

Par quelle bizzarerie les progrès que nous avons fait dans les mathématiques et dans certaines parties de la physique a-t-il inspiré à nos philosophes un mépris pour l'histoire des anciennes opinions, qui leur fait croire, que ces hommes et ces nations, qui se sont rendus si célèbres dans l'antiquité, ont été plongés dans les ténèbres philosophiques plus épaisses?

Fréret,

Observations générales sur la géographie ancienne.

IN: ABHANDLUNGEN ZUR
GESCHICHTE DER MATHEMATIK
I (1877) 108-209

730 pdk
HORN, W.
1877

I. Allgemeine Betrachtungen.

Die Astronomie der Griechen entstand aus schwachen Anfängen in den jonischen und italischen Schulen; sie wurde ausgebildet und erweitert in den mathematischen Schulen, die bei Plato ihren Ursprung hatten, und erreichte, nachdem sie von Hipparch durch Einführung des auf Geometrie angewandten Calculs bedeutend vervollkommenet worden war, ihre höchste Ausbildung mit Ptolemäus gegen die Mitte des zweiten Jahrhunderts n. Chr. Die langsamen, aber ununterbrochenen Fortschritte, welche von Hypothese zu Hypothese und von Beobachtung zu Beobachtung, von der ebenen Erdscheibe Homers bis zu der künstlichen und verwickelten Zusammenstellung der excentrischen Kreise und der Epicykeln führte, bieten dem Philosophen eine grossartige und lehrreiche Betrachtung, die, richtig erwogen, nicht weniger interessant ist, als diejenige, welche die Entwicklung der modernen Astronomie von Copernicus bis auf unsere Tage darbietet. Leider ist es der Forschung jedoch nicht vergönnt, mit gleicher Genauigkeit alle Stufen der Entwicklung zu erkennen, welche das Genie der Griechen von den Ideen des Thales bis zu den Hypothesen und den astronomischen Tafeln der Alexandriner führte, weil, während von den letzten Stadien dieser Geistesarbeit dauernde Ueberlieferungen im Almagest sich befinden, von demjenigen, was vor Hipparch und von dem, was nach Hipparch ausserhalb der Alexandrinischen Schule geschah, nichts geblieben ist als schwache Spuren und unvollständige Andeutungen, überliefert von Schriftstellern, die keine Astronomen waren. Alle astronomischen Kenntnisse der Griechen, besagte Schule ausgenommen, sind grossentheils den Geschichtsschreibern dieser Wissenschaft unbekannt geblieben, oder wenn sie auch bekannt waren, wurden sie von denselben nicht mit hinreichendem Fleiss betrachtet, und das ist die Ursache, dass wir über die ersten Fortschritte derselben sichere Anhaltspunkte bei den Philologen und Alterthumsforschern suchen müssen, anstatt in den Büchern Bailly's, Montucla's, Delambre's und der Vielen, welche diese nachahmten oder ihnen folgten. Die Studie über die Vorläufer des Copernicus, welche vorzulegen ich im vorigen Jahre die Ehre hatte,* kann hierüber hinreichendes Zeugniß geben. Aber die allge-

* I precursori di Copernico nell' antichità. Ricerche storiche di G. V. Schiaparelli, lette al R. Istituto Lombardo nell' adunanza 20 febbrajo 1873, in occasione del 400° anniversario della nascita di Copernico. Diese Schrift ist auch in deutscher Sprache, übersetzt von Herrn Dr. Curtze in Thorn, erschienen.

Die
homocentrischen Sphären des Eudoxus,
des Kallippus und des Aristoteles.

Mémoire

gelesen im lombardischen Institut zu Mailand am 26. November 1874

von

G. V. Schiaparelli

in's Deutsche übersetzt

von

W. Horn,

königl. Lehrer der Mathematik in München.

Par quelle bizarrerie les progrès que nous avons fait dans les mathématiques et dans certaines parties de la physique a-t-il inspiré à nos philosophes un mépris pour l'histoire des anciennes opinions, qui leur fait croire, que ces hommes et ces nations, qui se sont rendus si célèbres dans l'antiquité, ont été plongés dans les ténèbres philosophiques plus épaisses?

Fréret,

Observations générales sur la géographie ancienne.

I. Allgemeine Betrachtungen.

Die Astronomie der Griechen entstand aus schwachen Anfängen in den jonischen und italischen Schulen; sie wurde ausgebildet und erweitert in den mathematischen Schulen, die bei Plato ihren Ursprung hatten, und erreichte, nachdem sie von Hipparch durch Einführung des auf Geometrie angewandten Calculs bedeutend vervollkommenet worden war, ihre höchste Ausbildung mit Ptolemäus gegen die Mitte des zweiten Jahrhunderts n. Chr. Die langsamen, aber ununterbrochenen Fortschritte, welche von Hypothese zu Hypothese und von Beobachtung zu Beobachtung, von der ebenen Erdscheibe Homers bis zu der künstlichen und verwickelten Zusammenstellung der excentrischen Kreise und der Epicykeln führte, bieten dem Philosophen eine grossartige und lehrreiche Betrachtung, die, richtig erwogen, nicht weniger interessant ist, als diejenige, welche die Entwicklung der modernen Astronomie von Copernicus bis auf unsere Tage darbietet. Leider ist es der Forschung jedoch nicht vergönnt, mit gleicher Genauigkeit alle Stufen der Entwicklung zu erkennen, welche das Genie der Griechen von den Ideen des Thales bis zu den Hypothesen und den astronomischen Tafeln der Alexandriner führte, weil, während von den letzten Stadien dieser Geistesarbeit dauernde Ueberlieferungen im Almagest sich befinden, von demjenigen, was vor Hipparch und von dem, was nach Hipparch ausserhalb der Alexandrinischen Schule geschah, nichts geblieben ist als schwache Spuren und unvollständige Andeutungen, überliefert von Schriftstellern, die keine Astronomen waren. Alle astronomischen Kenntnisse der Griechen, besagte Schule ausgenommen, sind grossentheils den Geschichtsschreibern dieser Wissenschaft unbekannt geblieben, oder wenn sie auch bekannt waren, wurden sie von denselben nicht mit hinreichendem Fleiss betrachtet, und das ist die Ursache, dass wir über die ersten Fortschritte derselben sichere Anhaltspunkte bei den Philologen und Alterthumsforschern suchen müssen, anstatt in den Büchern Bailly's, Montucla's, Delambre's und der Vielen, welche diese nachahmten oder ihnen folgten. Die Studie über die Vorläufer des Copernicus, welche vorzulegen ich im vorigen Jahre die Ehre hatte,* kann hierüber hinreichendes Zeugniß geben. Aber die allge-

* *I precursori di Copernico nell' antichità. Ricerche storiche di G. V. Schiaparelli, lette al R. Istituto Lombardo nell' adunanza del 20 febbrajo 1873, in occasione del 400° anniversario della nascita di Copernico.* Diese Schrift ist auch in deutscher Sprache, übersetzt von Herrn Dr. Curtze in Thorn, erschienen.

meine Vernichtung, wovon, mit Ausnahme des Almagest, gerade die wichtigsten Schriften der griechischen Astronomie betroffen wurden, brachte einen andern schweren Nachtheil. Die Schwierigkeit, welche mit der genauen Erkenntniss und der richtigen Deutung der wenigen Ueberbleibsel der griechischen, nicht zur Alexandrinischen Schule gehörigen Astronomie verbunden ist, führte die Meisten zu deren Vernachlässigung oder Geringschätzung, weil sie von derselben keine genauen Kenntnisse hatten; darin wurzelt die falsche, aber heut zu Tag allgemein angenommene Meinung, dass die ganze wissenschaftliche Astronomie der Griechen im Almagest enthalten sei. Der gelehrteste und gewichtigste Vertreter dieser Ansicht war Delambre, und seine voluminöse *Histoire de l'Astronomie ancienne* liefert einen beständigen Commentar dafür. Hier einige Proben: „*Il est démontré, que du temps d'Archimède les Grecs n'étaient guère plus avancés (en Astronomie) que les autres peuples. Toutes leurs connaissances se trouvent à fort peu près rassemblées dans le poème d'Aratus.*“* An einer andern Stelle: „*L'Astronomie n'a été cultivée véritablement qu'en Grèce, et presque uniquement par deux hommes, Hipparque et Ptolémée,*“** wobei natürlich nur an die Astronomie der Alten zu denken ist; und wieder an einer andern Stelle: „*L'Astronomie des Grecs est toute entière dans la syntaxe mathématique de Ptolémée.*“*** Diese Behauptungen findet man bei Allen mit den verschiedensten Variationen angenommen. „*Nous ne voyons naître l'Astronomie en Grèce qu'avec Hipparque*“ sagt Biot.† „Vor der Alexandrinischen Schule ist an eine wissenschaftliche Bearbeitung der Astronomie nie und nirgends zu denken,“ wiederholt seinerseits Mädler;†† und so hundert andere von geringerem Ansehen.

Idem die Astronomen, welche die Geschichte ihrer Wissenschaft schrieben, dieser Anschauungsweise zu ausschliesslich huldigten, beschäftigten sie sich nicht nur sehr oberflächlich mit den Speculationen der Jonier, der Pythagoräer und des Plato, sondern sie sprachen auch ungenau und flüchtig über die Schule derjenigen Geometer, welche zwischen 400 und 300 v. Chr. in Griechenland blühte, oder sie übergingen sie ganz mit Stillschweigen. Und doch bearbeitete man in diesem Zeitraum, also vor Beginn der Alexandrinischen Schule, in Griechenland den Stoff zu den Elementen des Euklid, erfand und studirte die Kegelschnitte, und gelangte zur Lösung von Problemen durch die mechanische Beschreibung von Curven. Damals wurde der

* *Delambre, Histoire de l'Astronomie ancienne, tome I. Discours préliminaire, p. X.*

** Ebendaselbst tome I, p. 325.

*** Ebendaselbst tome II, p. 67.

† *Journal des Savants, 1857, p. 10.*

†† Mädler, Populäre Astronomie § 301.

grosse und denkwürdige Versuch zur Erklärung der Himmelserscheinungen durch geometrische Hypothesen gemacht, und diese Hypothesen wurden in Einklang mit den Beobachtungen gebracht oder berichtigt, wo es nothwendig war. Aus diesen Forschungen, denen nichts vom Charakter einer wissenschaftlichen Untersuchung, im strengsten Sinn, welchen unsere Zeit mit diesem Wort verbindet, mangelt, war das System der homocentrischen Sphären entstanden, um deretwillen man den Namen des Eudoxus von Knidus so hoch erhob. Wenn auch von diesem System keine vollständige und geordnete Auseinandersetzung auf uns gekommen ist, so ist es doch möglich, aus den Andeutungen, welche Aristoteles, Eudemos von Rhodus, Sosigenes und Simplicius davon geben, mit Sicherheit die hauptsächlichsten Umrisse zu gewinnen. Aber hier sieht man die Macht des Vorurtheils! Eudoxus gehörte nicht zur Alexandrinischen Schule und lebte vor Hipparch, deshalb wurde ihm die Eigenschaft eines Astronomen, ja sogar die eines Geometers abgesprochen.* Alle Originalität der Auffassung, alle Gewandtheit in geometrischen Constructionen, alle geistreichen Versuche, sich dem Resultat der Beobachtungen zu nähern, alle Bewunderung der Zeitgenossen, fanden keine Gnade bei denen, welche uns die Geschichte der Astronomie erzählen, und die homocentrischen Sphären trugen ihren Urhebern mehr Tadel als Lob ein.

Bailly nennt das System der homocentrischen Sphären des Eudoxus geradezu absurd.** Wenn man jede Hypothese, welche nicht vollständig mit der Wirklichkeit übereinstimmt, absurd nennen darf, so kann man behaupten, dass die ganze Astronomie bis auf Keppler eine absurde Wissenschaft war. Bailly jedoch entschuldigt den Eudoxus, indem er den primitiven Zustand der Astronomie jener Zeiten betrachtet, und legt ihm sogar ein Verdienst bei, nämlich das, mit seinen Absurditäten die Nothwendigkeit gezeigt zu haben, dass man seine Zuflucht zu anderen Hypothesen nehmen müsse. Aber vergeblich würde man bei Bailly eine auch nur einigermaßen klare und präzise Idee über das System des Eudoxus suchen.

Montucla*** hat dieses System nicht besser verstanden, als Bailly, und die Erklärung, welche er darüber zu geben versucht, ist gänzlich illusorisch. Das hindert ihn jedoch nicht, sich noch viel strenger als Bailly zu zeigen und folgende Worte zu äussern: „*On attribue à Eudoxe une sorte d'hypothèse physico-astronomique, qui répond mal à cette grande réputation qu'il eut chez les anciens Une hypothèse aussi absurde et aussi peu*

* *Rien ne prouve qu'Eudoxe fut géomètre.* Dieses grosse Wort findet sich bei Delambre, *Hist. de l'Astr. ancienne*, tome I, p. 131. Ich werde später zeigen, was hiervon zu halten ist.

** Bailly, *Histoire de l'Astronomie ancienne*, p. 242.

*** Montucla, *Hist. des Math.* 2. ed. I vol. p. 182—183.

conforme aux phénomènes célestes ne méritoit, ce me semble, que d'être rejetée avec mépris par les mathématiciens judicieux: mais telle étoit alors la faiblesse de l'astronomie physique, qu'elle ne laissa pas de trouver des approbateurs et même de mérite. Aristote se prit d'une belle passion pour elle, de même que Calippe et un certain Polémarque. Ils y convinrent de quelques corrections, qui la rendaient encore plus ridicule“ etc. In demselben Ton berichten über die Hypothesen des Eudoxus Andere, welche Auszüge aus Montucla und Bailly herausgaben, und der letzte Geschichtsschreiber der Astronomie, Ferdinand Höfer*: „Le système (des sphères) d'Eudoxe fut aussitôt accueilli avec enthousiasme dans toute la Grèce, peut-être parce qu'il était plus absurde que les autres On en porta successivement le nombre jusqu'à cinquante-six, pour arriver à les abandonner toutes, comme indignes de la science“

In dem grossen Werk Delambre's, worin die alte Astronomie für sich allein nicht weniger als 1270 Seiten einnimmt, ist es mir nicht gelungen, auch nur ein Wort zu finden, womit der Autor die homocentrischen Sphären des Eudoxus erwähnt. Delambre las den Commentar des Simplicius über die Bücher *de coelo* und verfertigte Auszüge daraus; er berichtet über diese Beschäftigung im ersten Buch Seite 301—310, aber über die so bemerkenswerthe Stelle dieses Commentars, welche die hauptsächlichste Quelle unserer Kenntniss des eudoxischen Systems ist, finde ich nicht die geringste Andeutung. Vielleicht entging sie ihm, oder vielleicht wollte er den Leser nicht langweilen mit der Darlegung von Dingen, welche der Alexandrinischen Schule fremd waren, ausserhalb welcher es für ihn keine Geschichte der Astronomie gab. Eine scheinbare Anspielung auf das System des Eudoxus könnte man jedoch in der folgenden Stelle des *Discours préliminaire*** finden:

„Platon conseilla aux astronomes de chercher l'explication des mouvements célestes dans la combinaison de différents cercles: ils suivent ce conseil, et faute d'idées assez précises et de bonnes observations, ils multiplient les cercles outre mesure et sans aucun succès.“ Wenn Delambre an dieser Stelle die Sphären des Eudoxus meint (zu welchen, wie man sehen wird, Plato die Veranlassung gab), so können wir vermuthen, dass er dieses System als einen groben Abriss der Theorie der Epicykeln betrachtete. Aber sicherlich, zwischen den Epicykeln und den homocentrischen Sphären besteht selbst nicht eine scheinbare Analogie. Die Vermischung dieser so verschiedenartigen Dinge findet sich auch bei anderen Schriftstellern, z. B. bei Whewell, welcher in seiner Geschichte der inductiven Wissenschaft

* Höfer, *Hist. de l'Astronomie*. Paris, 1873, p. 136.

** Delambre, *Astr. anc. vol. I*, p. X.

ten eine Andeutung über die Sphären des Eudoxus gab, und sie nicht von den Epicykeln zu trennen scheint, deren Erfindung er in die Zeiten des Plato, ja sogar noch weiter zurück verlegt.* Auch Mädler in seiner Geschichte der Astronomie** glaubt zu beweisen, dass die Sphären des Eudoxus wesentlich dasselbe sind, als die Epicykeln des Ptolemäus, und sich von diesen nur durch grössere Verwicklung unterscheiden.

Der erste, welcher mit einigem Fleiss in das Geheimniss des besagten Systems eindrang, scheint Conrad Schaubach gewesen zu sein, welcher unter seinen vielen Studien über die Anfänge der griechischen Astronomie der Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften auch folgende: Von den Ansichten des Eudoxus über das Planetensystem*** vorlegte. Die Resultate dieser Untersuchung wurden von ihm in seiner 1802 erschienenen schönen Geschichte der griechischen Astronomie vor Eratosthenes niedergelegt.† Trotz des Fleisses, womit dieser Gelehrte die Quellen über diesen Gegenstand studirte, gelang es ihm doch nicht, in den Kern dieser Frage einzudringen, ja er verfiel sogar auf Irrthümer bezüglich der Zahlen, welche Eudoxus den synodischen Umlaufzeiten der fünf Planeten beilegt.

Der Einzige, welcher meines Wissens mit theilweisem Erfolg den Versuch machte, einigermassen auf den Grund des Mechanismus der homocentrischen Sphären zu kommen, und welcher ihrem Urheber die gebührende Gerechtigkeit widerfahren liess, war Ludwig Ideler in seiner ausgezeichneten Monographie über Eudoxus†† in den Abhandlungen der kgl. Akademie zu Berlin für die Jahre 1828 und 1830. Ideler erkannte das Grundprincip dieser Theorie und wusste sich mit Hilfe eines gewöhnlichen Globus annäherungsweise Rechenschaft darüber zu geben, auf welche Art und Weise Eudoxus die Stillstände und Rückläufe der Planeten und ihre Bewegung in Bezug auf Breite erklärte. Da sich seine Arbeit jedoch über ein umfassenderes Thema verbreitete, so drang er nicht hinreichend in das Studium dieser zusammengesetzten Bewegungen ein und verschiedene Punkte blieben ihm unklar; von anderen gab er keine genügende Erklärung. Aber immerhin bleibt ihm das Verdienst, in dieser Frage den entscheidendsten Schritt gethan zu haben.

* Whewell, Geschichte der inductiven Wissenschaften; Ausgabe von Littrow, Band 1, 137—139.

** Mädler, Geschichte der Himmelskunde, p. 47. Braunschweig 1873.

*** Schaubach, Ueber Eudoxus Vorstellung vom Planetensystem; in den Göttinger gelehrten Anzeigen für d. J. 1800. No. 54.

† Schaubach, Geschichte der griechischen Astronomie bis auf Eratosthenes (Göttingen 1802) p. 433—442.

†† Ideler, Ueber Eudoxus. Abhandlungen der Berliner Akademie, hist.-philol. Classe, für d. J. 1828 p. 189—212; f. 1830, p. 49—88.

Von Denjenigen, welche nach Ideler kamen, scheint keiner (ausser H. Martin) von seiner Arbeit Notiz genommen zu haben, weshalb man noch heutzutage über die Geschichte der Hypothesen des Eudoxus ebenso schreibt, wie es ein Jahrhundert früher Montucla und Bailly thaten. Ausnahmen müssen wir jedoch Sir George Cornewall Lewis, welcher in seinem Werk über die Astronomie der Alten* zeigt, dass er die Abhandlung Ideler's kennt, aber ihr nicht die hinreichende Wichtigkeit beilegt; er hat ebenfalls den Sinn von den Umlaufszeiten, welche Eudoxus den Planeten beilegt, nicht richtig verstanden; jedoch erkannte er mit Recht, dass in diesem Problem und der von Eudoxus gegebenen Lösung desselben viele scharfsinnige geometrische Untersuchungen enthalten waren, wenn er auch anzunehmen scheint, dass es unmöglich wäre, dieselben ans Licht zu bringen.**

In dieser Schrift habe ich mir vorgenommen, die Arbeit Ideler's zu vervollständigen und zu berichtigen, sowie den Astronomen und Geometern endlich zu zeigen, welche Summe von geistreichen Combinationen in Dem verborgen liegt, was Anderen lächerlich oder einer Beachtung unwerth schien. Wir werden zuerst eine klare Darlegung der Natur jener eleganten sphärischen Epicykloide sehen, welche Eudoxus Hippopede nennt und die den Grundstein seines ganzen Systems bildet. Wir werden die Grenzen der Genauigkeit untersuchen, mit welcher die Hypothesen des Eudoxus sich den Beobachtungen anpassen konnten; und aus dieser Untersuchung werden wir einiges Licht gewinnen (wenn auch nicht in dem Mass, als man es wünschen möchte), um die Natur der Reform zu erkennen, welche Callippus und Polemarchus später einführten. Wir werden auch die Nothwendigkeit und die Ursache jener grossen Anzahl von Sphären begreifen, welche mit Unrecht von Denjenigen getadelt wurde, die ihren Zweck nicht verstanden, und welche unsern Zeitgenossen eine lächerliche und bemitleidenswerthe Sache erscheint, obgleich dieselben unbewusst in der Planetentheorie zehnfachen und hundertfachen Gebrauch von Epicykeln machen, welche sie unter dem Namen periodische Glieder unendlicher Reihen verbergen.

Indem wir an die Betrachtung dieser Monumente antiken Wissens gehen, lasst uns von der Achtung und Verehrung erfüllt sein, welche Denen gebührt, die vor uns eine steile Strasse wandernd, den Weg geöffnet und

* *Cornewall Lewis, An historical survey of the astronomy of the ancients.* London, 1862, p. 153—156.

** *It is difficult to understand how these co-revolving orbs were conceived to harmonize in producing a single resulting motion: but the Greeks, even in the time of Eudoxus, were subtle geometers, and they doubtless had formed a clear idea as to the solution of a problem which was substantially geometrical.* Ebendaselbst, p. 210.

geeignet haben. Von diesen Gefühlen beseelt, können wir zwar auf mangelhafte Beobachtungen und die Wahrheit weit verfehlende Speculationen stossen, aber wir werden nie etwas Absurdes, Lächerliches oder den Regeln der gesunden Vernunft Widersprechendes finden. Wenn heutzutage wir, die späten Enkel jener berühmten Meister, aus ihren Irrthümern und ihren Entdeckungen Gewinn ziehen und zum Giebel des von ihnen gegründeten Gebäudes emporsteigend mit unserem Blick einen weiteren Horizont umfassen können, so wäre es thörichter Hochmuth, deshalb zu glauben, dass wir eine weittragendere und schärfere Sehkraft als sie hätten. Unser ganzes Verdienst beruht darin, dass wir später zur Welt gekommen sind.

II. Die Entstehung der homocentrischen Sphären.

Schon lange vor Eudoxus hatten die griechischen Philosophen (welche damals Physiker, Geometer und Astronomen zugleich waren) verschiedene Constructionen erdacht, um auf plausible Art die hauptsächlichsten Erscheinungen, welche sich ihnen in der Stellung und der Bewegung der Gestirne darboten, zu erklären. Unter anderen cosmologischen Ansichten der jonischen Schule sind einige Andeutungen über gewisse sonderbare Mechanismen auf uns gekommen, durch welche sich Anaximander Rechenschaft zu geben suchte über die Bewegung der Sonne und des Mondes in Bezug auf Declination, und wodurch er die Phänomene der Finsternisse erklären wollte. Aber aus diesen Andeutungen kann man keinen präzisen und befriedigenden Begriff gewinnen. Zahlreicher sind unsere Kenntnisse über die Schule des Pythagoras und des Plato. In einer anderen Schrift* habe ich die astronomischen Hypothesen auseinandergesetzt, durch welche es Philolaus gelang, die tägliche Bewegung der Planeten, der Sonne und des Mondes mit ihren periodischen Bewegungen längs des Thierkreises zu combiniren, und habe gezeigt, welche sichere Vorstellung man von den astronomischen Ideen des Plato durch das Studium seiner Werke gewinnen kann. Aus diesem Studium ergiebt sich die Thatsache, dass man zur Zeit des Philolaus noch keinen Versuch machte, die Stillstände und Rückläufe der Planeten zu erklären; und aus der unklaren Art und Weise, womit Plato über diese Phänomene im 10. Buch der Republik und im Timäus spricht, geht hervor, dass er selbst keinen genauen Begriff von dem Gesetz und den Perioden hat, in welchen diese vor sich gehen. Er konnte sich jedoch von der Unzulänglichkeit der damals aufgestellten Hypothesen überzeugen,

* *I precursori di Copernico nell' antichità. Mem. del R. Istituto Lombardo. Vol. XII, pag. 342—381.*

welche wohl annäherungsweise die auffälligsten Himmelserscheinungen erklärten, die aber nicht hinreichend waren, um Rechenschaft zu geben über alles das, was schon in jener Zeit aus den Beobachtungen gefolgert werden konnte. Eine fortgesetzte Aufmerksamkeit hatte die sonderbare und mannigfach gekrümmte Bewegung der Planeten am Himmel klar gezeigt, und Plato selbst fühlte, dass zur Erklärung derselben etwas anderes nothwendig sei, als die Annahme von einer nur kreisförmigen Bewegung eines jeden Planeten auf einer ihm zugehörigen Sphäre. Deshalb legte er, wie Eudemos in seiner Geschichte der Astronomie erzählt,* den Astronomen die Frage vor: „durch welche Annahmen von regelmässigen und geordneten Bewegungen sich die beobachteten Erscheinungen der Planetenläufe darstellen liessen.“

Diese Aufforderung wurde verstanden und erfasst durch Eudoxus von Cnidus (geb. 408, gest. um 355 v. Chr.), welcher ein Schüler Plato's war und grossen Ruhm sowohl in der Geometrie, als auch in der Astronomie erwarb. Er war übrigens auch, wie viele Gelehrte jener Zeit, des Studiums wegen nach Aegypten gegangen und, mit Empfehlungsbriefen des Spartaners Agesilaus an den ägyptischen König Nektanabis** versehen, war es ihm möglich, sich in die Geheimnisse ägyptischer Wissenschaft einzuweihen, in welcher er einen Priester von Heliopolis, Namens Chonuphis, zum Lehrer hatte. Hier lernte er, wenn wir dem Seneca Glauben schenken, die Planetenbewegungen kennen und brachte über dieselben genauere Kenntnisse, als man vorher hatte, nach Griechenland zurück.*** Das zeigt, wie Ideler in seiner Abhandlung richtig bemerkt, dass Eudoxus in Heliopolis die Dauer der Umlaufszeit und vielleicht auch die Zeitdauer und die verschiedenen Erscheinungen der Stillstände und Rückläufe der Planeten, wie sie sich den ägyptischen Priestern aus der unmittelbaren Beobachtung ergaben, kennen lernte. Nichts giebt uns im alten Aegypten die geringste Andeutung von tiefen geometrischen Untersuchungen, wie sie für eine wirkliche Theorie der Planetenbewegung nothwendig sind.†

* Man sehe Anhang II § 1.

** Es ist nicht sicher, ob es sich hier um den ersten oder den zweiten ägyptischen König dieses Namens handelt. Böckh (über die vierjährigen Sonnenkreise der Alten p. 136—142) ist für den ersten und setzt die Reise des Eudoxus nach Aegypten in das zweite oder dritte Jahr der hundertsten Olympiade (379 oder 378 v. Chr.). Ideler ist für den zweiten (Ueber Eudoxus, p. 194—195), welcher zwischen den Jahren 362 und 354 regierte.

*** *Eudoxus primus ab Aegypto hos motus in Graeciam transtulit. Seneca, Quaest. nat. VII, 3.*

† Die einzige Thatsache, welche dieser Behauptung zu widersprechen scheint, ist eine Anspielung auf die Bewegung der Erde, die von Herrn Chabas in einem alten ägyptischen Papyrus aufgefunden wurde, in welchem zu einer

Aber die Eigenschaft eines Geometers, welche wir den Aegyptern nicht zugestehen können, besass Eudoxus im hohen Grad, wie aus vielen glaubwürdigen Zeugnissen hervorgeht.* Man erzählt, dass Plato, von jenen Deliern angegangen, ihnen zur Lösung des vom Orakel gestellten Problems — die Grösse des Altars zu verdoppeln unter Beibehaltung der Würfel-form — zu verhelfen, zur Antwort gegeben habe, er kenne blos zwei Männer, die fähig wären, diese Schwierigkeit zu besiegen, nämlich Eudoxus von Cnidus und Helicon von Cyzicus.** Bewährter noch ist das Zeugniß des Proclus, eines in der Geschichte der alten Mathematiker sehr bewanderten Autors, welcher den Eudoxus unter Diejenigen zählt, welche jeden Zweig der Geometrie weiter ausgebildet haben.*** In der That, Eudoxus vermehrte die Zahl der allgemeinen Theoreme, von denen jene zwei wichtigen Sätze der körperlichen Geometrie über das Verhältniss der Pyramide und des Kegels zum Prisma und Cylinder von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe ihm zugehören. Euklid entnahm bei der Zusammenstellung seiner Elemente einen beträchtlichen Theil seines Materials den Büchern des Eudoxus,† und man vermuthet, dass das fünfte Buch, welches von der Theorie der Proportionen handelt, gänzlich diesem Astronomen zugehört.†† Eudoxus vervollkommnete überdies die Curvenlehre, deren Anfänge schon von Plato herrühren, und betrachtete hauptsächlich diejenigen Curven, welche durch die Schnitte der Körper entstehen. Wegen dieses Studiums der Curven und der Anwendung desselben auf die Lösung des Problems der Verdoppelung des Würfels hatte Eudoxus unter den alten Geometern eine grosse Berühmtheit, weshalb Eratosthenes, der seine Lösung dieses Problems anführt, ihm den Namen des Göttlichen††† gab. Er betrachtete hauptsächlich die organische Erzeugung der Curven, das ist, ihre Beschreibung mit Hülfe gewisser Mechanismen, und wir werden sehen, dass

hochgestellten Person gesagt wird, dass „die Erde sich nach Belieben bewegt“. Der Papyrus hätte, nach Chabas, ohngefähr ein Alter von 4000 Jahren; obige Worte sind einem Zeitgenossen des Königs Neb-ka-ra in den Mund gelegt, welcher vor der Erbauung der grossen Pyramiden gelebt haben soll! Man wird vielleicht klug thun, über diese bedenkliche Frage weitere Aufklärungen abzuwarten. S. Chabas, *sur un texte égyptien relatif au mouvement de la terre*, in der Zeitschrift für ägyptische Sprache und Alterthumskunde. Decbr. 1864.

* Siehe Ideler in seinem Memoir über Eudoxus; Denkschriften der Berliner Akademie, f. d. Jahr 1828, p. 203—212.

** Plutarch, *de genio Socratis*, Cap. 8.

*** Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum commentarii, ed. Friedlein (Lipsiae, Teubner 1873), p. 67.

† Ebendasselbst, p. 68.

†† Ideler, am angef. Ort p. 200 und 207.

††† Ebenda, p. 211.

seine Hippopede gänzlich unter die Klasse der mechanisch beschriebenen Curven gehört. Endlich bezeugt Proclus, dass Eudoxus einer der Ersten war, welche sich der analytischen Methode bei der Betrachtung der Eigenschaften der Curven bedienten.

Aber die Vortrefflichkeit des Eudoxus als Geometer ist auch durch den Ruf der tüchtigen Mathematiker begründet, die aus der Schule hervorgingen, welche er um das Jahr 375 in der Stadt Cyzicus an den lieblichen Ufern der Propontis gründete. In der That, Menächmus war sein Schüler, welcher zuerst die Eigenschaften der Kegelschnitte systematisch studirte und mittelst derselben das Problem von der Verdoppelung des Würfels löste. Menächmus war aus Alopecconesus, einer Stadt des thracischen Chersones, oder nach Andern aus Proconnesus, einer Insel der Propontis nahe bei Cyzicus; wie Eudoxus, studirte auch er die Bewegungen der Himmelskörper, und Dinostratus, der Erfinder der Quadratrix, war sein Bruder. Zur Schule des Eudoxus gehören noch Helicon und Athenäus, beide von Cyzicus und beide berühmte Geometer; der Erstere war auch Astronom und bekannt wegen der Vorhersagung einer Finsterniss. Polemarchus, von dem wir sehen werden, dass er die astronomischen Hypothesen des Eudoxus zu verbessern bestrebt war, kannte denselben und lernte von ihm die homocentrischen Sphären kennen; und endlich war Callippus, ebenfalls aus Cyzicus gebürtig, der Schüler des Polemarchus. Callippus behauptete nach dem Tode des Eudoxus in Griechenland den ersten Rang in der Astronomie und auch er bemühte sich mit Polemarchus und Aristoteles, das System der homocentrischen Sphären zu verbessern.*

Diese Nachrichten über die Thätigkeit des Eudoxus als Mathematiker sind ohne Zweifel hinreichend, um uns verstehen zu lassen, wie er zu dem von Plato vorgelegten Problem die elegante Lösung zu geben fähig war, welche wir auseinandersetzen wollen und um den von Delambre ausgesprochenen Zweifel über seine Fähigkeit in geometrischen Dingen zu widerlegen.** Ich füge mit Ideler die Bemerkung hinzu, dass alle Nachrichten, die wir über ihn haben, darauf hinauslaufen, uns in Eudoxus einen Mann von praktischer und positiver Geistesrichtung, fern von aller müssigen Speculation, zu zeigen. Deshalb hatte er keinen Glauben an die Astrologie, welche damals schon ihren Weg von Babylonien nach Griechenland zu nehmen begann, und deshalb finden wir bei ihm nicht, wie bei vielen anderen seiner Zeitgenossen und Vorgänger, dass er Ansichten äusserte über Dinge, die der Beobachtung und der Erfahrung seiner Zeit unzugänglich

* Ueber die mathematische Schule zu Cyzikus befinden sich viele wichtige Bemerkungen bei Böckh, die vierjährigen Sonnenkreise der Alten pag. 150--155.

** *Delambre, Astr. anc. I., p. 131.*

waren. So zum Beispiel beschränkte er sich, anstatt wie andere über das Wesen der Sonne zu speculiren, darauf zu sagen, dass er gern das Schicksal des Phaëthon ertragen wolle, um herauszubringen, was die Sonne eigentlich sei.*

So war der Mann beschaffen, welcher die von Plato an die Astronomen seiner Zeit gerichtete Aufforderung annahm. Um das grosse Problem zu lösen und um zu einer rationellen Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper zu kommen, war es vor Allem nothwendig, ein Princip festzustellen, dem sich alle anpassen konnten, und dieses war: dass der Bau der Welt nach einem einzigen allgemeinen Gesetz geordnet sei.** Den griechischen Astronomen mangelte das physikalische Gesetz der allgemeinen Gravitation, sie mussten sich daher an geometrische Gesetze halten, selbst auf die Gefahr hin, etwas Willkürliches anzunehmen. Nun aber bot der tägliche Umschwung des Fixsternhimmels eine gleichförmige Kreisbewegung dar, und ebenso schien den Beobachtungen jener Zeit zufolge die Bewegung der Sonne und des Mondes gleichförmig in Kreisbahnen vor sich zu gehen. Aber weil die Bewegungen der Gestirne alle von denselben Gesetzen abhängen mussten, so wurde mit Recht durch Analogie geschlossen, dass die im Lauf der Planeten beobachteten Unregelmässigkeiten nur scheinbar sein könnten und sich ebenfalls durch das Zusammenwirken von mehreren gleichförmigen Kreisbewegungen erklären lassen müssten. Dieses Axiom, welches nach Geminus*** die Pythagoräer zuerst aussprachen, wurde vom ganzen Alterthum als unerschütterliche Basis der astronomischen Hypothesen angenommen, und mit Recht, denn ohne dasselbe wären die Alten nur in Willkür und Verwirrung gerathen. Dieses Axiom behauptete in der ganzen Astronomie bis auf die Zeiten des Keppler, welcher die elliptische Bewegung statt der kreisförmigen einführte, seine Autorität. Ja Keppler selbst gehorchte noch diesem Princip, als er die gleichmässige Beschreibung der Flächenräume aussprach; sogar nach ihm fügten sich Bouillaud und Seth Ward demselben, als sie die einfache elliptische Hypothese erdachten, in welcher man eine gleichförmige Winkelbewegung der Planeten um denjenigen Brennpunkt der Ellipse annimmt, in dem die Sonne nicht steht. Sein Ansehen wurde nicht eher vollständig vernichtet, als bis durch

* Ideler a. a. O. p. 198, auf die Autorität des Plutarch hin.

** „*Ante omnia, quae ad mathematicarum rerum considerationem spectant, est principiorum sumptio, ut inter omnes convenit. Quorum primum est, mundi compositionem existere ordinatim ope unius principii administratam.*“ So der platonische Philosoph Dercyllides bei Theon Smyr. (*Theonis Astr. ed. H. Martin, p. 327.*) Niemand wird zu behaupten wagen, dass in unserer Zeit eine andere Ansicht gilt.

*** *Gemini isagoge ad phaenomena, Cap. I.*

Abh. zur Gesch. der Mathem. I.

Galilei, Newton und ihre Nachfolger das metaphysische Element gänzlich vom Studium der Natur ausgeschlossen wurde.

