a été vérifié.

5.3. Expérience complémentaire

Dans l'expérience principale, la comparaison entre Z' et Z était indirecte, et faite dans des conditions non identiques (comparaison avec les résultats d'expérimentateurs antérieurs, pour Z).

Avec la contre-expérience, la comparaison entre Z' et Z s'est faite dans des conditions identiques; mais elle restait indirecte (comparaison des résultats de deux expériences: expérience principale et contre-expérience).

Pour compléter les expériences précédentes, il ne manquait donc que de soumettre Z' et Z à une comparaison directe, c'est-à-dire faite dans une seule et même expérience (Tableau VI). Cette expérience «complémentaire» devenait même très importante, puisque le résultat prévu en théorie (préférence de l'échelle Z' ²⁷, faussée selon les zarliniens, deux fois fausse selon les pythagoriciens) était dans ces conditions encore plus nettement invraisemblable selon les conceptions traditionnelles, et qu'ainsi cette épreuve de la théorie, faite cette fois dans une seule et même expérience, serait on ne peut plus concluante.

Il n'a pas été cette fois possible d'avoir, dans leur totalité, les mêmes sujets que pour les deux premières expériences. Mais cette circonstance est peu regrettable, puisque cette fois la comparaison des échelles se fait dans la même expérience. Les autres conditions sont restées les mêmes, sauf que le nombre de paires d'échelles expérimentées a été réduit de 12 à 8 (ce qui était amplement suffisant puisque chaque arrangement (Z-Z' par exemple) passe ainsi 4 fois, alors que dans les deux premières expériences, où intervenaient 3 échelles, chaque arrangement ne passait que 2 fois pour 12 paires).

Tableau VI.
Expérience complémentaire.

Choix direct entre				
	{Z:	ut 1,	ré 9/8,	mi 5/4
	{Z':	ut 1,	ré $\sqrt{5/4}$,	mi 5/4

²⁶ En espérant toujours, comme plausible (pour l'ensemble des deux expériences comme pour l'expérience principale), que le facteur aléatoire défavorable n'empêcherait pas l'expérience ou ne la perturberait qu'assez peu.

²⁷ Sauf toujours dans l'hypothèse, défavorable pour Z', mais peu plausible surtout après les résultats antérieurs, où la légère fausseté harmonique du ré $(5/4)^{1/2}$ n'entrerait pas dans la marge de tolérance harmonique pour la majorité des sujets, et compenserait ou surpasserait la supériorité de justesse mélodique de Z' sur Z.

5.3.1. Résultat de l'expérience complémentaire

Avant d'énoncer les résultats, il importe, particulièrement pour cette troisième expérience, de rappeler: 1) l'intervention possible du facteur harmonique aléatoire, défavorable à la réussite de l'expérience²⁸; 2) la difficulté de toutes les expériences de choix de ce genre: petitesse des inégalités d'intervalles, difficulté conséquente de choisir pour les sujets; 3) l'intervention quasi-certaine de facteurs parasites (non musicaux ou non spécifiquement musicaux), dont la «consonance acoustique» («fusion» des harmoniques), susceptible pour certains sujets d'agir dans le même sens que le facteur aléatoire harmonique; 4) le fait qu'avec les conceptions traditionnelles, le nombre de préférences pour Z' devrait être voisin de zéro. D'où résultait ceci: à supposer que le résultat de l'expérience soit la préférence de Z, l'expérience ne prouverait rien (on pourrait l'imputer soit à une erreur de la prévision théorique, soit au facteur aléatoire de justesse harmonique — voire à ce facteur encore renforcé par la consonance acoustique); à supposer qu'il y ait égalité de préférence pour Z et Z', l'expérience serait déjà réussie (car c'eût été impossible si le second facteur de justesse, mélodique, n'existait pas²⁹); à supposer qu'il y ait préférence pour Z' — et ce malgré les facteurs aléatoires et parasites jouant ou pouvant jouer en sa défaveur — l'expérience serait «surprobante».

Avec les mêmes sujets que ceux de l'expérience principale et de la contre-expérience (moins une petite minorité qu'on n'a pas pu réobtenir), le résultat a été une préférence pour Z' double de celle pour Z (Tableau VII).

