

750
Izzo, A.
1987

MUSICA E NUMERO DA IPPASO AD ARCHITA

di Assunta Izzo

È noto che al « multisciente » Pitagora si era soliti attribuire il merito di ogni scoperta scientifica fatta nella sua scuola, anche se esse erano il frutto dell'oscuro e intelligente lavoro dei suoi immediati seguaci. Anche nel campo musicale, di un'arte che ben presto venne concettualizzata e spiegata da un punto di vista matematico¹, al filosofo samio venne attribuita la prima ed importante scoperta scientifica sulla possibilità di misurare numericamente i principali intervalli musicali. Tra le tante testimonianze sul modo in cui Pitagora è giunto a rappresentare gli intervalli musicali con rapporti numerici, la più famosa è certo quella trasmessa da Giamblico².

Costui ci narra che Pitagora, passeggiando per le vie di Crotone, passò per un caso provvidenziale (*ek tinòs daimoníou syntychías*) dinanzi alla bottega di un fabbro e udì i suoni prodotti dai martelli, con cui, in quel momento, si batteva il ferro. Poiché in quel tempo Pitagora era impegnato nella costruzione di uno strumento che aiutasse a perfezionare l'udito umano, ringraziò gli dèi per avergli inviato questo straordinario messaggio. Il filosofo aveva infatti riconosciuto

¹ Le più moderne teorie sull'intreccio tra musica e matematica sono riportate e commentate da R. Mondolfo in E. Zeller, R. Mondolfo, *La filosofia dei Greci nel suo sviluppo storico*, P.I, vol. II (*Ionici e Pitagorici*), a cura di R. Mondolfo, Firenze 1950, pp. 667-669.

² Iambl. V.P. 115-119. Per altre testimonianze sulle teorie musicali attribuite a Pitagora, cfr. la raccolta di testo in C. von Jan, *Musici scriptores Graeci*, Leipzig 1895.

in quei suoni gli accordi musicali di ottava, quinta, quarta, nonché l'intervallo dissonante tra quinta e quarta.

Compì esperimenti che dimostrarono come la differenza dell'altezza dei suoni dipendesse dalla massa dei martelli e come una corda tesa da un peso di 12 unità producesse, vibrando, l'ottava, rispetto ad una corda tesa da un peso di 6 unità. Scoprì quindi, come narra il neoplatonico, che l'intervallo musicale dell'ottava è esprimibile in termini numerici tramite il rapporto $2 : 1$, che l'intervallo di quinta è basato sul rapporto $3 : 2$, che l'intervallo di quarta si fonda sul rapporto numerico $4 : 3$ e che infine l'intervallo dissonante tra quinta e quarta è espresso dal rapporto $9 : 8$. L'ottava risultante dal prodotto di quinta e quarta ($3 : 2 \cdot 4 : 3 = 2 : 1$) appare nell'ordine $12 : 8 : 6$; l'ottava risultante dal prodotto di quarta e quinta ($4 : 3 \cdot 3 : 2 = 2 : 1$) appare nell'ordine $12 : 9 : 6$.

Questa scoperta « meravigliosa » ma non frutto del caso, come tiene a sottolineare Giamblico, ha permesso quindi a Pitagora di fondare la scienza della *harmonía* e di elaborare, anche sulla base di questa parafrasi dei suoni in numeri, una matematica universale. E' la musica, infatti, che estende il concetto del valore del numero grazie all'applicazione dei rapporti numerici alle note³.

Il racconto di Giamblico presenta delle grosse assurdità: giustamente Zeller⁴ ha notato che le altezze dei toni musicali sono proporzionali alla radice quadrata delle forze di tensione e non direttamente proporzionali alla tensione dei pesi o delle corde. Ma non per questo si deve giudicare l'intero racconto come una fandonia e negare a Pitagora la paternità della scoperta. Si può attribuire al filosofo samio, con molta pro-

³ Zeller-Mondolfo, *op. cit.*, p. 685.

⁴ Zeller-Mondolfo, *op. cit.*, p. 505, n. 2. Di parere contrario si mostra V. Capparelli, *La sapienza di Pitagora*, Padova 1944, vol. II, pp. 626-627, che, pur essendo consapevole dell'enorme errore, crede che le ricerche con i pesi tensori siano state realmente effettuate nella cerchia pitagorica.

babilità, la scoperta di queste semplici operazioni di composizione e scomposizione dell'ottava e si possono considerare invece gli esperimenti riportati da Giamblico, che sono del tutto errati rispetto alle leggi della scienza acustica⁵, come degli arricchimenti leggendari, elaborati in età posteriore e mai verificati da un punto di vista sperimentale.

Non si può però dimenticare che l'antica tradizione⁶ preferisce presentarci Pitagora come il filosofo che per primo ha visto nella musica uno strumento di purificazione dell'animo, un'arte incantatrice che permette non solo di guarire da certe malattie, ma anche di disciplinare ed emendare le passioni smodate dell'anima umana. La musica, inoltre, serve a richiamare alla memoria la « precedente vita » che l'anima aveva vissuto prima di essere legata al corpo⁷.

Ma, tra i successivi pitagorici, prevalse l'interesse verso la musica intesa come dottrina scientifica, come la scienza dell'armonia che stabilisce i rapporti numerici dei toni musicali. Essa si intrecciò sempre più alla matematica.

Ippaso di Metaponto, il più noto rappresentante della scuola antica dopo Pitagora, il « rinnegato », è da conside-

⁵ Cfr. G.S. Kirk, J.E. Raven, *The Presocratic Philosophers*, Cambridge 1957, p. 230, n. 1; W. Burkert, *Weisheit und Wissenschaft: Studien zu Pythagoras, Philolaos, und Platon*, Nürnberg 1962, translated by E.L. Minar, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Harvard 1972, p. 375.

⁶ Iambl. V.P. 63-64; quest'ultimo passo è stato considerato da A. Rostagni, *Scritti minori*, Torino 1956, p. 135, come abbastanza degno di fede e dunque riconducibile a Pitagora. Cfr. ancora Iambl. V.P. 163-166 (58 D.K. B1).

⁷ La concezione mistica della musica tra i pitagorici è affermata da P.-M. Schuhl, *Essai sur la formation de la pensée grecque*, Paris 1934, pp. 251-252, il quale si mostra convinto che la musica facilita il ricordo delle vite anteriori e serve per attirare nuovi adepti; lo studioso afferma inoltre che questa concezione risente della forte influenza orfica. Sugli scopi educativi della musica cfr. H.I. Marrou, *Storia dell'educazione nell'antichità*, Roma 1950 (trad. it. U. Massi), p. 39 ss.; Jaeger, *Paideia (La formazione dell'uomo greco)*, trad. it. L. Emery, Firenze 1950, vol. I, p. 193. Sulla musica intesa come *Katharsis* e *pharmakon*, cfr. anche W. Tatarkiewicz, *Storia dell'estetica*, Torino, 1979, (trad. it. G. Fubini), vol. I, pp. 111-114.

rarsi come l'eterodosso discepolo che contribuì a fare ulteriormente progredire, attraverso prove empiriche, le ricerche scientifiche in campo musicale. Ad Ippaso viene infatti attribuito il progetto e la costruzione di quattro dischi di bronzo con uguale diametro ma con spessore diverso. Lo spessore del primo disco era una volta e un terzo quello del secondo, una volta e mezzo quello del terzo, due volte quello del quarto. Percuotendo questi dischi si otteneva una sorta di sinfonia musicale (*symphonian tinà*). I dischi furono poi utilizzati da Glauco di Reggio, il quale aveva notato che essi producevano suoni melodici (*phthóngous*)⁸. Si sarebbe dunque giunti a scoprire empiricamente che le vibrazioni sonore potevano essere misurate matematicamente e che i valori numerici dei rapporti stabiliti tra i differenti spessori sono i valori dei rapporti fondamentali che attuano la traduzione dei suoni in numeri. I rapporti scoperti sono il rapporto *epitrito* (4 : 3 ovvero $1 \cdot 1/3$), il rapporto *emolio* (3 : 2 ovvero $1 \cdot 1/2$) e il rapporto *doppio*, che esprime il rapporto numerico dell'ottava (2 : 1).

Questa chiara testimonianza, che per altro conferma l'uso di strumenti musicali originari dell'Oriente in Grecia⁹, attribuisce dunque ad Ippaso un corretto esperimento da un punto di vista fisico¹⁰, e non si comprende perché Van der Waerden¹¹ affermi che questo esperimento è « completamente assurdo ». Non si comprende neanche perché Philip¹²

⁸ 18 D.K. B12.

⁹ C. Sachs, *Storia degli strumenti musicali*, Milano 1980, (tit. or. *The History of Musical Instruments*), trad. it. M. Papini, pp. 142-172, dove ci viene detto anche che nessuno strumento musicale nacque in Grecia e in particolar modo si deve parlare di origine asiatica per i dischi metallici che vengono ancor oggi utilizzati nei templi indiani.

¹⁰ Burkert, *op. cit.*, p. 377.

¹¹ B.L. van der Waerden, 'Die Harmonielehre der Pythagoreer', *Hermes*, (78), 1943, p. 173.

¹² J.A. Philip, *Pythagoras and Early Pythagoreanism*, Toronto 1966, pp. 131-132.

dichiari che questa narrazione deve essere considerata come una presentazione degli esperimenti del solo Glauco di Reggio, studioso di musica, tra l'altro contemporaneo più giovane di Democrito¹³. La tradizione che riporta ad Ippaso è certamente derivante da Aristosseno, ma non si può affermare, come fa questo studioso, che vuole solo essere un ulteriore contributo alla formazione e diffusione di leggende pitagoriche, perché Aristosseno, sebbene molto parziale in qualità di biografo di Pitagora, era certamente molto informato sulle dottrine pitagoriche ed in modo particolare sulle dottrine musicali¹⁴. La testimonianza è molto chiara e precisa, e inoltre possediamo ancora un'altra testimonianza che ci riporta un diverso esperimento di Ippaso. Teone di Smirne ci narra infatti che Laso di Ermione e la scuola di Ippaso condussero ricerche scientifiche per ottenere le consonanze musicali.

Il passo di Teone è purtroppo giunto lacunoso, per cui è meglio considerarlo testualmente: « Laso d'Ermione, come si racconta, e la scuola di Ippaso Metapontino, uomo pitagorico, seguirono il criterio della varia velocità e lentezza delle vibrazioni, da cui risultano le consonanze [...]. Ritenendo (*heghoúmenos*) che tali rapporti si trovino nei numeri, prese dei vasi. Presili uguali di capacità e di forma, ne lasciava uno vuoto, un altro lo riempiva d'acqua per metà, e percotendoli ambedue, otteneva l'accordo di ottava; poi di nuovo, lasciatone uno vuoto, riempiva dell'altro la quarta parte, e percotendoli otteneva l'accordo di quarta; infine otteneva quello di quinta quando di uno riempiva la terza parte. Così il vuoto del primo vaso stava al vuoto del secondo

¹³ Su Glauco di Reggio, si veda E. Hiller, 'Die Fragmente des Glaukos von Rhegion', *Rheinisches Museum*, (41), 1886, pp. 398-436.