Eine andere Bedingung, der sich jene, welche zuerst über den Bau des Universums nachdachten, fügen mussten, war die, für denselben die grösste Einfachheit und Symmetrie anzunehmen. So bildeten im System des Philolaus die Bahnen der Himmelskörper ein System von Kreisen, die um ein gemeinsames Centrum beschrieben waren; und dieselbe Regel, oder wenigstens eine ähnliche, ist in den verschiedenen Systemen des Plato beobachtet. An dieser Grundanschauung hielt auch Eudoxus fest und stellte sich vor, dass alle seine Sphären concentrisch um die Erde und symmetrisch zu ihr beschrieben seien,* weshalb ihnen in den späteren Zeiten mit Recht der Name homocentrische Sphären beigelegt wurde. Durch diese Annahme wurde das Problem viel schwieriger, weil dadurch diesen Sphären jede fortschreitende Bewegung genommen wurde und dem Geometer zur Erklärung der Phänomene nichts anderes übrig blieb als die Combination ihrer Rotationsbewegungen; aber dem Bau der Welt wurde dadurch eine Eleganz bewahrt, von welcher die Constructionen des Hipparch, des Ptolemäus und aller Andern, selbst des Copernicus, weit entfernt blieben und welche bis zu den Zeiten des Keppler ihres gleichen nicht wieder fand. Diese Concentricität der himmlischen Sphären hatte ausserdem noch den Vortheil, dem Zeugniß der Sinne und den damaligen Meinungen der alten Physiker nicht zu widersprechen. Man musste auch alles Mögliche versuchen, bevor man daran ging, am Himmel ein so unsymmetrisches und willkürliches Element, wie die excentrische Bewegung, einzuführen, ganz abgesehen von dem natürlichen Widerstreben, das sich von vornherein der Zulassung von Kreisbewegungen der Himmelskörper um nur ideale Mittelpunkte, ohne alle sinnliche Kennzeichen, entgegenstellen musste.

Eudoxus dachte sich deshalb ungefähr, wie vor ihm Plato, dass jeder Himmelskörper von einer um zwei Pole in gleichförmiger Rotation drehbaren Sphäre in kreisförmige Bewegung versetzt würde. Er nahm ausserdem an, dass derselbe in einem Punkt des Aequators dieser Sphäre befestigt sei, so dass er während der Rotation einen grössten Kreis beschrieb, dessen Ebene senkrecht auf der Rotationsaxe stand. Zur Erklärung der Veränderungen der Geschwindigkeiten der Planeten, ihrer Stillstände und Rückläufe und ihrer Abweichung nach rechts und links in Bezug auf Breite

* Man sehe Anhang II, wo Simplicius diese Concentricität ausdrücklich behauptet. Diese wird übrigens aus der Gesamtheit aller Eigenschaften des Systems klar. Dadurch ist mit einem Strich die Ansicht Derjenigen widerlegt, welche im System des Eudoxus den Keim für die Theorie der Epicykeln sehen wollten, welche später von Hipparch und den alexandrinischen Astronomen aufgestellt wurde.

genügte diese Hypothese nicht, und man musste annehmen, dass auf den Planeten mehrere der vorigen analoge Bewegungen wirken und dadurch zusammen jene einzige scheinbar unregelmässige Bewegung, welche die Beobachtung ergibt, hervorbringen. Eudoxus setzte deshalb fest, dass die Pole der den Planeten tragenden Sphäre nicht unbeweglich bleiben, sondern von einer grösseren der ersten concentrischen getragen würden, welche gleichförmig und mit einer ihr eigenthümlichen Geschwindigkeit um zwei von den vorigen verschiedene Pole rotire. Da man jedoch auch durch diese Annahme die Erscheinungen für keinen der sieben Planeten darstellen konnte, so befestigte Eudoxus die Pole der zweiten Sphäre auf einer dritten, welche zu den beiden ersten concentrisch und grösser als diese war. Dieser theilte er ihre besonderen Pole und ihre besondere Geschwindigkeit zu. Und wo drei Sphären nicht genügten, fügte er eine vierte hinzu, welche die drei ersten einschloss, die zwei Pole der dritten Sphäre enthielt und mit einer ihr eigenen Geschwindigkeit um ihre Pole rotirte. Durch die Untersuchung der Wirkungen dieser Zusammensetzung von Bewegungen fand Eudoxus, dass durch geeignete Wahl der Stellung der Pole und der Rotationsgeschwindigkeiten man wohl die Bewegungen der Sonne und des Mondes darstellen könne, wenn man für jeden dieser beiden Himmelskörper drei Sphären annehme. Für die verwickelteren Bewegungen der Planeten fand er jedoch vier Sphären nothwendig. Die bewegendenden Sphären eines jeden Gestirns machte er vollständig unabhängig von denen, welche zur Bewegung der anderen dienten. Für die Fixsterne genügte eine einzige Sphäre, welche die tägliche Umdrehung des Himmels hervorbringt. Die von Eudoxus eingehaltene Reihenfolge der Planeten war mit der des Plato identisch; die Zusammenstellung des Systems war die im folgenden Schema:

Name und Reihenfolge der Gestirne:	Anzahl der bewegendenden Sphären:
Saturn	4
Jupiter	4
Mars	4
Merkur	4
Venus	4
Sonne	3
Mond	3.

Die Gesamtzahl der bewegendenden Sphären betrug also 26 und noch eine dazu für die Fixsterne. Man findet nirgends, dass Eudoxus nach der Ursache dieser Rotationsbewegungen, oder nach der Art der Uebertragung derselben von einer Sphäre auf die andere, geforscht hätte; ebensowenig fragte er nach ihrem Stoff, ihrer Grösse, ihren Durchmessern und ihren

gegenseitigen Abständen. Nur nach Archimedes* scheint es, dass Eudoxus die Sonne neun mal grösser als den Mond setzte, und daraus können wir schliessen, dass er dieselbe neun mal weiter entfernt hielt als den Mond. Er konnte zu dieser Schätzung durch das aufmerksame Studium der Phasen des Mondes in seinen verschiedenen Elongationen von der Sonne leicht gelangen. Eudoxus enthielt sich also gänzlich der Untersuchung solcher Fragen, welche auf sein Problem, nämlich die geometrische Darstellung der Phänomene, keinen Einfluss hatten, und dieses zeugt ebenfalls von der Besonnenheit und Nüchternheit seines Geistes. Er versuchte auch nicht die bewegenden Sphären eines Planeten mit denen der vorhergehenden und folgenden zu verbinden und nahm an, dass die zur Bewegung eines jeden Planeten gehörigen Sphären ein isolirtes, von den übrigen unabhängiges System bilden. Alles dies lässt uns glauben, dass für ihn die Sphären die Elemente einer mathematischen Hypothese waren, und nicht etwa wirklich bestehende Dinge; deshalb wird ihm mit Unrecht der Vorwurf gemacht, dass er das Weltall in krystallene Schalen eingeschlossen habe, deren Anzahl er ohne Zweck bedeutend gross annahm.

Eudoxus legte seine Hypothesen in einem Werk über die Geschwindigkeiten (*περὶ ταχῶν*) nieder, welches, wie alle seine andern Schriften, verloren gegangen ist.** Aristoteles, welcher nur um eine Generation jünger als Eudoxus war, und über diesen Gegenstand mit Polemarchus, einem Bekannten desselben, sich besprach, musste sichere Kenntnisse über den Mechanismus dieser Sphären haben, weshalb der kurze, aber genaue, wenn auch unvollständige Bericht, welchen er im 12. Buch der Metaphysik davon gibt, viele Beachtung verdient. Wahrscheinlich sprach auch Theophrastus in seiner verloren gegangenen Geschichte der Astronomie davon, man erzählt sogar, dass er den für die Bewegung der Planeten bestimmten Sphären den Namen „ungestirnte“ (*ἀναστρεφόμεναι*)* gab. Sicher ist ferner, dass Eudemos im 2. Buch seiner Geschichte der Astronomie ausführlich über das System des Eudoxus handelte, und von Eudemos schöpfte Sosigenes (der Reformator des Kalenders) den Bericht, den er mit vieler Weitläufigkeit in seinem Commentar zu den Büchern *de coelo* gibt. Dieser Commentar ist verloren gegangen, aber ein langer Auszug davon im Commentar des Simplicius zum 2. Buch *de coelo* ist uns noch erhalten. Dieser ist unsere hauptsächlichste Quelle, welche auch sehr glaubwürdig ist, da sie auf Eudemos zurückgeht, einen Zeitgenossen des Aristoteles, welcher nur kurze Zeit nach Eudoxus

* In der Sandrechnung (*arenarius*).

** S. Anh. II., § 2. Es wird dieses eine der schönen Abhandlungen sein (*καλλίστα ὑπομνήματα*), welche nach Diogenes Laërtius Eudoxus schrieb.

*** S. Anh. II.

lebte.* Gestützt auf diese Autoritäten werde ich nun nacheinander die Theorie, welche Eudoxus für jeden der sieben Planeten erdachte, auseinandersetzen und werde mit dem uns am nächsten stehenden, dem Monde, anfangen.

III. Mondstheorie des Eudoxus.

Die Theorie, welche sich Eudoxus bildete, um den Lauf des Mondes zu erklären, ist sehr einfach. Nach dem einstimmigen Bericht des Aristoteles und Simplicius waren die Bewegungen des Mondes durch die gleichförmige Rotation dreier Sphären hervorgebracht; die erste und äusserste derselben bewegte sich in demselben Sinn, wie die Fixsterne, die zweite um die Axe des Thierkreises, die dritte auf einem schief in die Zone des Zodiacus gestellten Kreis. Die erste derselben brachte durch ihre Rotation von Ost nach West die tägliche Umdrehung hervor. Die zweite verursachte durch ihre Bewegung von West nach Ost den monatlichen Umlauf. Die dritte Sphäre bewegt sich nach Simplicius im entgegengesetzten Sinn mit der zweiten und im gleichen Sinn mit der ersten. Sie dreht sich langsam um eine Axe, welche auf der Ebene des vom Mondmittelpunkt beschriebenen Kreises senkrecht steht. Die Neigung dieser Ebene gegen die Ebene der Ekliptik war gleich der grössten vom Mond erreichten Breite. Die Hinzufügung dieser dritten Sphäre war nach Simplicius deshalb nothwendig, weil der Mond seine nördlichste und südlichste Breite nicht immer in denselben Punkten des Thierkreises zu erreichen scheint, sondern diese Wendepunkte stets in einem der Ordnung der Thierkreiszeichen entgegengesetzten Sinn fortbewegt. Deshalb nahm man an, dass die Bewegung dieser Sphäre in einem mit der Umdrehung der Fixsterne gleichen Sinn vor sich gehe.

Die Erklärung des Simplicius lässt an Deutlichkeit nichts zu wünschen übrig, und man erkennt leicht, dass die drei Sphären dazu bestimmt waren, Rechenschaft von den drei Bewegungen des Mondes zu geben, welche Eudoxus kannte: nämlich der täglichen, der siderischen monatlichen und der rückschreitenden der Knoten der Mondsbahn auf der Ekliptik. Es wäre hier weiter nichts zu bemerken, wenn die den Sphären zugehörigen Geschwindigkeiten bei Simplicius nicht unrichtig angegeben wären.

* Da Aristoteles und Simplicius die einzigen Quellen sind, aus denen wir für unseren Gegenstand schöpfen können, so sind im Anhang I und II Auszüge hieraus in deutscher Uebersetzung mitgetheilt. Anhang I enthält die betreffende Stelle des Aristoteles, und Anhang II die des Simplicius, welche grossentheils dem Sosigenes entnommen ist. Um bequem darauf verweisen zu können, wurden diese Auszüge in numerirte Paragraphen abgetheilt.

In der That ist offenbar, dass, wenn die Sachen so stünden, wie es Simplicius angibt, wenn also die innerste Sphäre diejenige wäre, welche sich sehr langsam dreht und bestimmt ist, die Zurückweichung der Knoten zu erklären, der Mond dann während der sehr langen Umdrehungszeit, welche dieser Schriftsteller der dritten Sphäre beilegt, die, wie dem Eudoxus wahrscheinlich nicht unbekannt war, 223 Lunationen beträgt, nur ein einziges Mal durch einen gegebenen Knoten gehen könnte. Um den Durchgang des Mondes durch seine Knoten in der Anzahl, wie man sie beobachtet, zu erhalten, ist es nothwendig, die Geschwindigkeiten der beiden inneren Sphären zu vertauschen, das heisst anzunehmen, dass die innerste Sphäre die monatliche Bewegung des Mondes in ohngefähr 27 Tagen beschreibt,* auf einem Kreis, der gegen die Ekliptik unter einem Winkel geneigt ist, welcher der grössten Breite, die der Mond erreichen kann, gleichkommt: alsdann muss man diesen schiefen Kreis von der zweiten Sphäre während einer Zeitdauer von 223 Lunationen in retrograder Bewegung auf der Ekliptik drehen lassen; endlich ist anzunehmen, dass die beiden inneren Sphären in demselben Sinn, wie die Fixsterne von der äussersten gedreht werden. Auf diese Weise geht alles im Einklang mit der Beobachtung vor sich, und so dachte sich ohne Zweifel Eudoxus die Sache. Der Irrthum des Simplicius wurde auch von Ideler erkannt.**

Wir erfahren dadurch genau, bis zu welchem Grad der Vollkommenheit in jener Zeit bei den Griechen das Studium der Bewegungen des Mondes gelangt war. Die Beobachtungen waren bis zu dem Punkt gekommen, die Bewegung des Mondes nach Breite, und die Zurückweichung der Knoten der Mondbahn erkennen zu lassen. Wenn wir die höchst unvollkommenen Beobachtungsmittel jener Zeiten in Betracht ziehen, und wenn wir bedenken, dass alles darauf hinauslief, die Stellung des Mondes unter den Sternen auf einem roh construirten Globus anzumerken, so wird man jenen Astronomen Eifer und Fleiss nicht absprechen können. Eudoxus erkannte eine Unregelmässigkeit der Bewegung in Bezug auf Länge noch nicht, oder liess sie wenigstens nicht zu; aber wir werden bald sehen, dass Callippus um das Jahr 325, also zwanzig oder dreissig Jahre nach Eudoxus, davon Kenntniss hatte. Von dem Fleiss, womit man damals die Bewegungen des Mondes und alles, was auf denselben Bezug hatte, studirte, berichten auch die Schriften des Opuntiers Philippus, eines Freundes und Schülers des Plato

* Der Leser wird leicht sehen, dass die Umlaufszeit des Mondes auf der innersten Sphäre gleich dem Drachenmonat angenommen werden muss, d. i. gleich dem Zeitintervall, das der Mond von einem Knotenpunkt bis zum Wiedereintritt in denselben nothwendig hat, also 27 Tage 5 Std. 5 M. 36 Sec.

** Man sehe die mit den meinigen identischen Ansichten Ideler's in den Abhandlungen der Berl. Ak. 1830 p. 77 hist.-philol. Classe.

und Zeitgenossen des Eudoxus. In diesen Schriften ist ein Buch über die Grösse der Sonne, des Mondes und der Erde citirt, ein anderes über die Entfernung der Sonne und des Mondes, und ein drittes über die Verfinsterungen des Mondes.* Wir haben schon angedeutet, dass nach Archimedes Eudoxus mit dem Verhältniss der Grösse der Sonne und des Mondes sich beschäftigte; auch spricht Archimedes von einem gewissen Phidias, welcher über dasselbe Problem nachdachte und die Sonne für 12 Mal grösser als den Mond hielt.**

Aber der deutlichste Beweis von den Fortschritten, welche man zu den Zeiten des Eudoxus im Studium der Mondsbeziehung machte, liegt darin, dass man gerade in jenen Zeiten die Finsternisse voraus zu bestimmen begann, und dass diese Bestimmungen durch die Beobachtung bestätigt wurden. Von Helikon aus Cyzicus, einem Schüler des Eudoxus, erzählt man, dass er während seines Aufenthalts mit Plato und Aristippus am Hof des Dionysius II. von Syrakus eine Sonnenfinsterniss vorhersagte, welche wirklich eintraf, und dass ihn Dionysius deshalb mit einem Talent belohnte. Man glaubt, dass dieses jene Finsterniss war, welche nach unseren astronomischen Tafeln auf den 12. Mai 361 v. Chr. trifft.*** Wir möchten jedoch damit nicht behaupten, dass die griechischen Astronomen schon die Parallaxen in Rechnung zu ziehen verstanden, und dass sich ihre Vorausbestimmungen der Sonnenfinsternisse immer bewahrheiteten. Es ist eher glaublich, dass Helikon in seinem Erfolg eben so sehr vom Glück, als von seinem Wissen unterstützt wurde. Aber es ist kein Zweifel, dass die Kenntniss der Bewegung der Mondsknoten die griechischen Astronomen schon in jenen Zeiten in die Lage setzte, bestimmen zu können, in welchen Monaten des Jahres sowohl Monds- als Sonnenfinsternisse zu erwarten wären, und zu entscheiden, welche Conjunctionen und Oppositionen dazu am geeignetsten sind. Mit diesen Kenntnissen konnte man schon mit Erfolg die Vorhersagung des grössten Theils der Mondfinsternisse versuchen; bezüglich der Sonnenfinsternisse musste sich der Astronom beschränken, die Epochen anzugeben, in welchen dieselben erwartet werden konnten, und es zugleich hinnehmen, wenn er in vielen Fällen seine Erwartung nicht befriedigt sah.†

* Böckh, Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten pag. 36. Weil der Opuntische Philippus über die Grösse der Erde schrieb, so ist es nicht unwahrscheinlich, dass er zur Zahl derjenigen Mathematiker gehört, von denen Aristoteles (*de coelo II, 14*) berichtet.

** Archimedes, in der Sandrechnung.

*** Als Beleg hierzu s. Böckh, die vierj. Sonnenkr. d. A. p. 153—154.

† Uebrigens haben dieses schon die chaldäischen Astronomen einige Jahrhunderte vor Eudoxus verstanden; denn es war nicht möglich, die Mondfinster-

IV. Sonnentheorie des Eudoxus.

Ueber diese Theorie lehrt uns Aristoteles, dass sie von drei Sphären abhing, welche fast auf dieselbe Weise, wie die drei Sphären des Mondes, geordnet waren; eine derselben hatte dieselbe Bewegung, wie die tägliche Rotation des Fixsternhimmels, die zweite bewegte sich nach dem Thierkreis und die dritte nach einem Kreis, der schief in die Breite des Thierkreises gestellt war. Aristoteles bemerkt, dass die Neigung dieses Kreises gegen die Ebene der Ekliptik für die Sonne geringer ist, als für den Mond. Simplicius, der dem Sosigenes folgte und sich mit diesem auf das Werk des Eudoxus $\pi\epsilon\pi\lambda\iota\ \tau\alpha\chi\omega\acute{\nu}$ bezieht, bestätigt die Angaben des Aristoteles. Er fügt alsdann hinzu, dass die Bewegung der dritten Sphäre nicht (wie beim Mond) im entgegengesetzten Sinn mit der zweiten vor sich gehe,

nisse zu beobachten, von deren Beobachtung in Babylonien Ptolemäus im *Almagest* berichtet, wenn die Beobachter nicht schon einigermaßen darauf vorbereitet waren. Unter diesen Finsternissen sind einige von zwei oder drei Zoll, welche ohne Zweifel auch einem modernen Beobachter entgehen würden, wenn er nicht vorher Kenntniss davon hätte. Drei dieser Finsternisse wurden während 18 Monaten in den Jahren 721 und 720 v. Chr. beobachtet. Zudem ist für den grössern Theil derselben die Zeit des Eintritts angegeben, was vermuthen lässt, dass die Aufmerksamkeit schon vorher darauf gelenkt war. Deshalb war ich immer der Ansicht, dass die Chaldäer schon zu den Zeiten Nabonassar's es verstanden, wenigstens näherungsweise die Zeit zu bestimmen, zu welcher man eine Mondsfinsterniss erwarten konnte, und dass sie dieses mittelst des Cyklus von 223 Lunationen, der von ihnen durch lange fortgesetzte Beobachtungen gefunden wurde, bewerkstelligten. Eine neue Entdeckung bestätigt diese meine Ansicht. Herr Smith hat vor Kurzem eine in Keilschrift geschriebene assyrische Tafel entziffert, deren Sinn folgender ist: „seinem königlichen Herrn, dessen treuer Diener Abil-Istar. Der Friede begünstige meinen königlichen Herrn, Nebo und Merodach seien ihm günstig; die Götter schenken ihm langes Leben, Gesundheit und Zufriedenheit. Wegen der Mondsfinsterniss schickte mich mein König nach Akkad; ich habe die Beobachtung in der Stadt Akkad gemacht; die Finsterniss ist eingetroffen. Wegen der Sonnenfinsterniss habe ich die Beobachtung gemacht; die Finsterniss ist nicht eingetroffen, und dieses berichte ich meinem Herrn. Die Mondsfinsterniss, welche wirklich eintraf, bezieht sich auf die Hittiter, und bedeutet Untergang für Phönicien und für die Chaldäer. Unser Herr wird Frieden haben und die Beobachtung zeigt für ihn kein Unglück an. Ruhm sei mit meinem königlichen Herrn.“ Wir lernen hieraus unter anderm folgendes: 1.^o Dass die Chaldäer und Assyrier vor dem Untergang des assyrischen Reichs den Eintritt von Monds- und Sonnenfinsternissen vorher zu bestimmen pflegten; wahrscheinlich mit Benützung des Cyklus von 223 Lunationen. 2.^o Dass ihre Regeln beim Mond Erfolg hatten, aber bei der Sonne auf Irrthümer führen konnten, was andeutet, dass sie die Parallaxen nicht zu berücksichtigen verstanden; auch Diodorus versichert dasselbe in seinem 2. Buch. 3.^o Dass die Chaldäischen Astronomen und Astrologen diesen Phänomenen wichtigen Einfluss auf Staatsangelegenheiten zuschrieben.

sondern in demselben Sinn (§ 2), das ist nach der Ordnung der Thierkreiszeichen, und dass diese Bewegung bei Weitem langsamer ist, als diejenige der zweiten Sphäre. Die Gesammtheit dieser Angaben zeigt hinreichend, wie nach Eudoxus die Natur der Bewegungen der Sonne beschaffen war. Zum besseren Verständniss derselben dienen folgende Bemerkungen:

Vor allem ist zu bemerken, dass bezüglich der Geschwindigkeiten der beiden inneren Sphären Simplicius hier in denselben Irrthum verfallen ist, auf welchen wir schon beim Mond aufmerksam gemacht haben. Wenn wirklich, wie er will, die dritte Sphäre sich sehr langsam auf einem schief zur Ebene der Ekliptik stehenden Kreis bewegte, so ist klar, dass dadurch die Sonne im Allgemeinen entweder in eine nördliche oder in eine südliche Breite versetzt würde; da nun die Veränderungen ihrer Breite sehr langsam angenommen werden, so würde der Mittelpunkt dieses Gestirns nicht sowohl, wie Simplicius andeutet, einen grössten Kreis, sondern vielmehr einen kleineren Kreis parallel zur Ekliptik beschreiben. Dieser Widerspruch in der Auseinandersetzung des Simplicius (welche übrigens sehr klar, genau, wenn auch nicht vollständig ist) zeigt, dass man hier, wie schon beim Mond, die langsame Bewegung der zweiten Sphäre und nicht der dritten zuthellen muss, und dass dieselbe längs des Thierkreises vor sich gehend anzunehmen ist; ferner, dass die Bewegung der dritten Sphäre in ohngefähr einem Jahr* auf jenem schiefen grössten Kreis, welchen der Mittelpunkt der Sonne zu beschreiben scheint, vor sich gehen muss. Dieser grösste gegen die Ekliptik sehr wenig geneigte Kreis wird von der zweiten Sphäre um die Axe des Thierkreises gedreht und seine Knotenpunkte auf der Ekliptik rücken, wie Eudoxus annahm, langsam vorwärts, anstatt sich rückwärts zu bewegen, wie die des Mondes.

Zweitens sehen wir, dass die jährliche Bewegung der Sonne auf ihrem Kreis hier vollständig gleichförmig vor sich geht. Eudoxus wies also jede Unregelmässigkeit in der Bewegung der Sonne zurück. Ich sage, er wies sie zurück, weil ihm nicht unbekannt sein konnte, dass Meton und Euktemon 60 oder 70 Jahre vor ihm durch fleissige Beobachtung der Solstitien und Aequinoctien die damals fast unglaubliche Thatsache zur Evidenz gebracht hatten, dass die Sonne nicht gleich viel Zeit zur Beschreibung der vier zwischen den Aequinoctial- und Solstitialpunkten ge-

* Ich sage „ohngefähr“ in einem Jahr, weil, da die Sonne von den beiden letzten Sphären zur Längenbewegung veranlasst wird, die Geschwindigkeit derselben gleich der Summe der Geschwindigkeiten dieser beiden Sphären ist. Deshalb muss die Geschwindigkeit in der dritten Sphäre etwas kleiner sein als diejenige, welche wir mittlere Bewegung nach der Länge nennen, und die Umlaufzeit in der dritten Sphäre muss etwas mehr als ein tropisches Jahr betragen.

legenen Quadranten ihrer Bahn gebraucht.* Eudoxus musste also nothwendigerweise die Dauer der vier Jahreszeiten gleich lang annehmen, wofür wir auch einen anderen, directen Beweis haben. In der That, in einem alten griechischen Papyrus, welcher Auszüge aus dem Eudoxischen Kalender enthält und der deshalb unter dem Namen des Eudoxischen Papyrus** bekannt ist, befindet sich die deutliche Angabe, dass Eudoxus den vier Jahreszeiten eine gleichmässige Dauer von 91 Tagen beilegte, mit Ausnahme des Herbstes, dem er 92 Tage zutheilte, um die Gesamtsumme der 365 Tage des Jahres zu erhalten.

Aber der sonderbarste und beachtenswertheste Umstand, welcher sich in der Sonnentheorie des Eudoxus darbietet, ist die in derselben gemachte Unterscheidung zwischen der festen Ebene der Ekliptik und der als beweglich angenommenen Ebene der jährlichen Sonnenbahn. Es wird angenommen, dass die Ebene dieser Bahn, wie die des Mondes, gegen die Ebene der Ekliptik unter einem kleinen, constanten Winkel geneigt sei, und ihren Knoten, das ist ihren Durchschnittspunkten mit der Ekliptik, muss man nach Eudoxus eine langsame Bewegung in der Ordnung der Thierkreiszeichen mittheilen. Die Geschichtsschreiber der Astronomie haben dieser Annahme nicht die hinreichende Beachtung gewidmet; von Anderen wurde sie nicht richtig gedeutet und mit dem hiervon ganz verschiedenen Phänomen der Präcession der Nachtgleichen verwechselt. Es ist also nothwendig, diesen Punkt mit einiger Genauigkeit zu betrachten, um das Dunkel, in welches er gegenwärtig noch gehüllt ist, zu lichten. Der Bequemlichkeit unserer Auseinandersetzungen wegen wollen wir diesem Phänomen den Namen Nutation der Sonnenbahn beilegen.

* Man sehe hierüber den Abschnitt VII dieser Schrift.

** Dieser Papyrus, dessen Entstehung Böckh mit Gewissheit in die Jahre 193—190 v. Chr. versetzt, und der viele Angaben bezüglich des Kalenderwesens auch von Astronomen nach Eudoxus enthält, befindet sich im Museum des Louvre zu Paris. Weiteres hierüber sehe man: *Brunet de Presle* im vol. XVIII der *Notices et extraits de la bibliothèque du roi*, Theil II; Böckh, über die vierj. Sonnenkr. d. A. p. 197—226; *Letronne*, *Journal des savants*, anno 1839. Auszüge, welche Bezug auf diesen Gegenstand haben, wurden im griechischen Original publicirt von Wachsmuth, in seiner Ausgabe des Buches *de Ostentis di Giovanni Lido*, Teubner, Leipzig 1863, pp. LIX, und 273—275. Man pflegt ihn den Eudoxischen Papyrus zu nennen, weil auf der Rückseite ein Akrostichon von zwölf Versen steht, deren Anfangsbuchstaben die Worte *Εὐδόξου Τέχνη*, *ars Eudoxi* bilden. Nach der Meinung des Böckh und Mommsen (s. Böckh und Wachsmuth a. a. O.) wäre dieses sonderbare Ueberbleibsel des Alterthums ohngefähr als ein Collegienheft zu betrachten, in welches die Studenten, richtig oder fehlerhaft, aufzuschreiben pflegen, was sie sich von den Vorträgen der Professoren merken wollen. Der Papyrus ist in der That voll von Irrthümern, und ohne alle Ordnung niedergeschrieben.

Simplicius (§ 2) gibt den Grund an, warum Eudoxus die dritte Sphäre der Sonne, welche diese Nutation hervorbringt, einführte. Dem Eudoxus, sagt er, und seinen Vorgängern* schien die Sonne drei Bewegungen zu haben, nämlich die des Fixsternhimmels, dann eine der vorigen entgegengesetzte durch die zwölf Zeichen und drittens eine zum mittlern Kreis des Zodiacus seitliche; letzteres wurde daraus geschlossen, dass die Sonne in den Sommer- und Wintersolstitien nicht immer in demselben Punkt des Horizontes aufgeht.*** Wir lernen hieraus, dass schon Astronomen vor Eudoxus bei der Sonne eine Abweichung im Sinn der Breite und eine Veränderung der Punkte, in denen die Solstitien und Aequinoctien eintreffen, vermutheten. Dieses wird Jemandem, der heut zu Tage die Elemente der Astronomie aus Büchern studirt, sonderbar scheinen, es war aber durchaus nicht sonderbar für jene Männer, welche die ersten Fundamente dieser Wissenschaft mit Hilfe unvollkommener Beobachtungen legen mussten. Den ersten Astronomen, welche sich mit der Bewegung der sieben Wandelsterne beschäftigten, musste sich die Abweichung des Mondes und der fünf kleineren Planeten nach der Breite sehr bald aus dem unmittelbaren Vergleich mit den Fixsternen ergeben. Es war also für sie weder leicht, noch natürlich anzunehmen, dass die Sonne allein unter allen übrigen keine Abweichung vom mittleren Kreise des Zodiacus zulasse. Vielleicht hätte sie der unmittelbare Vergleich der Stellung der Sonne zu den benachbarten Fixsternen von ihrem Irrthum abbringen können, aber dieser Vergleich war damals nicht möglich. Die Beobachtungen mittelst des Gnomon und die Bestimmung des Aufgangs- und Untergangspunktes der Sonne zur Zeit der Solstitien waren weder hinreichend genau, noch leicht auf theoretische Weise mit den Beobachtungen der Sterne zu vergleichen. Aus diesen Gründen verstehen wir vollkommen, warum der astronomische Mythos von der Nutation der Sonnenbahn sich durch alle Jahrhunderte der griechischen Astronomie vor und nach Eudoxus fortpflanzte, wie wir sogleich sehen werden.

Nach der Geschichte der Astronomie des Eudemus (eines Zeitgenossen und Freundes des Aristoteles) war Thales der erste, welcher eine Unregelmässigkeit des Laufes der Sonne bemerkte, und man erzählt von ihm, dass er sagte: „der Lauf der Sonne*** bezüglich der Solstitien geht nicht immer auf die gleiche Weise vor sich“. Darunter kann man sowohl eine Abweichung im Lauf der Sonne am Himmel verstehen, als auch eine ungleiche

* *Εὐδόξῳ καὶ τοῖς-πρὸ αὐτοῦ.*

** *... καὶ γὰρ καὶ τοῦτο κατελλήπτο ἐκ τοῦ μὴ κατὰ τὸν αὐτὸν αἰεὶ τόπον ἐν ταῖς τροπαῖς ταῖς θεριναῖς καὶ χειμεριναῖς ἀνατέλλειν.*

*** *Εὐδημος ἱστορεῖ ἐν ταῖς Ἀστρολογίαις, ὅτι ... Θάλῃς (εὖρε) ἡλίον ἐκλενψιν καὶ τὴν κατὰ τὰς τροπὰς αὐτοῦ περίοδον, ὥς οὐκ ἴση αἰεὶ συμβαίνει. Theonis Smyrnaei Astr. ed. Martin pag. 324.*

Dauer des Jahres; aber vielleicht eher das erstere, weil eine ungleiche Dauer des Jahres auch Unregelmässigkeiten im Lauf der Sonne bezüglich der Fixsterne hervorgerufen hätte und weil zur Zeit des Thales und auch noch lang nach ihm alle Griechen den Lauf der Sonne zur Bestimmung der Jahreszeiten, der ländlichen Arbeiten, und folglich auch zur Bestimmung der Dauer des Jahres benützten. Nun aber ist an dieser Stelle des Eudemos vom Lauf der Sonne nicht in Bezug auf die Sterne, sondern in Bezug auf die Solstitien die Rede, was den damaligen Griechen ganz klar war, ebenso wie uns, wenn auch aus Gründen, die von den unsrigen ganz verschieden sind.

Ein anderer Beweis zeigt uns, dass die Annahme einer Bewegung der Sonne nach Breite in Griechenland nicht nur vor Eudoxus, sondern auch nach ihm und durch seine Autorität verbreitet war. Hipparchus führt im ersten Buch seiner Einleitung zu den Phänomenen von Aratus die folgende Stelle aus dem Commentar, welchen gegen Anfang des zweiten Jahrhunderts v. Chr. der Rhodier Attalus über das Gedicht des Aratus geschrieben hatte, an: „Die Astronomen pflegen den Wendekreisen, dem Aequator und der Ekliptik eine gewisse Breite beizulegen und behaupten, dass der Wendepunkt der Sonne nicht immer auf demselben Kreis liege, sondern bald nördlicher, bald südlicher. Dieses bestätigt Eudoxus mit folgenden Worten, welche im Enoptron zu finden sind: „Es scheint, dass auch die Wendepunkte der Sonne ihre Lage etwas ändern, aber viel weniger auffällig und nur gering“*. Wir wissen schon aus Aristoteles, dass nach der Ansicht des Eudoxus die Abweichungen der Sonne nach der Breite geringer waren, als die des Mondes; der eben angeführte, dem Enoptron entnommene Ausspruch zeigt, dass sie nach ihm nur sehr gering und den Beobachtungen kaum bemerkbar waren. Der Vergleich in diesem Ausspruch bezieht sich ohne Zweifel auf den Mond, von welchem Eudoxus vorher gesprochen hatte. Welchen Neigungswinkel Eudoxus in Wirklichkeit der Sonnenbahn zuschrieb, wissen wir nicht, ebensowenig als wir Kenntniss haben über die Periode des Umlaufs der Knotenpunkte der Sonne auf der Ekliptik,** und der Stellung, welche man diesen Knoten in einer gegebenen Zeit anwies.

* λέγεται γ' οὖν ἐν τῷ Ἐνόπτρῳ οὕτως. φαίνεται δὲ διαφορὰν τῶν κατὰ τροπὰς τόπων καὶ ὁ ἥλιος ποιούμενος ἐδηλωτέραν δὲ πολλῶν καὶ παντελῶς ὀλίγην. *Hipparchi in phaenomena Arati* im Uranologion v. Petavius p. 198. Der Enoptron des Eudoxus war, ebenso wie seine „Phänomene“, eine Abhandlung über Astrognosie, wo zugleich mit der Beschreibung der Sternbilder und ihrer Auf- und Untergänge auch die hauptsächlichsten Kreise der Kugel behandelt wurden. Beides lieferte den Stoff zu dem bekannten Gedicht des Aratus.

** Aus einer Stelle des Plinius könnte man vielleicht schliessen, dass die Bewegung der Knoten in einer vierjährigen Periode vor sich geht: *Omnium*

Unter die Astronomen, von welchen Attalus berichtet, dass sie die Nutation der Sonnenbahn annahmen, können wir in erster Linie Callippus zählen, der, wie wir sehen werden, dem Lauf der Sonne auch eine Sphäre zur Erklärung ihrer Bewegung nach Breite zutheilte. Eine Meinung, welche Eudoxus und Callippus, die ersten Astronomen ihrer Zeit, zu Vertretern hatte, musste leicht Verbreitung finden, wie uns auch die Stelle des Attalus glauben lässt. Sie fand ihren ersten mächtigen Gegner in Hipparch, welcher dieselbe in dem angeführten Werk einer herben und vielleicht auch übermässig strengen Kritik unterzieht. Hipparch bemerkt, dass die mit dem Gnomon ausgeführten Beobachtungen der Solstitien keine Bewegung der Sonne nach der Breite ergeben, und dass die Mondsfinsternisse, welche von den Astronomen seiner Zeit ohne Berücksichtigung dieser Bewegung berechnet wurden, die Vorherbestimmung vollständig bestätigten, indem die beobachtete Grösse von der berechneten höchstens um zwei Zoll und auch dieses nur selten verschieden war.* Dessenungeachtet finden wir Bemerkungen über die hypothetische Nutation bei Schriftstellern, die viel später als Hipparch lebten. Plinius, der im zweiten Buch seiner Naturgeschichte die verschiedenen Neigungswinkel der Planetenbahnen gegen die Ekliptik beschreibt,** drückt sich bezüglich der Sonne folgender Massen aus: „*Sol deinde medio (signifero) fertur inter duas partes flexuoso draconum meatu inaequalis*“; mit diesen phantastischen Worten will er sagen, dass die Sonne eine Sinuslinie im Thierkreis beschreibt und sich von der Ekliptik um 1^0 nach beiden Seiten entfernt. Dies wird uns noch viel klarer durch die darauffolgenden Worte: „*Martis stella, quatuor mediis: Jovis media et super eam duabus, Saturni duabus, ut Sol*“. Es ist unmöglich unter den zahlreichen Autoren, aus denen Plinius den Stoff zu seinem zweiten Buche entnahm, denjenigen zu bestimmen, von welchem diese Bemerkung herrührt.

Aber eine vollständige Theorie über die Nutation der Sonnenbahn findet sich bei Adrast aus Aphrodisias, einem peripatetischen Philosophen und Mathematiker, welcher nach der Vermuthung H. Martins*** gegen

quidem (si libeat observare minimos ambitus) redire easdem vices quadriennio exacto Eudoxus putat, non ventorum modo, verum et reliquarum tempestatum magna ex parte. Et est principium lustris ejus semper intercalario anno caniculae ortu. Plin. hist. II, 47.

* *Hipparchi, in phaen Arati*, p. 198—199 im Uranologion. Dieses Zeugniß ist vielleicht von denen unbeachtet geblieben, welche behaupten, dass es vor Hipparch in Griechenland keine Astronomie gab.

