

PLAIDOYER POUR UNE OREILLE

SUBJECTIVE ET PARTISANE :

Une approche «pythagoricienne» de la perception culturelle des intervalles.

Fabien LEVY¹

On a souvent répété que la technique dodécaphonique n'est pas un système de gestion des hauteurs, dans le sens où elle n'en propose pas une organisation perceptible cohérente avec les lois de l'acoustique. R. Francès a également montré que les lois compositionnelles qui dérivent du sérialisme (rétrograde, symétrie, etc...) répondent à une logique mathématique qui n'est pas toujours perceptivement intelligible (Francès [1958, p.140 à 146]). De nombreux travaux de psychoacoustique sont depuis allés dans ce sens. Deux explications sont généralement avancées :

D'une part la densité douze des hauteurs ne permet pas en théorie (qu'infirment de nombreux chefs-d'oeuvre) de percevoir l'architecture intervallique et fréquentielle d'une série dodécaphonique : il a été démontré que l'écoute s'attache surtout au sens du contour mélodique (« ça monte ou ça descend ») plutôt qu'aux notes qui le constituent, et que l'on perçoit les intervalles par leur contexte harmonique (fondé sur la loi naturelle des harmoniques ou sur des lois culturelles plus complexes). Les séquences de hauteurs sont en effet perçues en termes d'intervalles relatifs plutôt que de hauteurs absolues (Krumhansl[1990], McAdams[1994]). Or la densité douze brouille tout repère harmonique local, puisque chaque note y est également représentée. « Pour les séquences atonales, la représentation est généralement restreinte au contour : les informations sur les intervalles sont soit indisponibles, soit inutilisables puisque les attentes sur les structures musicales habituelles sont constamment violées » (McAdams [1994, p.328]).

D'autre part, les techniques sérielles qui découlent du dodécaphonisme utilisent des fonctions mathématiques linéaires simples (symétrie par rapport à une note, rétrograde, transposition) qui restent souvent difficiles à percevoir du fait qu'elles abolissent soit la flèche du temps (le rétrograde), soit l'échelle orientée des fréquences (la symétrie: cf. la première mesure de l'*Invention n°14 BWV 785* de J.S.Bach dont l'inversus n'est perçu qu'à travers la formule rythmique qui se répète).

¹ Compositeur, chercheur auprès de l'Unité Mixte de Recherche I.R.C.A.M./C.N.R.S., fabien.levy@ircam.fr.

Il serait pourtant d'une grande naïveté de condamner les mouvements dodécaphonique, sériel, ou sériel généralisé sur le seul critère des hauteurs. Les séries de Webern ou de l'école sérielle généralisée de l'après-guerre sont très rarement utilisées comme un matériau explicitement intelligible (motif mélodique, agrégat), mais plutôt comme un matériau primaire que le compositeur distribue ensuite librement, à la fois horizontalement et verticalement, et aux différents instruments. De plus, sur un plan historique, la fin du siècle dernier avait favorisé la tonalité flottante avec Mahler et Wagner, initiée par Schumann et le dernier Beethoven, et conclue par R. Strauss (*die Metamorphosen*) et le premier Schönberg (*die Verklärte Nacht*). Le dodécaphonisme puis le sérialisme intégral ont ensuite tenté, pendant les deuxième et troisième quarts du XXème siècle, d'abolir graduellement la suprématie de la hauteur. Ces techniques d'écriture ont ainsi permis en moins de cinquante ans de bouleverser la plupart des conventions touchant les autres paramètres musicaux: forme, rythme, morphologie du son, déterminisme de l'écriture, modes de jeu instrumentaux, rapport avec le public et l'interprète, espace, etc., dans une dimension jamais révélée jusqu'alors dans nos sociétés occidentales. La technique sérielle devenant en quelque sorte un « anti-système » pour les hauteurs, un « cristallisateur » de ce paramètre, les compositeurs sériels les plus marquants ont souvent effectué un travail novateur sur les autres paramètres. Il faut cependant noter que l'abolition de la suprématie des hauteurs dans l'écoute n'a pas été un monopole des techniques sérielles, surtout après la guerre. Dans les années 50 et 60, de nombreux compositeurs étrangers à l'école sérielle ont utilisé des techniques déniaient à la hauteur son rôle intervallique et fréquentiel traditionnel: les fréquences non définies des percussions et accessoires chez Varèse (dès les années 30), les micropolyphonies de Ligeti, les masses sonores statistiquement organisées chez Xenakis, la polarisation extrême chez Scelsi. L'apport essentiel de l'école répétitive (T.Riley, S.Reich) n'a semble-t-il pas été un retour à la tonalité mais plutôt une réflexion nouvelle sur l'organisation des flux d'information musicale, à travers un vocabulaire par nécessité extrêmement simplifié et connu de tous (accords classés, déphasages de rythmes répétitifs, etc.: le « mot » élémentaire de la chaîne d'information doit être identifiable afin de percevoir l'évolution de celle-ci). Le système sériel et les autres écoles esthétiques des années 50 et 60 ont donc permis un travail exceptionnel des compositeurs sur les autres paramètres musicaux en inactivant la prépondérance des hauteurs.

