

793
VECCHI, M.
1938

CONFERENZE

In: Il Bollettino di Matematica, 34-1938-p.89-96+125-132

DA PITAGORA AD EINSTEIN ⁽¹⁾

di MARIO VECCHI (Bologna)

Benchè sia opinione comune che il maggior stimolo alla libera speculazione matematica derivi dalla brama insita nell'uomo di squarciare il velo che occulta l'intima essenza delle cose, pur tuttavia, se risaliamo il corso dei secoli, siamo indotti ad accordare alle più riposte scaturigini della madre di tutte le scienze carattere prevalentemente empirico.

Da Erodoto che assegna l'Egitto come culla della divina geometria, quale germogliata dalla urgenza di ristabilire i confini periodicamente sconvolti dalle piene del Nilo, alle più remote leggende, che, dalla necessità di precisazioni e misure per mercanti fenici, fanno scaturire i più lontani vestigi dell'aritmetica, come dal bisogno di seguire il moto delle stelle per gli astrologi babilonesi, i primi segni di misure astrali, tutti i documenti di cui siamo esperti, sembrano concordare nella affermazione anzidetta. E se una luce piena ci scorgesse mentre esploriamo codesta fase preistorica del pensiero matematico, troveremmo qui, tra i bagliori antelucani, i germi del teorema di Pitagora, balzato dalla mente dei muratori primitivi, che giunsero a costruire il muro verticale colle tre funi di lunghezza 3, 4 e 5.

(1) N. d. D. - Conferenza tenuta all'istituto matematico della R. Università di Bologna il 5 marzo 1937.

Tale Conferenza fu pubblicata, coi tipi della Coop. Tip. Azzoguidi, di Bologna, ma in un numero limitato di esemplari. Il largo plauso che essa ha subito riscosso anche da parte di eminenti scienziati, mentre fra gli studiosi si fa sentire sempre più vivo il bisogno di trovare qualche quadro che consenta di trascorrere rapidamente attraverso il dominio generale del pensiero matematico, ci pare sufficiente ad assicurarci di far cosa gradita ai nostri lettori ripubblicando, integralmente, col gentile consenso dell'Autore, la sua Conferenza, in due successive puntate.

Ma se quel primo accozzo di osservazioni e regole empiriche si andò col tempo dilatando ed arricchendo, restò tuttavia privo di una linea logica conduttrice e di un disegno coordinatore, finchè non venne a riverberarsi su di esso la luce nascente dell'Ellenismo.

È il luminoso pensiero greco che con Pitagora e la sua scuola s'innalza fino alla coordinazione dei rapporti naturali colle relazioni aritmetiche e alla formulazione quantitativa dei risultati sperimentali. Sul fondamento dell'affermazione famosa « l'essenza delle cose è il numero », i Pitagorici assurgono a una sintesi dei concetti matematico e fisico, che, comunque intessuta di credenze magiche e divagazioni favolose, esprime il primo raggio di una teoria scientifica che si affacci sulla storia. E furono i Pitagorici che giunsero a cogliere il primo grande risultato teoretico che dobbiamo al pensiero matematico: voglio dire la scoperta per via razionale della esistenza di grandezze incommensurabili; le quali appunto perchè in antitesi coi principi conclamati del Pitagorismo, ne scossero gli angusti schemi, preparando una elaborazione ulteriore dei concetti aritmetico e geometrico, da cui doveva poi germiuare un indirizzo nuovo, e potentemente costruttivo, cioè lo studio delle entità continue, preludente a quella geniale analisi, che venti secoli più tardi segnerà con Newton il meriggio nella storia delle conquiste matematiche.

Infrante così le iniziali pastoie, la geometria si librava a più largo volo orientandosi verso costruzioni ideali, di cui una concezione dell'universo, quella della scuola platonica, ne fu il frutto onde emerse la possibilità di costruire attraverso i numeri e le figure un modello razionale del cosmo. Ma codesta concezione filosofica doveva tosto lasciare il campo alla stretta esigenza della dialettica, che, auspicce Aristotile, ne svolse in diverso senso indirizzo e sviluppo, mentre la pura corrente geometrica, sciolti i vincoli recenti, e travolti gli impedimenti della critica e dello scetticismo, seguiva la genuina ispirazione del suo estro costruendo le opere fulgenti di Euclide, Apollonio ed Archimede, che segnano il periodo aureo della matematica antica.

Il primo, in antitesi alla sottile critica sofista, elabora un edificio matematico organico e completo e ci dà i suoi « elementi » che restano monumento insuperato di logica bellezza; il secondo, con una teoria compiuta delle sezioni coniche, costruisce l'elemento geometrico, su cui, in processo di tempo, saranno gettate le basi

della geometria analitica e della meccanica celeste; ed il terzo, che ha fondato la statica, l'idrostatica, e la catottrica, escogita per la matematica procedimenti euristici e probatori di siffatto potere che appaiono anche oggi un prodigio di ardimento e di genialità. Con l'opera di Archimede la matematica antica tocca il suo apogeo; la luce che se ne sprigiona fende diritto le fitte tenebre che quasi due millenni addensano sulla cultura scientifica, fino a folgorare nei tempi nuovi Galileo e la sua scuola.