¹⁴ Per Aristosseno si veda L. Laloy, *Aristoxène de Tarente, disciple d'Aristote, et la musique de l'antiquité*, Paris 1904; Aristoxeni *Elementa harmonica*, ed. R. Da Rios, Roma 1954; cfr. S. Mazzarino, *Il pensiero storico classico*, Bari 1966, pp. 96-99; A. Momigliano, *Lo sviluppo della biografia greca*, (trad. it. G. Donini), Torino 1974, pp. 77-80.

come 2 : 1 nella consonanza di ottava, come 3 : 2 nella consonanza di quinta, come 4 : 3 nella consonanza di quarta »¹⁵.

La testimonianza di Teone prosegue dunque con un verbo al singolare, e ciò ha suscitato innumerevoli discussioni riguardo all'autore dell'esperimento che ha permesso di misurare numericamente i rapporti armonici¹⁶.

Non deve meravigliarci il fatto che Laso d'Ermione, vissuto intorno al 500 a.C. e che soggiornò a lungo presso la corte dei Pisistratidi, dove smascherò Onomacrito che forgiava falsi « oracoli di Museo »¹⁷, sia citato qui assieme ad Ippaso. Sebbene Laso sia stato uno dei primi autori di storia della musica, non fu mai detto pitagorico¹⁸, e l'accostamento tra Laso e il più importante pitagorico del tempo si spiega chiaramente, come afferma Privitera nel suo pregevole studio su questo spregiudicato intellettuale appassio-

¹⁵ 18 D.K. B13. Trad. it. M. Timpanaro Cardini, *Pitagorici, testimonianze e frammenti*, Firenze 1958-1964.

¹⁶ E. Frank (*Plato und die sogenannten Pythagoreer*, Halle 1923, p. 160), basandosi sul fatto che a Laso si attribuisce la teoria secondo la quale l'altezza del tono non è determinabile numericamente perché possiede estensione, sbrigativamente dichiara che Laso è un puro empirico che non ha mai elaborato una teoria matematica relativa alla musica; Van der Waerden, *art. cit.*, p. 165, afferma che i primi pitagorici non hanno mai effettuato esperimenti, ma a p. 180 attribuisce ad Ippaso la prova con i vasi sinfonici; F. Lasserre (*Plutarque, De la musique, texte, traduction, commentaire, précédés d'une étude sur l'éducation musicale dans la Grèce antique*, Lausanne 1954, pp. 35-36) si dichiara convinto che l'esperimento con i vasi risonanti è stato condotto da Ippaso, e che a Laso si può invece attribuire un diverso esperimento non tramandatosi perché contenuto nella lacuna; G.A. Privitera (*Laso d'Ermione nella cultura ateniese e nella tradizione del suo tempo*, Roma 1965, pp. 71-73) ritiene che l'esperienza narrata da Teone sia stata effettuata da Laso, in base al fatto che altre testimonianze in cui si ritrova questo esperimento lo attribuiscono al solo Laso.

¹⁷ Cfr. Privitera, *op. cit.*, p. 45 ss. Sul famoso episodio narrato da Herodot. VII, 6 riguardante Onomacrito che falsifica oracoli per fini politici, si veda Mazzarino, *op. cit.*, vol. I, pp. 33-37.

¹⁸ Philip, *op. cit.*, p. 131, n. 1.

nato di musica: era un accostamento diffuso nell'ambiente peripatetico, ideato da Aristosseno, il quale aveva notato analogie notevoli tra le teorie acustiche di Laso e quelle propugnate dagli allievi di Ippaso¹⁹.

Sulla base del solo passo di Teone, che risulta essere di fondamentale importanza per comprendere le prime teorie pitagoriche e i procedimenti sperimentali relativi alla scienza acustica, non si può, a mio parere, ritenere Ippaso un puro teorico e attribuire al solo Laso la paternità di questo esperimento empirico. Forse anche Laso ha compiuto questo esperimento e ciò potrebbe farci supporre che, come afferma Tannery, probabilmente ad Atene si usassero, nei teatri, dei vasi risonanti²⁰.

Non si può categoricamente affermare che Ippaso non abbia mai effettuato esperimenti acustici. Infatti questo pitagorico ribelle che venne espulso dalla comunità²¹, questo dissidente, io credo, non poteva accettare senza discutere i dogmi imposti dal maestro. Egli fu molto probabilmente, un ricercatore sperimentale, non solo perché ciò è suggerito dalle testimonianze prese in esame, ma anche perché forse avvertiva l'esigenza di sperimentare e verificare praticamente ciò che Pitagora poneva come principi teorici, e se si ritiene Pitagora colui che per primo ha scoperto la legge per cui le consonanze si possono esprimere tramite rapporti numerici, io credo che bisogna ritenere Ippaso come il pitagorico che intraprese la verifica sperimentale di questa legge.

Si può comprendere che Ippaso si è allontanato dalle rigide imposizioni dottrinali di Pitagora anche grazie ad un'altra testimonianza che concerne l'ordine di disposizione degli intervalli musicali. Infatti si legge nella tarda testimo-

¹⁹ Privitera, *op. cit.*, p. 45, n. 2.

²⁰ P. Tannery, 'À propos des fragments philolaïques sur la musique', *Revue de philologie*, (28), 1904, p. 248.

²¹ 18 D.K. A4. Che Ippaso fosse un matematico dissidente, e non già il capo della setta degli « acusmatici », è un'ipotesi di B.L. van der Waerden, *art. cit.*, p. 180 ss., che condivido pienamente.

nianza di Boezio²² che Ebulide ed Ippaso stabilirono un diverso ordine delle consonanze rispetto ad altri pitagorici. Essi affermarono che gli aumenti del rapporto multiplo rispondono, secondo un ordine costante, ad una diminuzione

del rapporto epimorio o *superparticularis* ($= \frac{n+1}{n}$).

Così non ci può essere il doppio senza metà, né il triplo senza la terza parte. Se c'è il doppio si ottiene l'accordo di *diapason* o di ottava (2 : 1), se c'è la metà si ottiene l'accordo di *diapente* o di quinta (3 : 2). Mescolati i rapporti di ottava e di quinta si ottiene il rapporto triplo che contiene entrambe le consonanze ($2/1 \cdot 3/2 = 3/1$).

Invertendo i termini del rapporto triplo si ottiene la terza parte da cui risulta, come rapporto epimorio, l'accordo di *diatessaron* o di quarta (4 : 3). Uniti il rapporto triplo e la quarta, si ottiene il rapporto quadruplo ($3/1 \cdot 4/3 = 4/1$); così avviene che dal congiungimento di ottava e quinta con la quarta scaturisce un solo accordo, che, essendo un rapporto quadruplo, prende il nome di *bis diapason* o di doppia ottava. L'ordine delle consonanze sarà dunque: ottava, quinta, ottava e quinta, quarta, doppia ottava. Lo stesso Boezio ci ha tramandato il diverso ordine seguito da altri pitagorici,

²² 18 D.K. B 14. Questa testimonianza è stata giudicata da P. Tannery ('Un traité grec d'arithmétique', *Bibliotheca Mathematica* [s. III, 6], 1905, p. 225) come del tutto priva d'interesse. Ebulide pitagorico, qui menzionato, fa parte di un gruppo di scrittori che sono considerati in 14 D.K. B 8 come coloro che conservarono la tradizione secondo la quale le reincarnazioni di Pitagora avvenivano ogni 216 anni. Il fatto che questo gruppo di scrittori sia stato considerato con sospetto anche da I. Lévy, *Recherches sur les sources de la légende de Pythagore*, Paris 1926, p. 68, indurrebbe a ritenere che Tannery abbia espresso un giudizio imparziale ed esatto. Ma Boezio attinge a fonti disparatissime, per cui non possiamo sottovalutare l'importanza ed il valore storico di questa diversa disposizione degli accordi musicali. Si veda Capparelli, *op. cit.*, pp. 679-683.

che è il seguente: ottava, ottava e quinta, doppia ottava, quinta, quarta²³.

Ma in questa disputa teorica ciò che è importante notare è il riconoscimento e conseguente accoglimento della teoria concernente questi intervalli come sinfonie, ovvero come consonanze ottenute da due suoni che echeggiano insieme e che insieme giungono armonicamente all'orecchio²⁴.

La passione per la matematica applicata alla musica ci è rivelata, per Ippaso, da una tarda testimonianza di Giamblico²⁵. Si narra infatti che Ippaso è stato il primo pitagorico a designare come *harmonica* quella medietà proporzionale prima chiamata « subcontraria » perché inversa alla media proporzionale aritmetica. Probabilmente fu detta *harmonica* affinché fosse più chiaro il suo valore e significato per le teorie musicali. Inoltre il termine *harmonia* è fondamentale nel lessico delle filosofie pitagoriche, come si vede anche nei frammenti di Filolao. *Harmonia* è una parola che ha subito una notevole evoluzione semantica. Il primordiale significato di « adattamento, connessione, giusta rispondenza delle parti al tutto » si ritrova in Omero (*Od.* V, 248; V, 361) e in Erodoto (II, 96) ed è utilizzato per significare il saldare le connessioni tra i tronchi di una zattera o di una imbarcazione. Il termine ha poi acquistato una significazione più ampia, al punto di assurgere, nelle filosofie pitagoriche, al ruolo di *key word*²⁶. Filolao, nella metà del V secolo, la

²³ Boeth. *De inst. mus.*, II, 18.

²⁴ B.L. van der Waerden, *art. cit.*, p. 166.

²⁵ 18 D.K. B 15. Sul valore di questa testimonianza, sebbene tarda, si veda P. Tannery, 'Un traité' *cit.*, p. 225; Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. I, p. 105.