Dans les années 70 et 80, parallèlement au retour du « sujet » dans les disciplines scientifiques d'inspiration structurale (Dosse [1992]), les compositeurs ont réintroduit la perception en tant que critère poétique de leur composition (Lévy [1997]). « [Auparavant, le compositeur] *n'avait plus à s'embarrasser des problèmes de perception auxquels, à vrai dire, il n'avait guère prêté attention, les trouvant secondaires par*

rapport au bon fonctionnement de ses systèmes » (Boulez [1986], p.87). La psychoacoustique, discipline cherchant à établir scientifiquement des invariants naturels de perception, devient dans les années 70 une sphère d'intérêt pour les compositeurs. L'Institut de Recherche et de Coordination Acoustique/Musique - IRCAM- est créé en 1974. La hauteur étant le paramètre premier de l'écoute chez un auditeur moyen, elle redevient à cette époque l'une des préoccupations des compositeurs. Les leaders de la musique sérielle généralisée abandonnent la densité douze au profit de polarisations plus affirmées: *Multiple*-1970, *Explosante fixe*-1972, *Rituel*-1974, *Messagesquise*-1976 de Boulez; *O King*-1969, *Points on the curve to find...*-1974, *Coro*-1975 de Berio; *Stimmung*-1968, *Licht* -à partir de 1977 de Stockhausen; *No hay caminos hay que caminar*-1987 de Nono (les si et mi bécarrés du *Liebeslied* de Nono ne peuvent-ils pas s'entendre respectivement comme des do et fa bémols, dans une tonalité vague de la bémol mineur?). D'autres compositeurs s'engagent vers le postmodernisme et la musique néo-tonale (K. Penderecki, L. Andriessen, A. Pärt). Enfin, un jeune mouvement, la « musique spectrale » naît sous l'impulsion de deux compositeurs français, G. Grisey et T. Murail, et du compositeur roumain H. Radulescu. Dans une approche totalement pythagoricienne, cette école tente de créer, entre autres, une nouvelle grammaire de hauteurs issue de considérations acoustiques (la série des harmoniques mise en exergue un siècle plus tôt par Helmholtz ou Fourier (Helmholtz [1868 rééd.1990])). Le souci musical est double : calculer des « spectres » de façon scientifique afin d'obtenir, généralement dans l'approximation du quart de ton, le maximum de fusion des agrégats en tant que corps sonores; en déduire une grammaire compositionnelle nouvelle, issue de considérations acoustiques et scientifiques, afin d'échapper aux fonctionnalités harmoniques de la musique tonale et aux mécanismes combinatoires de la musique sérielle. Réalité acoustique ou pseudo-justification scientifique ? Comme pour de nombreux autres exemples historiques (Rameau, Schönberg), l'oeuvre dépasse la théorie, que celle-ci soit ou non scientifiquement valable, ce qui annule cette interrogation épistémologique.

C'est dans ce paradigme pythagoricien que nous plaçons notre étude, même si nous pouvons parfois, sur un plan compositionnel, nous en méfier. L'approche pythagoricienne a tenté depuis l'antiquité grecque (depuis le VI^{ème} siècle avant J.-C.), de construire une grammaire naturelle et invariante des hauteurs à partir de considérations acoustiques et scientifiques, basées sur le nombre, donc a priori irréfutables. Notre démarche reste ici résolument pythagoricienne, dans le sens où elle utilise les rapports de fréquences qui engendrent les intervalles. Toutefois, en utilisant un modèle développé par le mathématicien français Y. Hellegouarch, nous allons montrer qu'il est possible d'intégrer dans un calcul de dissonance d'un agrégat des critères liés à la culture de l'auditeur, afin d'obtenir une hiérarchie des consonances des intervalles relative à différents

archétypes culturels d'audition. A travers ces exemples, cet article propose plus généralement une critique du postulat naturaliste présent dans certaines sciences étudiant la musique, notamment certaines sciences expérimentales. Cet article plaide au contraire pour une utilisation de la science afin de fournir à la théorie musicale des concepts réfutables et prospectifs pour les compositeurs, et non des vérités universelles et normatives. La méthode scientifique en musique doit en effet rester consciente et soucieuse des présupposés culturels qui fondent ses axiomes de départ.

Quelle science pour la dissonance ?

Que ce soit dans les rapports pythagoriciens de fréquences exprimés en fractions rationnelles (2/1, 3/2, 4/3), dans les différentes catégories harmoniques d'Aristote propices soit au repos, soit aux personnes âgées, soit à la guerre (Moutsopoulos [1989] p.68, Fubini [1983] p.31), dans les théories de Zarlino ou de Rameau, dans l'approche métaphysique de l'harmonie par Fétis, dans les travaux scientifiques de Helmholtz, Riemann, Stumpf ou Ambros, dans la contestation du positivisme Helmholtzien par Combarieu, ou dans les théories récentes de Terhardt, la recherche de critères de consonance traverse toute l'histoire de la théorie musicale. On peut néanmoins regrouper les théories de la consonance en trois catégories :

- **Les théories métaphysiques de la consonance**, qui mettent en rapport la musique et l'homme. La dissonance y est interprétée, en simplifiant, dans un sens historico-social (Adorno, Lukacs, Marcuse), ou par analogie à la linguistique et à la grammaire (Combarieu, S. Länger, D. Cooke). Cet aspect est traité dans les autres articles de cet ouvrage et ne sera pas abordé ici.