** *Plinii hist. lib. II, c. 16.*

*** H. Martin, *dissertatio de Theonis Smyrnaei astr.* p. 74. Theon scheint etwas später als Adrast gelebt zu haben.

Ende des ersten Jahrhunderts oder am Anfang des zweiten n. Chr. lebte. Zahlreiche Auszüge über ein astronomisches Werk desselben bilden einen grossen Theil der von Martin im Jahr 1849 unter dem Titel: *Theonis Smyrnaei Platonici liber de Astronomia, Parisiis, 1849* veröffentlichten Schrift. Im Capitel XII derselben spricht Theon, nach Adrast, von den Bewegungen der Wandelsterne (die Sonne eingerechnet) nach der Breite; bei der Aufzählung der grössten Entfernung eines jeden von der Ekliptik sagt er:* „Die Bewegung der Sonne nach der Breite im Thierkreis ist nur klein, sie beträgt im Ganzen 1^0 auf 360^0 “. Daraus ist zu ersehen, dass die grösste Abweichung der Sonne auf beiden Seiten der Ekliptik $\frac{1}{2}^0$ beträgt. Nach Anführung der Abweichungen der anderen Planeten fährt er so fort: „Aber der Mond und die Sonne entfernen sich seitlich von der Ekliptik nach beiden Richtungen auf gleiche Weise, und zwar in jedem Zeichen“. Letztere Worte deuten die Bewegung der Knoten der Monds- und Sonnenbahn auf der Ekliptik an. Alsdann sagt er im Capitel XXVII** bei der Besprechung der Perioden, in welchen die Länge, die Breite und die Entfernung der Sonne von der Erde dieselben werden: „für die Sonne ist die Dauer für die Zurückkunft zu derselben Länge, Breite, Entfernung und sogenannten Anomalie so übereinstimmend, dass sie den meisten Mathematikern vollständig gleich zu sein scheint. Aber Diejenigen, welche die Sache mit grösserer Genauigkeit betrachten, glauben, dass die Umlaufszeit bezüglich der Länge, d. i. der Zurückkunft der Sonne von einem Punkt zu demselben, von dem einen Solstitium zu demselben und von einem Aequinoctium zu demselben ohngefähr so gross sei, wie wir schon anführten ($365\frac{1}{4}$ Tage); woher es komme, dass die Sonne nach vier Jahren zu derselben Breite in der nämlichen Stunde des Tages zurückkehre. Die Zeit bis zum Eintreffen derselben Anomalie, während welcher sie von der grössten bis zur kleinsten Entfernung von der Erde zurückkehrt, bis zur grössten oder kleinsten scheinbaren Geschwindigkeit, bis zur grössten oder kleinsten scheinbaren Grösse, glauben sie betrage ohngefähr $365\frac{1}{2}$ Tage; und nach Verlauf von zwei Jahren habe die Sonne wieder zu derselben Stunde des Tages dieselbe Entfernung von uns. Ferner glauben sie, dass die bis zur Rückkehr der Sonne zu derselben Breite nothwendige Zeit, nämlich während welcher sie vom südlichsten oder nördlichsten Punkt*** ihrer Bahn zu demselben Punkt zurückkehrt und wiederum denselben Schatten an demselben Gnomon gibt, $365\frac{1}{8}$ Tage betrage; und

* *Theonis astr. ed. Martin p. 174.*

** Ebenda p. 260—262.

*** Dieses bezieht sich selbstverständlich auf die Breite und nicht auf die Declination.

die Sonne folglich nach acht Jahren dieselbe Breite zu derselben Stunde des Tages erreiche. Endlich findet sich im Capitel XXXVIII* Folgendes: „Die Bahn der Sonne scheint fast mit der Ekliptik zusammenzufallen; jedoch ist sie gegen dieselbe etwas geneigt in der Weise, dass ihre Abweichung von beiden Seiten der Ekliptik ohngefähr $\frac{1}{2}^0$ beträgt“.

Hier hat man also über die Nutation der Sonnenbahn mehrere klar ausgesprochene Ansichten und numerische Angaben, welche sicherlich weder von Theon noch von Adrast, sondern von irgend einem Astronomen, der vor beiden lebte, herrühren. Der bewegliche Pol der Sonnenbahn steht hier um $\frac{1}{2}^0$ vom festen Pol der Ekliptik ab und ersterer beschreibt bei seiner Bewegung um letzteren einen kleinen Kreis von 1^0 Durchmesser. Mit der Geschwindigkeit dieser Bewegung verhält es sich so, dass, während die Sonne $365\frac{1}{4}$ Tage braucht, um die ganze Länge von 360^0 bis zu ihrer Rückkehr zu demselben Punkt ihrer beweglichen Bahn zu beschreiben, diesem $365\frac{1}{8}$ Tag genügen. Daraus folgt, dass die Bewegung dieser Bahn retrograd ist, und dass diese Differenz in einer Anzahl von Jahren ausgeglichen wird, welche durch den Quotienten $365\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$ d. i. 2922 gegeben ist.

Die mathematischen Folgerungen aus dieser Hypothese sind leicht zu ersehen. Sei (Fig. 1) auf dem Himmelsgewölbe P der Pol des Aequators, E derjenige der Ekliptik, der Bogen PE gleich der Schiefe der Ekliptik; $abcd$ stelle den kleinen Kreis (von 1^0 Durchmesser) vor, welcher vom Pol der Sonnenbahn in 2922 Jahren nach der von dem Pfeil angedeuteten Richtung im entgegengesetzten Sinn mit der Ordnung der Thierkreiszeichen beschrieben wird. Befindet sich in einem Augenblick dieser Pol in m , so wird Pm die Neigung der Sonnenbahn gegen den Himmelsäquator sein, und ist die Richtung des Bogens Pm zugleich jene des Colur der Solstitien, so wird die darauf senkrechte $P\mu$ jene des Colur der Aequinoctien sein. Die grösste Neigung der Sonnenbahn gegen den Aequator wird Pb sein, die kleinste Pa und ihre sehr langsam vor sich gehende Aenderung vom grössten bis zum kleinsten Werth wird 1^0 betragen.** Die Richtung der Coluren gegen den Punkt P wird eine schwankende Bewegung haben, deren Grenzen (für den Colur der Solstitien) die Richtungen Pc und Pd sind; die gesammte Abweichung ist durch den Winkel cPd dargestellt. Setzt man $PE = 24^0$, so ergiebt sich Winkel $cPd = 2^0 28'$; und dieses wird der grösste Betrag der oscillatorischen Bewegung der Aequinoctialpunkte

* *Theonis Astr. ed Martin p. 314.*

** Die Angaben des Adrast und Theon, dass nach Verlauf von $365\frac{1}{8}$ Tagen „der Schatten desselben Gnomon wieder derselbe wird“, ist nicht mathematisch, sondern nur annäherungsweise richtig; denn während dieser Zeit konnte sich, jener Theorie gemäss, die Schiefe der Sonnenbahn bezüglich des Aequators um eine kleine Grösse ändern.

auf dem Aequator sein.* Die grösste Geschwindigkeit dieser Punkte entspricht der Stellung a des Poles der Sonnenbahn; in diesem Falle rücken die Aequinoctien jedes Jahr um $9'' 71$ auf dem Aequator vor. Ein anderes Maximum entspricht einer retrograden Bewegung der Aequinoctien, wenn der Pol der Sonnenbahn sich in b befindet: die jährliche Zurückweichung auf dem Aequator beträgt alsdann $9'' 33$. Hieraus ist klar, dass die Annahmen Theon's, welche wir anführten, von demselben nicht erdacht wurden, wie man vielleicht glauben könnte, um damit die von Hipparch entdeckte Bewegung der Aequinoctialpunkte zu erklären. Diese Bewegung ist nämlich in Wirklichkeit gleichförmig und viel schneller, denn sie beträgt nach Hipparch jährlich $36''$ auf der Ekliptik gezählt; trägt man dieselbe auf den Aequator über (unter der Annahme, dass sich die Ekliptik längs des Aequators bewegt), so bleiben noch $33''$.

Es ist nicht leicht anzugeben, welchem der alten Astronomen die vorliegende Theorie zugeschrieben werden muss. Die Dauer von $365\frac{1}{8}$, $365\frac{1}{4}$, $365\frac{1}{2}$ Tagen, welche angenommen wurde für die Rückkehr der Sonne zu derselben Breite, Länge und Anomalie, scheinen zum Zweck der Zurückführung derselben Stellung der Sonne auf denselben Stundenkreis nach Verlauf von acht Jahren berechnet zu sein, wie Theon ausdrücklich bemerkt. Es scheint also, dass diese Bestimmungen gleichbedeutend sind mit der berühmten Periode der Oktaëteris, welche, bevor die Griechen den goldenen 19jährigen Cyklus des Meton kannten, denselben dazu diente, ihren Kalender so gut als möglich nach der Bewegung der Sonne und des Mondes einzurichten. Verschiedene Astronomen beschäftigten sich mit dieser Periode, auch nach der Erfindung des Meton; unter diesen sind zu nennen Eudoxus, Harpalus, Nauteles, Mnesistratus, Dositheus und Eratosthenes. Dem Eudoxus kann vorliegende Theorie sicherlich nicht zugeschrieben werden; erstens, weil nach ihm die Bewegung der Sonnenknoten direct ist, während sie hier sich retrograd ergibt; zweitens, weil wir aus Plinius ersehen (siehe pag. 124**), dass dieses Phänomen von ihm mit einem vierjährigen Cyklus, und nicht mit einem achtjährigen in Verbindung gebracht wurde. Es scheint eher, dass die dem Eudoxus zugeschriebene Oktaëteris einen andern Urheber hat, vielleicht den Dositheus, einen Freund und Zeitgenossen des Archimedes.** Ebenso wenig wird man daran denken können, den Eratosthenes zum Urheber der von Adrast und Theon erwähnten Nutation der Sonne

* Es ist jedoch nicht mathematisch, sondern nur annäherungsweise richtig, wenn Adrast und Theon sagen, dass nach Verlauf von $365\frac{1}{4}$ Tagen die Sonne von einem Aequinoctium zu demselben wieder zurückkehrt; weil unterdessen die Aequinoctialpunkte wegen ihrer Schwankung sich um eine kleine Grösse verschoben haben werden.

** S. Ideler, über Eud. Abh. d. Berl. Ak. 1830, p. 61—62.

zu machen, da wir mit hinreichender Sicherheit wissen, dass Eratosthenes die Schiefe der Ekliptik unveränderlich und constant annahm.

In jedem Fall zeigt die Thatsache, dass sich Astronomen wie Dositheus und Eratosthenes auch nach den Erfindungen des Meton und Callippus mit der Oktaëteris beschäftigten, dass jener Cyclus, welcher alle Brauchbarkeit als Schaltsystem verloren hatte, doch noch einige Wichtigkeit in anderer Beziehung besass, und man kann sich schwerlich eine andere denken, welche nicht zusammenhinge mit gewissen auf die Sonne bezüglichen Perioden. Aber es ist nicht möglich, diese Sache weiter zu verfolgen.

Einige weitere Aufklärung über die Geschichte der Nutation der Sonne gibt uns Martianus Capella, welcher nach dem Buch des Terentius Varro über die Astronomie, von der Bewegung der Planeten nach Breite Folgendes sagt: * *Alia (sidera) per tres (latitudinis) partes deferuntur: alia per quatuor: alia per quinque: alia per octo: quaedam per omnes duodecim deferuntur. Sol in nullam excedens partem in medio libramento fertur absque ipso Librae confinio. Nam ibi se aut in Austrum Aquilonemque deflectit ad dimidium fere momentum.* Die Sonne würde hiernach während ihres jährlichen Laufes die Ekliptik genau einhalten, ausgenommen im Zeichen der Waage, wo sie eine Abweichung von ohngefähr $\frac{1}{2}^0$ gegen Süden oder Norden hat! Offenbar wurde diese Bemerkung des afrikanischen Compilators dadurch, dass sie von einer Feder in die andere überging, verdorben und unverständlich. Der ursprüngliche Sinn war vielleicht der: dass die Sonne sich nie merklich von der Ekliptik entfernt, und dass nur im Zeichen der Waage (und folglich auch des Widders) ihre Breite $\frac{1}{2}^0$ erreicht. Aus dieser Interpretation sehen wir, dass die Urheber dieser Angaben der Meinung waren, die Knotenpunkte der Sonnenbahn fielen mit den Solstitialpunkten zusammen und die grösste Breite der Sonne mit den Aequinoctialpunkten. ** Diese Vermuthung erlangt noch grösseres Gewicht aus dem Umstand, dass sich eine dieser Stelle des Martianus Capella vollständig ähnliche, aber aus ganz anderer Quelle stammende in einer lateinischen Abhandlung: *De Mundi coelestis terrestrisque constitutione* befindet, welche in den Werken des ehrwürdigen Beda steht und ihm zugeschrieben

* *Martiani Capellae, de nuptiis Philologiae et Mercurii lib. VIII.*

** Ich habe Grund zu glauben, dass bezüglich der Bewegung der Sonne nach Breite, Theon (oder Adrast) und Martianus Capella (oder Terentius Varro, welcher fast das ganze Material zum 8. Buch des afrikanischen Compilators lieferte) eine und dieselbe Quelle hatten; denn beide stimmen sowohl darin überein, dass sie der Sonne eine Digression von $\frac{1}{2}^0$ beilegen, als auch sind alle Digressionen nach Breite für die einzelnen Planeten bei beiden identisch und zugleich mehr oder wenig verschieden von den bei Plinius und Cleomedes angegebenen; dazu kommen

Abh. zur Gesch. der Mathem. I.

wird, wenn auch die Zeit ihrer Verfassung unzweifelhaft nach Carl dem Grossen anzunehmen ist.* In dieser Schrift ist zu lesen: *Sol duas medias (zodiaci partes) servat, nec illas, nisi in Libra, excedit.*** Man hat demnach hier eine Breitenabweichung von 2^0 , dieselbe, welche auch Plinius annimmt; auch die in diesem Schriftchen angegebenen Abweichungen der andern Planeten stimmen besser mit den Angaben des Plinius, als mit denen der anderen Autoren überein.*** Also auch in dieser Ueberlieferung, welche verschieden von derjenigen ist, die Martianus Capella befolgte, wird die grösste Entfernung der Sonne von der Ekliptik ebenso wie bei Martianus, in das Zeichen der Waage gesetzt. Daraus folgt mit einiger Wahrscheinlichkeit, dass die verschiedenen Astronomen, welche die Nutation der Sonnenbahn annahmen, verschiedene Angaben über die Grösse dieser Nutation

noch andere bemerkenswerthe Parallelstellen, z. B. findet sich bei beiden die Angabe der heliocentrischen Bewegung für Venus und Merkur. Wenn es sich wirklich damit so verhält, und wenn die von Martianus und Theon überlieferten Angaben aus derselben Quelle stammen, so können wir sagen, dass die von Martianus gegebene Bemerkung über den Ort der Knoten der Sonne die Auseinandersetzung Theon's (bei dem diese Angabe fehlt) ergänzt.

* *Bedaе presbyteri Anglo-Saxonis opera. Coloniae 1612, vol. I, pag. 323–344.* An drei Stellen ist p. 329, 331, 332 die *historia Caroli* oder die *Gesta Caroli* citirt. Auf p. 324 ist Beda selbst citirt. Beda wurde bekanntlich im Jahr 671 geboren und kann folglich unmöglich mit Carl dem Grossen gelebt haben. Ueberdies findet sich in dem von ihm selbst in seinem 59. Lebensjahr verfassten Catalog seiner Werke (s. die Biographie Beda's im Eingang der oben angeführten Cölner Ausgabe) das Buch *de Mundi Coelestis terrestisque constitutione* nicht angegeben. Beda starb kurz nach Verfassung dieses Catalogs im Jahr 731 oder 733. Die auf die Geschichte Carls des Grossen bezüglichen Bemerkungen finden sich wirklich in den Annalen der Carolinger um die Jahre 798 und 807. Man vergleiche jene Angaben mit den *Annales Bertiniani* bei *Muratori, rerum Italicarum scriptores, vol. II, p. 504 und 506.* Folglich kann besagte Schrift nicht über das IX. Jahrhundert zurückgehen und ist wenigstens um ein Jahrhundert jünger als Beda.

** *Bedaе op. vol. I, p. 329.*

*** *Plinii hist. nat. II.* In folgender Zusammenstellung kann man die Breitenabweichungen der sieben Wandelsterne nach Cleomedes (*C*), Martianus (*M*), Theon (*T*), Plinius (*P*) und dem Pseudo-Beda (*B*) vergleichen. Die Zahlen des Cleomedes stimmen mit den Angaben des Posidonius in der *theoria cyclica lib. II cap. 7* überein.

Planeten	<i>C</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>P</i>	<i>B</i>
♃	10	12	12	12	12
♄	0	1	1	2	2
♅	8	8	8	8	8
♆	10	12	12	14	14
♇	5	5	5	4	4
♈	5	5	5	3	5
♉	2	3	3	2	3

machten, aber dass sie dennoch einstimmig zu ihrer Zeit den Ort (oder einen der Oerter) der grössten Abweichung der Sonne von der Ekliptik in die Waage verlegten.

Bei dieser Annahme fallen die Knoten der Sonne auf der Ekliptik mit den Solstitien zusammen oder nahe an dieselben. Eine aufmerksame Betrachtung der Fig. 1 zeigt, dass in diesem Fall die Bewegung des Colur der Aequinoctien Null oder fast Null ist; und dieses bestätigt unsere frühere Behauptung, dass die Hypothese von der Nutation der Sonne nicht zum Zweck der Erklärung einer Bewegung der Aequinoctialpunkte aufgestellt wurde. Eudoxus, Theon, Plinius, Martianus Capella und der angebliche Beda kennen die Präcession ganz und gar nicht. Im Gegentheil, die Coincidenz der Sonnenknoten mit den Solstitialpunkten erzeugt eine verhältnissmässig schnelle Aenderung der Schiefe der Sonnenbahn, welche nach den numerischen Angaben des Theon von Smyrna ohngefähr 4'' in jedem Jahr betragen würde. Von dieser Veränderung der Schiefe würden die alten Erfinder dieser Hypothese geglaubt haben, sich durch Beobachtungen des Gnomon, oder des Aufgangspunktes der Sonne zur Zeit des Solstitiums überzeugen zu können.

Bevor wir diesen Gegenstand verlassen, muss ich bemerken, dass Bailly die Bewegung der dritten Sonnensphäre des Eudoxus als ein Anzeichen dafür betrachtete,* dass man schon zu jenen Zeiten Kenntniss von der Veränderung der Schiefe der Ekliptik gehabt hätte, und nach den Ansichten des vorigen Jahrhunderts vermuthet er, dass Eudoxus diese Kenntniss in Aegypten geschöpft haben könnte. Wenn man aber bedenkt, dass diese Veränderung der Schiefe jährlich nicht einmal $\frac{1}{2}''$ beträgt und folglich 7200 Jahre erfordert, um auf 1° anzuwachsen, und dass zu den Zeiten des Eudoxus die Grösse von 1° noch unter die Beobachtungsfehler gerechnet werden konnte, so werden wir der Ansicht des Bailly nicht wohl grosse Wahrscheinlichkeit beilegen können. Trotz des Fleisses der Alexandrinischen, arabischen und europäischen Beobachter wurde die Schiefe der Ekliptik selbst noch zu den Zeiten Tycho's für constant gehalten, und es sind noch nicht 200 Jahre, seit ihre Abnahme allgemein von den Astronomen angenommen ist.

Mit viel mehr Schein von Wahrheit betrachtete Prof. Lepsius in seinem classischen Werk über die Chronologie der Aegypter** die Bewegung der dritten Sonnensphäre des Eudoxus als ein Zeichen dafür, dass der Letztere schon Kenntniss von der Präcession der Aequinoctien hatte, und dass er diese von den Aegyptern kennen lernte. Mit Ausschluss der Aegypter werde ich für jetzt das auf Eudoxus Bezügliche behandeln und

* *Bailly, histoire de l'astr. ancienne p. 242. Paris 1775.*

** Lepsius, Chronologie der alten Aegypter, Berlin 1849, p. 196—210.

werfe deshalb folgende Fragen auf: 1) Kann die dritte Sonnensphäre des Eudoxus in einem mit der Bewegung der Nachtgleichen übereinstimmenden Sinn angenommen werden? 2) Gibt es im System des Eudoxus einen zwingenden Beweis, der uns ihm die Kenntniss der Präcession zu- oder absprechen lässt?

Bezüglich der ersten dieser beiden Fragen lassen uns die vorhergegangenen Untersuchungen nicht den geringsten Zweifel. In der That, die oben angeführten Zeugnisse des Aristoteles, des Rhodiens Attalus und des Simplicius stimmen vollständig unter einander überein. Zudem kann bezüglich der Genauigkeit und Glaubwürdigkeit des Aristoteles und Simplicius kein Zweifel erhoben werden. Aristoteles beschäftigte sich, wie wir sehen werden, ganz speciell mit den homocentrischen Sphären, und Eudemos, welcher dem Simplicius alles zu seiner Darstellung lieferte, sprach in seiner Geschichte der Astronomie ausführlich über dieselben. Beide pflegten Umgang mit Callippus, dem Reformator dieses Systems, und das Buch des Eudoxus *περὶ ταχάν* war noch in ihren Händen. Die natürlichste und einfachste Interpretation ihrer Beziehungen weist uns ohne allen Zweifel auf die Hypothese der Nutation der Sonne. Diese erscheint uns dann nicht wie eine isolirte Thatsache in der Geschichte der Astronomie, sondern sie findet sich angenommen und modificirt auch bei anderen Astronomen, deren Lehren uns von Plinius, Theon, Martianus Capella und dem angeblichen Beda mit mehr oder weniger Genauigkeit überliefert wurden.

Lepsius bespricht bei seiner Untersuchung der dritten Sonnensphäre des Eudoxus ebenfalls die Zeugnisse des Attalus, des Aristoteles und des Simplicius und widmet eine Reihe von scharfsinnigen Untersuchungen der Frage, ob ihre Texte, im weiteren Sinn genommen, die Einführung der Präcession anstatt der so klar angedeuteten Nutation erlauben. Nach verschiedenen nutzlosen Versuchen gibt er zu, dass man die Präcession nicht darunter verstehen könne, ohne diesen Texten einen unwahrscheinlichen Sinn beizulegen, oder ohne mit denselben in directen Widerspruch zu gerathen, oder ohne die Annahme zu machen, dass diejenigen, welche das System des Eudoxus erklärten, es nicht richtig verstanden haben (Seite 201—204). Dennoch sträubt sich der gelehrte Aegyptologe gegen die Annahme, dass Eudoxus der Sonne eine vollständig imaginäre Bewegung beigelegt haben könnte (Seite 204) und dass er zur Erklärung derselben eine Sphäre angenommen habe. Ich glaube, dass sein Widerstreben geringer gewesen wäre, wenn er während dieser Untersuchungen die Stellen vor Augen gehabt hätte, welche uns Theon, Plinius und der Pseudo-Beda über diese imaginäre Bewegung hinterlassen haben, und welche zeigen, dass zu einer gewissen Zeit und bei einer gewissen astronomischen Schule die Nutation der Sonne als ein wesentlicher Theil der Theorie dieses Gestirns betrachtet wurde.

Eine andere Schwierigkeit, welche sich der Annahme der Nutation der Sonne bei Eudoxus entgegenstellt, findet er in der Kritik, womit Hipparch den mehrmals genannten Text des Attalus begleitet.* Nun widerlegt Hipparch an dieser Stelle die Meinung des Attalus, dass die Himmelskreise eine bestimmte Breite hätten, mit astronomischen Gründen. Ausserdem zeigt er durch Anführung verschiedener Stellen des Aratus, dass dieser Dichter nicht derselben Meinung war. Aber dass aus diesen Erörterungen des Hipparch eine auf Eudoxus bezügliche Forderung sich ergibt, wie Lepsius zu beweisen sucht, kann ich nicht finden. Die Theorie der Nutation der Sonne setzt keine bestimmte Breite der Ekliptik voraus, ebenso wenig als die Bewegung des Mondes und der andern Planeten nach der Breite. In dieser Theorie ist der von der Sonne beschriebene Kreis ein mathematischer, jedoch von beweglicher Stellung. Also ergibt sich selbst bei der Annahme, dass Attalus unrichtiger Weise den Eudoxus als Vertreter einer bestimmten Breite der Himmelskreise angeführt habe, weder für noch gegen unsere Frage etwas.

Lepsius kann nicht glauben, dass Eudoxus zur Erklärung einer so wenig bemerkbaren Abweichung, wie die ist, welche die Worte im Enoptron andeuten, eine besondere Sphäre einführte, während andere viel bedeutendere Ungleichheiten von ihm vernachlässigt wurden. Aber von dem Augenblick an, in dem Eudoxus eine Abweichung der Sonne von der Ekliptik annahm, mag diese Abweichung nun gross oder klein, wirklich existirend oder blos eingebildet gewesen sein, war er verpflichtet, von ihr in seinen mathematischen Hypothesen Rechenschaft zu geben. Andere viel grössere Ungleichheiten (z. B. die Excentricität der Mondbahn) wurden von ihm nicht eingeführt, weil die höchst unvollkommenen Beobachtungen jener Zeit sie nicht bemerkbar gemacht hatten. In der Geschichte der Astronomie kommen viele ähnliche Beispiele vor, dass man imaginäre Kleinigkeiten von keiner Bedeutung berücksichtige, während man wirklich existirende Phänomene von viel grösserer Wichtigkeit vernachlässigte. Ich erwähne nur die Trepidation der Fixsterne, welche von vielen Astronomen des Mittelalters angenommen wurde, und die Nutation der Erdaxe nach Copernikus.** Nach Erwägung aller Umstände scheint es dem Prof. Lepsius, dass die geringere Summe von Schwierigkeiten in der Annahme enthalten sei, Eudoxus habe von Aegypten nicht nur die Präcession, sondern auch die Theorie der homocentrischen Sphären erhalten; dass er sich beim

* Petavii Uranologion p. 199.

** Wegen der Trepidation der Fixsterne sehe man: *Bailly, hist. de l'astr. mod.* Vol. I p. 227, 357 und 700; sowie *Delambre, hist. de l'astr. du moyen âge* p. 73, oder auch: Hankel, *Geschichte der Mathematik in Alterthum und Mittelalter* p. 241.

Studium derselben keine genaue Rechenschaft über die Function der dritten Sonnensphäre, welcher von den Aegyptern die Ursache der Präcession zugeschrieben wurde, gegeben habe; und dass Eudoxus selbst oder die Ausleger seiner Lehren dieser schliesslich eine der dritten Sphäre des Mondes analoge Bewegung und Stellung zugetheilt hätten. Dadurch sei der Gedanke an eine Nutation der Sonnenbahn entstanden. Hier sind ohngefähr die Gründe, worauf sich diese Vermuthung stützt:

Eudoxus war, wie uns Seneca versichert, der erste, welcher die Kenntniss der Planetenbewegung von Aegypten nach Griechenland brachte.* Diodorus bestätigt, dass die Aegypter seit undenklichen Zeiten diese Bewegungen beobachteten und dass sie mit besonderer Genauigkeit die Perioden, Stillstände und Rückläufe derselben notirten.** Aristoteles versichert bei Gelegenheit einer von ihm beobachteten Bedeckung des Mars, dass man Aufzeichnungen über ähnliche bei allen Planeten vorgekommene Erscheinungen in den alten Beobachtungen der Aegypter und Babylonier*** finden könne. Man kann es also als wahrscheinlich betrachten, dass Eudoxus die positiven astronomischen Kenntnisse, welche die Grundlage für das System der Sphären bildeten, bei den Aegyptern erlangt habe. Lepsius glaubt sogar in dem Umstand, dass auf gewissen† ägyptischen Monumenten sich die Gestalten der Göttin des Himmels eine in die andere concentrisch und ähnlich gestellt befinden, eine symbolische Darstellung der homocentrischen Sphären des Himmels zu erblicken (Seite 199), und zieht daraus den Schluss, dass die Vorläufer des Eudoxus in der Erfindung dieses Systems die Aegypter gewesen seien. Hierauf scheint auch Simplicius anzuspieren, wenn er (§ 2) sagt, „dem Eudoxus und seinen Vorgängern schien die Sonne drei Bewegungen zu haben“. Indem Lepsius für diese Vorgänger die ägyptischen Priester annimmt, hält er es für wahrscheinlich, dass in der dritten dieser Bewegungen die Präcession zu erkennen sei, und dass Eudoxus, weil er diese Bewegung durch die ihm bekannten Beobachtungen nicht bestätigt sah, seine Lehrmeister unrichtig verstanden habe, und anstatt derselben eine nicht existirende Bewegung, nämlich die Nutation der Sonnenbahn, annahm. Nicht zufrieden damit, diesen vermeintlichen Irrthum des Astronomen von Cnidus allgemein angedeutet zu haben, sucht Lepsius sogar zu zeigen, welche Stellung und Bewegung die Aegypter der vermeintlichen Sphäre der Präcession gegeben haben konnten.

* S. pag. 110 Anmerk. ***.

** Diodorus I, 81.

*** *Aristot. de coelo II, 12.*

† z. B. im Tempel zu Denderah, bei dem berühmten Thierkreis, im Tempel zu Philä und in dem zu Hermenthis. S. Denon, Reise in Ober- und Unterägypten tav. 130.

Er stellt die Behauptung auf, dass, wenn Eudoxus und die Aegypter eine Präcession kannten, diese in einer Bewegung der Ekliptik längs des Aequators bestanden haben musste und nicht, wie wir wissen, in einer Verschiebung des Aequators längs der Ekliptik.* Die von uns angenommene Verschiebung des Aequators und der Pole der Weltaxe lag den Ideen des Alterthums, für welches die Pole des Aequators die unbeweglichen Angelpunkte des ganzen Universums waren, zu fern. Die Präcession der Aegypter war also eine Art Aequatorialpräcession, bei welcher eine Bewegung der Pole der Ekliptik um die Pole des Aequators in einer Zeitdauer, welche Lepsius nach verschiedenen Autoren auf 36000 Jahre angibt,** anzunehmen ist. Deshalb gibt er den vermeintlichen Sphären der Aegypter folgende Anordnung. Die erste und äusserste ist die Sphäre der täglichen Umdrehung um die festen Pole der Welt. Der zweiten Sphäre legt er die jährliche Bewegung der Sonne längs der Ekliptik um die Pole derselben bei. Der dritten Sphäre gibt er dieselben Pole als der ersten und eine sehr langsame retrograde Umdrehung, deren Dauer 36000 Jahre beträgt, und glaubt, dass diese zur Hervorbringung der obigen Aequatorialpräcession bestimmt sei. Diese hält er für analog der dritten Sphäre des Eudoxus. Aber man kann sich leicht überzeugen, dass man auf diese Weise den beabsichtigten Zweck nicht erreicht. Denn da die Pole der dritten Sphäre auf der zweiten befestigt sind, so nehmen sie an der Bewegung der letzteren Antheil und drehen sich jährlich um die Pole des Thierkreises. Wenn also in einem gegebenen Augenblick die Pole der dritten Sphäre mit den Weltpolen zusammenfallen, so werden sie nach sechs Monaten um fast 48° , nämlich um das Doppelte der Schiefe der Ekliptik davon entfernt sein. Die Wirkung der dritten Sphäre wird folglich keine Aequatorialpräcession hervorbringen, sondern wird allmählig die Sonne in immer grössere Breite versetzen und wird sie von der Ekliptik bis fast 24° entfernen.

Man kann auch zeigen, dass durch Anordnung von drei verschieden zu einander geneigten Sphären keine Aequatorialpräcession hervorgebracht werden kann, wenn man nicht die zweite und dritte Sphäre des Lepsius mit einander vertauscht, also der ersten und äussersten die tägliche Bewegung um die Weltaxe überträgt, der zweiten die in demselben Sinn und um dieselbe Axe vor sich gehende Präcessionsbewegung, und der dritten

* Die Erklärung der Präcession nach der Art des Hipparch kann hier nicht in Betracht kommen, weil Eudoxus der Fixsternsphäre eine einzige Bewegung beilegte, wie alle Alten vor Hipparch.

** Wegen der Präcession ändern die Sterne des Aequators ihre Rektascension nach den Formeln der heutigen Astronomie jährlich um $46''$. Um diesen Betrag verschiebt sich also jährlich der Aequator. Ein Punkt desselben würde also in 28170 Jahren den ganzen Kreisumfang zurücklegen.

die jährliche Bewegung um die Axe der Ekliptik. Aber es ist offenbar, dass die Wirkung der beiden ersten Sphären, welche sich um die Erdaxe drehen, durch eine einzige Sphäre hervorgebracht werden kann, wenn man dieser dieselbe Axe und eine der Summe der Geschwindigkeiten dieser beiden Sphären gleiche Geschwindigkeit beilegt. Wenn also Eudoxus, der ein tüchtiger Geometer war, oder die Aegypter wirklich die Präcession in ihrer Sonnentheorie einführen wollten, so hatten sie für die Sonne nur zwei Sphären nothwendig. Der ersten hätten sie die Umdrehung um die Axe des Fixsternhimmels mit einer Geschwindigkeit gleich der Summe der Umdrehungsgeschwindigkeiten der Fixsterne und der Präcessionsbewegung zuweisen müssen; der zweiten eine Bewegung um die Axe des Thierkreises in der Ordnung der Zeichen und von der Dauer eines tropischen Jahres.

Weil nun Eudoxus diese Combination von zwei Sphären, welche allein die Aequatorialpräcession hervorbringen konnte, nicht annahm, so dürfen wir es als ausgemacht betrachten, dass die dritte seiner Sonnensphären etwas anderes als die Präcession andeutet, nämlich die Nutation der Sonnenbahn. Weil er ferner der ersten der Sonnensphären eine der Umdrehungsgeschwindigkeit der Fixsterne vollkommen gleiche Geschwindigkeit beilegte, so müssen wir schliessen, dass er keinen Gedanken an eine um die Pole des Aequators vor sich gehende Präcession hatte, denn es wäre ihm sehr leicht gewesen, von dieser durch Anbringung einer kleinen Modification an der Geschwindigkeit seiner ersten Sphäre Rechenschaft zu geben. Damit sind die beiden oben aufgeworfenen Fragen beantwortet.

Was den ägyptischen Ursprung der homocentrischen Sphären betrifft, so scheint man ebensowenig Gründe für die Bejahung wie für die Verneinung dieser Frage angeben zu können. Im zweiten Abschnitt dieser Abhandlung habe ich klar zu machen gesucht, wie das System des Eudoxus mit dem Fortschritt der Griechen in ihren Ansichten über den Bau der Welt zusammenhängt. Eine Einmischung fremder Ideen scheint hier nicht nothwendig; wir wollen überdies die Möglichkeit davon nicht in Abrede stellen. Ebenso werde ich mich davon enthalten, die schöne Interpretation des Lepsius über die ineinandergeschachtelten Figuren der Himmelsgöttin auf gewissen ägyptischen Denkmälern, worin er eine Andeutung der Sphären erblickt, zu bestreiten; es darf indess nicht verschwiegen werden, dass die Tempel zu Denderah, Philä und Hermonthis, wo diese Figuren zu finden sind, alle der griechischen und römischen Epoche angehören, also einer um einige Jahrhunderte späteren Zeit als die, in welcher Eudoxus lebte.

Es fällt also mit der Präcession des Eudoxus einer der hauptsächlichsten Beweisgründe, auf welche man die Ansicht, dass die Aegypter von der Präcession Kenntniss hatten, stützen konnte. Für den anderen Beweis,

der aus ihrem Kalender abgeleitet ist und der mit den Sphären des Eudoxus in keiner Verbindung steht, ist hier nicht der geeignete Ort zur Besprechung.*

V. Die Hippopede des Eudoxus. Mechanismus der Stillstände und Rückläufe.

Bevor wir an die Discussion der speciellen Theorien, wodurch Eudoxus die Bewegungen jedes einzelnen Planeten erklärte, gehen, ist es nothwendig, einige Auseinandersetzungen über die allen diesen Theorien gemeinsamen Eigenschaften zu machen und mit einiger Aufmerksamkeit den sonderbaren und bis jetzt wenig gekannten Mechanismus zu studiren, der zur Darstellung der solaren Anomalie der Planeten, d. i. jener ausserordentlichen Unregelmässigkeit ihres Laufes, deren auffallendste Wirkungen die bekannten Erscheinungen der Stillstände und Rückläufe sind, diene.

Aus den hierauf bezüglichen Darlegungen des Aristoteles und Simplicius (siehe Anhang I, und II § 4, 5 u. 6) ersehen wir, dass von den vier einem jeden Planeten zugetheilten Sphären die erste und äusserste die Bestimmung hatte, die tägliche dem Fixsternhimmel gleiche Umdrehung hervorzubringen; die zweite diene für den Umlauf der Planeten längs der Ekliptik in einer ihrer zodiacalen Umlaufszeit gleichen Periode, die für die oberen Planeten mit unserer siderischen Umlaufszeit zusammenfällt, für Merkur und Venus in allen geocentrischen Systemen der Astronomie gleich einem Jahre ist. Da die Umdrehung dieser zweiten Sphären gleichförmig angenommen wurde, so ist klar, dass Eudoxus keine Idee von der zodiacalen Anomalie der Planeten hatte, d. i. von derjenigen, welche abhängt von der Excentricität ihrer Bahnen, um deretwillen später die feststehenden excentrischen Kreise eingeführt wurden. Für Eudoxus waren also die Punkte der auf einander folgenden Conjunctionen und Oppositionen gleich weit auf der Ekliptik entfernt, und die Bögen des Rücklaufs wurden von ihm für jeden Planeten als constant und gleich in allen Theilen des Thierkreises angenommen. Auch findet sich nicht die geringste Andeutung weder über die Excentricität der Planetenbahnen noch über ihre Neigungen gegen die Ekliptik. Die Bewegung der zweiten Sphären ging (wenn wir recht unterrichtet sind) bei allen Planeten längs des Thierkreises vor sich.

* Das grosse Werk des Lepsius, Chronologie der alten Aegypter, ist das einzige Buch, worin man genaue und zahlreiche Angaben über die Astronomie der Aegypter, auf Grund von Monumenten, findet. Wegen meiner tiefen Achtung für dieses Werk, führe ich meine davon abweichenden Ansichten nur mit genauer Angabe der Gründe an, welche mich zu diesen Ansichten veranlassen.

Die Digressionen der Planeten nach Breite waren den Beobachtern nicht unbekannt geblieben; aber Eudoxus glaubte, wie wir später sehen werden, dass diese ausschliesslich von der Elongation der Planeten von der Sonne abhängig wären, und nicht von ihrer Länge.