²⁶ W.K.C. Guthrie, *A History of Greek Philosophy*, vol. I, *The Earliest Presocratics and Pythagoreans*, Cambridge 1962, p. 220. Sul concetto di *harmonia*, sulla evoluzione linguistica del termine, si veda Zeller-Mondolfo, *op. cit.*, pp. 664-669; A. Maddalena, *I Pitagorici*, Bari 1954, p. 20, n. 28, che si contrappone alle tesi di Zeller; ancora cfr. Philip, *op. cit.*, p. 123.

utilizza spesso per indicare la conciliazione e la mescolanza degli opposti. Indicativi sono a riguardo l'autorevole testimonianza di Aristotele²⁷, in cui l'anima è definita *harmonia* perché è mescolanza di contrari, e il famoso frammento 10 di Filolao in cui ci viene detto che: « *harmonia* nasce esclusivamente da contrari; perché *harmonia* è unificazione di plurimescolati elementi e consenso di dissenzienti »²⁸.

La tradizione inoltre ci narra che, seguendo le considerazioni di Filolao, la medietà *harmonica* è così appellata perché accompagna l'armonia geometrica²⁹. Ancora, *harmonia* si ritrova nel frammento D.K. 44 B 1, intesa, stavolta, come composizione di contrari, accordo di limitato e illimitato. Ma il frammento che ci presenta interamente il variegato significato del termine è il discusso frammento B 6, che è opportuno citare qui interamente:

« Intorno a natura e ad armonia le cose stanno così: la sostanza delle cose, che è eterna, e la natura stessa, richiedono una conoscenza divina, non umana; oltre che poi sarebbe impossibile che alcuna delle cose esistenti diventasse da noi conosciuta, se non avesse a fondamento la sostanza delle cose che formano il cosmo, cioè delle interminanti e delle terminate. Ma poiché i principi erano essenzialmente non simili fra loro né omogenei, sarebbe stato impossibile creare con essi un cosmo, se non fosse intervenuta armonia, comunque ella abbia avuto origine. E certo, le cose simili ed omogenee non avrebbero avuto alcun bisogno di armonia; bensì le dissimili e le eterogenee o di serie diversa hanno bisogno di essere collegate da un tal genere di armonia per la quale possono restare nel cosmo.

— La grandezza armonica è formata dagli intervalli di quarta e di quinta (*harmonias dè méghethós esti syllabà kai*

²⁷ 44 D.K. A 23. Sul concetto dell'anima come armonia nella filosofia pitagorica si legga il celebre passo di Platone, *Phaed.* 61 d-e.

²⁸ 44 D.K. B 10. Trad. it. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 216.

²⁹ 44 D.K. A 24.

di'oxeián); la quinta è maggiore della quarta di un tono (*epogdóoi*). Infatti dalla corda più alta (*apò hypátas*) alla media (*epì méssan*) c'è una quarta; dalla media all'ultima (*epì neátan*) c'è una quinta; poi dall'ultima alla terza (*es trítan*) c'è una quarta e dalla terza alla più alta, una quinta. L'intervallo tra media e terza è di un tono. La quarta è espressa dal rapporto epitrilo (4 : 3), la quinta dall'emolio (3 : 2), l'ottava dal doppio (2 : 1). Così la scala armonica comprende cinque toni e due semitoni minori; la quinta, tre toni e un semitono minore; la quarta, due toni e un semitono minore »³⁰.

Qui, armonia presenta diversi significati, alcuni tipici delle dottrine pitagoriche, altri specifici delle teorie musicali. Ma questa diversificazione del significato nell'ambito del testo, tramandatoci da Stobeo, non è un elemento tale da farci ritenere inautentico tutto il frammento. Piuttosto, si può pensare che il passo in questione non è pervenuto integralmente³¹.

Questo frammento è stato infatti ritenuto non sospetto, considerato isolatamente rispetto ad altre testimonianze verenti sulla musica attribuite a Filolao, anche dal più acuto sostenitore della tesi che propende per l'inautenticità complessiva dei frammenti filolaici, Paul Tannery³², il quale nota la mancanza di legame tra la prima e la seconda parte del

³⁰ 44 D.K. B 6. Trad. it. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 202-212.

³¹ Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 207.

³² Tannery, 'A' propòs' cit., pp. 233-249. L'inautenticità del frammento 6 è stata sostenuta anche da Frank, *op. cit.*, pp. 264-278, il quale è convinto di poter scorgere nella terminologia qui utilizzata chiari indizi che fanno presumere una evidente falsificazione elaborata in ambienti accademici; ma questa tesi è stata brillantemente confutata da R. Mondolfo, in Zeller-Mondolfo, *op. cit.*, pp. 372-382. Di questa chiara confutazione si vuole ricordare l'analisi del termine *syllabé*, che Frank considera creato da Democrito: Mondolfo invece afferma che a questa teoria « contrasta, se non altro, il fatto che in *Metaph.* 1093a [...] la similitudine pare attribuita ai Pitagorici e che già in *Hipp. maior* 285b lo studio abbinato di lettere-sillabe e ritmi-armonie è messo da Socrate in gruppo con quelli

testo, e anche l'uso ambiguo del termine aritmetico *epogdoon* che qui invece designa la differenza tra quinta e quarta, il tono. Anzi per questo studioso è possibile riconoscere in questo frammento una teoria musicale in auge ai tempi di Filolao.

Nella seconda parte, che è quella che più ci interessa, viene usata una particolare terminologia musicale: l'accordo di quarta è detto *syllabá*, che significa l'afferrare insieme. La quarta, infatti, è l'accordo che scaturisce da due corde insieme pizzicate e fatte insieme vibrare; la quinta è detta *oxeia* perché è l'accordo che deriva dal prolungarsi della quarta verso le note più acute. Infine l'ottava è detta *harmonia* perché è l'accordo risultante dalla mescolanza di quinta e quarta³³. Successivamente si preferì seguire una diversa terminologia tecnica: lo pseudo-Aristotele ci informa che i termini primitivi furono sostituiti con altri che ponevano l'accento sul numero delle corde utilizzate per produrre gli accordi³⁴.

Ci viene poi presentato un particolare schema armonico in cui le corde vengono designate con un proprio nome: l'*hypate* che è la corda più lunga e che produce il suono più basso; la *mese* così detta perché era l'antica corda media nella scala eptacorda; la *nete* è il nome della corda nuova, l'ultima corda che produceva il suono più alto; la *trite* è la terza corda in ordine discendente³⁵. Secondo Tannery³⁶, qui *trite* è usata nel senso di *paramese*. Vi manca una corda mobile tra *paramese* e *nete*. Se conoscessimo il posto da assegnare alla *paranete*, come d'altronde fa Nicomaco, potrem-

dell'astronomia, della geometria e dell'aritmetica, particolarmente caratteristici del pitagorismo » (ivi, p. 373).

³³ Cfr. tra gli altri Burkert, *op. cit.*, p. 390.

³⁴ Ps. Aristot. *Problemata*, XIX, 32.

³⁵ C. Del Grande, *La metrica greca*, Enciclopedia Classica, vol. V, Tomo II, Torino 1960, p. 406. Sulla differenza tra scala musicale eptacorda e scala ottocorda, si veda C. von Jan, *op. cit.*, p. 81, n. 1-4.

³⁶ Tannery, 'À propos' cit., pp. 246-247.

mo parlare di scala diatonica o scala enarmonica. Ma la questione rimane irrisolta, per cui lo studioso afferma che la *paranete* o corda mobile può assumere diverse posizioni; inoltre, l'uso di un tetracordo appartenente alla scala eptacorda è un fatto singolare ai tempi di Filolao, in cui l'ottocordo aveva raggiunto la massima diffusione. Il falsario ha voluto un po' troppo arcaicizzare sostituendo *trite* a *paramese*: ma io credo che abbia ragione Burkert³⁷ quando afferma che un abile falsificatore non avrebbe mai usato un termine che suscitasse tanta diffidenza. E' probabile invece che l'uso del termine *trite* stia ad indicare l'esistenza di una antica, dimenticata scala eptacorda difettiva, che aveva l'estensione di un'ottava a cui mancasse una corda.

Il tetracordo presentatoci da Stobeo non è rappresentato, come solitamente avviene, da numeri. Ma Filolao si dedicò con particolare interesse allo studio delle teorie matematiche sulla musica. Si può citare la controversa testimonianza di Boezio³⁸ dove ci viene esposta (o perlomeno si tenta) una dimostrazione del modo in cui ha operato Filolao per giungere alla definizione aritmetica che fissa il valore numerico del *diesis*, dell'*apotome*, del *comma*. E' però stato giustamente affermato da Tannery³⁹ che l'assurdità matematica presente in questa testimonianza è talmente evidente che non ha bisogno di essere messa in luce. Il passo è frutto di

³⁷ Burkert, *op. cit.*, pp. 391-393. Sui sistemi musicali greci, in particolar modo sui tetracordi, figura base della musica greca, cfr. Del Grande, *op. cit.*, pp. 404-409, in cui ci viene presentato uno schema completo dei tetracordi congiunti e disgiunti e dei sistemi musicali con le relative definizioni. Si veda anche *Storia della musica*, vol. I, *Musica antica ed orientale*, cap. IX, *L'antica musica greca*, di I. Henderson, Milano 1962, (trad. it. G. Tintori), pp. 377-448. Sull'accordatura della lira si veda Sachs, *op. cit.*, pp. 147-151; e per contro R.P. Winnington-Ingram, 'The Pentatonic Tuning of the Greek Lyre', *Classical Quarterly*, n.s. IV, 1956, pp. 169-186, che non accetta la teoria avanzata da Sachs, il quale proponeva l'ipotesi di una accordatura fissa pentatonica.

³⁸ 44 D.K. A 26.

³⁹ Tannery, *art. cit.*, p. 235.

una mescolanza di enormi errori e di assurdi matematici. È dunque, a mio parere, impresa ardua il cercare di afferrare il senso logico ad esso sotteso, perché immediatamente si nota una sovrapposizione di svariate spiegazioni. Boezio, infatti, afferma che Filolao sceglie come generatore di tono il numero 27 perché è il cubo del primo numero dispari, considerato *honorabile*. Vi è dunque un accenno alle teorie mistiche sul valore e significato del numero, teorie certo molto antiche, ma che maggiormente si diffusero negli ambienti neopitagorici caratterizzati da ideali misticheggianti⁴⁰. Boezio poi ci dice che il rapporto 27 : 24 forma l'intervallo di un tono, perché da esso scaturisce il rapporto 9 : 8 che è quello canonico, e questa scelta può essere ritenuta, a mio parere, una scelta propria di Filolao. Segue poi un'altra spiegazione che rende la testimonianza incomprensibile: egli usa dapprima il verbo *disto* che sta ad indicare l'intervallo espresso da un quoziente, poi utilizza il termine *differentia* che sta ad indicare l'intervallo risultante da una sottrazione. Qui Boezio, io credo, ha mal tradotto la fonte, o la fonte stessa era estremamente confusa. Bisogna infatti ricordare che tra i primi pitagorici si utilizzava il termine *diástema*, che nella sua lunga storia semantica⁴¹ aveva anche acquistato il significato di intervallo musicale tra due toni, dovuto, aritmetica-

⁴⁰ Sul misticismo dei numeri e in particolar modo sull'idealizzazione della *Tetractys*, perfetta e sacra combinazione numerica, si veda A. Delatte, *Études sur la littérature pythagoricienne*, Paris 1915; P. Kucharski, *Études sur la doctrine pythagoricienne de la Tétrade*, Paris 1952; sul ritorno e diffusione della mistica numerica tra i neopitagorici: E. Enriques, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, Bologna 1938, pp. 18-20.