Trasmigra frattanto da Atene ad Alessandria il centro della cultura ellenica, e sorge la *trigonometria*, in sussidio alle teorie geometriche precedenti, a preparare la costruzione della astronomia geocentrica, cui Tolomeo consegna nell'« *Almagesto* » e che tiene il campo fino a Copernico. Ma il sole della speculazione geometrica greca, che era pur giunta a così superbe conquiste, volgeva ormai all'ocaso, e l'opera dei matematici greci veniva avvolgendosi in un progressivo grigiore, cui addensarono tenebre i tempi infecondi dei « commentatori », finchè fu travolta in un oblio millenario dalla folle distruzione del museo glorioso di Alessandria.

Ma se, dopo tanto splendore, la luce dell'Ellenismo rapidamente si spense lasciando dietro di sé una notte diuturna, gli atteggiamenti del pensiero greco avevano già prestato alla matematica i suoi caratteri salienti, e spiccati insieme il culto del rigore e l'elementare armonia, onde emerge la sua singolare vitalità; e quando le orde vandaliche tutto dirompono e travolgono ciò che di bello si para loro dinanzi, l'edificio matematico, consegnato alle sue rigide forme, resta là, monumento eretto su basi granitiche, sfidante ogni contrasto edace del tempo.

Pur nelle tenebre che avvolgono quel millennio di storia che si novella medio evo, la letargia da cui è pervasa ogni forma di attività speculativa è rotta da qualche guizzo che dà il pensiero matematico mentre va costruendo un nuovo congegno: è l'*algebra*, che, nata nell'India, cullata dagli Arabi, viene recata dal Fibonacci in Italia e quivi rielaborata come forma rappresentativa in modo da acquistare un potere euristico nuovo. Al margine di codesto periodo, quasi sempre grigio per la storia del pensiero, troviamo qualche bagliore per opera precipua di italiani; i quali giungono rapidamente a risolvere le equazioni algebriche di terzo e quarto grado.

Ma eccoci ormai all'alba che annunzia le grandi luci matematiche! Quasi rinvigorito da un sonno millenario, il pensiero matematico va man mano riacquistando la propria coscienza, e, riallacciandosi alla gloriosa tradizione antica, cerca la via di elaborare pel cosmo una concezione matematica superante la fase qualitativa e descrittiva, in cui si erano cristallizzati gli schemi anteriori. L'orientamento nuovo si precisa ad opera di un matematico, allievo antico dello studio bolognese, Nicolò Copernico: il suo geniale lavoro « de revolutionibus orbium », venuto in luce l'anno istesso in cui cadeva Costantinopoli, quasi prestata gli fosse dal fato la sorte di apparire araldo dell'era nuova, regalava al mondo attonito la concezione eliocentrica del sistema planetario, travolgendo tutto un ordine d'idee.

Non voglio tacere a questo punto dell'opera postuma di un altro innovatore, John Neper, nato dopo la morte di Copernico, la quale descriveva il « canone mirabile dei logaritmi », prestando ai ricercatori un nuovo congegno, di cui la trigonometria, e quindi la scienza dei cieli, sollecitavano il soccorso. Ma tosto e pure agli albori del 600 s'ispira a Copernico un'altra anima ardente di matematico; è Giovanni Keplero, il quale, dopo assidue ricerche, riscontrava nelle orbite planetarie, in luogo dei cerchi, ormai consentiti, le antiche ellissi di Apollonio, assurgendo, con induzione geniale, alla formulazione effettiva delle leggi dei moti planetari.

Se pure tutta l'importanza della concezione Kepleriana non era stata colta dagli studiosi contemporanei, nè tampoco dal lungimirante Galileo, essa ha potuto tuttavia prestare il benefico fermento che doveva eccitare il rincorato spirito speculativo; il quale infatti, con un balzo memorabile di ispirazione concettuale si esprimeva tosto nella costruzione della *Dinamica*. Poco più di un secolo bastò alla fattura di codesto quadro grandioso, opera quasi esclusiva di due giganti, al quale Galileo donò, vorrei dire, la linea, mentre Newton gli diè il colore, e in cui il pensiero fisico e il pensiero matematico si armonizzarono in una collaborazione così intima e così assidua di impulsi reciproci, che meccanica e matematica si fusero da allora nella più larga compagine di una nuova dottrina, che poi fu detta « filosofia naturale ».

L'ora della ripresa speculativa era scoccata e si avviava rapidamente al suo pieno splendore! Quando alla metà del seicento Fermat e Descartes disposavano un meraviglioso connubio gli an-

tichi procedimenti di Apollonio coi nuovi metodi dell'algebra a costituire la « geometria analitica » che, in una sintesi superba, consacrava la equivalenza dei problemi algebrici e geometrici, il potere euristico della matematica parve realmente adeguarsi alla complessa totalità dei problemi del cosmo. Ne scaturiva in effetto una prima sintesi cinematica dei fenomeni naturali; la quale, benchè subito superata nel suo primitivo quadro, doveva serbarsi tuttavia luce e guida alle speculazioni fisiche successive.

Cade in questo periodo fecondo la nascita dell'« aritmetica superiore », che, sbocciata dal genio di Fermat, e cullata poi da matematici di prim'ordine, doveva recare con sè fascino perenne.