Zur Darstellung der solaren Anomalie und gleichzeitig der Breitenbewegung war für jeden Planeten eine dritte und vierte Sphäre innerhalb der beiden vorigen bestimmt. Die dritte Sphäre hatte feste Pole auf zwei entgegengesetzten Punkten des auf der Oberfläche der zweiten Sphäre bewegten Thierkreises und drehte sich um diese Pole in einer der synodischen Umlaufszeit gleichen Periode, oder der Dauer, welche zwischen zwei auf einanderfolgenden Oppositionen oder Conjunctionen desselben Planeten verläuft. Die Pole der dritten Sphäre, sagt Aristoteles, waren verschieden für die verschiedenen Planeten, aber identisch für Venus und Merkur. Bezüglich des Sinnes der Rotation dieser dritten Sphäre, fügt Simplicius hinzu, dass sie sich von Norden gegen Süden und von Süden gegen Norden bewegte, was eine Folge der Lage ihrer Axe im Thierkreis ist. Er bestimmt jedoch nicht, auf welche der zwei möglichen Arten die Rotation vor sich geht; aus dem Folgenden wird sich ergeben, dass dieses gleichgültig ist und dass sich die Phänomene gleich gut durch jede dieser beiden Annahmen erklären lassen.

Auf der Oberfläche der so gestellten dritten Sphäre waren die Pole der vierten befestigt, und die Axe derselben hatte gegen die Axe der vorhergehenden eine constante, aber für die verschiedenen Planeten verschiedene Neigung. Und um diese Axe drehte sich die vierte Sphäre in derselben Zeit, wie die dritte, aber im entgegengesetzten Sinn. Auf dem Aequator der vierten Sphäre war der Planet befestigt, welchem auf diese Weise eine tägliche Bewegung, ein Umlauf im Thierkreis, und noch zwei andere, nach der synodischen Umlaufszeit geregelte Bewegungen möglich waren. Die Combination dieser beiden letzten Bewegungen, welche in entgegengesetztem Sinn um zwei gegen einander schief stehende und um einander drehbare Axen vor sich ging, bildete die Grundlage des Mechanismus, durch welchen Eudoxus gleichzeitig die solare Anomalie, die Stillstände, die Rückläufe und die Abweichungen nach Breite hervorbrachte.

Vor der Hand wollen wir nun die Wirkung der beiden ersten Sphären; welche leicht zu begreifen ist, ausser Acht lassen und unsere ganze Aufmerksamkeit der durch die beiden letzten Sphären allein erzeugten Bewegung der Planeten zuwenden. Die Frage ist mit den einfachsten Worten folgende: „Um den festen Durchmesser AB (Fig. 2) dreht sich in gleichförmiger Bewegung eine Sphäre, deren entgegengesetzte Pole P sind; um diese Pole dreht sich gleichförmig eine zweite der vorigen concentrische Sphäre in derselben Zeit, aber in entgegengesetzter Richtung mit dieser.

Man bestimme den Weg eines Punktes M der zweiten Sphäre, welcher gleichweit von ihren beiden Polen entfernt ist“.

Diese Aufgabe hat sicherlich heutzutage keine Schwierigkeit für denjenigen, welcher in die Anfangsgründe der sphärischen Trigonometrie oder der analytischen Geometrie eingeweiht ist. Aber im gegenwärtigen Fall kommt es uns nicht sowohl auf die Kenntniss des Resultates an, als darauf, die Einsicht zu gewinnen, dass die Lösung dieses Problems der Geometrie jener Zeiten nicht unmöglich war. Und dazu können wir nur gelangen, wenn wir eine Lösung finden, welche einfach und unmittelbar sich nur auf die Principien der elementarsten Geometrie stützt. Haben wir diese gefunden und so die Gewissheit erlangt, dass Eudoxus sich genaue Rechenschaft von der Natur seines Problems geben, und wenn auch nicht die Berechnung, so doch wenigstens eine genaue Construction desselben erhalten konnte, so bleibt uns dann noch der historische Theil unserer Aufgabe übrig, nämlich die Angabe des Nachweises, dass Eudoxus in Wirklichkeit eine für seinen Zweck geeignete Lösung fand und dass er genau die Form der Curve erkannte, welche vom Punkt M durch die Combination der Bewegungen beider Sphären beschrieben wird. Ich werde mich nun mit aller möglichen Sorgfalt der Erörterung beider Fragen, sowohl der geometrischen als der geschichtlichen, widmen und darauf bedacht sein, dass über diesen wichtigen Punkt dem Leser kein Zweifel bleibt.

Proposition I. Aufgabe. — Es sind die beiden Sphären in irgend einer Phase ihrer oben erörterten Bewegung gegeben; man soll auf einer unbeweglichen, diesen beiden concentrischen Sphäre die Lage desjenigen grössten Kreises AOB angeben, auf welchem zu gleicher Zeit der Pol P der zweiten Sphäre und der auf ihr befestigte Planet M ankommen*.

Ziehe (Fig. 2) durch die festen Pole der ersten Sphäre den grössten Kreis APB , der durch die Lage geht, welche der Pol P im gegebenen Augenblick einnimmt. Ziehe durch A und B den grössten Kreis AOB so, dass die sphärischen Winkel PAB und MPB einander gleich werden, so behaupte ich, dass AOB der verlangte Kreis ist. Denn nach den Annahmen ist die Bewegung von M um P gleich und entgegengesetzt der Bewegung von P um A ; wenn also der Bogen MP sich gegen PB soweit gedreht hat, dass er mit PB zusammenfällt, so wird sich der Bogen AP um denselben Winkel gegen AO gedreht haben und mit AO zusammenfallen. Die beiden Pole und der Planet M befinden sich also dann alle drei auf

* Wir nennen hier die dritte und vierte Sphäre des Eudoxus erste und zweite Sphäre. Die erste dreht sich um die Pole AB und die zweite um den Pol P und den diesem gegenüberliegenden.

dem grössten Kreis AOB und M wird auf die Verlängerung des die beiden Pole verbindenden Bogens AP zu liegen kommen.

Anmerkung I. Wenn, von AB aus gerechnet, der Pol P einen halben Umfang seines Parallelkreises QR beschrieben hat, so ist der Winkel MPB auch zu einem halben Kreisumfang gewachsen; deshalb liegen auch in dieser zweiten Stellung die drei Punkte APM auf dem grössten Kreis AOB , aber in anderer Reihenfolge als vorhin. Nach einem ganzen Umlauf von P um A und von M um P ist die ursprüngliche Lage vollständig wieder hergestellt; deshalb ist die Bewegung von M genau periodisch und die Periode ist gleich der Dauer eines Umlaufs der beiden Sphären.

Anmerkung II. Wenn wir auf der andern Seite des Kreises AOB die Stellung P' des beweglichen Pols symmetrisch zu P annehmen (d. h. Winkel $P'AO = PAO$ machen), so wird auch der Winkel $M'P'B = MPB$, und die Stellung des Planeten in M' wird symmetrisch zu M bezüglich des Kreises AOB . Hieraus folgt, dass die vom Planeten M beschriebene Bahn symmetrisch zu diesem Kreis ist, und deshalb nennen wir denselben Fundamentalkreis und seine Ebene Fundamentalebene. Der Kürze wegen heissen wir die zur festen Axe AB der ersten Sphäre senkrechte Ebene CD Diametralebene, und die Ebene des Kreises $ACBD$ (dessen vorderer Pol O ist), welche senkrecht zu den beiden vorigen steht, soll Orthogonalebene heissen. Der constante Bogen AP zwischen den homologen Polen beider Sphären heisse die Inclination. Der gleichförmig veränderliche Winkel $OAP = MPB$, welcher in jedem Augenblick die Position des Planeten bestimmt, sei das Argument.

Proposition II. Lehrsatz. — Betrachtet man (Fig. 3) den Kreis APB in einer bestimmten Stellung während seiner Bewegung, der Pol dieses Kreises in dieser Stellung sei E , von E ziehe man zum Planeten den Bogen EM eines grössten Kreises, so behaupte ich, dass Bogen $EM = EO$ ist, und EM senkrecht auf MP . — Weil E der Pol des Kreises $APGB$ ist, so ist die Entfernung des Punktes P von E ein Quadrant, und da nach der Annahme die Entfernung des Punktes P vom Planeten M ebenfalls ein Quadrant ist, so muss P der Pol des Bogens EM sein; folglich steht PM senkrecht auf EM . Verlängern wir alsdann den Bogen EM bis nach F , so ist der Bogen MF das Maass des Winkels FPM (unseres Arguments), und EM wird MF zu 90° ergänzen. Aber es ist auch klar, dass der Bogen GO das Maass des Arguments GAO ist, und dass EO den Bogen GO zu 90° ergänzt, folglich ist $EM = EO$, was gezeigt werden sollte.

Zusatz. Wenn man also aus dem Punkt E als Pol einen kleineren durch O gehenden Kreis auf der Kugel beschreibt, so muss dieser auch durch M gehen, und umgekehrt; und der Bogen OM dieses Kreises verhält sich zum ganzen Umfang desselben, wie die Inclination AP zum Um-

fang des grössten Kreises. Denn, wenn wir das Dreieck AOG um den Pol E drehen, bis es mit dem ihm gleichen Dreieck PFM zusammenfällt, so geht A in die Lage von P über, G nach F und O nach M , und alle Punkte beschreiben gleich grosse Bögen; das Maass der Grösse dieser Bögen ist die Inclination AP .

Proposition III. Lehrsatz. — Wenn alles wie vorhin bleibt, und man zieht vom Planeten M (Fig. 4) den Bogen MH senkrecht auf den Diametralkreis COD , so behaupte ich, dass dieser Bogen gleich ist dem von O senkrecht auf EM gezogenen Bogen OK .

Denn wenn man den Schnittpunkt I der Kreise PM und OB durch den Bogen EI mit dem Pol E des Kreises APB verbindet, so werden die Dreiecke OIE und EIM congruent, da sie die Seite EI gemeinsam haben, die Winkel bei O und M rechte sind, und $EO = EM$ (Prop. II). Sie liegen symmetrisch zum Bogen EI . Wenn man also aus M das Perpendikel MH und aus O das Perpendikel OK fällt, so werden auch diese beiden Bögen symmetrisch zu EI liegen und einander gleich sein.

Zusatz. Da B der Pol von OE ist, so muss der Bogen MH durch B gehen, und da P der Pol von EM , so geht der Bogen OK durch P . Da $PK = BH$ als Quadranten sind, so folgt $PO = BM$. Die Entfernung des Planeten vom festen Pol B ist also während der ganzen Bewegung desselben gleich der Entfernung des beweglichen Pols P von dem festen Pol O des Kreises $ABCD$.

Proposition IV. Lehrsatz. — Die Länge des vom Planeten M auf die Diametralebene CD gefällten gradlinigen Perpendikels ist jederzeit gleich der Länge des von Pol P auf die Orthogonalebene $ABCD$ gefällten Perpendikels.

Verlängere den grössten Kreis KOP (Fig. 4) bis L , so ist LO ein Quadrant; ebenso ist der Bogen KP ein Quadrant, weil P der Pol von EM ist (Prop. II). Folglich wird Bogen $LP =$ dem Bogen OK . Aber in der vorhergehenden Proposition wurde bewiesen, dass Bogen $OK =$ dem Bogen MH ist. Folglich ist auch $LP = MH$. Da diese beiden senkrechten Bögen einander gleich sind, so müssen auch die entsprechenden geradlinigen Perpendikel, von denen das eine aus P auf die Ebene des Kreises $ABCD$, das andere aus M auf die Ebene des Kreises COD gefällt ist, einander gleich sein.*

Zusatz. Hieraus ergibt sich eine leichte Construction für den Abstand des Planeten von der Diametralebene. Beschreibe (Fig. 5) in der Ebene einen, dem vom Pol P durchlaufenen Kreis QR gleichen Kreis, und

* In unserer Sprache: da die Bögen LP und HM gleich sind, so sind auch ihre Sehnen gleich.

ziehe darin die beiden Durchmesser ab und cd senkrecht auf einander, mache den Winkel aop gleich dem Argument, so wird das Perpendikel pr der gesuchte Abstand des Planeten von der Diametralebene.

Anmerkung. Aus dieser Construction ergibt sich sofort das Gesetz, nach welchem sich der Abstand des Planeten M von der Diametralebene ändert. Bei jedem Umlauf der zwei Sphären durchläuft der Pol P seinen Parallelkreis einmal, und ebenso sein Repräsentant p in Fig. 5. Wenn P sich in der Fundamentalebene befindet, kommt p nach a oder b zu liegen und der Abstand des Planeten von der Diametralebene ist dem Radius dieses Parallelkreises gleich. Wenn P in der Ebene des Orthogonalkreises also in Q oder R liegt, rückt p nach c oder d , und der Planet befindet sich in der Diametralebene. Der Abstand des Planeten von dieser Ebene wird von den Phasen der oscillatorischen Bewegung abhängen, welche der Fusspunkt q des Perpendikels pq auf dem Durchmesser ab während des gleichmässigen Umlaufs von p auf dem Umfang $abcd$ beschreibt.*

Proposition V. Lehrsatz. — Wenn man durch die Punkte M und O (Fig. 3) denjenigen Kreis legt, der zum Pol den Pol E des Kreises $APGB$ hat, und von dem Ort M des Planeten die Gerade MR senkrecht auf die Diametralebene zieht, so wird dieser Abstand des Punktes M von der Diametralebene mit dem Durchmesser des Parallelkreises OM in constantem Verhältniss stehen, welches auch die Position des Planeten M sein möge.

Wir sahen im Zusatz der Proposition II, dass sich der Bogen MO zum Umfang seines ganzen Kreises verhält, wie die Inclination AQ zum ganzen Kreisumfang $ABCD$. Das von M auf den durch O gehenden Durchmesser des Parallelkreises gefällte Perpendikel ist offenbar dasselbe, wie das von M auf die Diametralebene gefällte. Das constante Verhältniss dieses Perpendikels zum Durchmesser des Parallelkreises muss also dem Verhältniss des Perpendikels QS zum Durchmesser AB gleich sein, da OM und AQ ähnliche Bögen verschiedener Kreise sind.

Zusatz. Ebenso steht der Pfeil der Halbsehne RM , nämlich die geradlinige Entfernung des Punktes O vom Fusspunkt R des Perpendikels RM in demselben Verhältniss zum Durchmesser dieses Kreises, in welchem der Pfeil AS zum Durchmesser AB steht.

Proposition VI. Lehrsatz. — Während der nach unserer Annahme gleichförmigen und in entgegengesetzter Richtung vor sich gehenden Bewegung der beiden Sphären fülle man aus jeder Lage des Punktes M die Senkrechte MR (Fig. 3) auf die Diametralebene, so beschreibt ihr Fuss-

* Ist i die Inclination, x die Entfernung des Planeten von der Diametralebene, Θ das Argument, der Radius der Kugel = 1, so ergibt sich $x = \sin i \cdot \cos \Theta$.

punkt R mit gleichförmiger Bewegung auf dieser Ebene den Umfang eines Kreises, welcher die Sphäre in O berührt und dessen Durchmesser dieselbe Länge wie der Pfeil AS hat; und die von R auf diesem Kreis durchlaufenen Bögen werden doppelt so gross sein als ihre correspondirenden von P auf seinem Parallelkreis beschriebenen Bögen.

Sei (Fig. 6) CD die Orthogonalebene, $OCO'D$ die Diametralebene, und OO' die Fundamentalebene, so stellt A die Pole der ersten Sphäre, P den Pol der zweiten Sphäre, VV den in den vorigen Figuren mit APB bezeichneten grössten Kreis vor, und der Winkel OAP ist das Argument. Ist M die entsprechende Position des Planeten, E der Pol von VV , ON der durch O zu VV gezogene Parallelkreis, so haben wir gesehen, dass M auf diesem Parallelkreis liegen muss. Der Fusspunkt des vom Planeten M auf die Diametralebene $OCO'D$ gefällten Perpendikels ist in dieser Figur ebenfalls mit M bezeichnet; OM ist alsdann die Entfernung dieses Fusspunkts vom Pol O des Orthogonalkreises. Nun ergibt sich aber aus dem Zusatz der Prop. V, dass diese Entfernung OM zum Durchmesser ON des Parallelkreises in einem constanten Verhältniss steht. Der Ort der Punkte M wird also ähnlich und ähnlich gelegen sein im Bezug auf O mit dem Ort der Punkte N , er ist folglich ein Kreis, welcher den Kreis $OCO'D$ im Punkte O berührt. Auch ist offenbar, dass der Bogen TM zum Maass den doppelten Winkel NOO' oder das doppelte Argument PAO hat. Während also der Pol P der zweiten Sphäre auf seinem Parallelkreis von OA aus einen ganzen Kreisumfang beschreibt, wird der Punkt M in demselben Sinn von T aus auf seinem Kreis zwei Umfänge beschreiben. Da nun das constante Verhältniss von OM zu ON dasselbe ist als das Verhältniss des Pfeils AS zum Durchmesser AB , so folgt, dass OT gleich AS ist, was zu beweisen war.

Zusatz I. Wenn man im Mittelpunkt X des Kreises OT auf der Diametralebene eine Senkrechte errichtet, so kann man sagen, dass der Planet in gleichen Zeiten gleiche Winkel um diese Senkrechte beschreibt.

Zusatz II. Denken wir uns aus allen Positionen des Planeten die entsprechenden Senkrechten auf die Diametralebene gefällt, so bilden diese Senkrechten einen geraden Cylinder, welcher den Kreis OT zur Basis hat. Die vom Planeten auf einer festen, zu den beiden beweglichen Sphären concentrischen Sphäre beschriebene Curve ist nichts anderes, als die Durchdringungcurve dieser Sphäre mit diesem geraden Cylinder.

Zusatz III. Nun kann man leicht den jedem Augenblick entsprechenden Abstand des Planeten von der Fundamentalebene OO' construiren. Man braucht zu diesem Zweck nur auf dem Kreis OT von T aus den Bogen TM doppelt so gross als das Argument zu nehmen. Die Entfer-

ung des Punktes M vom Durchmesser OT ist nach Grösse und Richtung der verlangte Abstand.*

Daher befolgt auch dieser Abstand, wie der früher in Prop. IV betrachtete, bei seinen Aenderungen die Gesetze einer oscillatorischen Bewegung, aber hier ist die Periode halb so gross als diejenige, in welcher die Veränderungen des Abstands von der Diametralebene vor sich gehen.

Zusatz IV. Die Gerade OM steht in constantem Verhältniss zum Durchmesser des Parallelkreises ON ; oben haben wir gesehen, dass die Länge des vom Planeten auf die Diametralebene gefällten Perpendikels zu diesem Durchmesser ebenfalls in constantem Verhältniss steht (Prop. V); wenn wir also ein rechtwinkeliges Dreieck bilden, dessen eine Kathete dieses Perpendikel und dessen andere die Gerade MO ist, so werden auch diese beiden Katheten zu einander im constanten Verhältniss stehen; folglich wird auch die Hypotenuse dieses Dreiecks (die Verbindungslinie des Planeten mit dem Punkt O) mit diesen Katheten ein constantes Verhältniss bilden, und der von dieser Hypotenuse mit der Diametralebene $OCO'D$ gebildete Winkel wird ebenfalls constant sein. Also bilden die unendlich vielen Geraden, welche den Punkt O mit allen Positionen des Planeten verbinden, mit der Diametralebene einen Neigungswinkel von constanter Grösse, und wenn man in O auf der Diametralebene eine Senkrechte errichtet, so wird diese den Fundamentalkreis OO' in O berühren und mit diesen unendlich vielen Geraden gleiche Winkel bilden, folglich die Axe des von jenen gebildeten geraden Kegels sein. Man sieht leicht, dass der von dieser Axe mit den Erzeugungslinien des Kegels gebildete Winkel halb so gross als die Inclination ist.

Zusatz V. Deshalb kann man die vom Planeten M , während einer Umdrehung der beiden Sphären, auf einer diesen beiden concentrischen festen Sphäre beschriebene Curve, als den Durchschnitt dieser festen Sphäre mit diesem Kegel betrachten; und diese Curve wird durch die gleichzeitige Durchdringung dreier runder Körper, nämlich eines Kegels, eines Cylinders und einer Kugel erzeugt.

Zusatz VI. Da sich Punkt M auf dem Umfang des Kreises OT gleichförmig bewegt, so wird auch die Aenderung des Winkels MOT gleichförmig vor sich gehen. Deshalb kann man behaupten, dass die Winkelbewegung des Planeten um die Axe des Kegels gleichförmig sei. Der Planet hat also drei gleichförmige Bewegungen zugleich: eine um die Axe

* Da der Durchmesser des Kreises OT gleich $1 - \cos i$ oder $2 \sin^2 \frac{1}{2} i$ ist, so wird der Radius dieses Kreises $\sin^2 \frac{1}{2} i$; nennen wir y den Abstand des Planeten von der Fundamentalebene und nehmen wir diesen Abstand negativ, wenn er unter diese Ebene fällt, so folgt:

$$y = - \sin^2 \frac{1}{2} i . \sin 2 \Theta$$

der zweiten Sphäre, eine zweite um die Axe des Cylinders (Zusatz I) und eine dritte um die Axe des eben bezeichneten Kegels. Die erste Axe ist beweglich im Raum, die beiden andern sind unbeweglich und zu einander parallel.

Proposition VII. Aufgabe. — Man bestimme auf der Orthogonalebene die Projection der vom Planeten während einer ganzen Umdrehung der beiden Sphären beschriebenen Bahn.

Beschreibe mit QS , dem halben Durchmesser des von P (Fig. 3) beschriebenen Parallelkreises, als Radius einen Kreis, und alsdann mit der Hälfte von AS als Radius einen zum vorigen concentrischen Kreis (Fig. 7); theile diesen kleineren Kreis in eine beliebige Anzahl gleicher Theile, alsdann den grösseren Kreis in die doppelte Anzahl gleicher Theile, indem man den mit O bezeichneten Anfangspunkten der Theilung in beiden Kreisen entgegengesetzte Lagen vom gemeinschaftlichen Mittelpunkt gibt; alsdann bezeichne man die aufeinanderfolgenden Theilpunkte mit den fortlaufenden Zahlen, indem man in demselben Sinn herumgeht und im kleinen Kreis die Bezifferung durch zwei Umfänge fortsetzt. Ziehe durch die Anfangspunkte beider Theilungen den Durchmesser XX und den darauf senkrechten YY . Ziehe durch jeden Theilungspunkt des grösseren Kreises eine Parallele zu YY , und ebenso durch die Theilungspunkte des kleineren Kreises Parallele zu XX ; die so erhaltenen Schnittpunkte dieser Parallelen liefern eine Reihe von Punkten, welche in der Gestalt ∞ auf einander folgen, und dieses ist die geforderte Projection, in welcher XX die Fundamentalebene, YY die Diametralebene darstellt. Auf dieser Curve bewegt sich die Projection des Planeten in der Ordnung der beigesetzten römischen Ziffern. Der Grund dieser Construction liegt in dem auseinandergesetzten Verfahren, welches zu jedem gegebenen Argument den Abstand des Planeten von der Diametralebene (Prop. IV Zusatz) und von der Fundamentalebene (Prop. VI Zusatz III) finden lehrt.*

Anmerkung I. Man bemerkt leicht, dass die Längenaxe der Curve dem Durchmesser des vom Pol P , der den Planeten tragenden Sphäre,

* Die Gleichungen der Curve sind also:

$$\begin{cases} x = \sin i \cdot \cos \Theta \\ y = -\sin^2 \frac{1}{2} i \cdot \sin 2 \Theta \end{cases}$$

wo x und y die auf die Axen XX und YY bezogenen rechtwinkligen Coordinaten vorstellen. Die Projection der Curve auf die Orthogonalebene ist also das Resultat der Combinationen zweier zu einander rechtwinkliger schwingender Bewegungen, von denen die eine doppelt so schnell vor sich geht wie die andere, und wobei die vier Hauptphasen der langsameren Bewegung mit den centralen Phasen (den Punkten des Gleichgewichts) der schnelleren Bewegung zusammenfallen. Die daraus entstehende Curve ist eine von den bekannten akustischen Linien Lissajou's. S. Tyndall, der Schall. Braunschweig 1874, pag. 384.

beschriebenen Parallelkreises gleich ist, und dass ihre Breite dem Pfeil AS (Fig. 3) oder dem Durchmesser des Cylinders, auf welchem die vom Planeten im Raum beschriebene Bahn liegt, gleichkommt. Die vier am weitesten von der Fundamentelebene entfernten Punkte, die beiden Durchgänge durch den Centraldoppelpunkt, und die Durchgänge durch die beiden äussersten Apsiden liefern acht Hauptphasen der Bewegung und theilen die Curve in acht Bögen, welche vom Planeten in gleicher Zeit durchlaufen werden.

Anmerkung II. Mit Hilfe dieser Projection auf der Orthogonalebene und der Bemerkung, dass die wirkliche vom Planeten im Raum beschriebene Curve die Durchdringung der Kugelfläche AB mit einem die Kugelfläche in O berührenden Cylinder vom Durchmesser AS und einer zu AB parallelen Axe ist, können wir uns die Gestalt dieser vom Planeten im Raum durchlaufenen Curve leicht vorstellen. Die Fig. 8 zeigt mit hinreichender Klarheit, wie diese Curve auf der Oberfläche der Kugel und des Cylinders zugleich liegt. Der Durchschnittspunkt, d. h. der doppelte Mittelpunkt O fällt mit dem Pol O der Orthogonalebene zusammen. Durch AB ist die Fundamentelebene, durch CD die Diametralebene dargestellt. Auch hat man sich zu denken, dass in den beiden kleineren der vier Winkel, welche die Curve in O bildet, der Cylinder die Kugel bedeckt, während in den beiden grösseren der Cylinder von der Kugel bedeckt wird, und dass sich in diesem Punkt O die beiden Oberflächen zugleich berühren und schneiden. Ebenso könnte man zeigen, wie diese Curve dem in Prop. VI Zusatz IV erwähnten Kegel angehört. In diesem Fall würde man sehen, wie die beiden von O nach entgegengesetzter Richtung laufenden Mantelflächen des Kegels die beiden Schleifen der Curve erzeugen, und dass der Winkel, unter welchem die Curve sich selbst in O schneidet, dem Winkel an der Spitze des Kegels, also der Inclination, gleich ist.

Diese wenigen, höchst einfachen Propositionen, bei deren Darstellung das Wesen der Geometrie der Alten gewahrt wurde, geben uns das Mittel für die Construction der vom Planeten beschriebenen Curve, welche wir wegen ihrer Gestalt sphärische Lemniscate nennen wollen, und lassen auch schon einige ihrer wichtigsten Eigenschaften erkennen.* Weitere Mittheilungen derselben sind nach meiner Ansicht unnöthig, erstens weil

* Die Betrachtung dieser Curve, der von ihr eingeschlossenen Theile der Oberfläche der Kugel, des Cylinders und Kegels, sowie der Volumina, welche von diesen Flächen und der Curve begrenzt werden, liefern viele interessante Aufgaben, welche alle einfache und elegante Lösungen mittelst der elementaren Geometrie zulassen. Wenn die Inclination einem rechten Winkel gleich ist, so bietet die Curve den Fall des Vivianischen Problems, nämlich des quadrirbaren halbkugelförmigen Gewölbes dar, in welchem die Hälfte einer jeden Schleife eine der vier Oeffnungen vorstellt. Ich erwähne auch noch, dass die Bögen aller dieser sphä-

diese geometrischen Kleinigkeiten heutzutage nicht mehr das Interesse haben, das sie früher boten, und von den Mathematikern, welche am Stamm und an der Wurzel des Baumes ihrer Wissenschaft arbeiten, dem Studium der Anfänger überlassen werden; dann aber hauptsächlich deswegen, weil unser Zweck erfüllt ist, nämlich die Lieferung des Nachweises, dass man zu dieser Construction und zu diesen Eigenschaften auf kurze und leichte Weise, mit Hülfe einer Geometrie, die viel elementarer ist, als die, welche wir dem Eudoxus zuzuschreiben berechtigt sind, und ohne Anwendung analytischer Methoden gelangen kann. Ich werde nun auseinandersetzen, wie es glaublich ist, dass man sich dieser Curve zur Erklärung derjenigen Erscheinungen bei den Planeten, welche wir mit dem Namen solare Anomalie bezeichnen, bedient habe.

Wir kehren deshalb zur Betrachtung der vier Sphären, welche Eudoxus nach Aristoteles und Simplicius einem jeden Planeten beilegte, zurück, und anstatt die Axe AB (Fig. 3) fest anzunehmen, denken wir uns die auf die zweite Sphäre des Eudoxus gestützten Pole derselben beweglich, in der Weise, dass sie in einer, der zodiacalen Umlaufszeit des Planeten gleichen Zeit, die Ekliptik durchlaufen. Ferner nehmen wir an, dass der Fundamentalkreis AOB beständig mit der Ekliptik zusammenfalle. Alsdann wird der Mittelpunkt O unserer sphärischen Lemniscate, sowie die Längensaxe derselben (d. i. der Bogen eines ihre äussersten Apsiden verbindenden grössten Kreises) beständig mit der Ekliptik zusammenfallen; und der Punkt O , ebenso wie A und B , wird während eines zodiacalen Umlaufs die ganze Ekliptik mit gleichförmiger Bewegung durchlaufen und die Lemniscate mit sich ziehen. Wir können jetzt, ohne an der Bewegung des Planeten etwas zu ändern, an die Stelle der dritten und vierten Sphäre die Lemniscate setzen, auf welcher sich der Planet nach den oben entwickelten Gesetzen bewegt. Durch Zusammensetzung dieser Bewegung des

rischen Lemniscaten die Eigenschaft haben, sich summiren, subtrahiren, multipliciren und dividiren zu lassen, mit Hülfe ähnlicher Regeln wie diejenigen, welche zur Ausführung derselben Operationen bei den elliptischen Bögen dienen; das merkwürdigste dabei ist, dass die Länge der ganzen Lemniscate derjenigen einer Ellipse gleich ist, deren eine Halbaxe der Sehne AQ der Inclination, und deren andere Halbaxe dem Sinus versus AS gleichkommt (Fig. 3).

Diese Lemniscaten gehören ferner zur Classe der sphärischen Epicykloiden und haben alle Eigenschaften derselben. Denn ist AB die Axe der ersten Sphäre, und QR der vom Pol P der zweiten beschriebene Parallelkreis, ist ferner der Bogen QB in Z halbirt und der Parallelkreis ZZ' gezogen, dann aus Q als Pol der kleinere Kreis ZU beschrieben, so stelle man sich vor, dass die Kugelhaube ZBZ' unbeweglich bleibe, die andere Kugelhaube ZQU aber auf der Peripherie der ersteren fortrolle, ohne im gemeinschaftlichen Berührungspunkt Z zu gleiten. Wenn mit der beweglichen Kugelhaube der Punkt M so verbunden ist, dass er beständig auf der Kugeloberfläche bleibt und von Q um einen Quadranten entfernt ist, so beschreibt der Punkt M die der Inclination AQ entsprechende Lemniscate.

Planeten auf der Lemniscate mit der auf der Ekliptik fortschreitenden Bewegung der Lemniscate selbst, erhalten wird die Bewegung des Planeten in der Zone des Thierkreises. Nun aber ist die Bewegung der Lemniscate längs des Thierkreises gleichförmig, und ihre Geschwindigkeit ist so angenommen, dass sie während eines zodiacalen Umlaufs des Planeten immer in gleicher Richtung, nach der Ordnung der Zeichen, die ganze Ekliptik durchläuft. Der Lauf des Planeten auf der Lemniscate besteht aber in einer periodischen, bald vorwärts, bald rückwärts gehenden Oscillation, deren Gesetz in Prop. IV angegeben wurde. Die Zeitdauer dieser Oscillation wurde von Eudoxus der Umdrehungszeit der dritten und vierten Sphäre, d. i. der Zeit des synodischen Umlaufs, gleich angenommen. Es wird also während der einen Hälfte eines jeden synodischen Umlaufs die Bewegung des Planeten längs der Ekliptik eine beschleunigte sein, indem sich die Bewegung der Lemniscate um die auf ihr vor sich gehenden Bewegung des Planeten vergrößert; während der zweiten Hälfte wird sich eine verzögerte Bewegung für den Planeten ergeben, indem die beiden eben genannten Bewegungen einander entgegengesetzt sind. Wenn also auf einem Bogen der Lemniscate die rückläufige Oscillation im Sinn der Länge schneller vor sich geht, als die Lemniscate selbst direct sich weiter bewegt, so wird sich daraus für den Planeten während einer gewissen Zeit eine retrograde Bewegung ergeben, und man hat einen Rücklauf zwischen zwei Stillständen. Ferner ist offenbar, dass einerseits die grösste Beschleunigung des Planeten im Sinn der Länge, und andererseits die grösste Verzögerung, oder die grösste retrograde Geschwindigkeit stattfinden wird, wenn der Planet durch das Centrum oder den doppelten Punkt der Lemniscate geht. Diese Bewegungen müssen also so combinirt werden, dass sich der Planet im Mittelpunkt der Lemniscate befindet und auf derselben eine directe Bewegung hat, wenn er in der obern Conjunction steht, wo die scheinbare Geschwindigkeit der Planeten nach der Länge die grösste ist, und dass er sich wiederum im Mittelpunkt befindet, aber retrograd auf der Lemniscate bewegt, wenn er in der Opposition oder in der untern Conjunction steht, welchen Punkten die schnellste retrograde Geschwindigkeit entspricht. Eben so ist klar, dass diese Combination von fortschreitender und oscillatorischer Bewegung nach der Länge von einer entsprechenden Bewegung nach Breite begleitet sein wird, welche letztere den Planeten um eine der halben Breite der Lemniscate gleiche Grösse von der Ekliptik entfernen kann. Diese Bewegung lässt den Planeten zweimal seine nördlichste und zweimal seine südlichste Grenze erreichen, indem er während eines synodischen Umlaufs viermal die Ekliptik durchschneidet.

Dieses sind die Resultate, zu welchen man durch eine freie, aber ogische Betrachtung der wenigen Nachrichten, welche über die Planeten-

theorie des Eudoxus existiren, gelangt. Aber diese Entwicklungen hätten für uns keinen historischen Werth und wären zu unserem Zweck von keinem Nutzen, wenn wir nicht zeigen könnten, dass Eudoxus entweder auf dem von uns eingeschlagenen Weg, oder auf eine ebenso leichte und einfache Weise in Wirklichkeit zu den hauptsächlichsten der von uns angegebenen Resultate gelangt ist. Deshalb wollen wir, nach Erschöpfung des mathematischen und theoretischen Theils unserer Beweisführung, den historischen Theil derselben antreten. Zuerst wollen wir erörtern, ob die von uns angegebenen Folgerungen nicht im Widerspruch sind mit denen, welche Simplicius gegen das Ende seiner Auseinandersetzung über die Sphären des Eudoxus kurz andeutet: „Die dritte Sphäre“, sagt er in § 6, „welche ihre Pole auf der zweiten in der Ekliptik hat und sich von Süden nach Norden und von Norden nach Süden bewegt, führt die vierte Sphäre mit sich, welche das Gestirn trägt, und verursacht dessen Bewegung nach der Breite. Jedoch ist sie es nicht allein, welche diese Bewegung bewirkt. Denn so oft das Gestirn, der dritten Sphäre folgend, sich gegen die Pole der Ekliptik hinbewegt und den Weltpolen genähert hat, so führt es die vierte Sphäre, deren Umlauf im entgegengesetzten Sinn mit der dritten, aber in derselben Zeit wie der Umlauf dieser vor sich geht, auf der andern Seite ebenso weit herab, und veranlasst es dadurch die Ekliptik zu durchschneiden und zu beiden Seiten derselben die von Eudoxus Hippopede genannte Curve zu beschreiben. Die Breite derselben ist genau gleich der Breitenbewegung des Gestirns“. Diese Erklärungen des Simplicius enthalten mit Kürze und hinreichender Klarheit die durch die dritte und vierte Sphäre hervorgebrachte Bewegung und stimmen sehr gut mit meinen oben dargelegten Entwicklungen überein. Wir sehen ausserdem noch, dass Eudoxus der vom Planeten in Folge der gleichzeitigen Wirkung der dritten und vierten Sphäre durchlaufenen Curve den Namen Hippopede gegeben hatte. Wenn wir nun noch zeigen könnten, dass diese Curve die Gestalt und die Eigenschaften unserer sphärischen Lemniscate hatte, so wäre die Beweisführung eine vollständige. Es ist dieses nicht der einzige Fall in der Geometrie der Griechen, dass eine krumme Linie Hippopede genannt wird. Proclus spricht in seinem Commentar zum ersten Buch der Elemente des Euclid dreimal von einer Hippopede genannten Curve. An einer Stelle zählt er die Hippopede zu den gemischten Linien (d. h. zu den von den einfachen, nämlich der Geraden und dem Kreis verschiedenen) und sagt, dass sie unter die Classe der spirischen Linien gehöre.* An einer andern Stelle wiederholt er, dass die Hippopede eine spirische Linie

* *Procli Diadochi in primum Euclidis elementorum librum Commentarii ex recognitione God. Friedlein. Lipsiae in aedibus Teubneri, 1873, p. 127.*

ist und fügt hinzu, dass diese Curve einen Winkel bildet, indem sie sich selbst schneidet.* Die Hippopede hatte also nach Proclus einen doppelten Punkt. Genaueres findet man an einer dritten Stelle,** an welcher Proclus, nachdem er erzählt hat, dass der Geometer Perseus drei Curven entdeckte, welche durch den Schnitt des Spire genannten Körpers durch eine Ebene hervorgehen, so fortführt: „Die eine dieser Curven ist in sich selbst zurückgebogen ($\xi\mu\pi\epsilon\pi\lambda\epsilon\gamma\mu\acute{\epsilon}\nu\eta$) und der ἵππου πέδη ähnlich; die andere ist in der Mitte am breitesten und verengert sich gegen die Enden; die dritte ist länglich, in der Mitte eingedrückt und breiter an den beiden Enden.“

Es ist bekannt, dass bei den griechischen Geometern mit dem Namen $\sigma\pi\epsilon\iota\tau\alpha$ jener ringförmige Rotationskörper bezeichnet wurde, welcher durch die Drehung eines Kreises um eine in seiner Ebene liegende, aber nicht durch seinen Mittelpunkt gehende, gerade Linie erzeugt wird.*** Dieser, heutzutage mit dem Namen Wulst bezeichnete Körper lässt unzählig viele verschiedene Schnitte zu. Wenn man aber nur die Schnitte betrachtet, welche eine gewisse Art von Symmetrie geben und welche Perseus vor allen andern studirt haben musste, so wird der Leser bald aus der Beschreibung, welche Proclus von den drei spirischen Linien gibt, bemerken, dass sie die drei aus dem Schnitt des Körpers durch eine zur Hauptaxe parallele Ebene hervorgehenden Hauptformen darstellen. Die drei Curven in Fig. 10 entsprechen genau den von Proclus angegebenen Eigenschaften. Die erste ist auf sich selbst zurückgebogen und hat einen doppelten Punkt, welches derselbe Punkt ist, in dem die schneidende Ebene die Oberfläche am Kehlkreis berührt; dieses ist die mit dem Namen Hippopede bezeichnete Curve, welche Proclus der ἵππου πέδη ähnlich nennt. Die zweite findet statt, wenn die schneidende Ebene von der Axe weiter als der Mittelpunkt des erzeugenden Kreises entfernt ist, es ist eine Art von Ovale, in der Mitte breit und an den beiden Enden verengert. Die dritte findet statt, wenn die schneidende Ebene weniger von der Axe entfernt ist als der Mittelpunkt des erzeugenden Kreises, und diese hat eine längliche Gestalt, eingedrückt in der Mitte und breit an den Enden.† Die Hippopede

* Ebenda p. 128.