⁴¹ Sul significato originale del termine *diástema*, si veda A. Szabò, *Les débuts des mathématiques grecques*, (trad. fr. M. Federspiel), Paris 1977, (tit. or. *Anfänge der griechischen Mathematik*, Budapest 1969, pp. 119-140; Id., 'La teoria pitagorica delle proporzioni', *La Parola del Passato*, XXVI, 1971, pp. 81-93, dove l'autore insiste sulla necessità di indagare filologicamente nell'ambito della terminologia matematica, indagine che conduce al riconoscimento di una stretta connessione tra matematica e musica, come nel caso del termine *diástema*.

mente, ad un rapporto numerico espresso per quoziente; si conosce inoltre una tradizione⁴² che attribuisce alla scuola di Eratostene e a Filolao l'uso del termine *hyperoché*, che designava gli intervalli musicali perché intesi come eccedenza aritmetica. La confusione appare evidente.

Segue poi una terza chiarificazione che confonde ancor più le cose: Boezio fa dividere a Filolao il numero 27 in due parti, in *apotome*, che qui ha il significato di semitono maggiore, e in *diesis*, semitono minore. La differenza numerica tra essi è espressa dal *comma*, che in realtà è la misura di quanto il tono supera due semitoni maggiori⁴³.

Il « disordine numerico » appare ancora più evidente quando ci viene detto che il *diesis* è espresso dal numero 13, che non solo è il risultato della divisione in due parti di 27, ma è anche il risultato della sottrazione avvenuta tra 256 e 243 e dell'addizione 9 + 3 + 1, numeri che possiedono un particolare significato aritmogeometrico. Anche la scelta del 27 possiede un'altra spiegazione: questo numero è anche la *differentia* tra 216 e 243, numeri che, posti in rapporto

$$\frac{243}{216} = \frac{9}{8}$$

tra loro, distano un tono ($\frac{9}{8}$ in base a $243 - 216 = 27$). Il valore storico di questa testimonianza, nelle dottrine musicali, ci è dato solo dall'accenno alla teoria della divisione

⁴² 44 D.K. A 25. Giustamente, M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, p. 185, afferma che: « non è improbabile l'uso promiscuo di *hyperoché* » e richiama l'attenzione su un passo di Atenagora (46 D.K. A 4), che segue quello ben più famoso, attribuito a Filolao, dove è affermato che Filolao credeva che tutte le cose sono state racchiuse da Dio *en phourà* (44 D.K. B15). Nel frammento sopra menzionato ci sono date, attribuite a due oscuri pitagorici, Liside ed Opsimo, le seguenti definizioni di Dio: « uno definisce dio come numero inesprimibile, l'altro come intervallo (*hyperoché*) tra numero massimo e quello che gli è immediatamente vicino » (trad. it. Timpanaro Cardini). Dunque tra i pitagorici del tempo era diffuso l'uso di *hyperoché* per esprimere il concetto di differenza aritmetica.

⁴³ Sui significati esatti di *apotome*, *diesis*, *comma*, si veda Del Grande, *op. cit.*, p. 402; Da Rios, *op. cit.*, p. 22, n. 2.

del tono in *apotome*, *diesis*, *comma*⁴⁴, e anche dalla presenza del rapporto numerico 256 : 243, rapporto che ritroveremo in Archita⁴⁵. Gli errori matematici possono essere attribuiti senza alcun dubbio alla fonte neopitagorica a cui probabilmente ha attinto Boezio. Infatti è impossibile attribuire a Filolao il tentativo di dividere il tono in due numeri interi, perché egli doveva essere a conoscenza di avanzatissime teorie sui numeri irrazionali, dato che bisognava applicare il teorema della divisione reciproca, il cui risultato dimostra come numeri primi i termini minimi avendo sempre come resto l'unità⁴⁶. Plutarco, nel commentare la scala musicale del

⁴⁴ E il giusto convincimento di P. Tannery, *art. cit.*, p. 246. A proposito di questa testimonianza, si vuole ricordare che anche per Laloy, *op. cit.*, pp. 58-63, essa è un non senso, ma la confusione numerica è attribuita allo stesso Filolao, il quale non avrebbe compreso l'impossibilità di applicare esatti ragionamenti matematici alla scienza acustica. La confusione è, a suo parere, dovuta al voler applicare procedimenti aritmetici di misurazione, in luogo di procedimenti di costruzione numerica. Inoltre Frank, *op. cit.*, p. 269, ritiene spuria la testimonianza perché vi nota una strettissima somiglianza con una teoria riportata nel fr. 4 Lang di Speusippo, con la spiegazione della scelta del numero 13. Ma Boezio ci dice che essa nasce dal fatto che 13 è il risultato dell'addizione tra 1 che sta ad indicare il punto, 3 che rappresenta la prima linea dispari e 9 che rappresenta il primo quadrato dispari; Speusippo invece parla della decade dove il numero 1 è identificato con il punto, il 2 con la linea, il 3 con il triangolo, il 4 con la piramide: lo scolarca, successore immediato di Platone, dunque, pur subendo l'influenza di dottrine filolaiche, non può essere considerato come colui al quale si rifà il « falso » presentatoci da Boezio. Sulla rielaborazione della antica dottrina pitagorica della *Tetraktys* negli ambienti accademici cfr. Speusippo, *Frammenti*, Edizioni, traduzione e commento a cura di M. Isnardi Parente, Napoli 1980, pp. 368-377; P. Kucharski, *op. cit.*, p. 22.

⁴⁵ Cfr. Burkert, *op. cit.*, p. 389.

⁴⁶ Procl. in *Tim.* II p. 189, 18 Diehl: « Come abbiamo detto, dopo il *leimma* per arrivare al tono resta l'*apotome* [...] che il rapporto dell'*apotome* espresso in quei numeri (2187, 2048) sia radicale, è evidente; si dimostra infatti che il 2187 e il 2048 sono primi fra loro, risultando primi i termini minimi (28 : 9) ottenuti applicando il teorema della divisione reciproca. La maggior parte dei termini (*degli intervalli*) scritti nel *Timeo*

Timeo, afferma che i pitagorici rinunciarono alla divisione del tono in parti uguali e dichiara che questo fu sempre tentato dagli *armonici*⁴⁷, i quali si possono identificare in quei diletanti contro cui si scagliava Platone⁴⁸, rappresentati con l'orecchio alla cetra, speranzosi (ma vanamente) di percepire intervalli piccolissimi da ridurre a termini numerici comuni⁴⁹.

Se in questa testimonianza di Boezio è possibile dunque scorgere un qualche valore storico, un altro passo dello stesso Boezio non possiede alcun significato. Quest'ultimo, di solito, è letto in connessione con il frammento tramandoci da Stobeo, sulla divisione e definizione degli intervalli, privo, però, di ogni valore numerico⁵⁰.

Secondo Boezio, Filolao avrebbe definito il *diesis* come l'intervallo per cui la quarta è superiore a due toni; il *comma* come l'intervallo per cui il tono è superiore a due *diesis*; lo schisma è definito la metà del *comma*; mentre il *diaschisma* è la definizione della metà del *diesis*. Ma tutti questi termini presuppongono che Filolao conoscesse le seguenti formule, come giustamente nota Maddalena⁵¹: metà del tono: $\sqrt{9/8}$; metà del comma: $\sqrt{9/8 : 256/243}$; metà del *diesis*: $\sqrt{256/243}$. Inoltre la terminologia musicale usata presup-

derivano manifestamente da Filolao; la scala musicale di Platone è più estesa, ma non dà l'intervallo dell'*apotome*» (Trad. it. M. Timpanaro Cardini).

⁴⁷ Plutarch. *de an. procr. in Tim.* c. 17, p. 1020 E: « Uno degli intervalli è quello chiamato tono, la cui misura esprime di quanto il diapente è maggiore del diatessaron. Gli Armonici ritengono di riuscire a dividerlo a metà e di farne due intervalli che chiamano ambedue semitoni. Ma i Pitagorici riconobbero impossibile la divisione in due parti uguali e delle due parti disuguali chiamarono la minore « *leimma* » (« resto »), perché resta al disotto della metà » (trad. it. M. Timpanaro Cardini).

⁴⁸ Plat. *Resp.* 530 E-531 D.

⁴⁹ Sugli *armonici* e le loro teorie musicali cfr. Henderson, *op. cit.*, pp. 383-384.

⁵⁰ 44 D.K. B 6a.

⁵¹ Maddalena, *op. cit.*, p. 191, n. 24.

pone, da parte di Filolao, la perfetta conoscenza dei tre generi musicali ideati posteriormente da Archita⁵².

Le testimonianze e i frammenti relativi alle dottrine musicali sono, come si è visto, poco chiari e sono stati oggetto di controversia; ma si può affermare con relativa sicurezza che in Filolao gli interessi musicali siano stati preminenti e sempre collegati alle ricerche matematiche. Il nesso tra musica e numero ci viene testimoniato da uno stupendo passo citato da Stobeo⁵³, che ci permette di comprendere come Filolao credesse che solo con l'applicazione delle operazioni matematiche la musica può diventare veramente scienza: « Né solo nei fatti demonici e divini tu puoi vedere la natura del numero e la sua potenza dominatrice, ma anche in tutte, e sempre, le opere e parole umane, sia che riguardino le attività tecniche in generale, sia propriamente la musica. Nessuna menzogna accoglie in sé la natura del numero, né l'armonia; il falso nulla ha in comune con esse ».

Le teorie musicali pitagoriche furono però arricchite e sviluppate, nel corso del IV secolo, da Archita. Il saggio ed umanitario signore di Taranto, il generoso ospite di Platone, tenta infatti di porre un solido fondamento matematico alle dottrine musicali e concepisce inoltre, sulla scia dei risultati raggiunti da precedenti teorici, nuove ed originali teorie. Lo speciale interesse da lui dimostrato verso la musica lo induce ad elaborare, per primo, la teoria acustica sull'origine del suono, inteso come movimento⁵⁴.

Di fondamentale importanza risulta essere, per lo sviluppo della scienza acustica, il frammento B1 tramandatoci

⁵² Cfr. Tannery, *art. cit.*, p. 235.