Ma i problemi del moto, che avevano preso Galileo, lo conducevano ad esaminare i classici procedimenti escogitati da Archimede per le sue scoperte geometriche, ed a coglierne il singolare valore euristico. Con Galileo, i suoi allievi Cavalieri e Torricelli e fuori d'Italia, Keplero e Fermat, Descartes e Huygens, seguiti da una pleiade di minori, ripensarono quei procedimenti applicandoli ai problemi del moto. Simultaneamente veniva elaborato il problema generale delle tangenti, già studiato dagli antichi limitatamente alle coniche e alle spirali. A codesta fervida elaborazione concettuale arrise il successo teoretico ed euristico più grandioso che la storia del pensiero ricordi; cioè la costruzione, data alfine da Newton e da Leibniz, al « calcolo infinitesimale »; a questo crogiuolo meraviglioso, in cui si sottopone a leggi rigide e operazioni concrete un ente che trascende le nostre facoltà intellettuali: voglio dire l'infinito.

Non io presumo dar qui un'idea adeguata di codesto congegno mirando, che apparve ad un tratto come la magica chiave avente il prestigio di aprire tutte le porte del sapere. Dirò solo che il matematico, per riuscire a cogliere il moto, che è di per sè di natura transeunte, lo *differenzia*, cioè lo decompone in tanti moti piccolissimi, che può così considerare governati da leggi elementari; poi egli *integra* il moto, cioè ripete infinite volte codesti moti piccolissimi e infine li somma. Armato di due operazioni siffatte, che sono il *differenziale* e l'*integrale*, il calcolo infinitesimale prestò al ricercatore come un giuoco di lenti che (seguendo una immaginosa analogia del Volterra), potrebbe dirsi il *microscopio* matematico, ma un microscopio singolarmente affinato e perfetto, perchè mentre permette di spingere lo sguardo a scrutare

i misteri dell'infinitamente piccolo, lascia scorgere solo ciò che interessa vedere, e cela tutto quanto potrebbe confonder lo sguardo.

Differenziale e integrale furono i due congegni che Isacco Newton andò via via affinando per costruire e risolvere quelle equazioni differenziali, cui avevano dato luogo i problemi da lui posti nell'applicare la sua celebre legge dell'attrazione; in tal guisa l'Archimede moderno costruiva al tempo stesso il calcolo infinitesimale e la dinamica celeste; due rami del pensiero speculativo, i quali dopo Newton procedono e progrediscono inseparabilmente, sì che congegni nuovi e conquiste positive dell'uno lo divengono simultaneamente dell'altro, e viceversa: così come gemini fiumi, paralleli di corso, si gonfiano insieme e insieme discendono maestosi la valle!

A quella guisa che la geometria analitica era germinata dai geni di Fermat e di Descartes a partire da due diverse vedute, così il calcolo infinitesimale, forgiato da Newton come congegno sussidiario o probatorio della meccanica celeste, e da lui tenuto gelosamente occulto, fu, a partire da una veduta teoretica, quasi contemporaneamente riscoperto da Leibniz, che gli prestò anche il suggello delle sue notazioni, rimaste poi nella scienza; ma le ragioni diverse, quasi antitetiche, che informarono le due costruzioni, recarono seco fatali contrasti, che vennero accentuandosi viventi i due inventori e non meno tra i discepoli delle due scuole, travisandosi poi fortunatamente al principio del 700 in un indirizzo tendente a valorizzare le basi concettuali ond'erano scaturite le due diverse vedute. Ciò non pertanto, e per lungo tempo, stride il contrasto fra i successi mirabili cui erano giunte le applicazioni fisiche ed astronomiche del calcolo infinitesimale, e la insufficienza concettuale che le basi teoriche di questo tuttavia disvelavano: ma già sulla scena erano apparsi, fra una pleiade di minori, i tre grandi matematici del settecento, cui era fra l'altro affidato il compito di consolidare i fondamenti del grande edificio: voglio dire Eulero, Lagrange, Laplace.

I primi due proseguono la tradizione gloriosa del Fermat e vanno costruendo l'aritmetica superiore, e frattanto, folgorati dal sole newtoniano, da poco scomparso, continuano l'opera del titano nelle ricerche algebriche e segnatamente nel calcolo infinitesimale, che il primo rinvigorisce, consolida e divulga, e da cui il secondo

si ispira a costruire il suo geniale *calcolo delle variazioni*, e, in una forma organicamente ed esteticamente perfetta, l'edificio smagliante della sua *meccanica analitica*.

Il Laplace elabora in assetto organico e completo il *calcolo della probabilità*, che sbocciato dagli studi sull'*analisi combinatoria* del Pascal, aveva poi trovato nell'*« ars conjectandi »* di Giacomo Bernoulli le sue basi concettuali. Munito di questo nuovo congegno, che può ben dirsi il *telescopio* matematico, in quanto mira da lungi abbracciando i contorni delle masse, il Laplace in una ulteriore elaborazione della concezione newtoniana, dà un ultimo tocco all'altra mirabile costruzione della meccanica celeste, stabilendo gli effetti reciproci dei pianeti sulle orbite, in una magnifica sintesi, da cui emergeva infine assodata, attraverso il volgere dei secoli, la stabilità del sistema planetario.