** Ebenda p. 112.

*** S. dasselbe Werk p. 119; ferner Heron in den „geometr. Definit.“, veröffentlicht von Friedlein im Bullettino des Pr. Boncompagni, t. IV, p. 108. Nach Heron gab man der Spire auch den Namen $\kappa\acute{\rho}\iota\kappa\omicron\varsigma$ (Ring).

† Die hier gegebene Interpretation der etwas unklaren Stelle des Proclus über die spirischen Linien und deren Gestalt stimmt der Hauptsache nach mit derjenigen überein, welche von Knoche und Märker als die wahrscheinlichste bezeichnet wurde. S. deren schätzenswerthes Programm: *Ex Procli successoris in Euclidis Elementa commentariis definitionis quartae expositionem, quae de recta est linea et sectionibus spiricis commentati sunt. Knocheus et Maerkerus, Herefor-*

des Proclus (oder lieber des Perseus) hat also die Gestalt der Lemniscate, ebenso wie die von den Planeten in Folge der Bewegung der dritten und vierten Sphäre beschriebene Curve. Wir glauben daher, dass diese Curve die Hippopede des Eudoxus ist, da Eudoxus und Perseus Curven von ähnlicher Gestalt (wenn auch geometrisch sehr verschieden) natürlicher Weise den Namen eines durch seine Form auf jene Curven hinweisenden, bei den Griechen häufig vorkommenden Dinges — der ἵππου πέδη — gegeben haben müssen.

Zur Vervollständigung unserer Beweisführung müssen wir noch untersuchen, welchem Object die Griechen den Namen ἵππου πέδη gaben, und sehen, ob dessen Gestalt die Uebertragung dieses Namens auf die von Eudoxus und Perseus erfundenen Curven rechtfertigt. Auf diese Fragen gibt uns eine Stelle der Schrift des Xenophon „*de re equestri*“ ausführ-

diae 1856. Die Ansicht dieser beiden Autoren ist zwar in einem Punkt von der meinigen verschieden, aber dieses ist von keinem Einfluss auf unsere Frage bezüglich der Hippopede, worin ich das Vergnügen habe mit den oben genannten Autoren vollständig in Uebereinstimmung zu sein.

Knoche und Märker nehmen noch als möglich, wenn auch nicht als wahrscheinlich an, dass man den Angaben des Proclus dadurch genügen könne, dass man die drei Schnitte nicht parallel zur Hauptaxe der Spire, sondern schief zu derselben durch das Centrum der Spire, wie in Fig. 11 angezeigt ist, legt. Die Hippopede wäre alsdann die durch den Schnitt *AB*, welcher die Oberfläche zweimal berührt, erzeugte Curve, und hätte zwei doppelte Punkte; die beiden andern Curven bestünden aus je zwei Ovalen, nämlich der Schnitt *CD* gäbe zwei concentrische Ovalen und der Schnitt *EF* erzeugte zwei von einander getrennte, aber zu ein und derselben Axe symmetrisch liegende Ovalen. Ich kann mich mit dieser Ansicht nicht einverstanden erklären. Denn es ist zu bemerken, dass die Griechen in den Schnittcurven, welche durch *CD* entstehen, vielleicht zwei verschiedene Linien anstatt einer einzigen gesehen haben würden, wogegen bei denselben immer drei spirische Schnitte unterschieden werden. Aber der gewichtigste Einwand, der gemacht werden kann, besteht darin, dass der Schnitt *AB* nicht Hippopede genannt werden kann, aus dem einfachen Grund, weil dieser Schnitt keine neue Curve ergibt, sondern einfach aus zwei Kreisumfängen entsteht, welche sich in den Punkten *m* und *n* schneiden, wo die Ebene *AB* die krumme Fläche zugleich schneidet und berührt. Dieser Umstand scheint jenen beiden gelehrten Auslegern des Proclus entgangen zu sein.

Eine andere, von dem vorigen verschiedene Interpretation scheint die Stelle auf Seite 119 Zeile 9—17 in der Friedlein'schen Ausgabe des Proclus zu verlangen.

Für unsere Angelegenheit ist dieses alles vollkommen gleichgültig, da aus den Angaben des Proclus über die Hippopede mit Klarheit hervorgeht, dass diese Curve eine zusammenhängende, in sich selbst zurückkehrende ist, welche sich unter einem Winkel schneidet und im Schnittpunkt einen doppelten Punkt hat. Die Möglichkeit von zwei doppelten Punkten ist ausgeschlossen, weil sich in diesem Fall der Schnitt in das System zweier Kreise auflöst. Deshalb muss die

liche Antwort. In dieser Schrift sagt Xenophon bei der Beschreibung der Art und Weise die Pferde manöveriren zu lassen und sie gleichmässig in den Schwenkungen nach rechts und links zu üben: „wir loben den nach der, *πέδη* genannten, Curve vor sich gehenden Lauf, weil er die Pferde übt, sich nach beiden Seiten zu wenden; und es ist gut den Lauf des Pferdes (von rechts nach links und umgekehrt) zu ändern, damit diese Übung beide Seiten des Pferdes symmetrisch ausbilde; und wir ziehen die längliche *πέδη* der abgerundeten vor, weil das Pferd, überdrüssig immer in derselben Richtung herumzulaufen, sich leichter umwenden lässt und auf diese Weise gleichmässig im geradlinigen Lauf und in den Wendungen geübt wird. An einer anderen Stelle desselben Buches heisst es: „man erkennt die auf beiden Seiten nicht gleichmässig geformten Pferde dadurch, dass man sie in der, *πέδη* genannten Linie laufen lässt.* Aus diesen Worten geht hervor, dass die *ἵππου πέδη* bei den Griechen eine besondere Art von Curve war, welche die Eigenschaft hatte, die Pferde zu abwechselnden Wendungen bald nach rechts, bald nach links zu nöthigen; dieses setzt aber voraus, dass das Pferd während seines Laufes in dieser

Ebene, welche die Spire nach der Hippopede schneidet, diese Spire in einem Punkt ihres concav = convexen Theiles berühren. Die Formen, welche man auf diese Weise erhalten kann, reduciren sich auf drei Typen: der erste derselben ist symmetrisch in Bezug auf zwei zu einander senkrechte Axen und ist der Lemniscate ähnlich; die beiden andern sind symmetrisch zu einer einzigen Axe und geben Curven wie Fig. 12a und 12b. Der zweite Typus besteht aus zwei ungleich grossen Blättern, von denen das eine das andere umgiebt; der dritte hat zwei gleiche auseinanderliegende Blätter. Der zweite Typus ist offenbar für die Zwecke der Hippopede, wie sie von Xenophon beschrieben werden (s. folg. Anm.), nicht geeignet, weil, wenn man auf derselben in bestimmtem Sinn herumgeht, die Convexität der Curve immer entweder auf der linken oder auf der rechten Seite liegt. Der dritte Typus könnte streng genommen den Zwecken des Hippodroms genügen, aber diese Form ist nicht die geeignetste, da sie aus einer unzweckmässigen Umänderung des ersten Typus, das ist der Lemniscate, hervorgeht. Diese bleibt also immer die wahrscheinlichste Figur, auch ganz abgesehen von dem Umstand, dass Perseus bei seiner Betrachtung den einfachsten Fällen vor den verwickelteren den Vorzug geben musste, und von dem weiteren Umstand, dass Curven, welche zum zweiten und dritten Typus gehören, auf keine Weise aus den geometrischen Combinationen des Eudoxus hervorgehen können.

* Xenophon, *de re equestri*, cap. 7.... *ἵππασίαν δ' ἐπαινοῦμεν τὴν πέδην καλουμένην· ἐπ' ἀμφοτέρω γὰρ τὰς γνάθους στρέφεσθαι ἐθίζει. Καὶ τὸ μεταβάλλεσθαι δὲ τὴν ἵππασίαν ἀγαθόν, ἵνα ἀμφοτέρω αἱ γνάθοι κατ' ἐκάτερον τῆς ἵππασίας ἰσάζωνται. Ἐπαινοῦμεν δὲ καὶ τὴν ἑτερομήκην πέδην μᾶλλον τῆς κυκλοτεροῦς etc. Ebenda, cap. 3. *Τοὺς γε μὴν ἑτερογνάθους μενύει μὲν καὶ ἡ πέδη καλουμένη ππασία.* Ebenso hat auch der Alexandrinische Grammatiker Hesychius unter den Erklärungen, welche er in seinem grossen Lexikon über das Wort *πέδη* gibt, auch die: „die Figur der Reittübung“ (*εἶδος ἵππασίας*). *Hesychii Lexicon*, ed. Alberti *Lugd. Bat.* 1746—66. Tom. II, p. 898.*

Curve die convexe Windung derselben bald auf der rechten, bald auf der linken Seite hatte. Die einfachste Gestalt einer geschlossenen Curve, welcher diese Eigenschaft zukommt, ist offenbar folgende mehr oder weniger verlängerte Windung ∞ . In dieser Curve lässt man auch noch heutzutage die Pferde laufen, und sie stimmt genau mit der des Eudoxus und Perseus überein. Aus Fig. 13 erkennt man sofort, dass, wenn das Thier während seines Laufes auf der einen Schleife der Curve seine rechte Seite nach aussen wendet, auf der andern Schleife die rechte Seite desselben gegen das Innere der Curve gekehrt ist; deshalb wird es auf dem einen Endpunkt der Curve nach rechts, auf dem andern nach links schwenken müssen.

Ich muss den Leser um Verzeihung dafür bitten, dass ich in Entwicklungen und Abschweifungen dieser Art gerathen bin, aber, nur nach sorgfältiger Erwägung aller in diesem Abschnitt dargelegten Analogien und Beziehungen, kann man das Wesen des Mechanismus der Stillstände, Rückläufe und der Bewegung nach der Breite im System der homocentrischen Sphären als hinreichend erklärt und bewiesen betrachten.

In anderen antiken Schriften ist, wenn auch nicht der Name der Hippopede, aber doch wahrscheinlich dieselbe Sache unter verschiedenem Namen angeführt. Im Eudoxischen Papyrus, von welchem wir schon gelegentlich Erwähnung thaten, und welcher einen Auszug der Lehren dieses Astronomen zu enthalten scheint, ist gesagt, dass Merkur 116 Tage braucht, um seine $\xi\lambda\iota\varsigma$ zu durchlaufen*. Die Periode von 116 Tagen ist offenbar die synodische Umlaufszeit des Merkur, woraus man schliessen kann, dass der Autor des Papyrus mit $\xi\lambda\iota\varsigma$ jene Curve bezeichnen wollte, durch deren Zurtücklegung die synodischen Phasen des Planeten hervorgebracht werden. Wenn wir nun bedenken, dass dieser Papyrus unmittelbar von Eudoxus herstammende Lehren enthält, so können wir mit grosser Wahrscheinlichkeit annehmen, dass der Name $\xi\lambda\iota\varsigma$ hier zur Bezeichnung der Hippopede dient. Der Name $\xi\lambda\iota\varsigma$ wurde in der That von den Griechen häufig benützt, um eine Spirallinie, wie die des Archimedes, oder die Windung einer Schraube zu bezeichnen; in letzterem Sinn hat ihn auch Plato gebraucht. Ueberhaupt wurde das Wort $\xi\lambda\iota\varsigma$ zur Bezeichnung von verwickelten Curven, die von den in der Geometrie gewöhnlich betrachteten verschieden waren, angewandt. Wenn wir dem Proclus Glauben schenken dürfen, so bezeichnete Perseus selbst die von ihm gefundenen spirischen Linien** mit dem

* Ich habe diese Stelle aus dem Papyrus von Letronne, *Journal des Savants*, 1841, p. 544: $\Sigma\tau\acute{\iota}\lambda\beta\omega\nu\ \acute{\omicron}\ \epsilon\rho\mu\omicron\upsilon\ \tau\eta\nu\ \xi\lambda\iota\kappa\alpha\ \delta\iota\epsilon\chi\epsilon\rho\chi\epsilon\tau\alpha\ \acute{\epsilon}\nu\ \mu\eta\sigma\iota\ \tau\omicron\iota\sigma\iota\nu\ \kappa\alpha\iota\ |\ \eta\mu\acute{\epsilon}\rho\alpha\iota\varsigma\ |\ \epsilon\iota\kappa\omicron\sigma\iota\ \xi\xi$.

** S. das auf die Erfindung der spirischen Linien sich beziehende Epigramm im Commentar des Proclus zum 1. B. d. Euklid p. 112 der Friedleinschen Ausgabe.

Namen Helicoiden. Wir haben gesehen, dass die Hippopede zu diesen Linien gehört.

In dieser Hinsicht bestätigen mich die letzten Kapitel der Astronomie des Theon von Smyrna, in welchen dieser Autor eine kurze Darlegung der astronomischen Lehren des platonischen Philosophen Dercyllides zu geben versucht.* Dercyllides „glaubt nicht, dass die helicoidischen Linien und die der Hippika ähnlichen als die Ursache der erratischen Bewegung der Planeten betrachtet werden können, denn diese Linien seien zufällig hervorgebracht; die erste Ursache der erratischen Bewegung und der Helix sei die schief im Thierkreis vor sich gehende Bewegung. Die Bewegung der Planeten nach der Helix sei durch die Combination von zwei Bewegungen dieser Gestirne entstanden.“ Alsdann beschreibt Dercyllides, wie eine Helix durch Combination der Bewegung der Planeten im Thierkreis mit ihrer täglichen Bewegung hervorgeht, und zeigt sehr deutlich das Resultat, welches identisch ist mit der von Plato im Timäus beschriebenen Helix.

Diese Stelle lehrt uns, dass es gewisse Philosophen oder Astronomen gab, welche die erratischen Bewegungen der Planeten durch helicoidische Linien und solche, welche der Hippika ähnlich sind, erklärten und welche von Dercyllides widerlegt wurden. Diese können für uns keine anderen als Eudoxus und die, welche ihm nachfolgten und das System der homocentrischen Sphären vervollkommneten, gewesen sein. Die helicoidischen und die der Hippika ähnlichen Linien sind nichts anderes, als die verschiedenen Hippopeden der verschiedenen Planeten.

Zugleich sehen wir, dass Dercyllides die helicoidischen Linien und die Hippika nicht ohne Weiteres der Helix des Plato ähnlich annimmt. Es ist nicht leicht zu sehen, wie die Helix des Plato mit einer von Pferden beschriebenen Linie Aehnlichkeit haben kann. Wirklich bemerkt Dercyllides kurz darauf, es gebe zwei Arten der Helix, nämlich: erstens die den Windungen der Schraube und den Krümmungen der *συντάλη* der Lacedämonier (unserer cylindrischen Schraubenlinie) ähnliche, und zweitens die ebene Helix, deren Construction er auch lehrt, und welche einfach eine ebene Sinusoide von unbestimmter Länge, zwischen zwei Parallellinien, ist. Diese Sinusoide ist nach H. Martin die Hippika des Dercyllides, ja sogar die Hippopede des Eudoxus wäre nach seiner Meinung nicht verschieden von dieser Sinusoide. In diesem Falle erlaube ich mir eine, von der Meinung des ausgezeichneten Herausgebers von Theon's Astronomie entgegengesetzte

* *Theonis Astr. ed. Martin*, p. 328 und die folgenden. Die wichtigste Stelle ist folgende: *Ὅν αἱ αἰτίαι (Δερκυλλίδης) δὲ τοῦ πλανωμένου αἰτίας οἰεσθαι τὰς ἐλικοειδεῖς γραμμὰς τὰς τε ἱππικῇ παραπλησίαις*

Ansicht auszusprechen, und zwar aus folgenden Gründen: 1. Dercyllides deutet an keiner Stelle eine Identität der Hippika mit seiner ebenen Helix an. 2. Letztere ist abgeleitet durch die cylindrische Abwicklung, nicht sowohl der Helix des Plato, sondern einfach des Zodiacus, diesen als schiefen Kreis betrachtet; deshalb ist ihre Funktion vollständig identisch mit der dieses Kreises, und sie erklärt die erratischen Bewegungen der Planeten nicht besser als dieser Kreis. 3. Es ist nicht zu begreifen, wie man die planetarische Hippika, welche wesentlich eine sphärische und in sich selbst zurückkehrende Curve ist, mit der ebenen Helix des Dercyllides, einer Curve von beliebiger Anzahl von Windungen identificiren kann. 4. Eudoxus konnte zu seinen Hypothesen keine Curve brauchen, welche ihm kein Mittel zur Erklärung der Rückläufe der Planeten darbot; denn der Lauf auf der Sinusoide ist immer direct, und nie retrograd. 5. Meines Wissens gibt es keinen Grund, die Sinusoide wegen ihrer Form eine Hippika zu nennen. 6. Endlich kann man dieselbe mit der Hippopede des Eudoxus nicht für identisch halten, aus dem einfachen Grund, weil sie durch die von Aristoteles und Simplicius so deutlich beschriebenen Bewegungen der planetarischen Sphären nicht erzeugt werden kann. — Ich glaube vielmehr, dass Dercyllides beabsichtigte, durch die über eine für die Astronomie ganz nutzlose Curve gegebenen Erörterungen, mit seinem geometrischen Wissen zu prunken, anstatt die Natur der Hippika, welche er nicht recht verstand, auseinanderzusetzen. Dennoch bleibt diese Stelle des Dercyllides über die Ansicht jener, welche die erratischen Bewegungen der Planeten aus den Helicoiden und den der Hippika ähnlichen Curven herleiten wollten, für uns sehr schätzenswerth, und bestätigt unsere in diesem Abschnitt dargelegten Ansichten, wenn auch der platonische Philosoph mit seinen überflüssigen, gar nicht an jene Stelle gehörigen Erörterungen den Sinn derselben etwas unklar machte.

VI. Specielle Theorien der Planeten nach Eudoxus.

Bei den Planetentheorien der Alten waren die wichtigsten Elemente die Dauer der zodiakalen und jene der synodischen Umlaufszeit. Simplicius hat uns diesen Theil der Planetentheorien des Eudoxus überliefert, aber wie mir scheint, nur in runden Zahlen, weil die Dauer der zodiakalen Umlaufszeiten in ganzen Jahren und jene der synodischen in Monaten und in der Zehnerzahl der Tage angegeben sind. Wenn wir die Monate zu 30 Tagen annehmen, so haben wir folgende Tafel, in welcher, des Vergleichs wegen, neben die Angaben der Alten die Resultate unserer Zeit gesetzt wurden:

Planet	Synodische Umlaufszeiten		Zodiakale Umlaufszeiten		
	nach Eudoxus	nach unseren Angaben	nach Eudoxus	nach unseren Angaben	
Saturn . . .	Tage 390	378	Jahre 30	Jahre 29	Tage 166
Jupiter . . .	„ 390	399	„ 12	„ 11	„ 315
Mars	„ 260	780	„ 2	„ 1	„ 322
Merkur . . .	„ 110	116	„ 1	„ 1	„ 0
Venus	„ 570	584	„ 1	„ 1	„ 0

Wenn auch diese Zahlen zeigen, dass man damit nur eine grobe Annäherung für jene Perioden geben wollte, so sehen wir doch schon in diesen ersten Versuchen der Planetentheorien der Griechen eine ziemliche Annäherung, welche für die Beobachtungen eines einzigen Menschen schwer zu erhalten waren.* Im Eudoxischen Papyrus ist die synodische Umlaufszeit des Merkur zu 116 Tagen angegeben, also genau mit der heutzutage dafür giltigen Ziffer;** wenn diese Angabe, wie es wahrscheinlich ist, von Eudoxus herrührt, so müssen wir zugeben, dass er eine sehr genaue Kenntniss dieser Zahlen hatte, und dass er dieselben vielleicht in Aegypten kennen lernte, oder dass sie ihm von Babylonien aus mitgetheilt wurden. Zudem müssen wir bemerken, dass in demselben Papyrus die zodiakale Umlaufszeit des Mars zu zwei Jahren*** und jene des Saturn zu

* Wir müssen jedoch hiervon die synodische Umlaufszeit des Mars ausnehmen, wovon wir weiter unten sprechen werden. Eine eigenthümliche Folge der geringen Aufmerksamkeit und der Apathie, womit gewöhnlich die astronomischen Hypothesen des Eudoxus betrachtet wurden, kann man selbst bei dem so sorgfältigen Schaubach finden; dieser spricht in seiner „Geschichte der griechischen Astronomie vor Eratosthenes“ über die soeben angeführten Zahlen und scheint gar nicht zu wissen, dass die erste der beiden Reihen die synodischen Umlaufszeiten der Planeten anzeigt; er verliert sich deshalb in unnöthigen Auseinandersetzungen, um etwas klar zu machen, was die Vergleichung dieser Zahlen mit denjenigen, welche die heutige Astronomie dafür gibt, auf den ersten Blick erkennen lässt. Noch schlechter ist Eudoxus bei Cornwall Lewis weggekommen, welcher die von Eudoxus für Merkur und Venus angegebenen „geocentrischen“ Umlaufszeiten (die, wie Eudoxus wohl sah, genau ein Jahr betragen) mit den „heliocentrischen“ Umlaufszeiten im Copernikanischen System vergleicht, welche natürlich ganz andere sind und die in keinem geocentrischen System der Astronomie bestimmt werden können. Der Fehler bei diesen beiden Planeten, sagt er, ist bedeutend und unverzeihlich; aber diesen Fehler hat Cornwall Lewis und nicht Eudoxus gemacht.

** Letronne, *Journal des Savants*, 1841, p. 544.

*** Letronne, ebenda. Irrthümlicherweise jedoch behauptet Letronne, dass sich diese Dauer auf die synodische Umlaufszeit bezieht; der Text sagt deutlich *Προσειδῆς τὸν ζώδιων κύκλον διεξέρχεται ἐν ἔτεσι β*. Es handelt sich also um die zodiakale Umlaufszeit.

30 Jahren,* wie oben, angegeben ist. Unter diesen Umständen ist es un nöthig, weitere Auseinandersetzungen über diese Zahlen zu machen, da wir aus denselben nicht ersehen können, ob Eudoxus die Beziehung kannte, welche zwischen dem Sonnenjahr, der zodiakalen Umlaufszeit eines Planeten und dessen synodischer Umlaufszeit stattfindet. Ohne uns also weiter mit dem Grad der Genauigkeit dieser Ziffern zu beschäftigen, wollen wir untersuchen, welche Folgerungen sich aus ihnen für den im vorigen Abschnitt entwickelten Mechanismus ergeben, und welche Resultate man daraus für die Theorien der einzelnen Planeten erhält.

1. Saturn. Aus dem, was über die Fundamente der Planetentheorie des Eudoxus gesagt wurde, sieht man, dass es zur Erlangung der Elemente hinreicht, bei jedem Planeten die Inclination der Axe der vierten Sphäre gegen die der dritten zu wissen. Denn aus diesem einzigen Datum bestimmen sich alle Dimensionen der Hippopede vollständig, und damit der synodische Umlauf des Planeten, sein unregelmässiger Lauf bezüglich der Sonne und seine Bewegung nach der Breite. Leider gibt Simplicius den Werth der Inclination weder für den Saturn noch für die anderen Planeten an, sondern sagt einfach, dass diese Inclination für die verschiedenen Planeten verschieden ist (s. Anhang II, § 5). In diesem Punkte sind wir also einfach auf Vermuthungen angewiesen. Da es aber sicher ist, dass Eudoxus bei der Aufstellung seines Mechanismus das Problem der Rückläufe hauptsächlich im Auge hatte, wenigstens bei Saturn, Jupiter und Mars, so glauben wir, dass wir uns von der Wahrheit nicht zu sehr entfernen, wenn wir die Annahme machen, er habe die Inclinationen so gewählt, dass er für jeden dieser drei Planeten eine Hippopede erhielt, aus welcher sich die rückläufigen Bögen mit der Beobachtung übereinstimmend ergaben. Ohne deshalb zu behaupten, dass wir genau ebenso wie Eudoxus verfahren, wollen wir suchen, welche Folgerungen sich ergeben, wenn wir seine Hypothesen auf die durch den Rücklauf beschriebenen Bögen anwenden und sehen, wie sich aus dieser Untersuchung die Erklärung einiger besonderer Umstände ergibt, welche ohne diese dunkel und unerklärlich erscheinen würden. Von diesem Gesichtspunkte aus ergibt sich für die Theorie des Saturn, von dessen rückläufigem Bogen wir wissen, dass er ungefähr 6^0 beträgt, durch einige einfache Versuche und Rechnungen, dass

* *Φαίλων δ' ὁ τοῦ ἡλίου ἀστήρ, τὸν ζωδίων κύκλον διεξέρχεται ἐν ἔτεσιν λ.* Letronne, *Journ. des Sav.*, 1839, p. 582. Diese Benennung „Gestirn der Sonne“ für den Saturn findet man auch bei Simplicius (s. Anh. II, § 4); und es ist wahrscheinlich, dass sowohl der Autor des Papyrus, als auch Simplicius dieselbe der gleichen Quelle, dem Buche des Eudoxus *περὶ ταχῶν*, entnahmen. Diodorus Siculus, II, 30 führt diese Benennung auf die Chaldäer zurück, welche vielleicht einigen Einfluss auf die Ziffern des Eudoxus gehabt haben können.

man diese Grösse durch Combination des zodiakalen Umlaufs von 30 Jahren, mit einem synodischen Umlauf von 13 Monaten auf der dritten und vierten Sphäre, und durch Annahme einer Inclination von 6^0 für die Axen dieser beiden Sphären, erhält. Alsdann wird die gesammte Länge der Hippopede 12^0 und ihre halbe Breite, d. i. die grösste Entfernung des Planeten von der Ekliptik, fast $9'$. Die Combination der zodiakalen Bewegung mit der synodischen, auf der Hippopede vor sich gehenden bewirkt, dass der Planet bei jedem synodischen Umlauf eine verschlungene Curve, wie die in Fig. 14, beschreibt, wo, um die Natur ihrer Windungen deutlicher hervortreten zu lassen, für die transversalen Dimensionen ein zehnmal grösserer Massstab als für die longitudinalen angenommen wurde. In dieser Figur ist O der vom Planeten im Augenblick der Opposition eingenommene Punkt, A bezeichnet die östliche Grenze des Rücklaufs und den Ort des ersten Stillstands, B die westliche Grenze des Rücklaufs und den Ort des zweiten Stillstands, AB misst den Bogen des Rücklaufs, C ist der Ort der oberen Conjunction. Von dieser Phase in C aus gelangt der Planet nach Verlauf des achten Theils seiner synodischen Umlaufszeit das erste Mal in D zu seiner grössten Digression nach der Breite; während des zweiten Achtels derselben durchläuft er den Bogen DE und kehrt zur Ekliptik zurück; und so durchläuft er in Zeitintervallen, welche immer ein Achtel der synodischen Umlaufsdauer betragen, die Bögen EF , FO , OG , GH , HJ , JC' und kehrt in C' zu seiner oberen Conjunction mit der Sonne zurück, um einen ähnlichen Lauf an einer andern Stelle des Thierkreises durchzumachen. Offenbar kann man die transversalen Digressionen von $9'$ auf beiden Seiten der Ekliptik als von den Beobachtungen jener Zeiten gänzlich unbemerkt betrachten. Deshalb reducirte sich die wirklich bemerkbare Wirkung dieser so verwickelten Bewegung auf eine Längenbewegung, welche nichts Anderes ist, als ein Rücklauf zwischen zwei ungefähr um 6^0 von einander abstehenden Stillständen; und gerade dieses konnten die Astronomen jener Zeit beobachtet haben. Die solare Anomalie des Saturn konnte also aus den Hypothesen des Eudoxus mit einer, den Beobachtungen gleichen, ja dieselben noch übertreffenden Genauigkeit dargestellt werden.

2. Jupiter. Für die Bewegung des Jupiter gelten genau dieselben Betrachtungen. Wenn man die Inclination gleich 13^0 setzt, so erhält man eine Hippopede von 26^0 Länge und zweimal $44'$ Breite. Lässt man, während die Hippopede mit ihrem Centrum einen zodiakalen Umlauf in 12 Jahren beschreibt, den Planeten seinen synodischen Umlauf auf der Hippopede in 13 Monaten zurücklegen,* so betragen die grössten Entfernungen

* Man kann hier, wie bei allen anderen Planeten, fragen, in welchem Sinne die Hippopede vom Planeten durchlaufen werden muss. Eine aufmerksame Be-

des Planeten von der Ekliptik auf beiden Seiten derselben nur $0^{\circ} 44'$ und sind noch unbemerkt für die Beobachtungen, während die Grösse des rückläufigen Bogens ungefähr 8° beträgt. Die vom Planeten während eines synodischen Umlaufs auf beiden Seiten der Ekliptik beschriebene Curve ist in Fig. 15 dargestellt. In derselben habe ich die transversalen Dimensionen im Verhältniss von 3:10 vergrössert, um ihre Windungen deutlich zeichnen zu können. Die Phasen der Bewegung sind denen des Saturn analog. Während eines synodischen Umlaufs durchschneidet der Planet in gleichen Zeitintervallen die Ekliptik viermal, erreicht zweimal seine südlichste und zweimal seine nördlichste Breite, und diese acht Phasen der Bewegung theilen den synodischen Umlauf in acht gleiche Theile. Da nun auch für Jupiter die Digressionen nach der Breite für die Beobachtung unbemerkt bleiben, so können wir sagen, dass, sowohl für Jupiter als auch für Saturn, Eudoxus eine ausgezeichnete Lösung des platonischen Problems gab, den Lauf der Planeten durch gleichförmige homocentrische Kreisbewegungen innerhalb der von den Beobachtungen jener Zeit gesteckten Grenzen der Genauigkeit darzustellen. In der That, die Grösse, die Dauer und die Anzahl der Stillstände und Rückläufe sind fast genau dieselben, wie sie sich aus den obigen Annahmen ergeben.

3. Mars. Nicht ganz dasselbe kann man beim Mars sagen, dessen scheinbarer Lauf am Himmel grössere Verwickelungen darbietet und der von Plinius wegen dieser Eigenschaft als *maxime inobservabilis** bezeichnet wurde. Es ist nicht leicht zu begreifen, wie Eudoxus sich in der Dauer seines synodischen Umlaufs so bedeutend irren konnte, indem er dieselbe zu 8 Monaten und 20 Tagen, d. i. zu 260 Tagen angibt, während sie in Wirklichkeit 780 Tage, also genau das Dreifache von 260 beträgt. Ideler glaubt, dass hier ein Irrthum vorliege und dass man 25 Monate und 20 Tage lesen müsse;** Letronne verwechselt die synodische Umlaufszeit mit der zodiakalen und nimmt eine Zeitdauer von 2 Jahren oder 24 Monaten an, indem er sich unrichtiger Weise auf die Autorität des Papyrus beruft,*** wie wir schon oben angegeben haben. Sicherlich ist es nicht leicht anzunehmen, dass Eudoxus, welcher für den Mars eine zodiakale Umlaufszeit

trachtung lässt erkennen, dass dieses vollkommen gleichgiltig ist und dass die Bewegung nach der Länge immer dieselbe bleibt; aber die Breitenbewegung wird die Reihenfolge ihrer Phasen wechseln, indem jener Theil der vom Planeten beschriebenen Curve, welcher oberhalb der Ekliptik liegt, unterhalb derselben zu liegen kommt, und umgekehrt. Kurz, die Bahncurve des Planeten kehrt sich gegen die als ihre Axe betrachtete Ekliptik symmetrisch um.

* *Hist. mundi II, 17.*

** Ueber Eudoxus. Abh. d. Berl. Akad. f. 1830, p. 78.

*** S. Anmerkung *** auf S. 156.

kannte, die von der richtigen nur wenig verschieden war, dem synodischen Umlauf dieses Planeten eine Zeitdauer beigelegt hätte, welche mit der wirklichen vollständig im Widerspruch stand, und nicht gewusst hätte, dass mit der zodiakalen Umlaufszeit des Planeten und jener der Sonne auch die synodische Umlaufszeit desselben gegeben* ist. Ich will hier nicht über Etwas entscheiden, was wir nicht mehr wissen können; dagegen will ich untersuchen, zu welchem Resultat die Anwendung der Planetentheorie des Eudoxus durch die beiden Annahmen für die synodische Umlaufszeit des Mars, nämlich durch die Annahme von 260 Tagen und die andere von Ideler vertretene von 780 Tagen, führt. Nehmen wir vorerst die letztere an, so sehen wir bald, dass es unmöglich ist, für den Lauf des Mars eine befriedigende Lösung, wie die für Saturn und Jupiter angegebene, zu erlangen; denn in diesem Falle gelingt es nicht, für die Hippopede des Mars eine geeignete Dimension zu erlangen. Nimmt man z. B. für die Länge der Lemniscate die grösste Grenze an, welche nach der Beschreibung des Simplicius noch zulässig ist, nämlich 180^0 (wobei man die Inclination gleich 90^0 annehmen muss), so wird die Hippopede 60^0 breit, und man muss deshalb Digressionen nach der Breite von 30^0 zulassen. Trotz dieser äussersten Annahmen erreicht die retrograde Geschwindigkeit des Planeten auf der Hippopede die directe zodiakale Geschwindigkeit der Hippopede selbst nicht, und Mars kann in der Opposition nicht rückläufig werden, sondern die Geschwindigkeit seiner Bewegung scheint nur sehr langsam zu sein. Um daher eine rückläufige Bewegung zu erhalten, müsste man die Inklination grösser als 90^0 annehmen, folglich der dritten und vierten Sphäre Bewegungen nach gleichem Sinne ertheilen, was gegen die von Simplicius ausgesprochene Behauptung ist. Aber auch damit würde nichts gedient sein, weil sich daraus für Mars Breiten über 30^0 ergeben würden, was Eudoxus sicherlich nicht annehmen konnte. — Wenn wir im Gegentheil die synodische Umlaufszeit zu 260 Tagen annehmen, so wird die Bewegung des Mars auf der Hippopede fast dreimal schneller als vorhin; und in diesem Falle erhält man durch Annahme einer Inclination von 34^0 einen Rücklauf,

* Ist t die Anzahl der Tage für die jährliche solare Umlaufszeit, z jene für die zodiakale Umlaufszeit eines oberen Planeten, s jene für die synodische Umlaufszeit desselben Planeten, so gilt bekanntlich die Gleichung: $\frac{1}{t} = \frac{1}{z} + \frac{1}{s}$; hat Eudoxus diese Relation gekannt? Wir müssen es bezweifeln, wenn wir die Zahlen betrachten, welche Simplicius für die synodischen und die zodiakalen Umlaufzeiten angibt. Aber wir sind geneigt zu glauben, dass diese Zahlen abgerundet sind, indem die synodischen Umlaufzeiten in Monaten und in der Zehnerzahl der Tage, die zodiakalen in ganzen Jahren angegeben sind.

der mit der Wahrheit hinreichend übereinstimmt. Die Länge der Hippopede wird 68^0 , die grösste Digression nach der Breite $4^0 53'$, welche nicht zu sehr von der wirklichen abweicht; die Grösse des rückläufigen Bogens ergibt sich zu 16^0 , also wenig grösser, als wie man ihn bei diesem Planeten beobachtet. Fig. 16 zeigt die bei diesen Annahmen von Mars um seine Oppositionen beschriebene Curve. Diese mit den Beobachtungen hinreichende Uebereinstimmung konnte vielleicht Eudoxus zur Annahme einer synodischen Umlaufszeit, die nur ein Drittel von der wirklichen beträgt, veranlassen; aber bei dieser Annahme musste man zwei Rückläufe ausser der Opposition mit der Sonne haben, und sechs Stillstände, von denen vier gänzlich imaginär sind. — Daraus schliessen wir, dass die Theorie des Eudoxus in ihrer Anwendung auf den Planeten Mars zu keinem Resultat führte, weder durch die eine, noch durch die andere der beiden obigen Annahmen; und einige Decennien nachher musste Callippus auf eine Verbesserung dieser Theorie denken.

4. Merkur. Da für Merkur und Venus der mittlere Ort mit dem mittlern Ort der Sonne zusammenfällt, so musste Eudoxus offenbar für beide das Centrum der Hippopede beständig mit dem Ort der Sonne zusammenfallen lassen. Und weil dieses Centrum auf der Ekliptik um 90^0 von den beiden Rotationspolen der dritten Sphäre absteht (wie wir bei der Erzeugung dieser Curve sahen), so ziehen wir daraus den Schluss, dass nach Eudoxus die Pole der dritten Sphäre des Merkur sowie der Venus immer in der Quadratur mit der Sonne stehen müssen, und dass deshalb die Pole der dritten Sphäre des Merkur beständig mit den Polen der dritten Sphäre der Venus zusammenfallen. Diese Folgerung aus der Theorie des Eudoxus wird durch die Worte des Aristoteles „nach Eudoxus sind die Pole der dritten Sphäre verschieden für einige Planeten, identisch für Aphrodite und Hermes“ bestätigt (s. Anhang I). Diese sich ungesucht ergebende Uebereinstimmung beweist zugleich die Genauigkeit der Beschreibung des Aristoteles und die Richtigkeit der von uns wiedergefundenen Planetentheorie des grossen Astronomen von Cnidus.