⁵³ 44 D.K. B 11. La traduzione è di M. Timpanaro Cardini.

⁵⁴ Che Archita sia stato il primo teorico del suono inteso come movimento, è ammesso dalla maggior parte degli studiosi. Cfr. tra le tante opinioni quella di Burkert, *op. cit.*, p. 386. Lasserre, *op. cit.*, pp. 35-36, afferma invece che Archita è debitore di una più antica concezione sulla propagazione del suono, che riunisce in sé le nozioni di velocità e ampiezza, concezione risalente a Laso d'Ermione.

da Porfirio, in cui Archita mostra di essere stato, come ben dice De Santillana, « uno di quei geni dall'incedere lento [...] inabili ad esporre il proprio pensiero, ma dal passo infallibilmente sicuro nel progredire verso la meta prefissa »⁵⁵. E infatti Archita esordisce elogiando i precedenti studiosi di scienze matematiche, i quali hanno elaborato chiare nozioni riguardo l'astronomia, la geometria, l'aritmetica, la musica. Queste quattro scienze, egli ci dice, sono simili a sorelle (*dokoúnti êmen adelpheá*) perché tutte studiano le due forme prime dell'essere, che sono anch'esse sorelle⁵⁶. Dopo tale preludio laudatorio, Archita inizia ad esporre una teoria concernente l'origine del suono: egli accetta come presupposto veritiero l'antica, ovvia osservazione secondo la quale il rumore è generato da un urto di corpi tra loro, urti che sono prodotti quando si incontrano corpi in movimento. Archita chiarisce che gli urti di corpi in movimento avvengono in due modi, e cioè sia quando si incontrano corpi provenienti da opposte direzioni, sia quando si incontrano corpi che, pur provenendo dalla medesima direzione, hanno velocità diversa, per cui si produce il rumore solo quando il corpo più veloce raggiunge quello meno veloce⁵⁷.

Il Tarantino mostra poi di conoscere il fatto che l'apparato uditivo ha una sensibilità diversa per le diverse frequenze dei suoni; egli conosce dunque l'esistenza di una « soglia di udibilità », oltrepassata la quale non si percepisce

⁵⁵ G. De Santillana, *Le origini del pensiero scientifico*, Firenze 1966, trad. it. G. De Angelis, p. 83.

⁵⁶ Le due forme originarie dell'essere sono identificate da Iambl. In *Nicom.* p. 6, 20 Pist., nel numero e nella grandezza. Cfr. Burkert, *op. cit.*, p. 380, n. 46, che tra l'altro crede sospetto il frammento a causa del termine *mathémata*. In senso contrario M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 361, in cui si afferma che esso si riferisce alle quattro scienze citate da Archita. Guthrie, *op. cit.*, p. 335, n. 3, dopo aver citato le diverse opinioni non si pronuncia a riguardo.

⁵⁷ A. Olivieri, *Civiltà greca nell'Italia Meridionale*, Napoli 1931, p. 74, ci offre una graziosa riproduzione grafica dei due diversi urti che provocano rumore.

scono più suoni. Vi è, in Archita, l'intuizione delle condizioni fisiche e fisiologiche che consentono di ricevere la percezione sonora. Archita infatti afferma che la natura umana non riesce a percepire alcuni particolari suoni, e ciò a causa della debolezza dell'urto (*dià tòn asthénéian tās plagās*), della grande distanza che li separa da noi (*dià tò makos tās aph'amōn apostásios*) e a causa dell'eccessiva intensità (*dià tòn hyperbolàn toū meghétheos*). Per quest'ultimo caso si è parlato di una relazione con la teoria dell'armonia delle sfere⁵⁸, ma qui, probabilmente, Archita si è semplicemente posto il problema della distanza della sorgente sonora. Si afferma poi che non riescono i suoni troppo grandi a penetrare nell'orecchio, così come non cola nulla in una vaso dal collo molto stretto quando si tenta di versare in esso una gran massa di liquido. Questa brillante e poetica comparazione non chiarisce però quale sia il concetto di intensità di Archita.

Nel frammento segue un passaggio altamente teorico, molto interessante, in cui Archita dichiara che i suoni prodotti da urti rapidi e vigorosi pervengono acuti alla nostra percezione, mentre quelli che giungono gravi sono prodotti da urti lenti e deboli. Viene dunque ripreso il concetto dell'intensità del suono, che stavolta è fatta dipendere dall'energia di emissione. Ma non si distingue il carattere dell'intensità, che determina i suoni deboli e i suoni forti, dall'altezza del suono, da quel carattere cioè per cui i suoni bassi o gravi si distinguono dai suoni alti o acuti. Questa mancata distinzione è evidente negli esempi che Archita porta a riprova della sua teoria. Egli infatti asserisce che, se si agita una verga con un movimento lento e debole, otterremo, con l'urto, un suono grave; se la verga è agitata da un movimento veloce e violento, otterremo un suono acuto. Così accade anche quando si parla o si canta con voce forte ed acuta, perché si emette il fiato con forza. E' sintomatico che qui Archita non specifica affatto che il suono percepito è prodotto a

⁵⁸ Olivieri, *op. cit.*, p. 75.

brevissima distanza dall'organo ricevente: egli non conosce con precisione quali siano i caratteri che differenziano la percezione del suono.

Archita torna poi sul concetto riguardante la distanza della sorgente sonora, perché paragona l'impeto di un lancio di giavellotto con la forza di emissione dell'aria. Egli pensa giustamente che l'aria cede di più rispetto ad una maggiore forza propulsiva, che non assorbe la forza d'urto iniziale che imprime la velocità al giavellotto o alla voce. L'aria dunque è considerata un mezzo elastico di propagazione del suono. Archita ci porta altri esempi: afferma infatti che, se una persona parla con voce forte, essa è udita da lontano, mentre se parla piano non è udita neanche da un ascoltatore vicino. Lo stesso fenomeno avviene anche per i suoni prodotti dagli *auloi* e dai *rhomboi*: quando si soffia in un *aulos* il fiato emesso dai primi fori fuoriesce in maniera più acuta, mentre il fiato emesso dai fori ultimi produce un suono più grave. E' il movimento più rapido che rende il suono più acuto, mentre il movimento lento produce un suono più grave. Questa affermazione è genialmente innovativa: Archita non crede più che la causa del suono sia la distanza delle corde nella lira o la distanza dei fori negli *auloi*, come si credeva anteriormente.

A questa nuova legge obbedisce anche il suono prodotto dai *rhomboi*, particolari strumenti musicali impiegati nelle cerimonie misteriche. Il *rhombos* scosso in modo lento produce un suono grave, scosso con forza produce un suono acuto. Inoltre, ci dice ancora Archita, se si soffia in una canna ostruendone la parte inferiore verrà emesso un suono grave, se la canna verrà ostruita nel mezzo il fiato emesso ne fuoriuscirà in maniera acuta.

Il soffio che percorre il tratto più lungo facilmente si indebolisce; e questa osservazione ci rivela ancora una volta l'«incapacità» di Archita di distinguere tra intensità e frequenza. La nuova teoria acustica non elimina però la neces-

chita è infatti convinto che il movimento del suono deve essere distinto da intervalli (*diastematikèn einai*).

Indagando dunque sulla natura del suono, effetto del movimento e del conseguente urto tra corpi, il pitagorico tarantino è naturalmente condotto ad occuparsi delle consonanze musicali, che erano state, in tempi anteriori, definite come prodotti di due suoni che fondendosi giungono contemporaneamente all'orecchio. L'antica teoria dei suoni sinfonici pare confermata anche per Archita, secondo quanto afferma Porfirio⁵⁹, che ci dice che Archita dichiarava che nelle consonanze i due suoni sono percepiti dall'orecchio umano come un unico suono. Ma Archita sa bene che i suoni si distinguono in base alla velocità di movimento, e che inoltre le consonanze musicali sono state misurate con i seguenti rapporti numerici: 2 : 1 per l'ottava; 3 : 2 per la quinta; 4 : 3 per la quarta. Se dunque affermasse l'omofonia dei suoni, si contraddirebbe. Alcuni studiosi⁶⁰, per evitare questo problema, credono che Archita sia ricorso ad una teoria fisica che considera il suono sinfono come prodotto da due suoni nati insieme, e che il suono acuto riesca a diminuire la sua velocità sino a divenire simile al più grave e quindi più lento. In questa teoria si presuppone il principio per cui la velocità iniziale del suono più acuto deve diminuire

⁵⁹ 47 D.K. A 18.

⁶⁰ Questa particolare interpretazione è stata elaborata da Laloy, *op. cit.*, p. 73-74, sulla base di Plat. *Tim.* 80 a, e successivamente ripresa da R. Da Rios, *op. cit.*, p. 106-107, che è anche convinta che « questa spiegazione mostra quasi una oscura intuizione della teoria di Helmholtz basata sugli armonici [...] di rapidità di vibrazione doppia, tripla, ecc., che accompagnano i suoni fondamentali e giustamente considera la sensazione della consonanza non coesistente con la percezione distinta dei suoni che la costituiscono; solo questi suoni non si percepiscono prima della consonanza [...] ma dopo aver percepito questa, la sentiamo composta di essi ». Con molta più coerenza e maggior senso storico, Laloy (p. 75) aveva notato che tra la teoria proposta da Archita e la teoria elaborata dal fisico ottocentesco vi è una sorta di affinità: in entrambi il ragionamento astratto sostituisce i fatti osservati.

secondo determinati rapporti che sono, in definitiva, quei rapporti che rappresentano i tre principali intervalli. Si percepisce la consonanza come un solo suono, ma la combinazione dei due suoni ci è rivelata dal rapporto numerico che la rappresenta. Senonché questi studiosi non solo attribuiscono ad Archita una teoria chiaramente erranea, come essi stessi sottolineano, ma non tengono in alcun conto una fondamentale testimonianza di Aristotele⁶¹ riguardante il fenomeno delle consonanze. Lo Stagirita afferma che coloro che studiano le consonanze sono convinti che i suoni sinfonici sembrano (*phainontai*) giungere simultaneamente all'orecchio perché l'uomo non è in grado di percepire il brevissimo intervallo di tempo che separa i suoni consonanti. Archita, probabilmente, ha accettato questa teoria (non possediamo dati sicuri per attribuirgliela a lui personalmente) e quindi può spiegare l'effetto di completa fusione senza ricorrere all'ipotesi di contemporanea produzione del suono, ma ponendo in luce ancora una volta l'aspetto fisiologico della percezione sonora. Sulle consonanze possediamo anche un'altra testimonianza, quella di Teone, che recita testualmente: « Eudosso e Archita ritenevano che le consonanze consistono in rapporti numerici, e anche concordavano nel pensare che tali rapporti sono tra movimenti, e che il movimento veloce dà il suono più acuto in quanto vibra ininterrottamente (*plét-tousan synechés*) e più celermente urta l'aria (*okýteron kentóusan tôn aéra*), il lento dà il suono grave in quanto è più tardo »⁶².