Ma siamo ormai all'alba dell'800, del secolo che reca i miracoli della nuova fisica; che mentre ci dà la *termodinamica*, tutta opera di alta matematica, ci dà pure nel dominio della fisica sperimentale, la *spettroscopia* e la nuova *elettrologia*; che solo in quest'ultimo campo ci dona sorprese senza fine; fra le quali l'ora mi consiglia di accennare qui solo: la *pila*, con cui si apre il secolo e che è come il germe lanciato nel campo; la *dinamo*, che, facendomi lecito di continuare l'analogia, direi che insieme alla *teoria di Maxwell* ne è il fiore, per riserbare come frutto i *raggi X* e la *telegrafia senza fili*, con cui codesto secolo delle meraviglie si chiude.

Mentre la grande scoperta del 700, la *macchina a vapore*, uscita dall'officina, aveva orientato gli studiosi della fisica verso indirizzi tendenti a valorizzare le ricerche teoriche, dalle quali si esprimeva poi tutto un corpo smagliante di dottrina, per la grande scoperta dell'800, la *corrente elettrica*, che pur esce dal gabinetto, la vicenda si inverte; nel nuovo campo è proprio la teoria che accende le idee da cui rampollano le indagini recanti i meravigliosi progressi della elettricità; e fra tanto sfolgorio brilla un fatto che è saliente nella storia della conquista scientifica: procedendo per cammini diversi, uno ottico, l'altro elettrico, l'opera inaugurata da Volta si ricompone in un punto; là dove, recinta di splendori, balza alla vita la *teoria elettromagnetica della luce*.

Tanto fervore d'indagini, tanta dovizia di acquisti nel campo

fisico dovevano corrispondere a un movimento grandioso nel campo matematico; e mentre sul modello della teoria gravitazionale di Newton si era andata fin dal 700 orientando ogni tentativo di spiegazione meccanica dei fenomeni fisici, viene posto verso l'800 il problema di esprimere tutte le leggi a mezzo delle *equazioni differenziali*. Al principio del nuovo secolo questo diventano il linguaggio peculiare della fisica matematica, che così sorge e si va evolvendo. Indagini fisiche ed equazioni differenziali si vanno da questo punto comunicando un reciproco ed assiduo slancio, che determina per le une e per le altre un fiorente sviluppo; la fisica donò alla matematica l'impulso delle sue suggestioni e dei suoi modelli, e la matematica prestò alla fisica un mezzo potente di riduzione e di ricerca, che, attraverso la rigidità dei suoi simboli, consentì generalizzazioni feconde; delle quali cito qui qualche esempio che splende: da una parte la formulazione ad opera del Bernoulli e del Lagrange del principio dei lavori virtuali, che si estese fino a dominare tutto il campo dell'energetica; da un'altra la evoluzione del concetto di potenziale, che, sbocciato in forma squisitamente matematica dal genio di Laplace per la meccanica celeste, veniva riportato da Green all'elettrostatica, da Kirchhoff all'elettrodinamica e finiva per concretarsi fisicamente sotto le unità spoglie del voltaggio ufficiale; e infine la ispirazione prevalentemente teorica e formale che guidò il Maxwell alla sua analisi matematica, da cui scaturirono, subito, la sua divinatrice ipotesi sulla teoria elettromagnetica della luce, e venti anni più tardi, le celebri esperienze di Hertz, donde doveva poi germinare a fine secolo la telegrafia senza fili.

Ancor vivente il Laplace e seguenti le sue traccie fervono le ricerche degli astronomi intese a consolidare la legge di Newton, e miranti ad individuare nel cielo la posizione degli elementi del sistema solare: siffatto ricerche culminano alla metà dell'800 nei calcoli del Leverrier, i quali si concludono colla affermazione della esistenza in un punto del cielo di un nuovo pianeta, Nettuno, del quale veniva così a profetarsi decisamente la scoperta, avvenuta poi in effetto quattro anni più tardi: esempio quanto mai suggestivo della potenza euristica dei metodi matematici, e che ispirò otto anni or sono gli studi che condussero ad analoga profetia e conseguente scoperta del pianeta Plutone, che fa salire a dodici miliardi di Km. il diametro del dominio del sole!

(continua)

CONFERENZE

DA PITAGORA AD EINSTEIN

di MARIO VECCHI (Bologna)

(Continuazione e fine, vedi *Rasse. III dell'Annata in corso, pag. 89 e seg.*)

Se il 700 è il secolo del calcolo infinitesimale, l'800 può ben dirsi il secolo della *teoria delle funzioni*: pagina lussureggiante e misteriosa della matematica moderna, cui Eulero e Lagrange avevano inaugurato e di cui i grandi matematici dell'800, Abel, Jacobi, Gauss, Cauchy, Riemann e Weierstrass, dovevano poi svelarci i più riposti segreti. Iniziata colla concezione delle *funzioni ellittiche*, su cui dovevano via via modellarsi le altre funzioni, codesta teoria subisce in processo di tempo una rielaborazione interiore, che orienta gli studiosi su una linea di natura prevalentemente critica, nella quale mano a mano ai *calcoli* vengono sostituite le *idee*; ed è questa per l'analisi matematica la tendenza prevalente del tempo.