- **Les théories scientifiques empiriques de la consonance**, qui réapparaissent depuis les années 1970. Elles s'appuient sur des méthodes issues de la science physique appliquée: expérimentations, sondages sur échantillons représentatifs d'auditeurs, tests psychoacoustiques. Les modèles sont parfois élaborés à partir de théories rationnelles ou d'intuitions, mais sont validés uniquement par l'expérience. Ces intuitions sont parfois incorporées dans des compositions afin d'être testées dans un contexte réellement musical (par exemple *Streamlines* du compositeur J. Fineberg, (Pressnitzer & alii [1996])). Cette méthodologie fondée sur l'empirisme est assez récente en théorie musicale, alors qu'elle est pratiquée depuis longtemps dans d'autres sciences humaines, telles l'économie ou la sociologie, confrontant une intuition inspirée par des théories abstraites à des statistiques, des comportements ou des opinions. Cette méthodologie présente selon nous trois limites lorsqu'elle est appliquée à la musique :

la confrontation d'une théorie à un test statistique sur échantillon ne peut que la réfuter ou en définir ses limites, et non confirmer son exactitude de façon universelle. L'approche par confirmation, prônée par les philosophes du Cercle de Vienne, cherche à montrer qu'une majorité suffisante de cas dérivés du modèle s'accordent aux faits. Au contraire, selon K. Popper qui défend l'approche par réfutation, un modèle scientifique est dit réfutable si l'ensemble des énoncés testables qui le contredisent est non vide. Dans l'approche par réfutation, ce modèle doit être non réfuté face aux faits pour être valide. Si l'approche par confirmation est généralement trop laxiste, celle par réfutation est trop sévère (Walliser [1994], p.135). Or, dans une science empirique comme la psychoacoustique, il est difficile de rassembler un échantillon confirmant les énoncés à la fois suffisamment large, irréfutablement représentatif (« tous les hommes »), et homogène dans ses comportements de perception, notamment pour les énoncés à fort contenu culturel. La validation par sondage est donc plus une mesure de la taille du groupe pour lequel l'énoncé n'est pas encore réfuté que la confirmation de sa validité universelle.

L'expérimentation en musique n'objective ni ne démontre une intuition personnelle (paradoxe de Duhem). Lorsqu'il s'agit de musique et non de son, le modèle initial à tester est souvent issu d'une convention de pensée propre au concepteur du modèle (des archétypes de musique tonale par exemple), du fait de l'inexistence de vérité objective dans ce domaine. En effet, la théorie musicale n'est pas une science exacte fondée sur des principes issus de la biologie ou de la physique, mais une science humaine fondée sur des facteurs majoritairement culturels. Les modèles théoriques en musique sont scientifiques au sens de Popper uniquement parce qu'ils sont réfutables et testables, sans être empiriquement vrais partout (Popper [1972])². L'expérimentateur qui n'admet pas ce constat épistémologique s'expose à négliger les facteurs culturels de son énoncé et est conforté dans sa conviction de pseudo-objectivité par l'échantillon d'auditeurs sur lequel il effectue les tests, échantillon qui partage généralement les mêmes conventions d'écoute que lui (même pays, même époque). Ce problème, intitulé *paradoxe de Duhem* en épistémologie, dénonce ainsi la construction d'une théorie sur des faits que l'on teste ensuite à la lumière de ces mêmes faits (Duhem[1911] p.275). Pour l'exprimer autrement, l'induction n'est pas un raisonnement par déduction. Le paradigme empiriste, encore présent chez quelques psychoacousticiens, fausse donc parfois la destination théorique de certains énoncés scientifiques, pourtant souvent remarquables.

La théorie musicale, même expérimentale, n'est pas une discipline normative. La psychoacoustique ne peut dicter comme vraie aux compositeurs une observation moyenne valable à une certaine époque, pour

² Cette définition n'est pas propre aux sciences humaines. Le mathématicien G. Cantor, inventeur de la théorie des ensembles, écrivait à la fin du XIXème siècle : « *La mathématique est entièrement libre de son développement et ses concepts ne sont liés que par la nécessité d'être non contradictoires et coordonnés aux concepts antérieurement introduits par des définitions précises* ».

une certaine classe et dans un certain lieu géographique. Par exemple, selon certaines études, l'auditeur moyen ne percevrait pas dans un contexte particulier certaines subtilités harmoniques, mais plutôt le contour mélodique. Le compositeur doit-il contraindre son écriture selon ces comportements, ou chercher au contraire à en être dissident, marginal, tels Scriabine et ses quartes superposées (en simplifiant), Janacek et ses quintes à vide, Moussorgsky et ses modulations étranges, différentes marginalités obtenues par abnégation face aux conventions ambiantes, et par un long et patient travail sur soi ? Certes, la psychoacoustique a réussi à mettre en évidence nombre de résultats importants sur la perception, mais cette discipline ne fonde pas une théorie de la composition (ce que certains psychoacousticiens admettent volontiers). Elle reste plutôt une sociologie rationnelle et empirique de la musique étudiant les divers comportements d'une catégorie d'auditeurs, sans prétention normative.