⁶¹ Aristot. *De sensu*, 448 A 19: « Quanto a quello che affermano coloro che studiano le consonanze, che cioè i suoni non giungono proprio simultaneamente, ma sembrano, perché ci sfugge l'intervallo di tempo quando sia insensibile, è cosa giusta o no? ». (trad. it. M. Timpanaro Cardini). Che qui vi sia un implicito riferimento alle teorie acustiche di Archita è ammesso da H. Cherniss, *Aristotle's Criticism of Presocratic Philosophy*, Baltimore 1935, p. 217, n. 280, e da M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 330.

⁶² 47 D.K. A 19a (trad. it. M. Timpanaro Cardini).

L'uso dei verbi *pléssō* e *kentéo* costituisce per la Timpanaro Cardini⁶³ un probabile indizio per attribuire ad Archita un'altra teoria, oltre a quella dataci da Aristotele. Per questa studiosa è probabile che Archita sia giunto a distinguere la velocità di vibrazione da quella di propagazione del suono. Ma è la stessa Cardini a riconoscere che si tratta di una sua ipotesi e non fondata su dati certi; e, per quanto suggestiva possa essere, io credo che sia alquanto audace: pur tenendo conto delle distinzioni poste dalla Timpanaro Cardini tra acustica antica e acustica moderna, non si può, sulla base di indizi vaghi, attribuire ad Archita un concetto fisico elaborato in età moderna.

La testimonianza di Teone non deve essere però considerata un sostegno della tesi proposta da Van der Waerden⁶⁴, il quale attribuisce ad Archita la teoria secondo la quale i suoni più acuti arrivano prima all'orecchio rispetto ai suoni gravi, ma deve essere letta e dunque interpretata correttamente ponendola in stretta relazione con il frammento B.1, per cui essa risulta una più chiara e limpida spiegazione della teoria sull'origine del suono.

Abbiamo già notato l'esigenza di Archita di regolare gli intervalli musicali con leggi matematiche, e questa esigenza si ripresenta nel frammento 47 D.K. B 2 che tratta delle medietà proporzionali. Archita dà inizio al discorso affermando che nella musica vi sono tre medie: la prima che è la media aritmetica, e che si ha quando il primo termine supera il secondo tanto quanto il secondo supera il terzo; la seconda che è la media geometrica, e che si ha quando il primo termine supera il medio di tanto quanto il medio supera il terzo termine; la terza che è la medietà armonica, un tempo detta subcontraria, che si ha quando i tre termini stanno tra loro in modo che di quanta parte di sé il primo supera il secondo, di altrettanto del terzo il secondo supera il terzo stesso. Sono

⁶³ M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, pp. 326-335.

⁶⁴ B.L. van der Waerden, *art. cit.*, p. 193-197.

dunque enunciate le definizioni delle tre medietà proporzionali con una terminologia caratteristica dell'antica musica pitagorica⁶⁵.

In campo musicale le medietà aritmetica e armonica sono facilmente spiegabili se si utilizza, come suggerisce Van der Waerden⁶⁶, il classico esempio dell'ottava, indicato d'altronde dalla maggior parte degli autori antichi. Infatti la medietà aritmetica applicata all'ottava risulta essere $12-9=9-6=12:6=2:1$; il medio aritmetico che ne risulta è il numero 9. La medietà armonica, nell'ottava, risulta essere $(12-8):(8-6)=(12:6)=2:1$; il medio armonico è dunque il numero 8.

Il medio aritmetico e il medio armonico permettono, inoltre, la divisione dell'ottava, nel primo caso in quarta e quinta, nel secondo in quinta e quarta. E' simpatico visualizzare lo stupendo intrecciarsi delle corrispondenze numeriche, se disponiamo i termini delle proposizioni ottenute in quest'ordine: $12:9=8:6=4:3$

$$12:8=9:6=3:2.$$

Per quanto riguarda la medietà geometrica, che già Filolao aveva chiamato armonia geometrica, essa è a buon diritto elencata tra le medietà musicali, anche se ad essa non è applicabile l'esempio dell'ottava. Infatti, se lo facessimo, otterremo come risultato la seguente proposizione: $12:x=x:6$. E x è un numero introvabile, perché è noto che l'ottava non può essere divisa in parti uguali⁶⁷.

⁶⁵ Cfr. Szabò, *op. cit.*, pp. 177-179.

⁶⁶ B.L. van der Waerden, *art. cit.*, pp. 182-183.

⁶⁷ Sulla base del frammento B2 Szabò, *op. cit.*, p. 187, pensa che sia possibile attribuire ai pitagorici tutti, dapprima, la ricerca infruttuosa, in campo musicale, del medio proporzionale geometrico, e che poi solo successivamente essi abbiano elaborato, in campo matematico, le caratteristiche proprie della medietà geometrica. Solo così si chiarisce, a suo parere, perché Archita, nonostante l'impossibilità di trovare il medio proporzionale geometrico con l'ottava, ha considerato come musicale la medietà geometrica.

Ma la medietà geometrica è una medietà musicale perché, grazie ad essa, i pitagorici, e in particolar modo Archita, sono riusciti a chiarire il valore ed il significato del rapporto epimorio o superparziale nel campo della musica. Una tarda testimonianza di Boezio⁶⁸ ci fornisce la dimostrazione di Archita, secondo la quale un intervallo epimorio non è divisibile in due parti uguali, dimostrazione che lo stesso Boezio definisce, a sua dire, *nimum fluxa*. Archita, qui, pone come rapporto epimorio i termini A, B, che riduce al rapporto, ridotto in termini minimi, C, DE secondo la formula $n+1/n$. La dimostrazione sarà più chiara, se consideriamo, come fa giustamente Maddalena⁶⁹, il termine DE come una somma. Infatti, in tale rapporto C ed E sono uguali perché D è il divisore sia di D + E, sia di E, sia di C. Di conseguenza, D è l'unità, perché, se si suppone che D sia il numero divisore di D + E, sarà anche il divisore di E e quindi di C, e poiché D + E e C, che sono i termini del rapporto epimorio, sono numeri primi tra loro e dunque differiscono solo dell'unità, è impossibile che D divida i numeri rappresentati da D + E e C. Dunque, in un rapporto epimorio, anche se non ridotto ai minimi termini, non si potrà mai inserire un medio proporzionale.

Questa testimonianza di Boezio è stata considerata da Tannery⁷⁰ come un'antica e autentica dimostrazione sul rapporto superparziale, e presuppone dunque come già sviluppati una serie di teoremi simili a quelli esposti nel libro VII degli *Elementi* di Euclide. Ma sembra più giusta la spiegazione fornitaci dalla Timpanaro Cardini⁷¹, la quale accetta, molto più prudentemente, le conclusioni dello studioso francese, riprese del resto da altri⁷², ma arricchendole e completandole, po-

⁶⁸ 47 D.K. A 19.

⁶⁹ Maddalena, *op. cit.*, p. 221, n. 9.

⁷⁰ P. Tannery, 'Un traité grec d'arithmétique antérieur à Euclide', *Bibliotheca Mathematica*, s. III, 6, 1905, pp. 225-229.

⁷¹ M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, pp. 336-341.

⁷² Cfr. tra gli altri, B.L. van der Waerden, *art. cit.*, p. 169.

nendo in stretta relazione la dimostrazione dataci per Archita con un'altra fornitaci dallo stesso Boezio (*De inst. mus.* III 1) che riguarda sempre l'impossibilità di dividere il tono. La dimostrazione, purtroppo genericamente attribuita ad anonimi pitagorici, permette di comprendere che « essa si fermava di fronte all'irrazionale, non perché ne ignorasse l'esistenza, ma perché non sapeva esprimerlo aritmeticamente »⁷³. Il passo di Boezio, illustrato dalla studiosa, permette di comprendere il vero scopo della ricerca di Archita sul medio proporzionale: la dimostrazione matematica della non divisibilità dell'ottava e del tono in parti uguali.

Sulla base del criterio della proporzionalità, Archita ha formulato una nuova divisione dei generi musicali. Questa innovativa teoria ci è pervenuta grazie alla mediazione delle parole del grande Tolomeo, vissuto nel II secolo dopo Cristo, che la presenta così come segue:⁷⁴ « Archita di Taranto, che tra i Pitagorici più si occupò di musica, si propone di conservare la continuità secondo un criterio di proporzionalità non solo nelle consonanze, ma anche nelle divisioni dei tetracordi, ponendo come principio che carattere peculiare della musica è la commensurabilità degli intervalli. [...] Stabilisce pertanto tre generi, enarmonico, cromatico, diatonico, e (*del tetracordo*) di ciascuno di essi fa la divisione in tal modo: in tutti e tre i generi suppone l'intervallo ultimo uguale nel rapporto epimorio di 28/27; l'intervallo medio, nell'enarmonico lo fa di 36/35, nel diatonico di 8/7; e di conseguenza l'intervallo iniziale, nel genere enarmonico è di 5/4, nel diatonico di 9/8. Nel genere cromatico, poi, Archita forma il secondo suono a partire dal più acuto, mediante il suono che occupa lo stesso posto nel genere diatonico (*cioè* 8/7); dice infatti che il secondo suono nel genere cromatico, partendo dal più acuto, sta al suo corrispondente nel diatonico nel rapporto di 256/243. Compone pertanto tre tali tetracordi secondo i rap-

⁷³ M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, p. 341.