Prattanto la geometria, che sulla fine del 700 aveva trovato vie nuove, e in seguito, innestata sulle nobili tradizioni di Monge, Gauss e Riemann aveva affinato i suoi metodi e generalizzato gli acquisti, allargava i precinti confini fino a rivelarsi di siffatto potere da donare una geometria sua propria ad ogni classe di enti, cui si avesse prestato una definizione adeguata. Rifiutante di vita nuova e nutrita per molto tempo da correnti puriste, che si accentrarono presso di noi, dove in sullo scorcio dell'800 specialmente forti, si tenne essa, per strano antagonismo, appartata dall'analisi; poi sul finire del secolo le due correnti, per vie inopinate, confluiscono a costituire armonicamente il meraviglioso patrimonio matematico moderno.

Il quale nel primo 800 reca seco dovizia di metodi e di acquisti; e questi sono spesso conseguiti in opere logicamente compiute ed esteticamente perfette, come la *meccanica analitica* del Lagrange e le *disquisizioni aritmetiche* del Gauss. Era fatale che nel bel mezzo di così splendente fioritura, al cospirare degli sforzi sparsi, al ricomporsi dei vari sentieri per inaspettati cammini, si dovessero contrapporre vedute antitetiche e antagonismi di scuole; le quali in ogni altro campo avrebbero sfociato in disordine e sciama. Di là nacque invece quella tendenza a rielaborare i metodi e rivalutare gli acquisti, onde si accese lo spirito matematico del

pieno 800 per aprire la via ad insperate conquiste. Un rapido sguardo al panorama abbozzato ci fa esperti che la matematica, pur suggerendo alle scienze il suo modello impeccabile, ha invariabilmente subito le suggestioni dei problemi della fisica e che in senso consono alla risoluzione di questi ha quasi sempre orientato la sua linea di sviluppo. Invece alla metà dell'800 la corrente critica ne svolge gli orientamenti sì da sciogliere le sue teorie da ogni dipendenza dalla fisica, costruendoli come organismi autonomi, stagliati dal quadro generale, senza appoggi estranei, a sé stanti, in sé chiusi. È una nuovissima tendenza che spicca in quel tempo. Spoglie non solo di ogni contenuto intuitivo, ma scevre da ogni vincolo cogli altri rami della matematica, costruite come pure orditure logiche, codeste teorie apparvero a taluni come edifici logici di un automatismo vuoto, come uno scintillio superfluo ed inane. Eppure di là scaturirono forme concettuali che, con ogni probabilità, resteranno fra le più alte creazioni dell'ingegno umano; vogliamo accennare alle *geometrie non euclidee*, alla *geometria degli iperspazi*, al *calcolo assoluto*, agli *operatori funzionali*.

Che la somma dei tre angoli d'un triangolo sia uguale a due retti la prima scuola ci ha appreso con sentimento di necessità, ma senza avvertirci che codesta proposizione è vera solo in quanto lo sia l'altra precedente: « per un punto fuori di una retta passa una ed una sola parallela alla retta data ». Invero, codesta proposizione, come l'altra, è stata infirmata e così clamorosamente da ritenere possibile il sussistere di altre geometrie, le quali, per contrapposto a quella da noi tutti studiata e che è detta *euclidea*, furono dette *non euclidee*; e sono quelle nelle quali, in luogo di quell'unica parallela, se ne hanno due (geometria di Lobatschewskij), oppure nessuna (geometria di Riemann). La possibilità effettiva di rappresentare quei tre fatti diversi (una parallela, due, o nessuna, a una retta data, per un punto fuori di essa), sopra tre diverse superficie concrete, che sono il *piano*, la *pseudosfera* e la *sfera*, fornisce la prova a priori della possibilità non solo logica, ma reale, di codeste tre differenti geometrie. Nello stato presente delle nostre conoscenze la struttura dello spazio viene ritenuta di preferenza rispondente alla prima ipotesi, l'*euclidea*; ciò non toglie che possiamo essere condotti a correggere siffatta ipotesi o a sostituirla con una delle altre due, qualora nuovi dati siano acquisiti, o possiamo disporre di più raffinati strumenti, o di un campo di osservazione più largo dell'attuale. Perché se è vero che nel nostro mondo i triangoli misurati danno la somma degli angoli interni uguale a due retti, realizzando l'ipotesi euclidea, è pure vero che la sfera, avente per centro il sole e per raggio la distanza

dalla terra, può ben dirsi infinitesima al confronto dell'altro mondo, di cui abbiamo qualche notizia sfuggente e nel quale figurano dimensioni dell'ordine di milioni d'anni-luce!

Mentre la veduta critica della geometria andava così attuando, in armonia ai risultati acquisiti, un progressivo assestamento delle categorie fondamentali del pensiero, sul tronco di essa s'innestava, evolvendosi rapidamente, la geometria degli iperspazi.

Perché tre sono le direzioni in cui si estendono i corpi, e in tre sensi (ortogonali) diversi è possibile muoverci, e con tre numeri possiamo determinare la posizione di un punto, *ab antiquo* ci è avvenuto di prestare al nostro spazio tre e tre sole dimensioni. Sopra siffatto limite aveva già espresso qualche dubbio Galileo; ma poi vennero i matematici dell'800, i quali, considerando un continuo ad *n* coordinate, e volendo dare una spiegazione analogica ai fatti meccanici e fisici in esso svolgentisi, hanno concesso allo spazio quante dimensioni occorreavano a siffatte rappresentazioni. Ne è scaturita la *pangeometria* o *geometria degli iperspazi*.