- Le troisième type de théories de la consonance, **les théories conceptuelles d'essence pythagoricienne**, trouve son fondement dans des (pseudo)-raisonnements scientifiques (battements entre deux notes, fondamentale virtuelle, ratios de fréquence, etc.). Si le raisonnement cherche à être rigoureux et réfutable, il ne doit pas chercher, contrairement aux théories empiriques, à être démenti par l'expérience (propriété d'*apriorisme* de Cairnes et Senior). Ces théories restent scientifiquement valables tant qu'elles ne prétendent pas à une quête de vérité absolue. Comme d'autres sciences humaines (par exemple l'économie, la linguistique ou la sociologie mathématique), elles fondent leur validité scientifique en présentant des concepts testables, réfutables, formels et prospectifs, plutôt qu'en énonçant des vérités et en les validant sur échantillon. Contrairement aux théories métaphysiques de la dissonance, les théories conceptuelles pythagoriciennes présentent une méthodologie cartésienne et scientifique: problème divisible et simplifiable en problèmes plus petits; concept formel globalisant donc nécessairement réducteur, appelant à être étendu et nuancé musicalement; énoncés réfutables. Ces modèles conceptuels peuvent alors devenir des outils prospectifs inspirateurs pour les compositeurs, et créer de nouveaux espaces sonores. Ainsi, les spectres calculés de *Vortex Temporum* de G. Grisey ou les transcriptions métriques et tempérées de chants d'oiseaux chez O. Messiaen présentent une couleur propre, car c'est le détournement de l'original et non sa duplication qui crée le nouvel espace particulier au compositeur.

Approche pythagoricienne traditionnelle de la consonance

Pythagore s'est intéressé le premier à la notion de consonance des intervalles de hauteurs. Selon Nicomaque (II^{ème} siècle de notre ère), Pythagore a su comprendre que l'harmonie de deux sons dépendait

des rapports de multiplicité en valeur entière entre certains paramètres sonores (comme les longueurs des cordes d'un instrument) (Chailley [1967]). Les pythagoriciens admettaient comme consonants les rapports des quatre premiers entiers: 4/3 (quarte), 3/2 (quinte), 2/1 (octave), 3/1, 4/1. La quarte était ainsi consonante (elle était même la première consonance pour Aristoxène), et ni les tierces, ni les sixtes ne l'étaient (Tenney [1988] p.11). Du fait de l'importance de la théorie de Pythagore chez ses successeurs, la tierce majeure n'a pu être admise comme scientifiquement consonante qu'à partir des travaux de Zarlino vers 1558.

En 1722, Rameau, s'inspirant des travaux de Descartes, propose, dans le premier livre de son *Traité de l'Harmonie, Du rapport des raisons et proportions harmoniques* (Rameau [1722]), de bâtir l'harmonie et les rapports de consonance à partir des concepts de basse fondamentale et de spectre harmonique. La plupart de ses successeurs (Catel, Riemann, Helmholtz, Bitsch, Schönberg, Hindemith) ont ensuite construit leur traité d'harmonie, d'acoustique ou de composition sur des considérations d'imitation de la nature et de lois physiques: "*Notre gamme majeure (...) s'explique en tant qu'élément trouvé par imitation de la nature*" (Schönberg [1922], p.42).

Les théoriciens épris de sciences physiques ont souvent négligé les biais culturels qui se sont creusés à travers les âges. L'oreille occidentale s'est pourtant peu à peu écartée du spectre acoustique pour accepter la gamme tempérée, et même avoir des difficultés, parfois, à s'accommoder de systèmes harmoniquement plus « justes »³.

Octave /2e harm.	Quinte /3e harm.	Tierce /5e harm.	Sept.min. /7e harm.	Neuvième /9e harm.	Onzième /11e harm.	Treizième dim. (=do-la b) /13 harm.
0%	0,113%	-0,787%	-1,785%	+0,226%	-2,773%	+2,369%

Tableau 1 : Ecart entre les harmoniques justes et les intervalles tempérés (en %)

De plus, notre oreille s'est accoutumée à des intervalles issus d'harmoniques de rang de plus en plus élevé : octave et quinte dans l'antiquité grecque, tierce et sixte au début du XVème siècle (Dunstable), stabilité des septièmes et des neuvièmes avec Debussy, etc. Enfin, les lois de superposition des intervalles se sont rapidement écartées du seul « ordre spectral » en nombres entiers. La quarte, renversement de quinte, coexiste simultanément avec la quinte et l'octave pendant l'antiquité et le Moyen Age (Guido d'Arezzo). Lorsque l'intervalle de tierce intervient comme élément harmonique stable à la fin du XIIIème siècle, dans les

³ Sur les problèmes de perception des intervalles et notamment les liens entre hauteur et timbre dans les cultures extra-occidentales, lire Arom, Léotheud, Voisin [1997]

parallélismes du gymel anglais ou dans le codex de Montpellier, puis à la fin du XIV^{ème} siècle en position finale d'une phrase (Tenney [1988] p.25, Gut [1969] p.189), il apparaît simultanément sous une forme majeure ou mineure, donc sans rapport avec le cinquième harmonique. D'ailleurs, Philippe de Vitry définit dans son *Ars Nova* les tierces à partir des rapports pythagoriciens (32/27, 81/64) et non à partir des rapports liés au cinquième harmonique (5/4, 6/5) (Vitry [1320 trad.1964] p.35 et 42).

Cette éducation culturelle de l'oreille à travers l'histoire minimise le postulat naturaliste d'universalité de la consonance. Dans sa théorie de la tonalité, H. Riemann tentait de s'appuyer sur l'acoustique et les mathématiques, alors que le théoricien Fétis favorisait une approche plus métaphysique de la dissonance, liée aux notions culturelles de tension/détente et de stabilité tonale (Dahlhaus [1967] p.10). La psychoacoustique moderne tente de s'adapter à ces nuances culturelles. Ainsi, le psychoacousticien Steve McAdams différencie la « dissonance sensorielle » de la « dissonance cognitive » (McAdams & Deliège [1989]). La « dissonance sensorielle » correspond à une réalité du phénomène physique, alors que la « dissonance cognitive » dépend de nombreux phénomènes psychologiques et culturels.