⁷⁴ 47 D.K. A 16 (Trad. it. M. Timpanaro Cardini).

porti esistenti tra questi numeri primi (*fra loro, cioè con frazioni irriducibili*); e così, se rappresenteremo i suoni più acuti dei tetracordi col numero 1512, ai più gravi, che stanno con quelli nel rapporto di 4/3, daremo il numero 2016; e questo, nel rapporto di 28/27, darà il numero 1944. A sua volta tale numero rappresenterà in tutti e tre i generi il secondo suono a partire dal suono più grave. Quanto poi ai secondi suoni a partire dai più acuti, nel genere enarmonico sarà dato dal numero 1890, che col numero 1944 sta nel rapporto di 36/35, e col 1512 nel rapporto 5/4; nel genere diatonico sarà il numero 1701, che col 1944 è nel rapporto di 8/7, e col 1512 nel rapporto di 9/8; infine quello del genere cromatico sarà dato da 1792, che sta a 1701 come 256 sta a 243 ». Ecco la tabella di questi numeri:

	Enarmonico	Cromatico	Diatonico
la	1512 $\left\{ \begin{array}{l} 5 \\ 4 \end{array} \right.$	1512 $\left\{ \begin{array}{l} 32 \\ 27 \end{array} \right.$	1512 $\left\{ \begin{array}{l} 9 \\ 8 \end{array} \right.$
sol	1890 $\left\{ \begin{array}{l} 36 \\ 35 \end{array} \right.$	1792 $\left\{ \begin{array}{l} 243 \\ 224 \end{array} \right.$	1701 $\left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 7 \end{array} \right.$
fa	1944 $\left\{ \begin{array}{l} 28 \\ 27 \end{array} \right.$	1944 $\left\{ \begin{array}{l} 28 \\ 27 \end{array} \right.$	1944 $\left\{ \begin{array}{l} 28 \\ 27 \end{array} \right.$
mi	2016	2016	2016

$$\frac{5}{4} \cdot \frac{36}{35} \cdot \frac{28}{27} = \frac{4}{3} \quad \frac{32}{27} \cdot \frac{243}{224} \cdot \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{9}{8} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{28}{27} = \frac{4}{3}$$

La prima cosa da notare è la profonda esigenza di Archita di conservare la continuità⁷⁵ per gli intervalli musicali che si succedono nei vari tetracordi e di regolarne la grandezza proporzionale. Archita dunque ha determinato i tre generi musicali fondamentali per l'armonia: il genere enarmonico, a volte considerato come il più recente, a volte come il più antico⁷⁶, genere che accoglie gli intervalli semplici più piccoli e più grandi; il genere cromatico, il cui nome deriva da *chroma* = « colore », che indica le gradazioni più piccole delle corde mobili⁷⁷; infine il genere diatonico, che maggiormente si diffuse in età ellenistica, in cui si procede attraverso due o tre toni successivi⁷⁸. Un modo corretto di interpretare questa testimonianza è stato dato da Tannery⁷⁹, che afferma che le scale musicali qui date si spiegano solo se si aggiunge un tono maggiore (*re-mi*) ad un tetracordo che egli esemplifica in *mi-la*. Archita, per meglio determinare le corde superiori intermedie, ha, secondo questa interpretazio-

ne, diviso la quinta secondo la formula $\frac{3}{2} = \frac{6}{5} \cdot \frac{5}{4}$; cioè

in terza minore e terza maggiore. Ottiene, in questo modo, nel genere enarmonico la nota *fa*. Nel genere cromatico, Archita prende un tono maggiore a partire da *mi* e ottiene la nota *fa*.

Per il genere diatonico, discende di un tono a partire da *la* e ottiene il *sol*. Per determinare una corda mobile co-

⁷⁵ Che cosa sia la continuità musicale ci viene detto da Aristosseno in Da Rios, *op. cit.*, p. 40. Cfr. anche p. 8, n. 3.

⁷⁶ Cfr. Del Grande, *op. cit.*, p. 401.

⁷⁷ Cfr. Henderson, *op. cit.*, p. 432.

⁷⁸ Cfr. Da Rios, *op. cit.*, p. 28.

⁷⁹ P. Tannery, 'Du rôle de la musique dans le développement de la mathématique pure', *Bibliotheca Mathematica*, s. III, 3, 1902, pp. 161-174. Questa spiegazione è interamente condivisa anche da B.L. van der Waerden, *art. cit.*, pp. 185-187. Cfr. per contro A. Maddalena, *op. cit.*, pp. 218-219, n. 7.

mune ai tre generi, ha diviso la quarta *re-sol* con la formula $\frac{4}{3} = \frac{7}{6} \cdot \frac{8}{7}$, ovvero in una terza minima e un tono massimo.

Lo studioso francese afferma che quindi Archita si è avvalso sia di considerazioni apriori, sia della pratica allora in auge. Il procedimento matematico utilizzato da Archita è una generalizzazione della divisione dell'ottava usata anteriormente da Pitagora:

$\frac{n+1}{n} = \frac{2n+2}{2n+1} \cdot \frac{2n+1}{2n}$; e se,

come ancora suggerisce Tannery, ad $\frac{n+1}{n}$ si sostituisce la

quinta $\frac{2+1}{2}$, si ottiene la divisione della quinta in $\frac{5}{4}$ e $\frac{6}{5}$

ovvero in terza maggiore e in terza minore; se poi si sostituisce con la quarta, otterremo la divisione di questo intervallo in $\frac{8}{7}$ e $\frac{7}{6}$, ovvero in tono massimo e terza minima.

Come ultima testimonianza sulle teorie musicali di Archita, si vuole ricordare quella di Porfirio⁸⁰, testimonianza fraintesa da Maddalena⁸¹, il quale crede di poter scorgere in essa un procedimento matematicamente privo di senso, attribuibile ai neopitagorici. Ma la testimonianza afferma esplicitamente che la teoria, che chiarisce perché sono da preferire gli accordi musicali rappresentabili numericamente con termini più piccoli, è solamente riferita da Archita, che la riporta come una teoria non propria. Solo in questo senso l'ingegnosa e stravagante spiegazione può essere considerata autentica⁸².

⁸⁰ 47 D.K. A 17.

⁸¹ A. Maddalena, *op. cit.*, p. 220, n. 8.

⁸² Cfr. Zeller-Mondolfo, *op. cit.*, p. 506; M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, vol. II, pp. 322-325.

Dai frammenti musicali presi in esame risulta che per i pitagorici tutti era preminente la ricerca di una stretta connessione tra arte musicale e scienza matematica. Non si può dunque affermare che non esista alcun significato musicale nei concetti matematici⁸³, né si può affermare che le più importanti teorie matematiche sono state elaborate autonomamente rispetto alle dottrine musicali⁸⁴, poiché le ricerche empiriche di Ippaso mostrano l'esigenza di verificare praticamente l'esistenza dei rapporti matematici che dominano la scala musicale; né si possono negare gli apporti teorici di Filolao, nonostante la vaghezza delle testimonianze a riguardo (consapevolezza dell'impossibilità di dividere il tono in parti uguali; costante tentativo di ricercare nuovi intervalli; la divisione del *primordium toni* 27 in *apotome*, *diesis*, *comma*; tentativi di sistemazione della scala diatonica). Bisogna infine ricordare l'analisi del fenomeno acustico condotta da Archita, svolta sempre in termini matematici e altamente razionali, l'innovazione apportata con il comporre le tre nuove gamme musicali, e la ferma volontà di salvaguardare le leggi matematiche che permettono di comprendere la « più diversa tra le arti » con le semplici forme del ragionamento scientifico.

⁸³ I. Henderson, *op. cit.*, p. 400.

⁸⁴ P.H. Michel, *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques pré-euclidiennes*, Paris 1950, pp. 373-395.

- Fr. 21a: 22, 237
Fr. 21b: 245
- ANAXIMANDER (Fragm. ed. DK)
Fr. 1: 21
- ANONYMUS FLORENTINUS
P. 538 Landi: 226, 242
- APOLLONIUS PARADOXOGRAPHUS
Mirab. 6: 109
- ARCHILOCHUS (Fragm. ed. Diehl)
Fr. 1: 107
Fr. 2: 108
Fr. 3: 108
Fr. 6: 108
Fr. 61: 108
Fr. 64: 108
- ARCHYTAS (Fragm. ed. DK)
Fr. 1: 154, 284
Fr. 2: 160-1
Fr. 3: 284
- ARISTOPHANES
Acharn. 412 sgg.: 229
530: 259
Lys. 368 sgg.: 228
Nub. 320: 273
352 sgg.: 230
658 sgg.: 257
771 sgg.: 228
889 sgg.: 277
937: 277
961: 277
1068-82: 268
1078: 268
1081: 268
1082: 269
Pax 147 sgg.: 229
Ran. 842-6: 229
1043 sgg.: 229
1050 sgg.: 229
1063 sgg.: 229
1070: 229
Thesm. 544-7: 229

- ARISTOTELES
Anal.pr. 69 a 13 sgg.: 10
69 a 16-19: 10
Anal.post. 71 a 9-10: 10
100 a 1-5: 126
Top. 157 a 14-17: 10
Soph.el. 173 b 17: 257
Phys. 184 a 20: 206
186 a 8: 30
187 a 20: 245
203 a 19: 239
213 a 22 sgg.: 13, 236
De coel. 294 a 28: 84
294 b 13: 236
298 b 24: 30
Gen. et corr. 325 a 13 sgg.: 30
333 b 19: 212
Meteor. 357 a 27-28: 14
265 a 26 sgg.: 236
De sens. 448 a 19: 159
De an. 404 a 25: 232, 240
404 b 1: 233
404 b 8: 191
405 a 13: 235
405 a 29: 118, 132, 133
407 b 27: 146
408 a 13: 190
415 b 11: 235, 240
429 a 18: 235
429 b 24: 235
Hist.anim. 492 a 13: 121
533 a 13: 125
581 a 12: 129
Part.anim. 687 a 7: 245
Gen.anim. 752 b 22: 129
763 b 30: 241
Metaph. 983 a 15: 286
983 b 27: 84
984 b 15: 232, 233
985 a 21: 207
986 b 19: 30
986 a 22: 115, 117
986 b 29: 30

- 986 b 31: 30
986 b 32: 30
987 a 9-10: 215
989 a 30: 235
1000 b 3-5: 210
1000 b 12: 206, 217
1001 a 33: 30
1093 a 1 sgg.: 147
Eth.Nic. 1155 b 4: 60
1176 a 7: 41
Rhet. 1356 a 35 - 1357 b 36: 10
1373 b 6: 218
1393 a 24 sgg.: 10
1402 a 23: 256
1405 b 23-28: 180
1407 b 6: 257
Poet. 1447 b 17-19: 14
1456 b 15: 257
1457 b 13: 190
1460 b 33: 229
Fragm. (ed. Rose) 70: 15
191: 109
- [ARISTOTELES]
Probl. XIX, 32: 148
914 b 9 sgg.: 13, 236
De M.X.G. 976 b 23: 212
De plant. 815 a 15: 233
816 b 16: 233
816 b 26: 233
817 a 23: 233, 240
- ASCLEPIUS TRALLIANUS
Metaph. 28, 7: 232, 233
53, 6: 232
54, 4: 232
55, 7: 232
- ATHENAEUS
IV, 158 E: 228
V, 178 F: 41
V, 218 B: 277
X, 413 F: 52
XIII, 561 a: 228
XIV, 632 C: 219