Se dei fatti come quello di far uscire un oggetto da una camera chiusa, senza romperne le pareti, od altri consimili, ove una quarta dimensione soccorra, vanno relegati nel dominio dei giuochi del pensiero, perché non possono ottenere prova sperimentale, è pure vero che la geometria degli iperspazi, vituperata da tanti, possiede una sua propria intuitività, per così dire matematica, e, ciò che ormai nessuno può disconoscere, ha proiettato luce insperata sopra molti fatti prima avvolti in profondo mistero.

Frattanto la *geometria intrinseca delle superficie*, sbocciata dalla mente di Gauss all'alba dell'800, elaborata ed estesa poi da Riemann e dalla sua scuola a *varietà* a un numero qualunque di dimensioni, si concretava alla fine del secolo nel *calcolo assoluto* di Ricci-Curbastro e Levi-Civita, costruzione così astratta e così pura da sembrare ai matematici stessi una elucubrazione, sfuggente ad ogni applicazione, esistente per pura edificazione logica. Non tarderemo a constatare a quale altezza si erge l'edificio cui siffatta costruzione sarà per prestare essenziale sostegno.

Parallelamente nell'analisi si evolve il *calcolo degli operatori funzionali*, che prendono voga ad opera specialmente di Volterra, Pincherle ed altri, ed offriranno lineamenti insperati per la precisione quantitativa e la descrizione di fenomeni nuovi.

Ricordando da ultimo le analisi scaturite dal concetto dovuto a Clifford di *curvatura dello spazio*, le quali si riallacciano alle altre profonde di Riemann sulle *ipotesi della geometria*, crediamo di aver accennato a quel multiforme complesso di teorie matematiche, re-

taggio del secolo XIX, le quali, affiancate da una critica potente, offrono il nuovissimo esempio di costruzioni elaborate in se stesse, in un mondo perfettamente astratto.

Ora, codeste costruzioni furono precisamente quelle che permisero di forgiare l'impalcatura, su cui doveva erigersi la più completa sintesi dell'universo, di cui il pensiero umano si gloria; voglio dire la *teoria della relatività*, che è vanto di Einstein.

L'elettrodinamica dei corpi in quiete si era pressochè conclusa colle classiche scoperte di Maxwell. Per quella dei corpi in moto, la teoria formulata da Hertz si era trovata in contraddizione coi dati sperimentali, in particolare coll'*aberrazione astronomica*, onde dovette dar luogo alla successiva del Lorentz, la quale aveva acquistato notevole prestigio per avere condotto a una brillante previsione relativa al fenomeno Zeeman, scoperto di poi. Ma come essa implicava la possibilità di constatare il moto della materia rispetto all'etere, e cioè un vero moto assoluto, fece luogo alla clamorosa esperienza di Michelson, la quale diede risultati nettamente contrari all'aspettazione generale, mostrando che la luce, a propagarsi di lunghezze uguali, l'una parallela, l'altra perpendicolare al moto della terra, impiega tempi precisamente uguali.

A rabberciare la sua vacillante teoria, il Lorentz emise l'ipotesi che i corpi in moto subissero una contrazione nel senso della traslazione. È qui che interviene l'Einstein; il quale, svolgendo nello studio tutte le risorse di un'alta mente matematica, con uno slancio che resterà memorabile, estende ai fenomeni eterei il principio classico di Galileo che il moto uniforme in linea retta non altera l'osservazione fenomenica. D'altra parte, appoggiandosi alle conclusioni cui, per vie diverse, erano giunti De Sitter, Tolman e Majorana, l'Einstein presta alla luce un privilegio che la colloca in augusta solitudine, nè più nè meno che se essa possedesse una velocità infinitamente grande; postula cioè che la luce si propaga nel vuoto con velocità, che è indipendente dal moto tanto della sorgente quanto dell'osservatore.

Conseguenza di codeste premesse si è che la misura di intervalli spaziali e temporali fra gli eventi non è più indipendente dallo stato di moto, e che gli antichi assoluti spazio e tempo debbono far luogo a un nuovo assoluto unico: lo spazio-tempo o cronotopo.

Siffatto mondo di Einstein è stato quindi posto in nuova luce da Minkowski, che lo considera come un continuo tetradimensionale di eventi, rappresentabile in uno spazio a quattro dimensioni, che è l'insieme delle dimensioni dello spazio consueto, e del tempo necessario per produrre l'avvenimento. Codesto spazio, tuttavia

euclideo, ha recato molta semplicità di forma alla rappresentazione, ed ha dato modo di sfruttare il ricco contenuto matematico della teoria degli iperspazi.

Nella larga messe di risultati positivi che la teoria di Einstein (*relatività ristretta*), permette di cogliere, brilla la spiegazione della esperienza di Michelson, che costituiva uno scandalo per i fisici; ma essa consente ancora di correggere le equazioni della elettrodinamica, illumina certi fatti spettroscopici e riceve infine conferma nella nuova dinamica dell'elettone.