La dissonance sensorielle est liée à la perception de battements entre deux fréquences (McAdams [1994] p.308). Cette dissonance est plus forte lorsque les deux fréquences ou leurs multiples sont proches, ou bien lorsque l'une des fréquences provoque elle-même des battements (fréquences graves). On identifie, dans le cas de deux fréquences supérieures à 500 Hertz, le seuil de «consonance sensorielle» à un intervalle d'environ un demi-ton à un ton (P.Rash & R.Plomp in Deutsch [1982] p19, Guigue [1994], Helmholtz[1868] p.218). Cette notion de dissonance sensorielle, visible dans le médium et l'aigu, est intitulée par Helmholtz « rugosité psychoacoustique » et a été étendue aux frottements d'harmoniques par Plomp et Levelt, et par Kameoka et Kuriyagawa (L.A. Dewitt & R.G. Crowder [1987]). La prise en compte des harmoniques permet d'expliquer en partie la dissonance sensorielle pour des intervalles plus grands que la tierce.

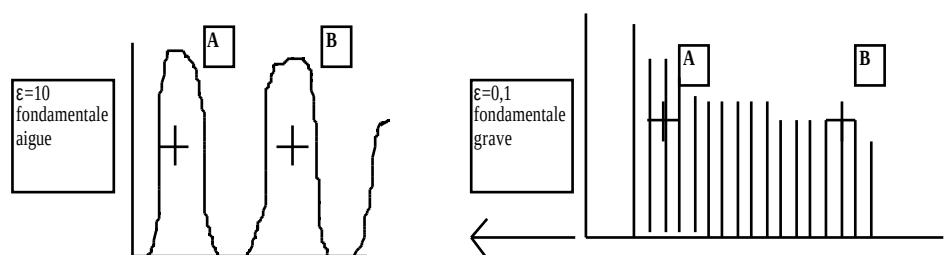
La dissonance cognitive connaît de nombreuses définitions plus ou moins littéraires. Selon le théoricien du behaviorisme J.-P. Poitou, reprenant les théories de Festinger, « *il y a consonance [cognitive] entre deux notions si l'une des deux découle de l'autre, ou autrement dit, si l'une des deux implique psychologiquement l'autre* » (Poitou[1974] p.11). Si on considère que l'écoute d'un agrégat renvoie à une représentation mentale d'autres agrégats virtuels, assimilés culturellement, intuitivement, ou physiologiquement par l'auditeur, la définition précédente de la consonance cognitive s'applique à la musique. Les travaux

scientifiques traitant de la dissonance cognitive selon des méthodes pythagoriciennes gardent d'ailleurs cette approche de confrontation d'une réalité à une notion mentale. Cependant, ils la réduisent fortement en restant dans un paradigme naturaliste qui évacue les facteurs culturels : Les divers travaux scientifiques qui traitent de la dissonance cognitive tentent d'évaluer la distance entre un agrégat sonore et le spectre harmonique le plus proche (**dissonance cognitive spectrale**), et non entre un agrégat sonore et une représentation mentale plus culturelle. Cette méthode consiste à « caler » le maximum de composantes de cet agrégat à l'intérieur d'un spectre harmonique, et à en chercher sa fondamentale virtuelle (Terhardt [1974]), appelée parfois fondamentale résiduelle (Schaeffer [1966], p.181)⁴. La méthode communément admise de mesure de la dissonance d'un agrégat consiste alors à considérer que plus la fondamentale virtuelle de l'agrégat est basse, plus celui-ci est inharmonique.

Afin d'étayer notre plaidoyer pour une plus grande prise en compte de la culture dans les méthodes scientifiques traitant de la dissonance musicale, nous relevons ci-dessous trois contradictions techniques dans cette méthode « naturaliste » :

i) Sensibilité à l'intervalle de tolérance : L'algorithme d'Euclide demande dans la pratique de fixer un intervalle de tolérance ε arbitraire. Or le choix de ce nombre modifie le calcul de la fréquence fondamentale résiduelle. Cet ε correspond à la marge d'acceptation que l'on se donne lorsqu'on cherche à « caler » l'agrégat avec les harmoniques d'un spectre (épaisseurs des « tiges du peigne » représentant le spectre). La Figure 1 ci-dessous tente d'expliciter cette sensibilité de la fondamentale virtuelle à l'indice de tolérance.

Figure 1 : lien entre la valeur de la fondamentale résiduelle et la valeur d'épsilon Si epsilon est faible (figure de droite), les bandes du « peigne spectral » sont très étroites, et seules quelques fréquences rigoureusement multiples entre elles « entrent » dans ce spectre, sauf dans le haut du spectre (les harmoniques sont plus serrés). Pour un agrégat assez inharmonique, l'algorithme détermine donc une fréquence résiduelle extrêmement grave, afin de « caler » le maximum de fréquences de l'agrégat sur ce « peigne harmonique ». Au contraire, si epsilon est élevé (figure de gauche), les lames du peigne sont beaucoup plus larges, et deux fréquences quelconques A et B se calent plus facilement à l'intérieur de deux bandes, même dans le bas du spectre, c'est à dire pour une fondamentale résiduelle aiguë. Mais dans ce cas, la multiplicité des deux fréquences avec la fondamentale résiduelle est approximative.