Tableau VII.

Expérience complémentaire — Résultat du choix direct entre échelles Z et Z'.

	Z	Z'
Résultat 1 ^{er} group de sujets	13	26
Résultat avec nouveaux sujets	21	32

²⁸ Cf. note précéd.

²⁹ A moins d'attribuer ce résultat au hasard, joint à la médiocrité des sujets, ce qui était pratiquement impossible vu: 1) le nombre de sujets et d'épreuves par sujet; 2) leur bonne cohérence moyenne (déjà prouvée), et l'excellente cohérence d'une partie d'entre eux.

³⁰ En général les sujets nouveaux ont plus de peine à répondre et sont moins cohérents que les sujets ayant déjà fait des expériences similaires.

Avec de nouveaux sujets ajoutés aux précédents, la préférence de Z' sur Z a été d'une proportion moindre³⁰ mais encore remarquable: nombre de suffrages pour Z' de moitié supérieur (32 pour 21) à celui pour Z.

Ce dernier résultat expérimental, comme les précédents, est donc à la fois: éminemment incompréhensible avec les conceptions traditionnelles, et plus que probant quant à la validité des prévisions de la théorie psycharithmétique.

(Reçu le 15 août 1980.)

Bibliographie

- [1] Tanner, R., Critique de la théorie de «la résonance». In coll. intern. CNRS «La Résonance dans les Echelles Musicales». Edt. CNRS, Paris 1963.
- [2] Tanner, R., Le problème des «deux tierces» (Pythagore ou Zarlino) — Sa solution psycharithmétique et expérimentale. *Acustica* 27 [1972], 335.
- [3] Tanner, R., La fonction et la justesse mélodiques des intervalles. *Acustica* 34 [1976], 259.
- [4] Tanner, R., Le problème des rapports simples — Notion de psycharithme. In colloque intern. CNRS n° LXXXIV: «Acoustique Musicale». Edt. CNRS, Paris 1959.
- [5] Van Esbroeck, G. et Monfort, F., Qu'est-ce que jouer juste? Lumière, Bruxelles 1946.
- [6] Cornu, A. et Mercadier, E., C.R. Acad. Sci. (Paris) 8 et 22 février [1869], 1, 301—308, 424—427, 17 juillet [1871], 2, 178—183, 29 janvier [1872], 1, 321—323, 17 février [1873], 431—434.
- [7] Barkechli, M., La gamme de la musique iranienne. Cah. d'Acoust., in Ann. Télécommunicat. 5 [1950], 196.
- [8] Barkechli, M., Mesure des intervalles harmoniques de la gamme à partir de la sensation subjective de consonance. *Acustica* 2 [1952], 242.
- [9] Barkechli, M., Quelques idées nouvelles sur la consonance. L'évolution de la gamme dans la musique orientale. In coll. intern. CNRS 84 «Acoustique Musicale», Edt. CNRS, Paris 1959, p. 21 et 39.
- [10] Barkechli, M., Les échelles régulières du cycle des quintes et leurs déformations occasionnelles. In coll. intern. CNRS «La Résonance dans les Echelles Musicales». Edt. CNRS, Paris 1963, p. 173.
- [11] Tanner, R., Le phénomène d'identification par tolérance; le préjugé de la gamme juste. *Acustica* 25 [1971], 158.
- [12] Tanner, R., La différenciation qualitative des psycharithmes et des intervalles musicaux. N° spéc. *Revue Musicale*, Edt. Richard-Masse, Paris 1972.
- [13] Tanner, R., La Musique Antique Grecque, expliquée par une conséquence de la théorie psycharithmétique. N° spéc. *Revue Musicale*, Edt. Richard-Masse, Paris 1961.
- [14] Kellner, H. A., Eine Rekonstruktion der wohltemperierten Stimmung von Johann Sebastian Bach. *Das Musikinstrument* 1 [1977], 34.
- [15] Janssens, F., On the Relations of Beats within Tempered Triads. *Acustica* 40 [1978], 200.