- ATHENAGORAS
5, p. 6, 15 Schwartz: 151
- AUGUSTINUS
Ep. 118, 4, 23: 232, 233
- BACCHYLIDES (Fragm. ed. Snell.)
Fr. 4: 179
Fr. 5: 179
Fr. 6: 179
Fr. 7: 179
- BOETHIUS
De inst. mus. II, 18: 145
II, 19: 144
III, 1: 163
III, 5: 149
III, 11: 162
- CALLINUS (Fragm. ed. Diehl)
Fr. 1: 107
- CENSORINUS
5, 2: 129, 130, 131, 241
6, 1: 234
6, 2: 233
6, 4: 131
- CHALCIDIUS
In Tim. p. 279 Wrob: 124
- CICERO
Brut. 44: 227
De fat. 17, 39: 216
De nat. d. I, 11, 27: 118, 132
I, 26: 233
De orat. III, 138: 227
Tuscul. III, 14, 30: 227
III, 29: 230
- CLEMENS ALEXANDRINUS
Protr. (= *Cobort.*) 5: 232
5, 64: 144
5, 66: 118, 132
22: 109
Strom. I, 2: 41
I, 78: 115
I, 131: 117

- 179, 9: 233
 300, 27: 233, 235
 331, 10: 192
 465, 5: 233
 495, 29: 239
 647, 20: 236
 652, 28: 236
 654, 34: 236
 655, 16: 236
 656, 17: 236
 1153, 24: 233
 1183, 28: 207
 1184, 2: 207
 1227, 34: 235
 1361, 33: 233
 In *Epict. Enchir.*, 16: 229
- SINESIUS
Epist. 129 B: 108
- SOPHOCLES
Oed. tyr. 987: 237
 Fr. 671 Nauck: 237
- SPEUSIPPUS (Fragm. ed. Lang)
 Fr. 4: 152
- STOBAEUS
Ecl. 8, 2: 46, 50
 10, 11: 211
 10, 12: 232
 24: 241
 25: 241
 49-53: 191
 49, 1: 235, 240
 560: 242
Flor. 174: 63
 178: 36
 179: 62
- STRABO
 I, 1, 11: 93
 I, 7: 89
 VI, 1, 1: 183, 184
 XIV, 1, 36: 226

SUBA

- s.v. *Anaximandros*: 88
Empedoklès: 169
Euripides: 226
Orpheus: 117
Parmenides: 169
Pherekydes: 79
Thalès: 83

SYRIANUS

- Metaph.* 70, 38: 239

TERTULLIANUS

- De an.* 12, 1: 233, 235, 240
 43, 2: 240

THEMISTIUS

- De an.* 9, 35: 232
 10, 7: 232, 233
 13, 14: 232, 235
 14, 10: 235
 35, 9: 233
Phys. 123, 7: 236
Or. 5, p. 69: 57

THEODORETUS

- Gr. aff. cur.* II, 22: 232
 IV, 15: 241
 IV, 26: 241
 V, 18: 240

THEON SMYRNAEUS (Pag. ed. Hill)

- 59, 4: 142
 61, 11: 159

THEOPHRASTUS

- De caus. plant.* I, 5, 2: 240
De sens. 1: 120
 25: 120, 121, 122, 123, 126
 26: 125
 28: 121, 233
 38: 232
 40: 121
Hist. plant. III, 1, 4: 240
Phys. opin. fr. 3 Diels: 169

THUCYDIDES

- I, 13, 1: 181
 I, 139, 4: 259
 II, 34-46: 258
 II, 35-41: 225
 II, 40, 1: 258
 II, 40, 2: 258

TIMAEUS (Fragm. ed. Müller FHG)

- Fr. 78: 109
 Fr. 81: 169
 Fr. 92: 182

Tragicorum fragmenta adespota
(ed. Nauck)

- Fr. 470: 246

TYRTAEUS (Fragm. ed. Diehl)

- Fr. 8: 112

TZETZES

- Schol. in exeg. p.* 126: 60

VALERIUS MAXIMUS

- Memor.* V, 10, ext. 3: 229
 VIII, 9, ext. 2: 227
 VIII, 11, ext. 1: 227

VARRO

- De re rust.* I, 40, 1: 240

VITRUVIUS

- Praef.* 8, 1: 226, 228, 238, 240
Volumina Herculaniensia
 N. 1012, col. 18: 220

XENOPHANES (Fragm. ed. DK)

- Fr. 1: 47, 111
 Fr. 1, 13: 20
 Fr. 2: 52, 111
 Fr. 2, 1: 19
 Fr. 2, 21: 19
 Fr. 7: 119
 Fr. 11: 48
 Fr. 14: 48
 Fr. 15: 49
 Fr. 16: 49
 Fr. 18: 46, 50, 51
 Fr. 22, 1: 20
 Fr. 22, 5: 19
 Fr. 23: 47, 64
 Fr. 25: 47
 Fr. 34: 45, 50, 56, 118
 Fr. 34, 1: 50
 Fr. 34, 3: 19
 Fr. 35: 45, 50
 Fr. 36: 45, 50
 Fr. 38, 1: 19

XENOPHON

- Anab.* IV, 8, 25: 201
Memor. IV, 2, 10: 283
 IV, 7: 241

ZENO ELEATES (Fragm. ed. DK)

- Fr. 1: 17
 Fr. 2: 17
 Fr. 3: 17

- Fr. 2, 7-8: 26
 Fr. 3: 22, 68
 Fr. 4: 68
 Fr. 4, 1-2: 22
 Fr. 6, 1-2: 21, 22, 24
 Fr. 6, 1: 22
 Fr. 6, 3: 22
 Fr. 6, 4-5: 31
 Fr. 6, 5: 22
 Fr. 6, 7: 31
 Fr. 7, 5-6: 23
 Fr. 8: 31
 Fr. 8, 1-21: 24
 Fr. 8, 2-9: 25, 26
 Fr. 8, 2-6: 26
 Fr. 8, 2: 25, 26
 Fr. 8, 3: 26
 Fr. 8, 4: 26
 Fr. 8, 6-8: 22
 Fr. 8, 6: 26
 Fr. 8, 7: 25
 Fr. 8, 8-9: 22
 Fr. 8, 8: 25, 26
 Fr. 8, 9-13: 25
 Fr. 8, 9: 25
 Fr. 8, 11: 25, 26
 Fr. 8, 12: 25
 Fr. 8, 13-15: 25, 26
 Fr. 8, 14: 25, 29
 Fr. 8, 15-16: 25
 Fr. 8, 15: 29
 Fr. 8, 16-21: 25
 Fr. 8, 16-18: 26
 Fr. 8, 16: 20, 25, 26
 Fr. 8, 19: 26
 Fr. 8, 20: 19, 22, 25, 26
 Fr. 8, 21: 26, 29
 Fr. 8, 26: 28
 Fr. 8, 29-30: 27, 28
 Fr. 8, 30-1: 178
 Fr. 8, 30: 22, 29, 208
 Fr. 8, 31-2: 174
 Fr. 8, 31: 28, 29

- Fr. 8, 32: 29
 Fr. 8, 33: 22
 Fr. 8, 34: 68
 Fr. 8, 36-7: 27
 Fr. 8, 36: 22
 Fr. 8, 37-8: 178
 Fr. 8, 37: 29
 Fr. 8, 42-7: 27
 Fr. 8, 43: 12, 14
 Fr. 8, 45-7: 21
 Fr. 8, 45-6: 22
 Fr. 8, 50-1: 66
 Fr. 8, 52: 66
 Fr. 12, 1: 22
 Fr. 12, 4: 22
 Fr. 16, 1-2: 12
 Fr. 16, 2: 22

PHILODEMUS

- Vol. rhet.* fr. 7, 2, p. 229
 Sudhaus: 227

PHILOLAUS (Fragm. ed. DK)

- Fr. 6: 146-7
 Fr. 6a: 153
 Fr. 10: 146
 Fr. 11: 154
 Fr. 15: 151

PHILOPONUS

- De op. mun.* 2, 13: 239
 In ARISTOT. *De an.* 72, 9: 233
 85, 17: 232, 233, 235
 85, 32: 235
 522, 29: 235
 526, 22: 235
 In ARISTOT. *Gen. et corr.* 117,
 16: 232
 In ARISTOT. *Phys.* 87, 8: 232
 96,3: 232
 229, 8: 232
 396, 21: 239
 397, 23: 239
 607, 12: 236
 833, 1: 235

PHALOSTRATUS

- V. Apoll.* I, 2: 242
V. Soph. I, 10, 4: 278

PHOTIUS

- Bibl.* 249: 184

PINDARUS

- Isthm.* I, 6: 179
 VIII, 68: 179
Nem. IV, 1 sgg.: 181
 V, 1-4: 172
 VII, 12-13: 172, 181
 IX, 32-4: 181
Ol. I, 108: 180
 VI, 22-7: 180
 IX, 82: 179
Pyth. II, 63-7: 180
 III, 29-30: 220
 X, 65: 179
 XI, 50 sgg.: 181
 XII, 2: 189
 Fr. 133: 197
 Fr. 169, 1-4: 218-9
 Fr. 197: 38
 Fr. 205: 181

PLATO

- Apol.* 26 D: 241
Crat. 385 E - 386 A: 253
 400 A: 232
 413 C: 235
Gorg. 465 D: 246
 498 E: 209
Hipp. mai. 285 B: 147
 289 B: 41
Leg. 865 DE: 201
Men. 81 BC: 197
Phaed. 61 DE: 146
 72 C: 239
 96 AB: 126
 97 B: 232, 236
 97 C sgg.: 232
Phaedr. 245 C: 272
 266 D sgg.: 257

- 269 E: 227
Prot. 312 C: 272
 315 AB: 273
 319 BE: 278
 328 E - 329 A: 273
 336 B: 273
Resp. 530 E - 531 D: 153
 603 B: 174
Soph. 236 E - 239 A: 250
 237 A: 169
 239 C: 251
 241 A: 250
 241 D: 250, 251
 242 CD: 15
Theaet. 143 E.: 283
 144 AB: 298
 145 A: 284
 145 C: 283
 147 D - 148 B: 281, 286
 147 D: 299
 151 E: - 152 A: 253
 152 A: 252
 151 E: 252
 152 E: 251
 158 A: 252
 160 D: 252
 160 E: 252
 161 B: 284
 161 C - 162 A: 272
 161 C: 252, 253, 255
 161 D - 162 A: 278
 161 DE: 256
 161 D: 250
 161 E - 162 A: 278
 162 A: 283
 162 D - 163 A: 252
 162 D: 252
 162 E: 285
 165 A: 285
 166 A - 168 C: 252
 166 C: 252, 273
 166 D sgg.: 256
 166 D: 252, 254, 255