⁴ Dans la pratique, on détermine la fondamentale résiduelle en calculant le Plus Grand Commun Diviseur (P.G.C.D.) des fréquences de l'agrégat, que l'on obtient par l'algorithme d'Euclide (cf. annexe A).

Le tableau 2 ci-dessous présente par exemple le calcul de la fréquence fondamentale résiduelle, (que nous considérons comme indice de consonance spectrale), pour un agrégat de deux notes [A, B]: la note A de fréquence 65,5 Hz et la note B de fréquence variable. Le calcul a été effectué selon l'algorithme d'Euclide pour trois valeurs différentes d' ϵ . Nous observons que la valeur de ϵ modifie la fréquence de la fondamentale virtuelle obtenue pour chaque intervalle [A, B].

Fréquence note B (arrondie au Hz)	262 (do 3)	269 (do $\sharp$)	277 (do #)	285 (ré $\flat$)	294 (ré)	308 (ré $\sharp$)	311 (ré #)	320 (mi $\flat$)	330 (mi)	339 (mi $\sharp$)	349 (fa)	359 (fa $\sharp$)	370 (fa #)
epsilon = 0,1	65,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
epsilon = 1	65,5	2	1,5	1,5	1,5	1,5	16	1,5	2,5	3,5	21,5	1,5	1,5
epsilon = 10	65,5	65,5	15	19,5	32	19,5	16	58	65,5	11,5	21,5	31,5	19,5

Fréquence B (Hz)	381 (sol $\flat$)	392 (sol)	403 (sol $\sharp$)	415 (sol #)	427 (la $\flat$)	440 (la 3)	453 (la $\sharp$)	466 (la #)	480 (si $\flat$)	494 (si)	508 (si $\sharp$)	524 (do 4)	1318 (do 5)	45 (fa $\sharp$)
epsilon = 0,1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	65,5	0,5	0,5
epsilon = 1	5,5	64,5	4,5	21,5	1,5	1,5	5	1,5	21,5	2,5	1,5	65,5	1,5	4
epsilon = 10	12	64,5	65,5	21,5	31,5	18,5	60	65,5	21,5	30	16	65,5	65,5	20,5

Tableau 2 : Détermination selon différentes valeurs d' ϵ de la fondamentale virtuelle (en Hz) pour un agrégat de deux notes: A=65,5 Hz (=Do1) et l'autre variable.

Un deuxième exemple, figure 2(a) ci-dessous, présente la fondamentale virtuelle d'un accord calculée avec le logiciel Patchwork de l'IRCAM. En changeant légèrement l'indice ϵ (de 24 à 25 sur une échelle [1-99]), celle-ci baisse d'environ une neuvième. Ces deux exemples montrent que la méthode de la dissonance spectrale ne détermine pas un unique indice de consonance, mais que celui-ci est dépendant de variables internes à l'algorithme, sans parler des variables culturelles exogènes.

ii) Renversement des accords. La méthode de détermination de la dissonance cognitive spectrale se heurte à plusieurs habitudes de l'oreille occidentale, en ne tenant pas compte, par exemple, de la notion de renversement de l'agrégat. Un agrégat et son renversement n'ont en effet, selon cette méthode, pas la même fondamentale virtuelle, mais deux fondamentales distantes d'au moins une octave (donc d'indice de consonance très différent) (figure 2b).

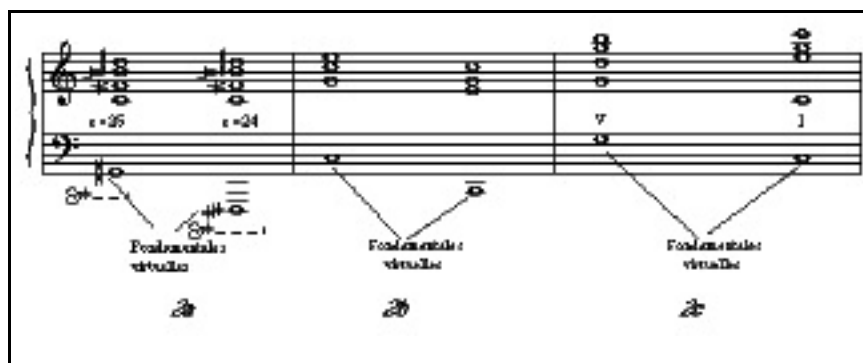


Figure 2: Détermination de la fondamentale virtuelle.

2(a) : Pour un même accord, une légère modification de ε (25 à 24 sur le logiciel Patchwork) abaisse d'environ une neuvième la fondamentale virtuelle.

2(b) : Un accord et son renversement possèdent deux fondamentales virtuelles distantes d'une octave. Ainsi, lorsque celle-ci est considérée comme indice de dissonance, un accord et son renversement sont de dissonance différente.

2(c) : La dissonance s'accroît selon cette méthode lors d'une résolution cadentielle.

iii) perception culturelle des intervalles. D'autres comportements de notre oreille occidentale restent en contradiction avec cette théorie d'origine acoustique. Par exemple, une résolution cadentielle V-I accroît la dissonance calculée par la méthode de la fondamentale virtuelle (figure 2c), ce qui lancerait une pierre, dans un sens, dans le jardin métaphysique de Fétis.