Aus dem Umstand, dass der mittlere Ort des Planeten das mit der Sonne zusammenfallende Centrum ist, und dass die grösste Elongation des Planeten von diesem Centrum zugleich die halbe Länge der Hippopede, d. h. die Inclination vorstellt, schliessen wir, dass die grösste Längenabweichung dieser beiden Planeten von der Sonne genau ihrer bezüglichen Inclination gleich ist; von dieser Eigenschaft machte Eudoxus höchst wahrscheinlich zur Bestimmung der Inclination dieser beiden Planeten Gebrauch, da er kein anderes Mittel zu demselben Zweck benützen konnte, indem die Rückläufe der Venus schwierig und jene des Merkur gar nicht zu beobach-

ten sind.* Da jedoch von Simplicius nicht berichtet wurde, welchen Werth Eudoxus diesen grössten Elongationen beilegte, so nehme ich für Merkur eine Elongation von 23° an, welches fast dieselbe ist, wie sie sich aus den Rechnungen der heutigen Astronomie ergibt. Die gesammte Länge der Hippopede des Merkur wird folglich 46° , die halbe Breite derselben, d. h. die grösste Digression dieses Gestirns nach der Breite, ergibt sich zu $2^{\circ}14'$. Nach der modernen Astronomie ist diese Digression ein wenig grösser. Nach dieser Annahme bildet die von Merkur bei jedem Rücklauf beschriebene Curve (Fig. 17) nicht wie die andern eine geschlossene Knotenlinie, sondern nur eine dreifache Inflexion. Man hat hier einen rückläufigen Bogen von ungefähr 6° , viel kleiner als er in Wirklichkeit ist; da aber dieser Fehler in einen Theil des synodischen Umlaufs fällt, welcher nicht beobachtet werden kann, so kann er dieser Theorie nicht zur Last gelegt werden. In den sichtbaren Theilen dieses Laufs stellen sich die Längen mit ziemlicher Genauigkeit dar, wenn auch die Epochen der grössten Elongationen nicht genau mit der Wirklichkeit übereinstimmend ausfallen.

5. Venus. Für die Darstellung des Laufs der Venus gilt dasselbe, was wir beim Merkur sagten, wenn auch das Ergebniss weit davon entfernt ist, den Beobachtungen zu entsprechen. Wenn wir nach der modernen Astronomie die grösste Elongation oder Inclination der Venus zu 46° annehmen, so ergibt sich für die gesammte Länge der Hippopede 92° , und für die halbe Breite derselben oder die Breitendigression $8^{\circ}54'$, was ungefähr mit den grössten Digressionen nach Breite, wie sie die Beobachtungen dieses Planeten ergeben, übereinstimmt. Aber da die Dauer des Umlaufs der Venus auf der Hippopede (570 Tage nach Eudoxus) fast das Doppelte der Umlaufszeit auf dem Thierkreis ist, so ist die Geschwindigkeit der ersteren Bewegung nach der Länge stets um Vieles kleiner als die Geschwindigkeit der zweiten. Daher ergibt sich für Venus dasselbe, was wir schon beim Mars erhielten; nach dieser Theorie des Eudoxus kann Venus niemals rückläufig werden; und dieser Fehler ist nicht zu vermeiden, welchen willkürlichen Werth man der Inclination dieses Planeten auch beilegen mag. Ueberhaupt müssen wir hier bemerken, dass die Stillstände und Rückläufe der Venus gewöhnlich in der Dämmerung vor sich gehen, wo die Vergleichung dieses Gestirns mit den Fixsternen schwierig ist, und es wäre auch möglich, dass Eudoxus noch keine Idee von der

* Nach der Meinung einiger Astronomen würde, wie Plinius angibt, Merkur im Stier, in den Zwillingen und in einem Theil des Krebses nie rückläufig (*hist. mundi II, 17*), was nach der Theorie dieses Planeten offenbar falsch ist. Es existirte also zur Zeit des Plinius eine Theorie des Merkur, durch welche man die Rückläufe dieses Planeten berechnete, welche der Beobachtung unzugänglich sind.

Möglichkeit dieser Phänomene hatte. Aber ein anderer sehr bedeutender Irrthum seiner Theorie (welcher in geringerem Mass auch bei der Theorie des Merkur vorkommt) bestand darin, dass die 570 Tage betragende synodische Umlaufszeit, zufolge des Bewegungsgesetzes der Venus auf ihrer Hippopede, von den zwei Zeitpunkten der grössten östlichen und westlichen Elongationen in zwei gleiche Theile getheilt werden musste, weil die Bewegung der dritten und vierten Sphäre gleichförmig angenommen wurde. Nun aber gebraucht in Wirklichkeit die Venus von den 584 Tagen ihrer synodischen Umlaufszeit 441, um von der grössten östlichen Elongation zur grössten westlichen zu gelangen, und nur 143 zu ihrer Rückkehr von der westlichen zur östlichen; deshalb ist die ganze synodische Umlaufszeit in zwei Theile getheilt, welche sich ungefähr wie 3:1 verhalten. In Folge dieses Irrthums differiren die Epochen der grössten Elongationen um mehr als 70 Tage von denen, welche sich aus der Theorie des Eudoxus ergeben, wenn auch wegen der geringen Bewegung der Venus gegen die Sonne bei diesen Phasen der Fehler bezüglich der Elongation von der Sonne und bezüglich der Position der Venus im Thierkreis 10^0 nicht übersteigt. In den unteren Theilen des Laufes konnten die Fehler sogar noch grösser werden, aber das kam nur in der Nähe der untern Conjunction vor, wo der Planet nicht beobachtet werden konnte.

Alsdann zeigte sich noch eine Unvollkommenheit in der Theorie des Eudoxus bei der Bewegung nach der Breite, eine Unvollkommenheit, welche bei der Venus merklicher ist als bei jedem andern Planeten. Die Hippopede schneidet die Ekliptik in vier Punkten, nämlich zweimal in ihrem Centrum und einmal in jedem ihrer äussersten Punkte. Daraus folgt, dass der Planet während eines synodischen Umlaufs die Ekliptik viermal treffen muss. Dieses ist aber weit von der Wahrheit entfernt, weil die jährliche Breitenparallaxe jährlich zweimal Null ist, nämlich wenn die Erde die Knotenlinie überschreitet; deshalb darf sich der Planet jährlich auch nur zweimal auf dem grössten Kreis befinden, welcher seine heliocentrische Bewegung auf der Himmelskugel bezeichnet. Die Breite des Planeten ist also nur dann Null, wenn er sich auf der Knotenlinie befindet, was zweimal während jedes siderischen Umlaufs vorkommt. Hierzu kommt noch, dass die Gestalt der Biegungen und Knoten der Trajectorie in den Monaten der Opposition und untern Conjunction in Wirklichkeit weniger symmetrisch, aber viel einfacher ist als die, welche sich aus den Hypothesen des Eudoxus ergibt. Anstatt eines Knotens mit vierfachem Schnittpunkt hat man gewöhnlich einen einfachen Knoten und manchmal auch nur eine Biegung nach entgegengesetzter Richtung (Fig. 18). Diese Unvollkommenheiten hatten bei der Theorie des Saturn und des Jupiter nicht viel zu bedeuten, weil bei diesen beiden Planeten die Breitenbewegung für die Beobachtungen

jener Zeit unbemerkt war. Bei den auf Mars und Merkur bezüglichen Hypothesen gelangten sie schon zu einiger Bedeutung; aber am meisten machten sie sich bei der Bewegung der Venus bemerkbar, welche eine Breite von 9^0 erreichen kann.

Mit diesen Auseinandersetzungen glaube ich alles das, was man über die Planetentheorie des Eudoxus beweisen oder vermuthen kann, erschöpft zu haben. Ihre Hauptzüge bestehen also darin: dass für die Sonne und den Mond diese Hypothesen über alle hauptsächlichsten Phänomene in befriedigender Weise Rechenschaft gaben, ausgenommen über die von der Excentricität herrührende Ungleichheit, welche entweder dem Eudoxus unbekannt war oder wenigstens von ihm nicht beachtet wurde. Für Jupiter und Saturn, und einigermassen auch für Merkur gaben sie eine im Allgemeinen befriedigende Erklärung der Bewegung nach Länge, der Stillstände, der Rückläufe und der anderen, von der solaren Anomalie abhängigen Erscheinungen. Auffallender waren die Mängel dieser Theorie bei der Venus, und am grössten traten sie bei Mars hervor; deshalb mussten die Schüler und Nachfolger des Eudoxus bald auf die Verbesserung der Hypothesen für diese beiden Planeten Bedacht nehmen. Die Grenzen der Breitenbewegungen ergaben sich aus den verschiedenen Hippopeden in ziemlich guter Uebereinstimmung mit den wirklich beobachteten Digressionen, wenn auch die Perioden der letzteren und ihre Oerter im Cyclus gänzlich irrig waren. Wenn wir jedoch Alles miteinander betrachten und auch auf den Zustand der praktischen Astronomie jener Zeiten Rücksicht nehmen, so wird jeder einsichtsvolle Leser in diesem System eine Erfindung erblicken müssen, würdig der Bewunderung nicht nur der Astronomen der Alten, sondern auch derjenigen unserer Zeit, da diese wohl wissen, wie schwer manchmal die Entdeckung der Wahrheit auch bei ganz einfachen Problemen wird. In jedem Fall gebührt dem Eudoxus der Ruhm, den ersten Versuch zur geometrischen Erklärung des Gesetzes gemacht zu haben, nach welchem die erste und einflussreichste der periodischen Grössen sich ändert, aus denen die planetarischen Ungleichheiten zusammengesetzt sind, nämlich die von der Elongation der Planeten von der Sonne abhängige Grösse. Sollten Jemandem diese Planetentheorien noch sehr roh erscheinen, so geben wir ihm zu bedenken, dass Eudoxus in keiner derselben von mehr als drei Constanten oder drei Elementen Gebrauch machte, nämlich der Epoche einer obern Conjunction, der Dauer des siderischen Umlaufs (womit die synodische Umlaufszeit zusammenhängt) und der Inclination der Axe der vierten Sphäre gegen die der dritten, wodurch die Dimensionen der Hippopede gänzlich bestimmt sind. In unserer Zeit sind zu demselben Zweck sechs Elemente für jeden Planeten nothwendig. Diesen Umstand empfehlen wir denjenigen zur Erwägung, welche auf eine oberflächliche Betrachtung

hin dem Eudoxus Verwicklung in einem System vorgeworfen haben, wie die Astronomie keines von grösserer Einfachheit und Symmetrie bis zu den Zeiten Keppler's sah.

VII. Die Reform des Callippus.

Die Lehre von den homocentrischen Sphären erhielt sich in der mathematischen Schule des Eudoxus auch nach seinem Tode, von welchem er um 355 in einem Alter von 53 Jahren betroffen wurde. Unter denjenigen, welche sich mit diesen Hypothesen beschäftigten, findet sich auch Menäechmus, ein Schüler des Eudoxus und der Erfinder der Kegelschnitte, aufgezählt.* Von Polemarchus aus Cyzikus, einem Freund des Eudoxus, lesen wir im Simplicius,** dass er ebenfalls sich mit den homocentrischen Sphären beschäftigte, die er wahrscheinlich durch directe Mittheilung von ihrem Erfinder kennen gelernt hatte. Callippus, der berühmteste und fähigste Astronom seiner Zeit, war ein Studiengenosse und wahrscheinlich auch ein Schüler des Polemarchus. Obgleich Callippus in Cyzikus geboren wurde, so war er doch vielleicht zu jung, um von der Schule, welche Eudoxus dort errichtet hatte, Nutzen ziehen zu können*** und es scheint, dass er durch Polemarchus in den Theorien dieses Astronomen unterrichtet wurde. Wie dem aber auch sei, nachdem er und Polemarchus sich überzeugt hatten, dass die eudoxischen Hypothesen nicht in allen Theilen durch die Beobachtungen bestätigt wurden (wie der Leser aus dem vorigen Abschnitt ersehen haben wird), so scheinen sie auf den Gedanken gekommen zu sein, dieselben zu verbessern und zu vervollkommen; und um von dem Wissen des Aristoteles, welcher schon damals für den ersten griechischen Philosophen nach dem Tode Plato's galt, Nutzen ziehen zu können, begaben sie sich mit einander nach Athen, wo Aristoteles lehrte. Es ist wahrscheinlich, dass sich dieses während des zweiten Aufenthalts des Aristoteles in Athen zutrug, also von 336 bis 323 (nach der Angabe Grote's),† während Callippus in der Blüthe seines Lebens stand und zu der Zeit, als er seinen berühmten, nach ihm benannten lunisolaren Cyklus aufstellte.†† Dem Aristoteles gefielen die Sphären des Eudoxus sehr, weil sie mit seinen cosmologischen Ideen gut übereinstimmten und ihm erlaubten, das Alles bewegende Princip ausserhalb des Universums anzubringen, im Gegensatz zu den Pythagoräern, welche es in dem Centrum annahmen. Ueber das Re-

* *Theonis Smyrnaei Astronomia ed. Martin*, p. 332.

** S. Anhang II, § 7 und 15.

*** Anhang II, § 7. Callippus lebte wahrscheinlich zwischen 370 und 300 v. Chr.

† Grote, Aristoteles, p. 9—10 des ersten Buches.

†† Die erste Callippische Periode fing mit dem Jahr 330 an.

sultat dieser Art von astronomischem Congress haben wir nur lückenhafte Nachrichten. Das unmittelbarste und dauerhafteste Ergebniss war, dass die Sphären des Eudoxus für die Folge als die Basis der Lehren der Peripatetiker über die Bewegungen am Himmel aufgestellt wurden. Diese Basis wurde zwar in jenen Schulen später modificirt, aber nie ganz aufgegeben. Von Callippus ist sicher, dass er die Theorien des Eudoxus in verschiedenen Theilen verbesserte und berichtigte; es ist aber nicht leicht zu entscheiden, ob allein, nach den Resultaten seiner eigenen Studien, oder unter der Mitwirkung des Aristoteles und Polemarchus. Die erstere Annahme scheint jedoch wahrscheinlicher, wie aus den Worten, mit denen Aristoteles über die im System des Eudoxus angebrachten Modificationen berichtet, hervorgeht; denn er schreibt diese ausschliesslich dem Callippus zu.* Aber über diese Reform hinterliess Callippus keine Schrift; einige Kenntnisse davon verdanken wir, wie ich eben sagte, dem Aristoteles und einige wenige kommen uns von Eudemos, durch Uebermittlung des Sosigenes und Simplicius, welche schon in anderer Hinsicht sich als sicher erwies. Eudemos, ein Zeitgenosse und Freund des Aristoteles, konnte bei der Ausarbeitung seiner Geschichte der Astronomie von Aristoteles (wenn nicht vielleicht von Callippus selbst) die kurzen, aber deutlichen Bemerkungen über die Arbeiten des Callippus in dieser Richtung erhalten haben. Leider war Simplicius nicht sehr freigebig in seinen dem Sosigenes entnommenen Mittheilungen und im Ganzen bleibt uns das System des Callippus weniger genau bekannt als das des Eudoxus. Ich will nun das Wenige, was über die Reformen des Callippus gesagt werden kann, auseinandersetzen und nacheinander die verschiedenen Himmelskörper vornehmen, auf welche diese Reformen angewandt wurden.

1. Jupiter und Saturn. Wir haben gesehen, dass für diese beiden Planeten die Hypothesen des Eudoxus sich ziemlich gut den Phänomenen anpassten. Aristoteles berichtet uns, dass Callippus für dieselben die nämliche Anordnung und die gleiche Anzahl, welche Eudoxus angenommen hatte, für diese beiden Planeten beibehielt. Es scheint also, dass Callippus für diese die Hypothesen des Eudoxus für genügend betrachtete; und man kann schliessen, dass die zodiakale Ungleichheit derselben ihm noch unbekannt blieb, wenn sie auch in ihrem grössten Werth bis auf 6^0 anwächst, sowohl bei dem einen wie bei dem andern dieser beiden Planeten. Wir müssen auch schliessen, dass er ihre Breitenabweichungen für nicht bestehend betrachtete, oder dass er glaubte, sie vernachlässigen zu können.

2. Mars. Die bedeutenden Fehler, welche die Theorie des Eudoxus bei diesem Planeten zeigte, erforderten eine geeignete Verbesserung, und Callippus glaubte, dass die Hinzufügung einer einzigen Sphäre zu denen

* S. Anhang I.

des Eudoxus für diesen Zweck genüge. Es ist offenbar, dass diese hinzugefügte Sphäre weder auf die tägliche Bewegung, noch auf die Bewegung im Thierkreis einen Einfluss haben sollte, sondern auf die synodische Bewegung, für welche die zwei Sphären des Eudoxus durchaus keinen Rücklauf hervorbringen konnten, wenigstens wenn man keinen groben Irrthum bezüglich der Dauer des synodischen Umlaufs begehen wollte. Nun aber ist sicher, dass man durch Beibehaltung der genauen Zeit für diesen Umlauf, d. i. 780 Tage, mittels Combination von drei Sphären einen Rücklauf für den Planeten erhalten kann, in dem Mass, als es zur Uebereinstimmung mit den Beobachtungen nothwendig ist, und zwar auf verschiedene Arten und ohne zu bedeutende Digressionen nach der Breite zu erhalten. Die einfachste Art, welche zugleich am besten die natürlichen Grenzen der Breite beibehält, ist folgende. Es sei (Fig. 19) AOB die Ekliptik, A und B zwei entgegengesetzte Punkte derselben, welche ihren ganzen Umfang während der Zeit des zodiakalen Umlaufs beschreiben. Um diese Punkte lasse man eine erste Sphäre in der Zeit des synodischen Umlaufs rotiren. Einen beliebigen Punkt P_1 auf dem Aequator dieser Sphäre nehme man als Pol einer zweiten an, welche doppelt so schnell als die erste, aber in entgegengesetzter Richtung mit derselben sich dreht und den Pol P_2 , welcher um den Bogen P_1P_2 (den wir Inclination heissen wollen) von P_1 absteht, mit sich führt. Um den Pol P_2 drehe sich im entgegengesetzten Sinn mit der zweiten Sphäre, aber in gleichem Sinn und in gleicher Zeitdauer mit der ersten, eine dritte Sphäre, auf deren Aequator der Planet M befestigt sei. Es ist leicht zu begreifen, dass, wenn am Anfang der Zeit die drei Punkte P_1P_2M auf der Ekliptik in der Reihenfolge AP_2P_1MB liegen, nach irgend einer Zeit der Winkel φ bei A dem Winkel bei P_2 gleich, und der Winkel bei P_1 das Doppelte dieses Winkels betragen wird. Und da $AP_1 = MP_2 = 90^\circ$ ist, so wird der Planet M längs der Ekliptik und symmetrisch zu derselben eine Curve beschreiben, welche je nach dem Werth, den man der Inclination P_1P_2 beilegt, ihre Form ändern wird. Diese Curve wird bei gewissen Werthen der Inclination sich sehr in die Länge und wenig nach der Breite erstrecken, und da sie im Punkt O in der Mitte zwischen den Polen A und B ihr Centrum hat, so wird sie ganz analog der Hippopede eine directe und retrograde Längenbewegung hervorbringen, sie wird aber vor der Hippopede den Vorzug haben, dem Planeten in der Nähe von O eine viel grössere directe und rückläufige Bewegung bei derselben Breitenbewegung geben zu können. Es ist deshalb möglich, den Planeten auch in denjenigen Fällen rückläufig machen zu können, wo sich die Hippopede des Eudoxus ungenügend zu diesem Zweck erweist.

Wenn wir zum Beispiel P_1P_2 gleich einem Achtel des Kreisumfangs annehmen, so findet man für die vom Planeten beschriebene Curve eine

Form wie ungefähr in Fig. 19. Die grösste Digression nach der Breite übersteigt nicht $4^{\circ} 11'$; die Curve hat auf der Ekliptik eine Länge von $95\frac{1}{3}^{\circ}$ und besitzt zwei dreifache Knotenpunkte gegen das Ende hin, deren jeder 45° vom Centrum entfernt ist. Während eines synodischen Umlaufs durchläuft der Planet vorwärts und rückwärts diese Curve vollständig und entfernt sich von seiner mittlern Position in O auf beiden Seiten um $47\frac{2}{3}^{\circ}$. Die Geschwindigkeit der directen und retrograden Bewegung nach der Länge ist, wenn sich der Planet im Centrum O befindet, 1,2929 der Geschwindigkeit des sich um die Axe AB bewegenden Poles P_1 . Da aber die Dauer der Umdrehung von P_1 um AB der synodischen Umlaufszeit des Mars, d. i. 780 Tagen, gleich ist, so beträgt die synodische Bewegung von P_1 täglich $\frac{360^{\circ}}{780}$, also $0,462^{\circ}$; diese Zahl gibt mit 1,2929 multiplicirt $0,597^{\circ}$ für die tägliche Geschwindigkeit der retrograden synodischen Bewegung des Planeten auf der Curve bei O , und diese Geschwindigkeit wird von den drei Sphären der synodischen Bewegung hervorgebracht. Aber weil der Punkt O wegen der Sphäre der zodiakalen Bewegung auf der Ekliptik sich direct täglich um $0,525^{\circ}$ weiter bewegt,* so wird folglich der Planet in rückläufiger Bewegung entgegengesetzt der Ordnung der Thierkreiszeichen täglich um $0,597^{\circ} - 0,525^{\circ}$, d. i. $0,072^{\circ}$ fortrücken. Dieses genügt, um die Phänomene des Mars mit einer gewissen Annäherung darzustellen. Würde man die Inclination P_1P_2 um etwas vergrössern, so erhielte man Resultate, die der Wahrheit noch näher kämen.

Bezüglich der Breitenbewegung erhält man hier auch kein besseres Resultat, als mit der Hippopede; auf jedem periodischen Umlauf erreicht der Planet viermal seine nördliche und viermal seine südliche Grenze (immer in der Breite $\pm 4^{\circ} 11'$) und durchschneidet achtmal die Ekliptik, nämlich zweimal im Curvencentrum O und dreimal in jedem der beiden Knotenpunkte. Aber ich muss hier nothwendigerweise hinzufügen, dass, obgleich dieses vielleicht die einfachste und folglich auch die wahrscheinlichste Lösung ist, welche Callippus über die Bewegungen des Mars durch Hinzufügung einer einzigen Sphäre möglicherweise gegeben haben kann, man doch nicht mit Gewissheit bestimmen kann, ob dieses wirklich auch die Lösung des Astronomen von Cyzikus ist, da sich Nichts in den alten Quellen findet, was uns über diesen Punkt Aufklärung verschaffen könnte.

3 Merkur und Venus. Wie beim Mars, so fügte Callippus auch beim Merkur und bei der Venus eine Sphäre hinzu, um dadurch die noch

* Nehmen wir die zodiakale Umlaufszeit des Mars zu 686 Tagen an, so ist die tägliche zodiakale Bewegung $= \frac{360^{\circ}}{686} = 0,525^{\circ}$.

unvollkommene Theorie, welche Eudoxus für diese beiden Planeten aufgestellt hatte, zu verbessern. Für die Venus erhält man eine etwas bessere Darstellung der Bewegungen durch Annahme des schon für den Mars angegebenen Mechanismus und durch Einführung der in Fig. 19 dargestellten Curve an Stelle der Hippopede des Eudoxus. Setzt man die Inclination gleich einem Achtel des Kreisumfangs und lässt das Centrum der Curve beständig mit der Sonne zusammenfallen, so erhält man als grösste Elongationen $47\frac{2}{3}^{\circ}$, welche sehr nahe an die Wahrheit kommen. Auch die Geschwindigkeit, womit Venus von der grössten östlichen Elongation zur westlichen übergeht, ist besser nachgeahmt: weil in der Curve Fig. 19 der Uebergang von einem dreifachen Knotenpunkt zum andern in dem vierten Theil der synodischen Umlaufszeit vor sich geht, im zweiten Viertel wird der entgegengesetzte Weg zurückgelegt, und die beiden noch übrigen Viertel sind zur sehr langsamen Beschreibung der kleinen Schleifen an beiden Enden, deren Länge ungefähr $2\frac{2}{3}^{\circ}$ beträgt, nothwendig. Dadurch erhält man jedoch für die Venus keine retrograde Bewegung in der untern Conjunction, auch kann man durch Annahme von anderen Combinationen der Sphären ebensowenig seinen Zweck erreichen.* Vielleicht war sowohl dem Callippus als auch dem Eudoxus die Existenz dieser retrograden Bewegung unbekannt.

Für den Merkur war schon die Theorie des Eudoxus ziemlich genau, und ohne Zweifel konnte durch Anwendung einer neuen Sphäre eine noch grössere Genauigkeit erzielt werden. Die Unsicherheit ist in diesem Fall gross, deshalb überlasse ich es Anderen, für diesen Fall einleuchtende und wahrscheinliche Annahmen zu machen, wenn dieses bei dem vollständigen Mangel von Andeutungen überhaupt möglich ist.

4. Die Sonne. Nach den Angaben des Eudemus hatte Callippus zwei Sphären bei der Theorie der Sonne hinzugefügt, um damit die hundert Jahre früher von Meton und Euktemon entdeckte Ungleichheit ihrer Längenbewegung darstellen zu können.** Diese Unregelmässigkeit machte sich den Astronomen jener Zeit durch die Ungleichheiten der vier Zeiträume bemerk-

* Da die synodische tägliche Bewegung der Venus im Mittel $\frac{360}{370} = 0,973^{\circ}$ nach Eudoxus beträgt, so kann man mit Hilfe des Mechanismus in Fig. 19 beim Planeten eine retrograde Bewegung von $0,632^{\circ} \cdot 1,2929 = 0,817^{\circ}$ hervorbringen. Da aber die directe zodiakale Bewegung im Punkt *O* derjenigen der Sonne gleich ist, also täglich $0,986^{\circ}$ beträgt, so wird die resultirende Bewegung des Planeten noch direct sein und täglich $0,169^{\circ}$ betragen. Man kann wirklich durch gewisse Combinationen der Sphären eine rückläufige Bewegung hervorbringen, aber in allen von mir untersuchten Fällen ist dieser Rücklauf von unzulässigen Breitenbewegungen begleitet oder von unmöglichen Elongationen bezüglich der Sonne.

** S. Anhang II, § 7.

bar, in welche die Dauer eines Jahres durch den Eintritt der Sonne in die beiden Aequinoctien und die beiden Solstitien getheilt war. Glücklicherweise sind uns durch den schon mehrmals angeführten Papyrus des Eudoxus die Längen, welche Callippus diesen vier Zeiträumen beilegte, noch erhalten,* und dadurch gewinnen wir eine Vorstellung von der Sonnentheorie dieses Astronomen. Die Dauer dieser Zeiträume entnahm der Autor des Papyrus dem Parapegma oder dem meteorologischen Kalender des Callippus, und diese sind deshalb nur in einer ganzen Anzahl von Tagen ausgedrückt, was man nothwendigerweise bei ihrer Untersuchung bedenken muss. Folgende Tafel giebt in der zweiten Reihe die Dauer dieser vier Zeitintervalle so, wie sie der Papyrus dem Callippus zuschreibt; in der dritten Reihe stehen diese vier Zeitintervalle, wie sie sich nach der heutigen Theorie** für das Jahr 330 v. Chr. ergeben, die vierte Reihe gibt die Fehler an, welche Callippus bei der Schätzung dieser vier Zeitintervalle machte. Die drei letzten Reihen geben dieselben Elemente nach der Sonnentheorie des Euktemon an, welcher um das Jahr 430 v. Chr. beobachtete; auch sie sind diesem Papyrus entnommen.***

Intervalle.	Im Jahre 330, nach		Fehler des Callip- pus.	Im Jahre 430, nach		Fehler des Eukte- mon.
	Callip- pus.	der heutigen Theorie.		Eukte- mon.	der heutigen Theorie.	
	Tage.	Tage.	Tage.	Tage.	Tage.	Tage.
Frühlingsäquinocmium }	94	94,17	— 0,17	93	94,23	— 1,23
Sommersolstitium . . }	92	92,08	— 0,08	90	92,01	— 2,01
Herbstäquinocmium . . }	89	88,57	+ 0,43	90	88,52	+ 1,48
Wintersolstitium . . }	90	90,44	— 0,44	92	90,50	+ 1,50
Frühlingsäquinocmium }						

Diese Tafel zeigt auf den ersten Blick, welche Fortschritte in Griechenland die Beobachtung der Sonne von 430 bis 330 v. Chr. gemacht hatte. Die Fehler des Callippus erreichen in keinem Fall die Grösse von einem halben Tag, und folglich sind die von ihm im Parapegma angegebe-

* S. Böckh, über die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, p. 46.

** Die nach dem jetzigen Standpunkt der Astronomie sich hierfür ergebenden Zahlen sind unter der Annahme berechnet, dass das Perigäum jedes Jahr um 61,7'' gegen die Aequinoctialpunkte vorrückt, und dass sich die Excentricität jedes Jahr um 4,24 Einheiten der siebenten Decimalstelle vermindert.

*** S. Böckh, Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, p. 46.

nen Werthe so genau, als man sie überhaupt mit einer ganzen Anzahl von Tagen ausdrücken kann. Die Fehler des Euktemon dagegen steigen bis zu zwei ganzen Tagen. Es ist wichtig zu bedenken, dass diese Bestimmungen nicht zur Classe jener gehören, welche immer an Genauigkeit in dem Mass zunehmen, als die Beobachtungen durch Jahre und Jahrhunderte fortgesetzt werden, wo der Vortheil immer auf der Seite der neuesten ist (wie zum Beispiel bei der Bestimmung der mittleren Bewegungen). Das Studium der Ungleichheit der Sonnenbewegung zieht keinen Nutzen aus der Länge der darauf verwendeten Zeit, sondern verdankt nur der Genauigkeit der Beobachtungsmethoden seinen Fortschritt, und die Vergleichung der Resultate des Euktemon mit denen des Callippus zeigt, wie sehr letzterer die Arbeit des ersteren vervollkommen hatte.

Es ist nicht der geringste Zweifel, dass, wenn wir die genaue Angabe der von Callippus durch seine Beobachtungen der Aequinoctien und Solstitionen erlangten Resultate besäßen, wir daraus Werthe für die Elemente der solaren Anomalie erhalten könnten, welche der Wahrheit sehr nahe kommen. Eudemos erzählt, dass Callippus zur Darstellung dieser Anomalie zwei Sphären anwandte, und man kann kaum zweifeln, dass der Mechanismus, den er benützte, um Rechenschaft von der abwechselnden Beschleunigung und Verzögerung der Sonnenbewegung zu geben, mit demjenigen identisch war, welchen Eudoxus anwandte, um die synodische Ungleichheit der Planeten darzustellen, welche, wenn sie auch viel merklicher als die Ungleichheit der Sonnenbewegung war, damals in ihren Wirkungen letzterer analog zu sein schien.

Mit Beibehaltung der drei Sphären des Eudoxus, sowohl der Ordnung als der Stellung nach,* hatte Callippus nichts weiter zu thun, als zwei Sphären hinzuzufügen, von denen die erste ihre Pole auf der dritten Sphäre des Eudoxus hatte, welche die Bahn der Sonne mit gleichförmiger Bewegung während der Dauer eines Jahres beschrieb; die zweite, auf welcher die Sonne sich befand, hatte ihre Pole auf der ersten, und ihre Axe war gegen die Axe der ersten etwas geneigt; sie hatte die gleiche Geschwindigkeit wie die erste, aber die entgegengesetzte Drehungsrichtung. Wenn man der Inclination einen der grössten Ungleichheit gleichen Werth ertheilt (welcher für Callippus wie für uns 2^0 beträgt), so ergibt sich für die Sonne durch diese beiden neuen Sphären eine Hippopede, deren Länge auf der Ekliptik 4^0 und deren Breite fast $1'$ auf beiden Seiten der Ekliptik beträgt. Die Genauigkeit, womit diese Hypothese die Bewegung der Sonne nach der

* Der Umstand, dass Callippus auch die dritte der Sonnensphären des Eudoxus beibehielt, zeigt, dass auch er die Nutation der Sonnenbahn um die fest liegende Ekliptik zugab. S. Abschnitt IV.

Länge ergibt, ist fast derjenigen gleich, welche man später mit Hilfe des excentrischen Kreises und des Epicykels erlangte, und der Fehler erreicht nur die Quadrate der Excentricität. Die Dauer des Sonnenjahres betrug nach Callippus ebenso wie nach Eudoxus $365\frac{1}{4}$ Tage, was sich aus der Betrachtung des Callippischen Cyklus ergibt, in welchem 76 Jahre genau gleich 27759 Tagen angenommen sind.*

5. Der Mond. Callippus verbesserte auch die Mondsbeziehung sehr sorgfältig, welche er viel genauer als Meton kannte; man nahm an, dass die Periode des Callippus von 27759 Tagen genau 940 Lunationen enthalte, woraus sich für die Dauer einer Lunation 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten und fast 13 Secunden ergeben, was die wirkliche Dauer derselben nur um 10 Secunden übersteigt. Callippus fügte zu den drei Mondsphären des Eudoxus noch zwei hinzu, welche (wenn wir das, was Simplicius darüber sagt, buchstäblich nehmen**) zur Erklärung der von Meton und Euktemon in der Sonnenbewegung entdeckten Ungleichheiten eingeführt wurden. Auf den ersten Blick könnte diese Verbesserung der Theorie eines Gestirns wegen der Ungleichheiten eines andern sonderbar scheinen; die Angabe des guten Peripatetikers könnte jedoch zufällig nicht ganz ohne Sinn sein; denn wenn zum Beispiel Callippus die eigentliche Anomalie des Mondes nicht gekannt und die Beibehaltung einer für alle Lunationen vollständig gleichen Zeitdauer für nothwendig gefunden hätte, so hätte für ihn dieses der Grund sein können, in die Längenbewegung des Mondes eine der Sonnenbewegung vollständig gleiche Anomalie einzuführen. Mit mehr Wahrscheinlichkeit kann man jedoch annehmen, dass Simplicius der Kürze wegen seine auf die Sonne und den Mond bezüglichen Angaben zusammenfasste, vielleicht aus dem Grunde, weil Callippus für jedes dieser beiden Gestirne eine gleiche Anzahl von Sphären hinzugefügt hatte; und ich glaube mich der Wahrheit mehr zu nähern, wenn ich die Annahme mache, dass die Hinzufügung von zwei Sphären beim Mond eine Ursache hatte, welche der Hinzufügung derselben Anzahl von Sphären bei der Sonne nicht identisch, sondern analog war. Und diese Ursache war die Ungleichheit in der Längenbewegung des Mondes, welche manchmal bis auf 8^0 anwachsen kann und sich bald bemerkbar machen musste, hauptsächlich wenn man die zwischen mehreren aufeinanderfolgenden Mondsfinsternissen liegenden Zeitintervalle untereinander und die entsprechenden Längen dieses Gestirns, welche in diesem Fall aus denen der Sonne sehr leicht abgeleitet werden können, verglich. Diese Ungleichheit konnte damals ziemlich gut durch zwei Sphären, welche den beiden für die Sonne hinzugefügten analog waren

* *Bailly, hist. de l'astr. ancienne, I, p. 249.*

** Anhang II, § 7.

und in entgegengesetzter Richtung um einander in der Dauer eines anomalistischen Monats rotirten,* dargestellt werden. Die Inclination würde in diesem Fall der grössten Anomalie des Monds gleich angenommen werden müssen, deren mittlerer Werth 6° beträgt; die Hippopede des Monds würde eine Länge von 12° erhalten, und da ihre grösste Abweichung von der Mondbahn $9'$ nicht übersteigt, so geht daraus eine für die Breitenbewegung gänzlich unmerkliche Störung hervor. Also konnte man auch für den Mond durch diese Annahmen die Phänomene ebenso gut darstellen, als durch irgend eine andere Theorie vor der Entdeckung der Evection.

So viel kann man ohngefähr über die Verbesserungen, welche Callippus an den Hypothesen des Eudoxus anbrachte, behaupten, ohne Gefahr zu laufen, sich in leere Vermuthungen zu verlieren. Er hatte die damals bekannte Theorie mit dem Resultat der Beobachtungen verglichen, hatte Differenzen gefunden und war infolge dessen bemüht, diese Differenzen durch Verbesserung der früheren Hypothesen zu beseitigen. Dieser Fortschritt von ausschliesslich wissenschaftlicher Natur wird von denjenigen richtig gewürdigt werden, welche bei der Beurtheilung des Verdienstes jener alten Forscher die angewandte Methode, die den Untersuchungen ihren eigentlichen Charakter aufdrückt, von den Beobachtungsmitteln und Instrumenten zu unterscheiden wissen, welche Dinge untergeordneter Art sind. Eudoxus und Callippus hatten weder genaue Instrumente, noch die Hilfe der Trigonometrie. Mit Hilfe graphischer Constructionen und vielleicht auch jenes Zweiges der Mechanik, den die Griechen mit dem Namen *σφαίροποιία* bezeichneten und der damals viel nothwendiger und wichtiger als in unserer Zeit gewesen zu sein scheint,** gelang es ihnen, eine genaue Vorstellung von der durch Combination so vieler Sphären hervorgerufenen Bewegung zu erlangen und die Zusammenstellung dieser Sphären den Beobachtungen anzupassen. Es ist sicher, dass diese den Forderungen jener Zeit angepassten Mittel für alle Probleme der theoretischen und praktischen

* Damit will ich nicht behaupten, dass Callippus schon die Differenz zwischen dem anomalistischen und dem siderischen Monat, sowie die Bewegung der Apsiden der Monatsbahn kannte. Wenn man einerseits anführen kann, dass er ein fleissiger Beobachter des Mondes war, und dass sein Zeitgenosse und Landsmann Helikon sich mit der Vorherbestimmung der Finsternisse beschäftigte, so muss andererseits auch bemerkt werden, dass die Entdeckung der Bewegung der Apsiden viele Bedingungen erforderte, von denen wir nicht wissen, ob sie damals bei dem Astronomen von Cyzikus vereinigt waren. Dreissig oder vierzig Jahre früher kannte Eudoxus nicht einmal die Excentricität der Mondbahn. Es ist also besser, die Frage unentschieden zu lassen.