Mentre la matematica, colle sue costruzioni autonome, era così entrata trionfalmente nel campo della fisica del macrocosmo, si era andata evolvendo, con successo crescente e novità di risultati, la fisica dell'atomo. La scienza dell'800, orientata sulla continuità degli scambi energetici della materia, non dava conto delle radiazioni emesse dal così detto corpo nero, difficoltà conclamata all'alba del 900. Ma proprio nel 900 il fisico Planck emette l'ipotesi che l'energia della materia non sia suscettibile di scambi per quantità continue, ma avvenga a salti, a gradini, a scatti, per mezzo di piccole quantità indivisibili, le quali però debbono essere multiple di una energia elementare, detta *quanto d'energia*. La nuova idea passa subito attraverso la feconda mente di Einstein, che la estende al fenomeno fotoelettrico, coi quanti indivisibili di luce, cioè i *fotoni*, deputati al lavoro di lancio della luce verso l'esterno, i quali sembrerebbero riporre in onore l'obliata teoria balistica della luce; nè qui si arresta l'indagine dell'Einstein, che, in una ulteriore elaborazione, spiega certe anomalie sul calore specifico dei solidi, riguardo al quale fenomeno, come negli altri differenti e non meno salienti, fenomeno fotoelettrico e irradiazione del corpo nero, la costante di Planck, connessa al quanto d'energia, viene determinata sperimentalmente con accordo perfetto; sorprendente concinnità di risultati, in grazia della quale la costante di Planck viene a brillare come dominatrice nel campo della fisica nuova.

Ma nel 912 il Bohr, riformando arditamente la geniale teoria dell'atomo nucleare, che il Rutherford aveva eretto pochi anni prima, presta all'atomo stesso un nucleo centrale di massa materiale e carica positiva, il *protone*, coi satelliti che gli ruotano intorno, gli *elettroni*, aventi carica negativa e massa nulla, ed applica alla sua ipotesi la teoria dei quanti di Planck, estesa da Einstein. Il nuovo quadro ha consentito una ulteriore determinazione della costante di Planck, la quale coincidendo con esattezza mirabile colle altre tre già ricordate, fornisce una nuova e luminosa

prova che lo sguardo lanciato dall'uomo negli ombratili ripostigli dell'atomo si conforta di luce sicura.

Dal numero e dalla disposizione degli elettroni ruotanti in determinate orbite attorno al nucleo (i quali adombrano con perfetta analogia il sistema dei pianeti ruotanti intorno al sole), dipendono le proprietà dei vari elementi; conseguentemente, attraverso svariati artifici, cui soccorsero, oltre le teorie matematiche, i metodi nuovamente affinati della spettroscopia e gli studi più recenti sulle scariche dei gas rarefatti, si è potuto costruire un quadro completo della distribuzione orbitale degli elettroni intorno ai vari nuclei di tutti gli elementi conosciuti.

Al protone e all'elettrone, quali unici costituenti dell'atomo, veniva alcuni anni più tardi tolto il privilegio ormai ventenne, perchè il Rutherford, con un bombardamento, eseguito nel 1919, delle strutture atomiche con atomi di elio, svelava la presenza nell'atomo di due nuovi corpuscoli, il *neutrone*, specie di protone senza carica, e l'*elettrone positivo*.

A questo punto l'opera indefessa di una coorte di fisici matematici tende gli sforzi per comprendere in unico quadro l'*atomo di Bohr-Einstein*, la *meccanica quantistica* e la *teoria della relatività*.

Frattanto questa teoria, esprimendo nuovi valori dal seno di quel potente processo innovatore ond'era nata, per opera dello stesso suo ideatore, lo *Einstein*, estendeva a qualunque moto l'*assenza di significato assoluto*, che aveva prestato ai moti rettilinei uniformi, dando così luogo a quella *relatività generale*, che, prendendo a sostegno, non più uno spazio euclideo, ma uno spazio tetradimensionale, dotato di *curvatura*, compiva il lontano vaticinio di Riemann e comprendeva in una sintesi superba anche i *fenomeni gravitazionali*. La conquista avviene a mezzo di un nuovo ingresso della matematica nel campo della fisica: il *calcolo assoluto*, che è uno dei culmini delle teorie create per puro gusto matematico, diventa l'impalcatura essenziale della nuova costruzione. La quale toglie alla massa il suo carattere di invariabilità, riducendola uguale all'energia divisa per il quadrato della velocità della luce, e pervenendo in tal modo a identificare massa ed energia. La stessa teoria signoreggia poi, in campi diversi, posizioni culminanti e contrastanti, e spiega, fra l'altro, l'incognita relativa allo spostamento del perielio di Mercurio, inesplicato colla teoria newtoniana e costituente uno scandalo per gli astronomi. La energia della luce diventa pesante a spiegare come la luce stessa sia deviata da un campo gravitazionale, quale è, ad esempio, quello del sole. Il mondo tetradimensionale della relatività generale è

illimitato, cioè entro di esso si procede sempre, ma è finito, vale a dire ogni suo punto ha da ogni altro distanza finita.