Le calcul de la dissonance d'un agrégat par la méthode de la fondamentale virtuelle, issu d'une réflexion sur le spectre acoustique, ne prend donc pas suffisamment en compte les mécanismes cognitifs d'ordre culturel de perception des intervalles : les renversements ne sont pas pris en compte; la tierce mineure est relativement dissonante; des mécanismes culturels tels que les mouvements cadentiels, les accords sur pédale, les accords altérés de Liszt ou de Wagner, ou les retards harmoniques échappent à cette conception de la consonance. Ces contradictions n'invalident cependant pas la méthode. Il faut simplement prendre conscience que celle-ci n'élabore pas une définition universelle de la dissonance, mais un concept de dissonance attaché au paradigme esthétique sous-jacent aux théories de Helmholtz et à l'école spectrale.

Nous allons montrer qu'il est possible de construire des indices scientifiques de dissonance intégrant plus de facteurs culturels. Certes, cette méthode de calcul devient beaucoup moins universelle, plus difficilement implémentable sur un ordinateur du fait de l'existence de paramètres subjectifs exogènes. Cette méthode peut perdre auprès des partisans d'une « musique-science exacte » son irréfutabilité scientifique, ce que nous contestons d'ailleurs en considérant que la musique est une science humaine (l'indice de Terhardt

est en effet lui-même attaché à un paradigme esthétique). Il faut aussi rappeler qu'aucune démarche positiviste n'a pu ni ne pourra appréhender les notions complexes de tension/détente, de stabilité harmonique, ou d'autres concepts discursifs. L'indice mathématique qui suit n'est donc qu'un paradoxe amusant tentant de montrer qu'une approche scientifique peut aussi s'interroger sur la notion de culture, sans la cerner totalement. La première contrainte est de construire un indice selon une méthode « popperienne » rigoureuse, donc conceptuelle et réfutable mais aussi évidemment très réductrice d'une réalité musicale pleine de subtilités et d'exceptions.

Un indice interprétatif de consonance culturelle d'un intervalle

Le calcul d'un indice interprétatif de consonance culturelle d'un agrégat se propose d'incorporer rationnellement des considérations cognitives liées aux conventions d'écoute. Certes, aucun calcul ne peut appréhender l'évolution historique et culturelle de la consonance. Quel indice pourrait par exemple expliquer la perception de l'accord de Tristan par ses contemporains? En revanche, les mécanismes cognitifs de compréhension mentale des intervalles peuvent être mieux pris en compte⁵.

Calcul des fréquences

L'idée directrice est de décomposer tout intervalle en une combinaison d'intervalles simples et connus, intégrés par la culture (tierce, quinte, octave, etc...). C. Stumpf a montré que les musiciens décomposaient les dissonances selon des combinaisons des premiers harmoniques (octave, quinte, tierce, septième), et que les instruments accordés suivant la stricte gamme tempérée ($2^{n/12}$) sonnaient à leurs oreilles plus faux que ceux respectant la quinte et l'octave justes (gamme de Pythagore), ou la tierce, la quinte et l'octave justes (gamme de Zarlino).

Les deux tableaux ci-dessous (**tableaux 3a** et **3b**) présentent quatre échelles à intervalles "justes" par rapport à do, ainsi que la gamme tempérée :

⁵ **Note mathématique annexe** : L'idée de la démarche consiste à plonger la gamme dans un sous groupe G multiplicatif des rationnels Q_+^* . En effet, tout sous groupe de Q_+^* de rang supérieur à 1 est dense dans Q_+^* , donc dans R_+^* . **Dém** : Si G est de rang supérieur à 1, il existe deux éléments r et s de G multiplicativement indépendants. Donc $\ln(r)$ et $\ln(s)$ sont linéairement indépendants dans Q . Or le théorème de Kronecker-Hardy affirme que l'ensemble des nombres de la forme $m.\ln(r)+n.\ln(s)$ pour (m,n) de Z^2 est dense dans R . Donc $\langle r,s \rangle = \langle r^m.s^n; (m,n) \text{ de } Z^2 \rangle$ est dense dans R_+^* . (c.q.f.d.)

Dans «l'échelle spectrale», chaque note est considérée comme un harmonique de la fondamentale (ici do) désoctavié plusieurs fois. Par exemple, fa est défini comme le 21ème harmonique de do, abaissé de 4 octaves ($fa = 21/2^4$). Pour plus de commodité de lecture, les noms des notes sont approximés au quart de ton, mais cette approximation n'intervient pas sur les calculs de dissonance.