** Bei den Alten nannte man *σφαίροποιία* (die Kunst Sphären zu construiren) jenen Zweig der Mechanik, welcher zum Gegenstand die materielle Nachahmung der Himmelsbewegungen hat. S. *Proclus, Comm. Eucl., p. 41, ed. Friedlein.*

Astronomie genügten und dass damals wirklich eine Astronomie ohne Trigonometrie bestand; trotz der Aeusserung, welche ein berühmter Geschichtsschreiber über unsere Wissenschaft aussprach, der in derselben nie etwas Anderes sehen mochte, als eine Gelegenheit zur Entwicklung einer Unzahl von trigonometrischen Formeln, und der dieses hübsche Kriterium zur Grundlage seiner Beurtheilung aller Astronomen des Alterthums, sowie der neueren Zeit machte.

VIII. Weitere Modificationen am System des Eudoxus.

Die Systeme des Eudoxus und Callippus waren, wie wir schon bemerkten, einfach geometrische Constructionen, welche zum Zweck der Beantwortung der von Plato vorgelegten Frage, „durch welche Annahmen von regelmässigen und geordneten Bewegungen sich die im Lauf der Planeten beobachteten Erscheinungen darstellen liessen“, erdacht wurden. Wie die Bewegungen dieser Sphären sich vollziehen, würden die Urheber des Systems nicht anzugeben gewusst haben, wahrscheinlich weil sie als Astronomen und Beobachter das Problem der Angabe der Ursachen als ausserhalb ihres Wirkungskreises liegend ansahen und meinten, dass dieses eher zur Physik gehöre. Dass sie die Urheber der festen krystallinen Sphären, über welche so viele wegwerfende Bemerkungen gemacht wurden, gewesen wären, ist eine Annahme, welche nicht die geringste historische Begründung für sich hat. Eudoxus und Callippus beschäftigten sich gar nicht mit der Aufgabe, die Bewegungen der verschiedenen Sphären unter sich zu verknüpfen; für sie bildeten die Sphären eines Planeten ein von den Sphären eines andern vollständig unabhängiges System, und zwar aus dem einfachen Grund, weil zur Erklärung der Bewegung eines jeden Planeten Hypothesen nothwendig waren, welche diesem allein angepasst und von den für die anderen geltenden Hypothesen vollständig unabhängig waren.

Das Problem, die ganze Reihe dieser Bewegungen zu einer systematischen Gesamtheit zu verknüpfen und die inneren Sphären von den äusseren abhängig zu machen, kam dem Aristoteles in den Sinn, welcher in einer solchen mechanischen Verbindung das Mittel sah, den Grundgedanken seiner kosmischen Dynamik zur Geltung zu bringen, nach welcher die das Weltall bewegende Kraft am Umfang wirken und sich von da bis zum Centrum fortpflanzen sollte. Zu diesem Zweck vereinigte er alle von Callippus angegebenen Sphären zu einem Ganzen; um jedoch die Mittheilung der Bewegungen der äusseren Gestirne auf die inneren zu verhüten, schaltete er nach der letzten und innersten Sphäre eines jeden Planeten, sowie vor der äussersten Sphäre des darauf folgenden inneren Planeten eine gewisse Anzahl von neuen Sphären ein, die er reagirende nannte. Die

Wirkungsweise derselben wurde von Sosigenes (s. Anhang II, §§ 8—13) ausführlich beschrieben. Man kann diese Beschreibung kurz in Folgendem zusammenfassen: es seien z. B. $ABCD$ die vier Sphären des Callippus für den Saturn, A die äusserste, D die innerste, auf welcher der Planet befestigt ist, und welche zugleich an den Bewegungen der andern theilnimmt. Wenn wir innerhalb der Sphäre D eine erste reagirende Sphäre D' , die um die Pole von D mit gleicher, aber entgegengesetzter Geschwindigkeit rotirt, einführen, so werden die Umdrehungen von D und D' sich gegenseitig aufheben und jeder Punkt von D' wird sich so bewegen, als wenn er fest mit der Sphäre C verbunden wäre. Bringt man ferner innerhalb D' eine zweite reagirende Sphäre C' an, welche dieselben Pole wie C und mit dieser gleiche, aber entgegengesetzte Geschwindigkeit hat, so werden sich die Rotationen von C und C' gegenseitig aufheben und jeder Punkt auf C' wird sich so bewegen, als wenn er fest mit der Sphäre B verbunden wäre. Bringt man schliesslich innerhalb C' eine dritte reagirende Sphäre B' an, welche um dieselben Pole und mit gleicher Geschwindigkeit wie B , aber in entgegengesetzter Richtung rotirt, so werden sich die Umdrehungen von B und B' gegenseitig aufheben und jeder Punkt von B' wird sich so bewegen, als ob er fest mit der Sphäre A verbunden wäre. Aber da nach der Annahme die Sphäre A die Bewegung des Fixsternhimmels hat, so wird sich auch B' wie dieser bewegen; und folglich wird sich die Sphäre des Jupiter innerhalb B' so bewegen können, als ob alle Sphären des Saturn nicht bestünden und als ob B' selbst die Sphäre der Fixsterne wäre.

Hieraus ist klar, dass, wenn n die Anzahl der deferirenden Sphären eines Planeten ist, die Hinzufügung von $n-1$ reagirenden die Wirkung von ebenso vielen der ersten Gattung aufhebt und verhindert, dass die inneren Sphären von den Bewegungen der äusseren gestört werden. Und ebenso leuchtet ein, dass für den Mond, als den letzten der Planeten, keine reagirenden Sphären nothwendig sind. Die Anzahl der von Aristoteles zufolge der Hypothesen des Callippus angenommenen Sphären, sowohl der deferirenden als der reagirenden, ist folgende:

	deferirende	reagirende
für Saturn	4	3
„ Jupiter	4	3
„ Mars	5	4
„ Merkur	5	4
„ Venus	5	4
„ Sonne	5	4
„ Mond	5	0
Summe	33	22

Die Gesamtzahl beträgt 55, wie auch Aristoteles angibt. Es scheint jedoch, dass Aristoteles die Sache etwas oberflächlich nahm, weil in dieser Zahl sechs Sphären überflüssig sind. Denn weil die letzte reagirende Sphäre des Saturn dieselbe Bewegung wie der Fixsternhimmel hat und die erste deferirende des Jupiter nach Callippus sich ebenfalls wie der Fixsternhimmel bewegt, so können diese beiden Sphären als eine einzige betrachtet werden, da sie unmittelbar aufeinander folgen und dieselbe Bewegung um dieselben Pole haben. Ebenso kann die letzte reagirende des Jupiter und die erste deferirende des Mars als eine einzige Sphäre betrachtet werden; ebenso die letzte reagirende des Mars und die erste deferirende des Merkur u. s. w. Noch einen andern Fehler scheint Aristoteles begangen zu haben, welchen zu rechtfertigen sich seine zahlreichen Commentatoren ohne Erfolg viele Mühe gegeben haben. Es sagt nämlich der Stagirite, dass, wenn man bei der Sonne und beim Mond die beiden von Callippus eingeführten Sphären nicht hinzunimmt, sich die Gesamtzahl der deferirenden und reagirenden Sphären auf 47 reducirt. Nun aber beträgt die wirkliche Zahl, wie leicht zu sehen ist, in diesem Fall 49. Man sehe im Anhang II, was Sosigenes und Simplicius über diesen Punkt sagen.

Ueber das, was nach Callippus und Aristoteles bezüglich des Systems der homocentrischen Sphären geschah, haben wir nur sehr wenige Nachrichten. Theophrast beschäftigte sich damit, und wir finden ihn deshalb zweimal erwähnt.* Eudemus kannte es und wusste auch die Gründe für die von Callippus eingeführten Aenderungen anzugeben. Ihm verdanken wir vor allen Anderen unsere Kenntnisse über die homocentrischen Sphären. Welche weitere Verbesserungen in den peripatetischen Schulen daran angebracht wurden, können wir unmöglich wissen. Durch Simplicius jedoch erfahren wir, dass schon von Anfang an ein gefürchteter Einwurf, welcher das System unzulässig machen musste, entgegen gehalten wurde, nämlich jener, welcher von dem Wechsel des Glanzes der Planeten, hauptsächlich des Mars und der Venus, hergenommen ist, und der uns zur Annahme einer Veränderung ihrer Entfernungen von der Erde zwingt, was mit der Concentricität aller Sphären bezüglich des Erdmittelpunkts unvereinbar ist. Auf diesen Einwurf hatte schon Polemarchus, eines der Mitglieder der in Athen gehaltenen astronomischen Versammlung, antworten müssen. Diese Schwierigkeiten wuchsen und wurden unübersteiglich mit der Entdeckung der Veränderung der scheinbaren Durchmesser der Sonne und des Mondes; und Sosigenes, obgleich selbst Peripatetiker, scheint dadurch, dass er diese Veränderung zeigte, nicht wenig zum Sturz dieses Systems beigetragen zu haben. Sosigenes hat ausser demjenigen, was er in seinem Commentar

* S. Anhang II, §§ 2 und 13.

zum Werk des Aristoteles *de coelo* hierüber bemerkt, ein Werk *περὶ τῶν ἀνελιπτοῦσων* geschrieben, welches ausschliesslich von den homocentrischen Sphären handelt. Die einzige Stelle, welche wir aus diesem Werk noch haben,* betrifft gerade die Durchmesser der Sonne und des Mondes, und wir können wahrscheinlich aus derselben schliessen, dass sie auf die Widerlegung der Hypothesen des Eudoxus zielte und beweisen sollte, dass dieselben den Beobachtungen nicht genügen.

Unter die Astronomen, welche den Lauf der Himmelskörper durch die homocentrischen Sphären zu erklären versuchten, ist auch Autolycus zu zählen, der Autor zweier bekannten, jetzt noch existirenden Werkchen über die elementarsten Begriffe der täglichen Bewegung, sowie des Auf- und Untergangs der Gestirne in den Sonnenstrahlen.** Leider gibt uns das, was Sosigenes über die Versuche des Autolycus zur Erklärung der Veränderung der Lichtstärke der Planeten sagt, keine positive Aufklärung und erlaubt uns auch nicht zu behaupten, dass seine Hypothesen denen des Eudoxus und Callippus analog waren (s. Anhang II, § 14). Uns bleibt Nichts weiter übrig, als den Namen des Autolycus denjenigen Griechen beizufügen, welche vor Hipparch sich damit beschäftigten, eine den Phänomenen angemessene Theorie des Universums aufzustellen.

Bei der Betrachtung der kosmischen Systeme der Griechen, in dem Zeitraum zwischen Eudoxus und Hipparch (360 bis 125), finden wir die Meinungen in viele Parteien gespalten. Denn während die letzten Pythagoräer sich zum System der beweglichen excentrischen Kreise*** bekannten, wusste Heraklides Ponticus schon, dass es möglich wäre, die Phänomene auf die Weise zu erklären, welche später von Copernicus angenommen wurde, und Aristarch hatte dieselbe Hypothese aufgestellt. Andere fingen an, die Theorie der Epicykeln auszubilden, und unter diesen sind Apollo-

* *Procli hypot. ed. Halma, p. 111.* Man sehe auch Anmerk. * pag. 196.

** Besprochen von Delambre, *Astr. ancienne I, p. 19—48.*

*** Das System der von den Geschichtsschreibern der Astronomie erwähnten excentrischen beweglichen Kreise findet man bei verschiedenen alten Autoren, nämlich bei Geminus, Nicomachus, Proclus und Theon von Smyrna, von denen der Letztere nach dem Muster des Peripatetikers Adrast die ausführlichste und genaueste Darlegung gibt. Dieses System ist eine Varietät des später nach Tycho benannten, und in ihm muss man die natürliche Stufe erkennen, welche einige Griechen zu den Ideen des Copernikus führte. Den Beweis hierfür gedenke ich bei einer andern Gelegenheit zu liefern. In meiner Arbeit „über die Vorläufer des Copernikus“ nahm ich Veranlassung, auf eine Lücke im Ideengang aufmerksam zu machen, welcher den Aristarch und Andere, die vor ihm lebten, zur Annahme des heliocentrischen Systems führte. Später erkannte ich, dass diese Lücke durch das System der excentrischen beweglichen Kreise, dem ich damals nicht die gebührende Aufmerksamkeit geschenkt hatte, ausgefüllt ist.

nius von Perga und nach Apollonius Hipparch zu nennen. Trotz dieser Verschiedenheit der Ansichten scheinen die Sphären des Eudoxus bis zu den Zeiten des Archimedes, also bis zum Ende des dritten Jahrhunderts v. Chr., den Vorrang behauptet zu haben, nicht nur in den aristotelischen Schulen, sondern auch bei den Astronomen. Zu diesem Schluss veranlassen mich einige Worte des Archimedes im *Arenarius*, welche man bis jetzt nicht viel beachtet zu haben scheint: „Der grösste Theil der Astronomen“, sagt er, „pflegt unter dem Wort Welt eine Kugel zu verstehen, deren Mittelpunkt das Centrum der Erde, und deren Halbmesser die Verbindungslinie des Centrums der Sonne mit dem Centrum der Erde ist.“* Diese Astronomen, nach welchen die Sonne an dem Ende der Welt stand, konnten sicherlich weder die Pythagoräer mit ihren beweglichen excentrischen Kreisen, noch Apollonius mit seinen Epicykeln, noch Aristarch sein. Aber es konnten gerade die Vertreter der Sphären des Eudoxus und Callippus darunter verstanden werden, weil Eudoxus nur Kenntniss von den Entfernungen des Mondes und der Sonne hatte und wusste, dass letztere ungefähr neunmal weiter als der erstere entfernt sei. Ueber die Entfernungen der anderen Planeten (welche zu jener Zeit allgemein über die Sonne hinaus versetzt wurden) gab es keine bestimmten Annahmen, und es ist wahrscheinlich, dass man, um nicht nutzlose Intervalle einzuführen, die Bewegenden Sphären der Planeten sehr nahe an einander oder unter einander zusammenfallend annahm und sie etwas jenseits der Sonne, jedoch sehr nahe an die Begrenzungssphäre der Welt, d. i. an die Sphäre der Fixsterne versetzte, weil die fünf Planeten sich nur durch die Verschiedenheit ihrer Bewegungen von den Fixsternen unterschieden. Auch kann man die allgemeine Verbreitung, welche Archimedes dieser von ihm berichteten Ansicht zuschreibt, zu einer Zeit, in welcher die peripatetischen Schulen im grössten Ansehen standen, auf Nichts besser beziehen, als auf die Lehre von den homocentrischen Sphären.

Wenn man nun diese Ueberlegung mit dem zusammenhält, was die alten Schriftsteller uns über die von Archimedes künstlich verfertigten Sphären erzählen, so könnte man vielleicht mit einem Anschein von Wahrscheinlichkeit den Schluss ziehen, dass diese künstlichen Sphären nach den Grundsätzen des eudoxischen und callippischen Systems construiert worden sind. Dieses System war in der That damals in seinen Theilen hinreichend ausgearbeitet, um in seiner Wirkungsweise durch einen Mechanismus nachgeahmt werden zu können, was man nicht in gleicher Weise von den anderen, in den Schulen weniger verbreiteten Systemen sagen kann. Ausserdem ist zu bemerken, dass das System der homocentrischen Sphären wegen

* Die Sandrechnung des Archimedes, in der Ausgabe von Torelli, p. 319.

seiner eleganten Symmetrie sehr geeignet war, um durch die Kunst der *σφαίροποιία* mittelst sinnreicher und einfacher Mechanismen dargestellt zu werden, wie Jedermann, der etwas über den Bau dieses Systems nachgedacht hat, leicht erkennen kann. Das sind jedoch nur Vermuthungen, welche ich zur Anregung weiterer Forschungen anführe.

Als später der Wechsel der Helligkeit bei Mars und Venus, und die Auffindung der Aenderung der scheinbaren Durchmesser bei der Sonne und beim Mond die Vermeidung der Unregelmässigkeit und der Asymmetrie, welche aus den excentrischen Bewegungen entsteht, ganz unmöglich gemacht hatten, musste der interessante geometrische Theil des Systems der Sphären der überzeugenden Kraft der Phänomene weichen, und es begann der Sieg der Epicykeln. Die aristotelischen Schulen hatten damals der Sprache der Natur noch nicht Auge und Ohr verschlossen, und ihre Dogmen waren noch keine starren Nachahmungen des Stagiriten und seiner Ausleger. Wir sehen deshalb, dass Sosigenes selbst, einer der Peripatetiker, die Unzulässigkeit der genauen Symmetrie des Weltalls in Bezug auf seinen Mittelpunkt schliesslich erkennt, und wir sehen, dass später dasselbe Bekenntniss mit derselben Aufrichtigkeit von Simplicius abgelegt wird. Indem diese edlen Philosophen die Wahrheit, welche sich ihnen bei den empirischen Beobachtungen darbot, annahmen (ein Beispiel, das von den Häuptern gewisser moderner Schulen nur zu wenig Nachahmung fand), bestrebten sie sich, die Folgerungen, welche sich aus den Grundprincipien ihrer Lehren ergaben, damit in Uebereinstimmung zu bringen. Aus diesem Bestreben ging eine Umänderung des Systems der Sphären dadurch hervor, dass der Epicykel in Gestalt einer kleineren zwischen die grösseren Sphären eingeschalteten Sphäre eingeführt wurde. Es sei in Fig. 21 O das Centrum der Welt, $JLKM$ ein deferirender Kreis, J das Centrum eines Epicykels; ferner beschreibe man mit den Radien OB und OA um O die beiden Sphären $BDCE$ und $AFHG$, und betrachte die zwischen diesen liegende Kugelschicht als Sphäre des Planeten; man nehme alsdann an, dass der Aequator der kleinen zwischen dieser Kugelschicht befindlichen Sphäre AB der Epicykel sei und dass sich auf diesem Aequator der Planet befindet, so ist klar, dass die gleichzeitige Rotation der Kugelschicht um die Axe des Kreises $JKLM$ und der kleineren Sphäre um die Axe des Epicykels J dieselbe Wirkung hervorbringen wird, als die Bewegung des Epicykels auf dem deferirenden Kreis und des Planeten auf dem Epicykel. Das ist das System der körperlichen Sphären, welches zum Beispiel von dem Peripatetiker Adrast beschrieben wird, von welchem Theon von Smyrna in seinem Buch über die Astronomie Auszüge gegeben hat und welches dann von vielen späteren Schriftstellern bis zum Ende des siebzehnten Jahrhunderts mit oder ohne Modificationen wiederholt wurde. Diese Construction konnte

vielleicht noch bis zu einem gewissen Punkt den kosmologischen Ansichten der Aristoteliker entsprechen und kann in diesem Sinn als ein Zweig des homocentrischen Systems betrachtet werden. Aber genau genommen entsagte man von dem Augenblick an dem homocentrischen System gänzlich, in welchem eine einzige bezüglich des Centrums der Welt excentrische Bewegung im Universum zugelassen wurde; und die körperlichen Sphären sind eher eine Verkleidung der Epicykeln, als eine Nachkommenschaft der Lehren des Eudoxus. Die wirkliche homocentrische Lehre findet sich indess noch bei dem Araber Alpetragius, bei Hieronymus Fracastor und bei dem Consentiner G. B. Amici,* von denen der Erste im zwölften, die beiden Letzteren dagegen im sechzehnten Jahrhundert die Bewegungen am Himmel mittelst concentrischer Sphären wiederum zu erklären versuchten, indem sie die excentrischen Kreise und die epicyklische Bewegung verwarfen. Aber diese späten Früchte gehören nicht mehr zur organischen Entwicklung der Wissenschaft und bilden keinen wesentlichen Bestandtheil ihrer Geschichte. Ich beschliesse deshalb hiermit meine Forschungen, und es würde mich freuen, wenn der Leser dieser Abhandlung einen kleinen Theil des Vergnügens empfand, welches mir die Bearbeitung derselben gewährte.

Anhang I.

Auszug aus dem 12. Buch der Metaphysik des Aristoteles, Cap. 8.**

Eudoxus nahm an, dass die Sonne und der Mond von je drei Sphären bewegt würden, von denen die erste diejenige ist, welche sich wie die Fixsterne bewegt; die zweite bewegt sich nach dem Kreis, welcher durch die Mitte des Thierkreises geht, die dritte nach einem schief in die Breite der Zone des Zodiakus gestellten Kreis. Von diesen schiefen Kreisen hat derjenige, nach welchem sich der Mond bewegt, eine grössere Neigung nach Breite als der, in dem sich die Sonne bewegt. (Und er sagt), die Planeten seien von je vier Sphären getragen, von denen die erste und zweite dieselben sind als die für die Sonne und den Mond, da diejenige der Fix-

* *Joannis Baptistae Amici Consentini de motibus corporum coelestium iuxta principia peripatetica sine excentricis et epicyclis. Venetiis MDXXXVI.* Dieses ist ein wirklich geistvolles Werkchen und steht hoch über den vielgerühmten homocentrischen Sphären Fracastor's, welche noch Niemand verstanden hat.

** *Aristoteles, Graece ex recensione Immanuelis Bekkeri edidit Academia Regia Borussica. Tom II, pag. 1073—1074. Berolini 1831.*

sterne allen zugehört, und die darauffolgende, welche die Bewegung längs des Thierkreises hervorbringt, allen gemeinsam ist. Und die Pole der dritten befänden sich für alle auf dem mittlern Kreis der Zeichen; die Bewegung der vierten gehe sodann nach einem zur Mitte der vorhergehenden schiefen Kreis vor sich.* Die Pole der dritten Sphäre seien verschieden für einige Planeten, identisch für Aphrodite und Hermes.

Callippus nahm dieselbe Anordnung der Sphären wie Eudoxus an, das ist dieselbe Reihenfolge (der verschiedenen Sphären eines und desselben Gestirns), und gab für Jupiter und Kronos dieselbe Anzahl (von Sphären, wie Eudoxus) an; aber bei der Sonne und beim Mond, meinte er, müsse man noch je zwei Sphären hinzufügen, um von den Erscheinungen Rechenschaft zu geben, für die übrigen Planeten je eine.

Damit man aber durch gleichzeitige Combination aller (Sphären) von den Erscheinungen Rechenschaft geben könne, ist es nothwendig, dass für jeden Planeten (ausser den vorigen) ebenso viele reagirende** Sphären, weniger eine, angenommen werden, welche die erste Sphäre des unmittelbar darauf folgenden Gestirns immer in dieselbe Stellung zurückführen, weil es nur auf diese Weise möglich ist, dass sich die Bewegungen der Planeten vollziehen können. Da nun die Anzahl der Sphären, welche sich bewegen, einerseits 8 und andererseits 25 ist,*** so werden von diesen nur diejenigen nicht zurückgedreht werden müssen, von welchen die Bewegung des untersten aller (dieser Gestirne) abhängt.† Für die beiden ersten (Gestirne) werden also 6 reagirende (Sphären) bestehen, und für die vier folgenden 16; die Gesamtzahl der bewegenden und reagirenden Sphären wird also 55 betragen. Wenn man bei der Sonne und beim Mond die Bewegungen, von denen wir sprachen, nicht hinzufügt, wird die Gesamtzahl der Sphären 47 betragen.††

* Hierunter ist ohne Zweifel der Aequator der vorhergehenden Sphäre zu verstehen.

** ἀνελιπτούσας, d. h. im entgegengesetzten Sinne sich drehend. Derselbe Ausdruck findet sich bei den Späteren, wie bei Sosigenes und Simplicius, in weiterem Sinne genommen, und bedeutet alle Sphären des Systems, sowohl deferirende als reagirende; in diesem Sinn haben wir dasselbe Wort mit „revolvirend“ übersetzt.

*** Nämlich 8 für Jupiter und Kronos (von welchen jeder 4 Sphären nach Callippus hat) und 25 für die anderen 5 Sterne (von denen jeder nach Callippus 5 Sphären hat).

† Nämlich des Mondes.

†† Diese Zahl stand schon in den alten Büchern, nach dem Zeugniß des Sosigenes, Simplicius, Alexander und Porphyrius, in deren Commentaren zum Aristoteles. S. hierüber Anhang II, § 12.

Anhang II.

Auszug aus dem Commentar des Simplicius zum zweiten Buch des Aristoteles *de coelo*.*

1. Man sagt, dass bei den Griechen zuerst Eudoxus von Cnidus (wie Eudemos im zweiten Buch der Geschichte der Astronomie erzählte, und auf dessen Autorität hin Sosigenes) mittelst ähnlicher Hypothesen die Lösung des (nach Sosigenes Erzählung) von Plato den mit diesen Dingen sich Beschäftigenden vorgelegten Problems versucht habe; nämlich: durch welche Annahme von regelmässigen und geordneten Bewegungen die in den Bewegungen der Planeten beobachteten Erscheinungen dargestellt werden könnten... Eudoxus benützte zu diesem Zweck die Hypothese der revol- virenden Sphären.**

2. Dem Eudoxus also und seinen Vorgängern schien die Sonne drei Bewegungen zu haben, nämlich erstens die mit den Fixsternen gemeinsame Umdrehung von Osten nach Westen, zweitens die in entgegengesetzter Richtung mit der Ordnung der zwölf Zeichen vor sich gehende Bewegung, und drittens eine zum mittlern Kreis des Zodiakus seitliche Bewegung; das Letztere wurde daraus geschlossen, dass die Sonne in den Sommer- und Wintersolstitien nicht immer an demselben Ort aufgeht.*** Deshalb nahm Eudoxus an, sie werde von drei Sphären getragen, welche Theophrast ἀνάστρον (ungestirnte) nennt, weil jede, ohne einen Stern zu tragen, mit

* Brandis, *scholia in Aristotelem edidit Academia Regia Borussica (Berolini 1836)*, p. 498—504; *Simplicii Commentarius in IV libros Aristotelis de coelo, ex recensione Sim. Karstenii, mandato regiae academiae disciplinarum Nederlandicae editus (Trajecti ad Rhenum 1865)*, p. 219—229. Ich habe keinen Vergleich an- gestellt mit der aldinischen Ausgabe vom Jahre 1526, trotz der bedeutenden Dif- ferenzen, welche sie mit den späteren Ausgaben hat. Denn es ist seit dem Jahr 1810 durch die Untersuchungen des Amedäus Peyron bekannt, dass die Aldina kein Originaltext ist, sondern eine griechische Zurückübersetzung eines früheren lateinischen Textes. S. Peyron, *Empedoclis et Parmenidis fragmenta ex codice Taur. restituta et illustrata, Lipsiae 1810*, p. 3—26. Einige Stellen habe ich mit dem Codex des Simplicius, der sich in der Bibliothek der königl. Universität zu Turin befindet, vergleichen lassen.

** ἀνεκλιπυσσών ist das Wort, womit man häufig die Sphären des Eudoxus von Schriftstellern, die nach ihm lebten, bezeichnet findet. In dieser Abhandlung vermied ich diese Bezeichnung, weil sie zweideutig ist, indem Aristoteles (s. An- hang I) mit demselben Namen jene Classe der von ihm hinzugefügten Sphären bezeichnete, welche zur Aufhebung der Bewegungen der anderen dienten. Wir werden immer die bewegenden Sphären als „deferirende“ bezeichnen, dagegen die von Aristoteles hinzugefügten als „restituirende oder reagirende“; mit dem Namen „homocentrisch oder revolvirend“ werden wir beide Arten bezeichnen.

*** Natürl.: des Horizontes.

den unteren verbunden ist und von den oberen im Kreis herumbewegt wird. Da die Sonne drei Bewegungen hat, so war es unmöglich, sie nach entgegengesetzten Richtungen durch eine einzige Sphäre zu bewegen, da weder die Sonne, noch der Mond, noch die anderen Planeten sich selbst frei bewegen, sondern alle, auf einem kreisförmigen Körper befestigt, in Umschwung versetzt werden. Wenn wirklich der Umlauf nach der Länge in derselben Zeit vor sich ginge als die grösste Abweichung nach der Breite, so wären zwei Sphären hinreichend, eine für die Bewegung im Sinn der Umdrehung des Fixsternhimmels von Osten nach Westen, und eine zweite, welche sich um eine Axe dreht, die in der ersten Sphäre, senkrecht zum schiefen Kreis, welchen die Sonne zu beschreiben schiene, befestigt ist. Da aber die Sache sich nicht so verhält und dieser Kreis in einer Zeit beschrieben wird, verschieden von der, welche zur Rückkehr bis zu derselben Breite nothwendig ist, so muss man noch eine dritte Sphäre zu Hilfe nehmen, damit jede der beobachteten Erscheinungen eine entsprechende Bewegung habe. Eudoxus nahm nun an, dass von diesen drei unter sich und zum Universum concentrischen Sphären die äusserste sich um die Pole der Welt in demselben Sinn wie der Fixsternhimmel dreht und diese Umdrehung in derselben Zeit vollführt; dass die zweite, welche kleiner als die erste und grösser als die dritte ist, sich von Westen nach Osten um eine Axe dreht, die, wie wir schon anführten, senkrecht zu dem durch die Mitte des Zodiakus gelegten Kreis steht; und dass die dritte, die kleinste von allen, ebenfalls in demselben Sinn wie die zweite sich dreht, aber um eine andere Axe, die man sich senkrecht zur Ebene eines gewissen grössten schiefen Kreises zu denken hat, welchen die Sonne mit ihrem eigenen Centrum beschreibt, getragen von der kleinsten aller dieser Sphären, in welcher sie befestigt ist. Und die durch diese Sphäre hervorgerufene Verzögerung nimmt Eudoxus bei weitem langsamer an als die, welche durch diejenige Sphäre hervorgerufen wird, die die dritte Sphäre umschliesst, und die nach Stellung und Grösse die mittlere ist, was aus der von ihm über die Geschwindigkeiten (*περὶ ταχῶν*) geschriebenen Abhandlung hervorgeht. Nun aber bewegt die grössere der drei Sphären, bei ihrer die Fixsterne begleitenden Umdrehung, auch die anderen beiden, weil sich auf ihr die Pole der zweiten befinden, und weil die zweite Sphäre die Pole der dritten trägt, auf der die Sonne befestigt ist. Da ähnlicher Weise die zweite die Pole der dritten Sphäre in sich hat, so wird sie diese mit eigener Bewegung zur Umdrehung veranlassen, und damit auch die Sonne; deshalb scheint sich dieselbe von Ost nach West zu drehen. Wenn die mittlere* und die kleinste Sphäre für sich

* Ich lese *μέση* mit Brandis. Karsten hat *μεγίστη*, was offenbar falsch ist.

selbst unbeweglich wären, so würde die Bewegung der Sonne genau auf dieselbe Weise und in derselben Zeit wie die tägliche Bewegung des Universums vor sich gehen. Da sich aber jene zwei Sphären in entgegengesetzter Richtung drehen, so verspätet sich die Rückkehr der Sonne von einem Aufgang bis zum nächstfolgenden um die oben angegebene Zeit. Und das genügt für die Sonne.

3. Hinsichtlich des Mondes waren die Dinge theils in ähnlicher, theils in verschiedener Weise geordnet. Auch er ist von drei Sphären getragen, weil auch bei ihm drei Bewegungen beobachtet wurden. Von diesen geht eine wie die Bewegung des Fixsternhimmels vor sich; die zweite dreht sich im entgegengesetzten Sinn mit der vorigen um eine auf der Ebene der Ekliptik* senkrechte Axe gerade so wie bei der Sonne. Die dritte ist nicht ganz so wie die dritte Sphäre der Sonne, da sie ihr zwar bezüglich der Stellung, aber nicht bezüglich der Bewegung ähnlich ist, welche im entgegengesetzten Sinn mit der Bewegung der zweiten Sphäre vor sich geht, und zwar in einer der ersten Sphäre ähnlichen Bewegung, als langsame Umdrehung um eine zur Ebene des vom Mondmittelpunkt scheinbar beschriebenen Kreises senkrecht stehende Axe; die Neigung dieser Ebene zur Ebene der Ekliptik ist gleich der grössten Digression des Mondes nach Breite. Die Entfernung der Pole der dritten Sphäre von denen der zweiten, gezählt auf der Peripherie des grössten Kreises, der diese beiden Pole verbindet, ist offenbar gleich der Hälfte der ganzen Breitenbewegung des Mondes. Die erste Sphäre nahm er (Eudoxus) an zur Erklärung der täglichen Bewegung des Mondes von Osten nach Westen; die zweite wegen der Verzögerung, welche beim Mond längs des Thierkreises beobachtet wird (directe Bewegung nach der Länge); die dritte, weil der Mond seine nördlichste und südlichste Position nicht immer in denselben Punkten des Thierkreises zu erreichen scheint, sondern weil sich diese Punkte immer, der Ordnung der Zeichen entgegengesetzt, verschieben, weshalb die Bewegung dieser Sphäre ebenso wie die der Fixsternsphäre vor sich geht. Und wegen der kleinen Grösse der rückläufigen Bewegung, welche besagte Punkte während eines jeden Monats zurücklegen, gab er (Eudoxus) der dritten Sphäre eine sehr langsame Bewegung gegen Westen. So viel über den Mond.

4. Bezüglich der fünf Planeten sagt Aristoteles bei seiner Auseinandersetzung der Ansicht des Eudoxus,** dass sie mittelst vier Sphären bewegt

* Der Kürze wegen für: der Kreis, welcher durch die Mitte des Thierkreises geht; ich substituire hierfür „Ekliptik“, obgleich dieses Wort bei den Alten vor Achilles Tatius, einem Schriftsteller des 4. Jahrhunderts n. Chr., nicht gebraucht wird.

** Man sehe die oben aus dem 12. Buch der Metaphysik angeführte Stelle im Anhang I.

würden, von denen die erste und zweite dieselben sind und dieselbe Stellung haben, wie die beiden ersten Sphären der Sonne und des Mondes. Bei jedem Planeten dreht sich die Sphäre, welche alle anderen umschliesst, um die Weltaxe von Osten nach Westen in derselben Zeit als die Sphäre der Fixsterne; die zweite, deren Pole auf der ersten sind, macht ihre Umdrehung im entgegengesetzten Sinn von Westen nach Osten um die Axe und die Pole der Ekliptik in einer Zeit, welche derjenigen gleich ist, die der Planet zu gebrauchen scheint, um einen Umlauf im ganzen Thierkreis zurückzulegen. Er (Eudoxus) sagt alsdann, dass für die Sterne Hermes und Eosphoros die Umdrehung der zweiten Sphäre während eines Jahres vor sich geht, für den Ares in 2 Jahren, für Jupiter in 12 und für den Kronos, welchen die Alten das Gestirn der Sonne nannten, in 30 Jahren.

5. Die beiden anderen Sphären (der Planeten) verhalten sich alsdann wie folgt: die dritte Sphäre eines jeden hat ihre Pole auf der Ekliptik, welche man sich auf der zweiten Sphäre desselben Planeten beschrieben denken kann, und dreht sich von Süden nach Norden, in einer Zeitdauer, die jeder Planet von einem Erscheinen bis zum nächsten Wiedererscheinen nothwendig hat,* während welcher Dauer er bezüglich der Sonne alle seine Stellungen einnimmt; diese Zeitdauer nennen die Mathematiker synodische Umlaufszeit.** Diese ist verschieden für die verschiedenen Planeten, und deshalb ist die Umlaufszeit der dritten Sphäre für alle (Planeten) nicht gleich, sondern beträgt nach Eudoxus für den Stern der Aphrodite 19 Monate, für den des Hermes $3\frac{2}{3}$ Monate,*** für den des Ares 8 Monate und 20 Tage,† für den Stern des Jupiter und des Kronos annäherungsweise 13 Monate. Das ist also die Bewegung und die Umlaufszeit für die dritte Sphäre. Die vierte Sphäre, welche den Stern trägt, dreht sich nach einem schiefen Kreis, um Pole, die einem jeden Planeten eigen sind (und von denen eines andern verschieden), in einer Zeit, welche der Umdrehungszeit der dritten Sphäre gleich ist, aber in entgegengesetztem Sinn von Osten nach Westen. Dieser schiefe Kreis ist, wie er sagt, gegen den grössten Parallelkreis auf der dritten Sphäre weder auf gleiche Weise, noch um dieselbe Grösse bei allen (Planeten) geneigt.

* Wenn der Planet nach der Conjunction mit der Sonne aus den Sonnenstrahlen heraustritt, und am Morgen seine *φάσις* bildet.

** *διεξόδον χρόνον* ist die Umlaufszeit im Epicyklus, nach dem ptolemäischen System.

*** *ἐν μηνὶ τοισὶ δέμοις*, Karsten. Brandis hat die gleichbedeutende Variante *ἐν ἡμέραις δέκα καὶ ἑκατόν*.

† Diese Zeitdauer ist falsch, aber alle Ausgaben haben diese Zahl, und so auch die lateinische des Guil. de Moerbeka.