Poichè le conclusioni che precedono sembrano gettare un'ombra sospetta sul superbo edificio della meccanica newtoniana, occorre qui sottolineare non solo che questa, nell'ordine fenomenico che contempla, conserva intatta la sua validità; ma che le sorprendenti previsioni, ch'essa consente nel meraviglioso groviglio dei fenomeni celesti, la porranno sempre in luce di somma conquista. Tuttavia se si varcano quei confini, all'ingresso del campo elettromagnetico, le ipotesi del Newton dovranno essere opportunamente corrette. Così anche una volta si delinea il contrasto fra il perenne fermento evolutivo del pensiero e la rigidità degli schemi teorici, rinnovando un urto benefico che ad ora ad ora appare inevitabile fra gli sforzi indefessi di costruire un nuovo quadro più trasparente della realtà.

Mentre la teoria accennata proiettava nuova luce su fatti da tempo inspiegati, a comporre il contrasto stridente fra la concezione dell'etere cosmico e la teoria dei quanti, nel 1924 Luigi de Broglie propone di sostituire all'idea dell'elettrone ruotante intorno al nucleo, il concetto di un'onda avente una lunghezza che sia sottomultipla di quella dell'orbita elettronica. Per tal via il corpuscolo, nato quando il suo secolare nemico, l'etere cosmico, era già stato spogliato ad opera di Maxwell, Hertz, Lorentz delle sue iniziali caratteristiche, soccorso quindi dalle teorie della relatività e dei quanti, che lo stesso avversario avevano quasi soffocato fra le loro spire, nell'istante in cui egli sta per conquistare definitivamente il consumato antagonista, scende ad un compromesso specioso: si fa sostituire da un gruppo o pacchetto d'onde, dotato della sua stessa velocità. Sorge così la *meccanica ondulatoria* che, per fini proposti, può considerarsi equivalente alla cosiddetta *meccanica delle matrici*; la quale, a differenza della prima, vuol fondarsi esclusivamente sui fatti, per i quali si posseggono mezzi diretti di osservazione e di misura; mentre entrambe compongono per sentieri diversi il dissidio sorgente fra gli schemi fondamentali del *continuo* (fisica del macrocosmo), e del *discontinuo* (fisica dell'atomo).

Per tal modo *relatività, teoria dei quanti e meccanica ondulatoria* (cui una nuova corrente vorrebbe sostituire la accennata *meccanica delle matrici*), costituiscono oggi un complesso armonioso, edificio, a struttura ed espressione essenzialmente matematiche, cui le teorie estratte *Pangeometria, Geometria di Riemann, Calcolo assoluto, Operatori funzionali*, forgiate per puro sentimento di

estetica, hanno prestato i loro schemi, sui quali così la nuova costruzione tende a inquadrarsi mirabilmente.

A questo punto dobbiamo tuttavia notare che, se da un lato la scienza del 900, affiancata da raffinati metodi sperimentali e teoretici, ha potuto penetrare nei recessi del mondo ultramicroscopico e assodare la reale esistenza dei corpuscoli costitutivi della materia, possedenti caratteristiche determinate, recentemente lo Heisenberg, in una veduta realistica, ardita, e, in certo senso, conclusiva, rilevava che ogni relazione concernente l'elettrone urta contro un'impossibilità essenziale, derivante dal fatto che l'elettrone, sotto l'influenza dell'esperienza stessa, risulta modificato nelle sue caratteristiche individuali. A partire da siffatta concezione, lo Heisenberg lanciava il suo principio d'indeterminazione, inteso a dominare, nella sua singolarità, la fisica del microcosmo: « il mondo dei fenomeni corpuscolari, quale si manifesta alle nostre osservazioni, non obbedisce alla legge di casualità ». Di conseguenza, solo nel mondo macroscopico regnerebbe lo stretto *determinismo*, mentre le leggi del mondo corpuscolare dovrebbero trovare la loro espressione in criteri puramente *statistici*.

Senza investigare se il principio enunciato implichi un rapporto conveniente ed adeguato fra causa ed effetto, ci limitiamo qui a rilevare il contrasto che ne deriva.

Abbiamo tentato di segnare a grandi tratti le linee salienti dello sviluppo della matematica, considerata come strumento euristico, per darci, in una visione panoramica, una rapida, se pure assai incompiuta idea, della potenza dei suoi congegni, dello slancio della sua ispirazione concettuale.

Nata da un accozzo di regole empiriche, si fibra nel genio greco e s'innalza con repentino volo alla dignità di scienza, per toccare rapidamente i fastigi della speculazione geometrica: superstite dei tempi barbarici, negletta nella notte medioevale, si ammantava poi del simbolismo orientale; si rinvigorisce coll'algebra, si trasfigura colla geometria analitica, si fa sicura e dominante col calcolo infinitesimale; indi si affianca di una critica potente a rivalutare metodi e principi, a consolidare saldamente le basi; poi si protende indefessa a idealizzare il sensibile e a geometrizzare il mondo; e infine, disancorata da ogni appoggio alla realtà fisica, ricostruisce il proprio edificio come organismo logico autonomo, e, di nuovissime armi precinta, rientra nel campo fisico a sovvertire le tradizionali categorie di pensiero e tende ormai ad esprimere in una sintesi luminosa il mondo dei soli e il microcosmo.