6. Offenbar veranlasst jene Sphäre, welche sich wie die Fixsternsphäre bewegt, die anderen, von denen jede die Pole der folgenden trägt und also auch die das Gestirn tragende, und somit auch das Gestirn, auf gleiche Weise sich mit ihr zu drehen; und dadurch bewirkt sie den Aufgang und Untergang eines jeden Gestirns. Die zweite Sphäre veranlasst das Gestirn, die zwölf Zeichen zu durchlaufen, da sie sich um die Pole der Ekliptik dreht und die beiden anderen Sphären mit dem Gestirn durch die aufeinanderfolgenden Theile des Thierkreises führt,* in einer Zeit, während welcher jeder Planet diesen Kreis zu durchlaufen scheint. Die dritte Sphäre, deren Pole in der zweiten, auf der Ekliptik sich befinden und welche sich von Süden nach Norden und von Norden nach Süden dreht, führt die vierte, das Gestirn tragende Sphäre mit sich und verursacht die Bewegung desselben nach der Breite. Jedoch ist sie es nicht allein, welche diese Bewegung bewirkt. Denn so oft das Gestirn, der dritten Sphäre folgend, sich gegen die Pole der Ekliptik hinbewegt und den Weltpolen genähert hat, so führt es die vierte Sphäre, deren Umlauf um die Pole des schiefen Kreises, worauf das Gestirn sich befindet, im entgegengesetzten Sinn mit der dritten, aber in derselben Zeit, wie der Umlauf dieser, vor sich geht, auf der andern Seite ebenso weit herab, und veranlasst es dadurch, die Ekliptik zu durchschneiden und zu beiden Seiten derselben die von Eudoxus Hippopede genannte Curve zu beschreiben. Die Breite derselben ist genau der Breitenbewegung des Gestirns gleich; dieses gab Veranlassung, Einwürfe gegen Eudoxus vorzubringen. Das ist nach Eudoxus das System der Sphären, deren Anzahl 26 beträgt, vertheilt auf sieben Gestirne, nämlich sechs für die Sonne und den Mond, und zwanzig für die anderen fünf (Planeten).

7. Callippus aus Cyzikus, welcher mit Polemarchus, einem Bekannten des Eudoxus, studirte, kam mit Polemarchus nach Athen, um über die Erfindungen des Eudoxus sich mit Aristoteles zu besprechen und um dieselben durch dessen Hilfe zu berichtigen und zu vervollständigen. Weil nach der Ansicht des Aristoteles sich alle Himmelskörper um das Centrum der Welt bewegen mussten, so zog er die Lehre der homocentrisch zum Universum sich umwälzenden Sphären der über die excentrischen Kreise, welche von vielen Späteren angenommen wurde, vor.... Ueber Callippus schrieb Aristoteles im 12. Buche der Metaphysik Folgendes: „Callippus nahm dieselbe Anordnung der Sphären an wie Eudoxus, nämlich dieselbe Reihenfolge, und legte sowohl dem Jupiter als dem Kronos dieselbe Anzahl von Sphären bei, aber für die Sonne und für den Mond glaubte er je zwei Sphären hinzufügen zu müssen, um von den Erscheinungen Rechen

* Nämlich von Westen nach Osten.

schaft zu geben; bei den übrigen Planeten je eine.“ Es beträgt also nach Callippus die Gesamtzahl der Sphären fünf mal fünf, vermehrt um zwei mal vier, d. i. dreiunddreissig. Man kennt übrigens keine Schrift des Callippus, welche den Grund für die Vermehrung der Sphären angibt, auch Aristoteles gab den Grund dafür nicht an. Eudemos indess erzählt kurz, welche Phänomene den Callippus zur Hinzufügung jener Sphären veranlassten: denn er berichtet, dieser habe behauptet, wenn wirklich zwischen den Zeitpunkten der Solstitien und der Aequinoctien solche Differenzen in den Zeitintervallen vorkämen, wie Euktemon und Meton (gefunden zu haben) glaubten, für jeden dieser beiden Körper (Sonne und Mond) drei Sphären zur Erklärung der Phänomene nicht ausreichten, wegen der Anomalie, welche sich für die Bewegungen derselben daraus ergibt. Der Grund, weshalb Callippus eine einzige Sphäre für jeden der drei Planeten Ares, Aphrodite und Hermes hinzufügte, wurde von Eudemos kurz und deutlich angegeben.*

8. Nachdem Aristoteles die Ansicht des Callippus über die revolvirenden Sphären erzählt hat, fügt er hinzu: „Damit man sich durch das gleichzeitige Zusammenwirken aller (dieser Sphären) von den Erscheinungen Rechenschaft geben kann, muss man bei jedem Planeten zu den vorigen Sphären ebensoviele reagirende, weniger eine, hinzufügen; letztere haben den Zweck, die erste Sphäre des darauffolgenden unteren Gestirns in dieselbe Stellung zurückzuführen, denn nur so ist es möglich, dass die Bewegungen der Planeten vor sich gehen können.“ Da dieses von Aristoteles so kurz und deutlich gesagt wird, so versuchte Sosigenes, dessen Scharfsinn lobend, den Zweck der hinzugefügten Sphären zu finden;** und er sagt, dass ihre Einführung in die Hypothesen nothwendig sei, um daraus die Stellung und die nothwendige Geschwindigkeit sowohl für diejenige Sphäre, welche die tägliche Bewegung eines jeden Planeten darstellt, als auch für die anderen, unter dieser liegenden Sphären abzuleiten. Weil jede (nach Bewegung und Stellung) mit der Fixsternsphäre, oder mit einer andern übereinstimmende Sphäre mit dieser sich um dieselbe Axe und in derselben Zeitdauer drehen muss, so kann man ohne die Hinzufügung der

* Hier scheint im Text des Simplicius Etwas zu fehlen.

** Ich bin lange im Zweifel gewesen, ob es nicht besser wäre, Alles von hier an bis zum § 14 ganz wegzulassen, weil hier auf einigen Seiten Ideen entwickelt sind, welche wir deutlicher auf zehn Zeilen darlegen könnten. Nach dieser Stelle zu urtheilen, in welcher Simplicius den Sosigenes fast wörtlich anführt, müssen wir glauben, dass der berühmte Reformator des römischen Kalenders der weitschweifigste und langweiligste Schriftsteller seiner Zeit war. Zuletzt habe ich mich jedoch entschlossen, Nichts wegzulassen, weil diese Stelle einige Wichtigkeit hat und fast das einzige einigermaßen Wichtige ist, das von diesem Philosophen auf unsere Zeit kam.

Sphären, von denen Aristoteles spricht, nichts erreichen. Nehmen wir, sagt Sosigenes, um uns dieses deutlicher zu machen, jene Sphären, welche das Gestirn des Jupiter tragen. Wenn wir in die letzte der vier (Sphären) des Kronos, auf welcher dieser Planet befestigt ist, die Pole der ersten Sphäre des Jupiter einfügen, wie können dieselben in der Axe der Fixsternsphäre bleiben, während die sie tragende Sphäre sich um eine davon verschiedene und zu dieser schiefstehende Axe dreht? Und dennoch ist es nothwendig, dass diese Pole auf der Axe der äussersten Bewegung bleiben, wenn wir wollen, dass die um dieselben sich drehende Sphäre dieselbe Stellung wie die Fixsternsphäre beibehält. Weil nun aber die drei (letzten) das Gestirn des Kronos tragenden Sphären, verbunden sowohl unter einander, als auch mit der ersten, von denen jede ihre eigene Geschwindigkeit hat, rotiren, so wird sicherlich die Bewegung der vierten nicht einfach, sondern mit den Bewegungen aller oberen Sphären zusammengesetzt sein. Wir werden in der That zeigen, dass, wenn mehrere Sphären in entgegengesetztem Sinn zu einander rotiren, man einen Theil der ihnen gehörigen Rotationsgeschwindigkeiten verliert; wenn hingegen die Bewegungen übereinstimmen, so kommt zu der, einer jeden (der unteren) zugehörigen Geschwindigkeit noch eine andere, welche ihr von den oberen (Sphären) mitgetheilt wird, hinzu. Wenn man deshalb mit der letzten Sphäre, auf der das Gestirn des Kronos befestigt ist, unmittelbar die erste des Jupiter, in Verbindung bringt und dieser ihre eigene Geschwindigkeit ertheilt, damit beim (täglichen) Umschwung der Welt auch sie ihre Umdrehung in diesem Sinn vollführt, so werden die Bewegungen der oberhalb befindlichen Sphären ihr die Beibehaltung dieser Geschwindigkeit nicht erlauben, sondern es wird eine Vergrösserung (der Geschwindigkeit) hervorgehen, weil sie sich gegen Westen bewegen, sowohl die getragene Sphäre, als auch jene anderen, nach derselben Seite.* Dasselbe gilt für die anderen darauf folgenden Sphären; die Bewegung wird immer zusammengesetzter und ihre Pole werden sich aus der ihnen zugehörigen Stellung herausbewegen. Aber wie wir auseinandergesetzt haben, darf weder das Eine, noch das Andere eintreten. Damit nun dieses nicht eintrete und keine solche Unordnung hervorgehe, schuf er (Aristoteles) „die reagirenden Sphären, welche die erste Sphäre des nächstunteren Gestirns immer in dieselbe Stellung zurückführen“. So nämlich sind seine eigenen Worte, und dadurch werden beide Gründe für die Einführung dieser Sphären angegeben, nämlich mit dem Wort „reagirend“ die Wiederherstellung der Bewegung zur eigenen Geschwindigkeit, und mit dem Ausspruch „diejenigen, welche die erste Sphäre des nächstunteren Gestirns immer in dieselbe Stellung zurückführen“, die

* Nämlich die vier Sphären des Saturn.

Erhaltung der Pole in ihrer zugehörigen Stellung. Denn nach diesen Polen richtet sich die Stellung der beweglichen Sphären, da die Pole die einzigen festen Punkte sind. Alsdann sagt er, dass durch diese zurückführenden Sphären die erste Sphäre des nächstunteren Gestirns wieder (in ihre richtige Stellung) zurückgebracht wird, weil durch Annahme dieser (Sphäre), durch diese Zurückführung,* die Stellung und die zugehörige Geschwindigkeit bei den folgenden Sphären (desselben Gestirns), ganz wie es sein soll, geordnet wird. Auf welche Weise dieses zugeht, zeigt Sosigenes dadurch, dass er einige für seine weitere Auseinandersetzung nothwendige Erörterungen vorausschickt, worüber das Folgende eine kurze Erklärung gibt.

9. Es seien zwei homocentrische Sphären, z. B. *DE* und *ZH*,** und ausserdem noch eine dritte äussere, die beiden vorigen einschliessende, entweder festliegend, oder die beiden vorigen mit sich in Umschwung versetzend,*** gegeben; nehmen wir an, dass die beiden ersten (um dieselben Pole) mit gleicher Geschwindigkeit in gleicher Zeit, im entgegengesetzten Sinn rotiren, so behaupte ich, dass alle Punkte der innern Sphäre bezüglich der äussersten dieselbe Lage beibehalten, als wenn die innere Sphäre unbeweglich geblieben wäre. Gesetzt es habe sich *DE* wie von *A* aus gegen *B* bewegt, wenn diese die kleinere (Sphäre) *ZH* mit sich führte und diese sich nicht im entgegengesetzten Sinn bewegte, so würde man sehen, dass beim Uebergang von *D* unter (den Punkt) *B*, auch *Z* zu derselben Zeit unter *B*† zu liegen kommt. Aber wenn *ZH* von *DE* bewegt wird und zu derselben Zeit mit ihrer eigenen Bewegung in entgegengesetztem Sinn rotirt, so wird *ZH* um denselben Betrag, als sie vorrückte, durch sich selbst rückwärts gedreht worden sein, so dass, wenn *D* unter *B* liegt, *Z* noch unter *A*, in seiner früheren Lage, sich befinden wird, wodurch die Wahrheit der Behauptung hervorgeht. Wenn also die *AB* fest bleibt, so ist aus dem Bisherigen klar, dass durch die beiden entgegengesetzten Bewegungen jeder Punkt der vorwärts und rückwärts bewegten inneren Sphäre immer in Bezug auf dieselben Punkte der äusseren Sphäre dieselbe Lage beibehalten wird; dieses würde aber nicht eintreten, wenn sie sich nur in einem Sinn drehen würde. Wenn sich alsdann *AB* drehen würde, entweder in demselben Sinn wie die zweite Sphäre *DE*, oder im entgegen-

* *ἀνάλειψιν* Karsten, *ἀνέλλουσιν* Brandis.

** S. Fig. 20; da sich diese Figur in keiner der Ausgaben befindet, so habe ich versucht, dieselbe mit Hilfe des Textes zu entwerfen.

*** Ich lese mit Brandis *εἴτε μενούσης εἴτε περιαγομένης ἐκείνης*, was einen bessern Sinn gibt als die Lesart Karsten's, *εἴτε κινουμένης εἴτε μενούσης τῆς περιεχούσης*.

† Sowohl Brandis als Karsten haben *A* anstatt *B*, was offenbar falsch ist und mit dem Folgenden im Widerspruch steht.

gesetzten, so findet bei den Punkten der dritten Sphäre ZH dasselbe statt, weil dieselbe mit DE gedreht und zurückgedreht wird, wie vorher; denn wenn sich die Sphäre AB von A gegen B dreht und die DE so mit sich führt, dass D gegen E hinrückt, so wird die mittlere Sphäre DE sich entweder in demselben Sinn wie AB , oder im entgegengesetzten, mit irgend einer Geschwindigkeit, bezüglich AB drehen, aber immer in derselben Zeit wie ZH , und da sie diese mit sich führt, so wird sie bewirken, dass der Punkt Z aus der geraden Linie heraustritt. Da aber die dritte Sphäre (durch sich selbst) im entgegengesetzten Sinn sich dreht, so wird Z wiederum unter A zu liegen kommen, und da dieses immerwährend so vor sich geht, so werden alle Punkte der Sphäre ZH unter denselben Punkten der Sphäre AB liegen bleiben. Somit ist die Behauptung für die um dieselbe Axe rotirenden Sphären bewiesen. Dasselbe gilt aber auch noch, wenn sie sich nicht um dieselbe Axe drehen;* denn die zusammenfallende Lage der Punkte unter dieselben Punkte wird nicht durch die Bewegung (dieser Punkte) unter denselben Parallelen hervorgerufen, sondern durch die Drehung und die entgegengesetzte Drehung der eingeschlossenen Sphäre (ZH) bezüglich der einschliessenden (AB), weshalb jene ebensoviel an Bewegung verliert, als sie gewann; sei es nun, dass diese entgegengesetzten Bewegungen in einem schiefen Kreis oder in einem senkrechten (nämlich senkrecht zur Axe, um welche sich AB dreht) vor sich gehen.

10. Hat man wiederum zwei homocentrische, nach gleicher Richtung mit einer gewissen Geschwindigkeit sich bewegende Sphären, und nimmt man an, dass die kleinere sich nicht nur mit der grösseren bewegt, sondern auch mit derselben eigenen Geschwindigkeit in demselben Sinn,* so wird die dadurch erzeugte Bewegung (der kleineren) mit doppelter Geschwindigkeit vor sich gehen. Und wenn die (eigene) Geschwindigkeit der kleineren Sphäre das Doppelte betragen wird, so wird die für dieselbe sich ergebende Geschwindigkeit das Dreifache sein, und so fort. Denn wenn die grössere die kleinere um einen Quadranten dreht, und die kleinere mit der gleichen Eigenbewegung um einen Quadranten sich weiterbewegt, hat letztere eine drehende Bewegung um zwei Quadranten ausgeführt; es ist mithin ihre Gesamtbewegung das Doppelte von der Bewegung der ersten. So verhält sich die Sache, sagt er (Sosigenes), in dem Fall, in welchem die Bewegungen um dieselben Punkte vor sich gehen. Wenn die Pole verschieden sind, so wird auch die Wirkung eine andere, wegen der schiefen Lage der zweiten Sphäre (bezüglich der ersten). Denn in diesem Fall

* Nämlich weil die Axe der ersten Sphäre AB verschieden ist von der gemeinsamen Axe, um welche in gleichen Zeiten und im entgegengesetzten Sinn sich die zweite und die dritte Sphäre DE und ZH drehen.

setzen sich die Geschwindigkeiten nicht so zusammen, sondern, wie man mit dem Parallelogramm beweisen kann, wird eine Bewegung in der Richtung des Diameters hervorgebracht,* zusammengesetzt aus zwei Bewegungen, von denen die eine die Bewegung eines Punktes nach der Länge des Parallelogramms ist, die andere die eines Punktes, der die Breite des Parallelogramms in derselben Zeit, wie der vorige die Länge durchläuft. Dadurch gelangt der Punkt gleichzeitig an das andere Ende des Diameters, sowie der Länge der durchlaufenen Seiten, und da der Diameter nicht gleiche Länge mit der von diesen Seiten gebildeten gebrochenen Linie hat, sondern kleiner ist, so wird die aus der Zusammensetzung beider Geschwindigkeiten hervorgehende Geschwindigkeit kleiner sein als ihre Summe.** Ähnlich ist es, wenn zwei homocentrische Sphären um dieselben Pole oder um verschiedene Pole in entgegengesetzten Richtungen in der Weise rotiren, dass die kleinere von der grössern geführt wird und sich (mit ihrer Eigenbewegung) gegen letztere bewegt; jeder Punkt der kleinern wird zu seinem Umlauf mehr Zeit brauchen, als wenn er nur mit der grössern in unveränderlicher Weise verbunden wäre. Deshalb findet die Zurückkehr der Sonne, von einem Aufgang bis zum nächstfolgenden, später statt, als die Umdrehung der Welt, da sie (die Sonne) eine sehr langsame Bewegung im entgegengesetzten Sinn hat. Wenn dagegen die Sonne eine der Bewegung der Fixsterne (vollkommen) gleiche Bewegung hätte, so würde ihr Umlauf diese begleiten und sie würde immer an demselben Punkt (der Fixsternsphäre) erscheinen.

11. Nach diesen Erörterungen kommt Sosigenes auf die Behauptung des Aristoteles zu sprechen, dass es nothwendig sei, für jeden Planeten ebenso viele reagirende Sphären hinzuzufügen (als Callippus deferirende annahm), weniger eine, wenn man die Erscheinungen retten will, und setzt die Theorie der Sphären nach Aristoteles folgendermassen auseinander. Es sei von den Sphären des Kronos die erste wie die Fixsternsphäre bewegt, die zweite längs der Ekliptik, die dritte bewege sich senkrecht zur Ekliptik, von Süden gegen Norden; der (Aequatorial-) Kreis derselben wird senkrecht zur Ekliptik stehen und in dieser seine Pole haben, weil sich die (grössten) Kreise, von denen der eine durch die Pole des andern geht,

* Nämlich die Diagonale.

** Hier ist von Sosigenes, einem Zeitgenossen Julius Cäsars, das Princip der Zusammensetzung der Bewegungen mit aller möglichen Klarheit ausgesprochen. Der Beweis dieses Principis mittelst des Parallelogramms war eine in den Schulen bekannte Sache. Darauf spielt auch Geminus an, bei *Procl. Comm. in Eucl.*, p. 106, ed. Friedlein. Der Grundstein dieser alten Lehren über die zusammengesetzte Bewegung findet sich bei Aristoteles, Probleme der Mechanik, Cap. 2, wo der Satz über das Parallelogramm der Geschwindigkeiten bewiesen ist.

senkrecht schneiden. Die vierte Sphäre, welche das Gestirn enthält, bewegt es nach einem schiefen Kreis, zu dem Zweck, die Breitenbewegung gegen das Sternbild des Bären hin zu beschränken, damit es sich nicht zu sehr den Polen der Welt nähert. Nun muss man noch zu diesen vier deferirenden Sphären eine andere fünfte Sphäre hinzufügen, welche sich um dieselben Pole im entgegengesetzten Sinn und gleichzeitig mit der vierten bewegt. Da die Bewegung dieser Sphäre im entgegengesetzten Sinn mit der vierten, um dieselben Pole mit derselben Geschwindigkeit vor sich geht, so wird sie die Bewegung der vierten aufheben, und die Geschwindigkeit wird eine geringere.* Die Punkte der dritten Sphäre werden auf der fünften immer in der Richtung derselben Kathete erscheinen.** Nach der fünften muss man eine sechste annehmen, mit denselben Polen wie die dritte, welche sich mit derselben Geschwindigkeit, aber im entgegengesetzten Sinn mit dieser bewegt, um die Erscheinungen zu retten. Hierauf muss man eine siebente Sphäre hinzufügen, welche der zweiten entgegenarbeitet und, sich mit dieser um die Pole der Ekliptik bewegend, die der zweiten eigene Geschwindigkeit aufhebt, welche von der zweiten auf die inneren Sphären übertragen wird (weil die zweite sich mit der Fixsternsphäre bewegend, auch die Geschwindigkeit den unteren Sphären von Osten nach Westen mittheilte). Auf diese Weise wird sich also die siebente wie die Fixsternsphäre bewegen, aber nicht dieselbe Stellung wie letztere haben, da sie um andere Pole*** von Osten nach Westen rotirt. Mit Recht bemerkt Sosigenes, dass unter diesen noch eine achte angenommen werden muss, welche die erste des Jupiter sein wird, weil es nicht wahr ist, dass die letzte der drei reagirenden (des Kronos) die erste der Sphären des Jupiter ist, was jedoch Diejenigen annahmen, welche sagten,† dass die letzte der die oberen Bewegungen aufhebenden Sphären die erste der Sphären des nächstunteren Gestirns sei, und dass die siebente die von uns als achte bezeichnete und zugleich die erste Sphäre des Jupiter wäre. Deshalb müssen jene diese Sphäre zweimal zählen, um die von Aristoteles angenom-

* Genauer: wird die Anzahl der Geschwindigkeiten, welche die Bewegung zusammensetzen, vermindern. Die fünfte Sphäre, oder die erste der reagirenden wird sich wie die dritte der vier deferirenden bewegen.

** Nämlich sie werden radial auf identische Punkte der fünften Sphäre durch denselben Strahl projicirt.

*** Ist unrichtig; die Pole sind dieselben.

† Diese Annahme ist die richtige, mag Sosigenes darüber sagen was er will. Offenbar folgt die dritte reagirende des Kronos der Bewegung der Fixsterne, und innerhalb derselben kann man sofort die zweite der deferirenden des Jupiter annehmen. Deshalb ist die erste deferirende des Jupiter überflüssig, da sie genau so wie die letzte reagirende des Kronos rotirt.

mene Anzahl zu erhalten. Es ist in der That nothwendig, dass bei jedem Gestirn die Anzahl der restituirenden Sphären um eine Einheit geringer ist als diejenige der deferirenden; es wird also bei Kronos und Jupiter, welche vier deferirende Sphären haben, die Anzahl der restituirenden je drei betragen; bei den anderen vier (Planeten), nämlich bei Ares, Aphrodite, Hermes und der Sonne, welche fünf deferirende besitzen, wird die Anzahl der restituirenden vier betragen. Bei Kronos und Jupiter haben wir also zwei mal drei, bei Ares, Aphrodite, Hermes und der Sonne vier mal vier restituirende, was zusammen 22 ausmacht. Aber bei Kronos und Jupiter haben wir 8, bei den anderen 5 Planeten 25 deferirende. Zu den 33 deferirenden die 22 restituirenden hinzugenommen, giebt eine Gesamtsumme von 55 Sphären; denn für die deferirenden des Mondes braucht man keine restituirenden, indem Aristoteles sagt, dass dieselben nicht zurückbewegt werden müssen, weil sie das unterste von allen Gestirnen tragen. Es ist also offenbar, dass die Anzahl aller genau so gross sein muss.

12. Die von Aristoteles alsdann angeführte Bemerkung, „dass, wenn man bei der Sonne und beim Mond die von uns angeführten Bewegungen nicht hinzufügt, die Gesamtzahl der Sphären 47 beträgt“, hat Verwirrung veranlasst. Denn wenn wir bei der Sonne und beim Mond die zwei von Callippus hinzugefügten Sphären weglassen, so ist klar, dass wir bei der Sonne zwei weitere restituirende Sphären wegnehmen müssen (weil mit der Wegnahme der beiden ersten Sphären auch diejenigen verschwinden müssen, welche deren Umdrehung vernichten): im Ganzen muss man also sechs, nämlich zwei deferirende und zwei restituirende der Sonne, und die beiden von Callippus für den Mond hinzugefügten, wegnehmen, aber auf diese Weise bleiben, anstatt 47, als Gesamtzahl 49 übrig. Aristoteles sagte 47, indem er vielleicht nicht bedachte, dass man beim Mond nicht vier, sondern nur zwei wegnehmen darf;* wenigstens wenn man nicht zugeben will, dass er bei der Sonne die vier von ihm selbst hinzugefügten restituirenden Sphären und ausserdem noch die beiden von Callippus hinzugefügten wegnahm, in welchem Fall man von den 55 acht abzuziehen hätte, und die gewünschte Zahl 47 bleibt. Wir könnten hier wohl zugeben, dass die restituirenden Sphären für die zweite und dritte der deferirenden Sonnensphären weggelassen sind, indem er selbst sagte, dass die inneren Sphären keine restituirenden besitzen, welche ihre Bewegung vernichten;** über-

* Dies scheint die annehmbarste Erklärung des vom Stagiriten begangenen Fehlers zu sein.

** Simplicius will sagen, dass, wenn es möglich wäre, von einer gewissen Anzahl der unteren deferirenden die zugehörigen restituirenden wegzunehmen, man nicht nur diese restituirenden bei den deferirenden des Mondes entbehren könnte,

dies bemerkt Sosigenes mit Recht, dass man auch beim Mond die restituirenden beibehalten muss, wenn man nicht will, dass die Geschwindigkeit der oberen Bewegungen, zu der Geschwindigkeit der deferirenden Mondssphären hinzugefügt, den Mond veranlassen, sich mit einer Geschwindigkeit gegen Westen zu bewegen, die von derjenigen der Fixsterne verschieden ist.* Und wenn man auch annimmt, dass der Mond allein keine restituirenden Sphären habe, kann man die Zahl 47 nicht erreichen, was dem Alexander und Porphyrius in ihren Commentaren zum 12. Buch der Metaphysik viel zu schaffen machte. Sosigenes bemerkt, es sei besser die Annahme zu machen, dass beim Anschreiben der Zahl ein Fehler vorgekommen sei, als diese siebente und diese achte Sphäre aufzustellen (welche nothwendig sind, um von der Zahl 55 auf die Zahl 47 zu kommen), weil sich in keiner Weise die von Aristoteles angegebene Gesamtzahl zu 47 ergibt.

13. Sosigenes fügt alsdann hinzu, es sei aus dem Vorhergehenden klar, dass diese Sphären in verschiedenem Sinn von Aristoteles *ἀνελιπτούσαι* (revolvirende), und von Theophrast *ἀνταποφρούσαι* (entgegenwirkende) genannt wurden. Denn sie sind sowohl das Eine als das Andere, indem sie die Bewegungen der oberen Sphären im entgegengesetzten Sinn drehen und die Pole der unter diesen liegenden Sphären zurückführen, also die Wirkung jener aufheben und diese in die geeignete Stellung zurückbringen. Es ist in der That nothwendig, dass die äusseren Bewegungen sich nicht auf alle inneren Sphären fortpflanzen, und dass die Pole der inneren Sphären auf dieselbe Kathete wie die Pole der homologen Sphären (der anderen Planeten) fallen, damit, wie er sagt, die ersten Sphären der unteren Gestirne stets in dieselbe Stellung zurückgebracht werden, und mit diesen auch offenbar die anderen darauf folgenden Sphären (derselben Gestirne). Nur so, sagt er, gelangt man dahin, dass die Bewegung der Fixsterne alle anderen hervorruft. Und hierüber ist genug gesprochen.

14. Und das ist das System der revolvirenden Sphären (*ἡ διὰ τῶν ἀνελιπτουσῶν σφαιροποιία*), welches die Erscheinungen nicht zu retten vermag, was ihm auch Sosigenes zum Vorwurf macht, indem er sagt: „Die Hypothesen der Anhänger des Eudoxus vermögen die Phänomene nicht zu retten, weder die von den Späteren entdeckten, noch die früher bekannten, welche von Jenen selbst als wahr angenommen wurden.“ Und was wird über jene anderen zu sagen sein, welche, da Eudoxus von einigen derselben keine Erklärung geben konnte, Callippus aus Cyzikus zu erklären versuchte,

sondern auch bei den beiden letzten Sonnensphären, ohne dem aristotelischen Text, buchstäblich genommen, zu widersprechen.

* Ist etwas ungenau ausgedrückt, der richtige Sinn hiervon ist aber offenbar.

wenn es wahr ist, dass es ihm gelang? Aber es ist gewiss, dass auch von folgendem (Phänomen) Keiner derselben, vor Autolicus aus Pitane, eine Erklärung durch Hypothesen zu geben versuchte, welcher überdies auch keine (Erklärung) davon geben konnte:* nämlich von der Thatsache, dass die Sterne uns manchmal nahe zu sein scheinen, manchmal entfernt, was bei einigen derselben auf den ersten Blick auffällt. Denn das nach der Aphrodite benannte Gestirn, sowie das nach dem Mars benannte erscheint in der Mitte der Rückläufe** vielmals heller, so dass dasjenige der Aphrodite in mondlosen Nächten verursacht, dass die Körper Schatten werfen. Aber auch beim Mond ist leicht zu ersehen, dass er sich nicht immer in derselben Entfernung von uns befindet, weil er Demjenigen, der ihn mit einem andern Object vergleicht, nicht immer von derselben Grösse erscheint. Das ergibt sich auch aus den mit Instrumenten angestellten Beobachtungen, weil das eine Mal eine Scheibe (τύμπανον) von elf Zoll, ein anderes Mal eine solche von zwölf in die gleiche Entfernung vom Beobachter gestellt werden muss, um diesem den Anblick desselben zu nehmen. Zu Gunsten des Angeführten giebt auch dasjenige Zeugniß, was bei Gelegenheit der vollkommenen Verfinsterungen (nämlich der centralen) der Sonne sich ereignet, und das ist ein sicherer Beweis von der Wahrheit dieser Dinge. Denn wenn es sich ereignet, dass die Mittelpunkte der Sonne und des Mondes in gerader Linie mit unserem Auge liegen, treffen nicht immer dieselben Erscheinungen ein, sondern manchmal kommt es vor, dass der Kegel, welcher dem Mond umschrieben ist und seine Spitze in unserem Auge hat, auch genau der Sonne umschrieben ist: zuweilen bleibt die Sonne während einer gewissen Zeit uns ganz verborgen, zuweilen fehlt hierzu noch

* Hier findet sich in beiden Ausgaben Folgendes eingeschaltet: δηλοῖ δὲ ἡ πρὸς Ἀριστόδηγον αὐτοῦ διαφορά, „seine Differenz mit Aristoteles ist offenbar“. Beide Texte haben Ἀριστόδηγον, und dieselbe Lesart hat die Handschrift, welche sich in der Bibliothek der Universität zu Turin befindet. Diese sinnstörende Glosse, welche hier nichts zu thun hat, wurde von uns unterdrückt.

Postscriptum. Nach drei Jahren ist es mir gelungen, Aufklärung über diesen Punkt zu erlangen. Diese Stelle ist kein späterer Zusatz, wie ich glaubte, sondern kann sehr wohl im Text stehen bleiben. Ich habe gefunden, dass wirklich eine Person Namens Ἀριστόδηγος existirte. Diese lebte gleichzeitig mit Autolycus (ungefähr 300 v. Chr.), war wie Letzterer Mathematiker und hatte den berühmten Dichter Aratus als Schüler. (Man sehe die Biographie des Aratus in der Ausgabe der Schriften des Aratus von Buhle, Leipzig 1793, Vol. I p. 4.) Dasjenige also, wovon hier Sosigenes spricht, ist nichts Anderes, als eine *disputatio Autolyçi contra Aristotherum*, worin wahrscheinlich Autolycus seine Ideen über die Bewegung der Planeten auseinandersetzte, und worauf sich Sosigenes, weil es eine bekannte Sache war, bezieht.

** προσηγήσεις. In Wirklichkeit findet die grösste Helligkeit der Venus nicht in der Mitte ihres Rücklaufs statt.

etwas, so dass im Augenblick der Mitte der Verfinsterung um den Mond herum eine Art von ringförmigem Saum, welcher diesen umgibt, übrig bleibt.* Diese Verschiedenheit der scheinbaren Grössen kommt nothwendigerweise davon her, dass ihre Entfernungen ungleich sind, was auch bei Gegenständen, welche sich in der Luft befinden, vorkommt. Das, was in diesen Fällen vor sich geht und dem Anblick bemerkbar ist, kommt wahrscheinlich auch bei den anderen (Gestirnen) vor, wenn es auch der Beobachtung nicht auffällt. Und es ist nicht nur wahrscheinlich, sondern wirklich, weil ihre Bewegung von einem Tag zum andern unregelmässig erscheint, während bei ihrer scheinbaren Grösse die Differenz nicht auffällig ist, da ihre Veränderung der Nähe und Tiefe nicht gross ist, nämlich jene Veränderung, welche die Mathematiker Bewegung nach der Tiefe zu nennen pflegen. Dieses also haben sie nicht zu erklären versucht, wie jene (Grösse) sich von einem Tag auf den andern zu verändern scheint, obgleich das Problem dieses fordert.

Aber man kann dennoch nicht sagen, dass ihnen die Veränderung der Entfernung eines und desselben Gestirns unbekannt geblieben wäre, denn es scheint, dass Polemarchus aus Cyzikus sie kannte, aber dass er ihr, als einer geringfügigen Sache, nur wenig Beachtung schenkte, da er die Hypothese der zum Mittelpunkt des Universums concentrischen Sphären bevorzugte. Und es ist offenbar, dass auch Aristoteles in den physikalischen Problemen** die Hypothesen der Astronomen deshalb zweifelhaft findet, weil die Grösse der Planeten nicht constant zu sein scheint; deshalb war auch er von den revolvirenden Sphären nicht vollständig befriedigt, obgleich er dieselben concentrisch zum Universum gelegt und ihnen eine Bewegung um den Mittelpunkt desselben gegeben hatte.*** Wirklich ersieht

* Es ist zu bedenken, dass alle diese Bemerkungen dem Sosigenes zugehören, welcher über diesen Gegenstand viel genauere Anschauungsweisen hatte, als der grösste Theil der Astronomen bis nach Tycho. Noch am Anfang des 17. Jahrhunderts bezweifelten Einige die Möglichkeit einer totalen Finsterniss. Sosigenes schreibt in seinen von Proclus citirten Büchern *περὶ τῶν ἀνελλιπτοῦσῶν*, „dass die Sonne bei den zur Zeit des Perigäums stattfindenden Finsternissen mit ihren Rändern aus der Mondscheibe hervorragt und mit diesen ungehindert leuchtet.“ Hieraus ersieht man, dass Sosigenes die Veränderungen des scheinbaren Durchmessers sowohl der Sonne, als des Mondes kannte. Auch hier, wo er direct von den revolvirenden Sphären spricht, hatte er wahrscheinlich den Zweck, jenes System zu widerlegen, dadurch, dass er zeigt, dass die Entfernung der Sonne von uns veränderlich ist. (S. *Procli Hypot. ed. Halma, p. 111.*)

** Verloren.

*** Alle diese Begründungen der Zweifel des Aristoteles bezüglich der homocentrischen Sphären dürfen den Leser nicht täuschen: sie dienen dazu, den Abfall der Peripatetiker von den revolvirenden Sphären des Stagiriten zu entschuldigen.

man aus dem, was er im 12. Buch der Metaphysik sagt, dass er dasjenige, was bis auf ihn von den Astronomen über die Bewegung der Planeten gesagt worden war, nicht für genügend erachtete, weil er sich so ausspricht:* „Wir nehmen hier dasjenige, was einige Mathematiker sagen, um unsere Gedanken über die Zahl (der Himmelsbewegungen) einigermaßen zu bestimmen und zu erklären, als wahr an; übrigens können wir entweder selbst Untersuchungen anstellen oder von den weiteren Aufklärungen Nutzen ziehen, welche uns diejenigen zu geben vermögen, die sich mit diesen Dingen beschäftigen, und dadurch, dass sie Alles erwägen, uns einer gewisseren Anschauung näher bringen.“ Aber nach Aufzählung aller Bewegungen fügt er in demselben Buch** noch hinzu: „Ob die Zahl der Bewegungen, aus denen wir mit Wahrscheinlichkeit annehmen können, dass das Wesen und die unbeweglichen und wahrnehmbaren Principien in gleicher Zahl vorhanden seien, eine solche sei, wie sie (die Zahl) nothwendig ist, überlassen wir Leuten, die gelehrter sind als wir.“ Die Worte, ob die Zahl so sei, und mit Wahrscheinlichkeit und wir überlassen die Sache Gelehrteren, zeigen seinen Zweifel über diesen Gegenstand.

15. Es wird also, nach dem Rath des Aristoteles selbst, besser sein, jenen späteren (Astronomen) zu folgen, welche von den Erscheinungen besser Rechenschaft geben konnten, obgleich auch nicht mit vollständiger Genauigkeit, anstatt den früheren, welche noch keine Kenntniss von so vielen Phänomenen hatten, da die Beobachtungen von 1903 Jahren*** noch nicht nach Griechenland gelangt waren, welche Callisthenes, auf die Bitte des Aristoteles, von Babylonien aus mitgetheilt hatte und die, nach Por-

und ihren Beitritt zu der Theorie der excentrischen Kreise und Epicykeln, nach dem Beispiel des Sosigenes, zu rechtfertigen.

* Metaphys. XII, 8.

** S. Anhang I.

*** Brandis, Karsten und der Turiner Codex lesen: *ἑτῶν χιλίων καὶ μυριάδων τριῶν*, was 31000 anstatt 1903 gibt; letztere Zahl hat sowohl die lateinische Ausgabe, als diejenige von Aldus. Alle neueren Gelehrten haben sich an die Zahl 31000 gehalten, welche ungereimt ist, da sie eine an und für sich mögliche und durch neuere Entdeckungen bestätigte Sache zu einer unmöglichen Fabel macht. Lepsius bemerkt in seiner Chronologie der Aegypter, p. 9, mit Recht, dass diese Ungewissheit von der Umänderung des Zeichens $\mathbb{P}$ für 900 in das Zeichen M für die Myriade herkommt. Zu Gunsten der Lesart 1903 spricht sowohl der Bau des angeführten Satzes, in welchem *ἐννεακοσίων* viel besser am Platz ist, als *μυριάδων*, als auch die Thatsache, dass der Codex, aus welchem Guil. de Moerbeka seine lateinische Uebersetzung gegen Ende des 13. Jahrhunderts machte, wahrscheinlich älter als derjenige war, aus welchem sowohl Brandis als Karsten ihre Lesart für diese Stelle entnahmen. Diese Frage scheint wichtig genug zu sein, um von competenten Personen mit Hilfe aller Codices, welche man noch auffinden kann, von neuem untersucht zu werden.