Note approximative		do	do#	ré	mib	mi	fa
Valeur exacte		1	17/2 ⁴	9/2 ³	19/2 ⁴	5/2 ²	21/2 ⁴
fa+1/4#	fa+3/4#	sol	sol+1/4#	sol+3/4#	la+1/4#	si	do
11/2 ³	23/2 ⁴	3/2	25/2 ⁴	13/2 ³	7/2 ²	15/2 ³	2

Tableau 3a : Valeur relative des intervalles de «l'échelle spectrale»

L'échelle de Pythagore interprète les intervalles à un degré cognitif plus élevé : l'auditeur pythagoricien reconstitue un intervalle quelconque par des combinaisons de quintes (3e harmonique) et d'octaves justes (2e harmonique). Ainsi, l'intervalle [do/la] est défini comme : la est trois fois la quinte de do (numérateur : 3^3), désoctaviée quatre fois pour rester dans la même octave que do (d'où $3^3/2^4$).

	do	do# /ré b		ré	mi b	mi	fa
Echelle de Pythagore	1	(do #) 3 ⁷ /2 ¹¹	(ré b) 2 ⁸ /3 ⁵	3 ² /2 ³	2 ⁵ /3 ³	3 ⁴ /2 ⁶	2 ² /3
Echelle de Zarlino	1	(do 1/4#) 5 ² /3.2 ³	(ré -1/4b) 3 ³ /5 ²	3 ² /2 ³	2.3/5	5/2 ²	2 ² /3
Echelle des septièmes	1	(do #) 3.5/2.7	(ré b) 3 ³ /5 ²	2 ³ /7	2.3/5	5/2 ²	2 ² /3
Tempérament égal	1,000	1,059		1.1225	1.1892	1.2600	1.3348

	fa#/sol b		sol	la b	la	si b	si	do
Echelle de Pythagore	(fa #) 3 ⁶ /2 ⁹		3/2	2 ⁷ /3 ⁴	3 ³ /2 ⁴	2 ⁴ /3 ²	3 ⁵ /2 ⁷	2
Echelle de Zarlino	(fa+1/4#) 5 ² /2.3 ²	(solb) 5.3 ² /2 ⁵	3/2	2 ³ /5	5/3	3 ² /5	3.5/2 ³	2
Echelle des septièmes	(solb) 7/5		3/2	2 ³ /5	5/3	(la+1/4#) 7/2 ²	3.5/2 ³	2
Temp. égal	1.4142		1.4983	1.5874	1.6818	1.7818	1.8877	2,00

Tableau 3b : Valeur relative des intervalles dans les échelles de Pythagore, Zarlino, des septièmes et à tempérament égal.

(D'après Lattard [1988]); le nom des notes (do ré ...) est ici purement symbolique. Pour obtenir la vraie fréquence des notes, il suffit de multiplier chaque fraction par la fréquence de do à l'octave désirée (cf. annexe B.II).

L'échelle de Zarlino considère qu'un auditeur « zarlinien » endogénéise (assimile) comme l'auditeur pythagoricien les octaves (2ème harmonique) et les quintes (3ème harmonique), mais aussi les tierces justes (5ème harmonique). Par exemple, l'intervalle [do/la] zarlinien ($=5/3$), différent de celui de Pythagore ($=3^3/2^4$), correspond à la tierce abaissée d'une quinte ($5/3$), que l'on peut aussi se représenter comme la tierce de la quarte ($4/3 \times 5/4 = 5/3$). Pour $[do/fa] = 4/3$, do est la quinte octaviée de fa; $[do/fa\#] = 5^2/3^2.2$ est tel que sol #, deux

fois la tierce de do (5^2 au numérateur), est également deux fois la quinte de fa # à l'octave ($3^2 \cdot 2$ au dénominateur). Pour [do/si bémol]= $3^2/5$, ré est deux fois la quinte de do (3^2 au numérateur), et la tierce de si bémol (5 au dénominateur). Si est cinq fois la quinte de do, ramenée à l'octave; etc.

L' **échelle des « septièmes »** ajoute les septièmes justes (7ème harmonique) aux autres intervalles admis (endogénéisés) dans les autres échelles (tableau 3b).

Si cette vision des intervalles paraît a priori complexe, cette méthode respecte la manière dont Pythagore ou Zarlino ont construit leur échelle, et correspond assez bien à l'intuition que nous avons des intervalles (la quarte est une quinte renversée; la est la tierce de la quarte de do, et aussi la quarte de la tierce, etc...). Les tableaux 3a et 3b présentent des échelles à douze degrés, mais cette méthode de calcul s'applique également à d'autres divisions de l'échelle. Dans son étude, Y. Hellegouarch présente par exemple une gamme de Pythagore à 41 degrés.

Distance harmonique d'Hellegouarch

Dans son travail sur les échelles culturellement interprétatives (Hellegouarch [1983]), le mathématicien français Y. Hellegouarch élabore une méthode de calcul de la distance harmonique d'un intervalle⁶, que l'on peut assimiler à un indice de consonance harmonique (et non mélodique) de cet intervalle. On applique ensuite la formule de la distance harmonique aux intervalles de chaque échelle (cf. tableau I annexe B), puis on classe les différents intervalles selon cet indice, afin d'établir une hiérarchie de consonance pour chacune des échelles (cf. **tableau 4** ci-dessous).

Les résultats semblent remarquablement conformes à certains comportements culturels de l'oreille : Pour l'échelle «spectrale» par exemple, c'est à dire pour une oreille «spectrale», la hiérarchie des consonances correspond à l'ordre des harmoniques. Le classement des dissonances est différent pour les trois autres catégories culturelles d'écoute : pour les échelles de Pythagore, de Zarlino et des septièmes, les trois intervalles

⁶ La distance harmonique $d(f_1, f_2)$ entre deux fréquences f_1 et f_2 est calculée, selon ce mathématicien, en prenant le logarithme népérien de la hauteur (définie comme celui du numérateur ou du dénominateur qui est le plus grand) d'une fraction irréductible, fraction obtenue en simplifiant f_1/f_2 :

$$d(f_1, f_2) = \ln[h(f_1/f_2)] \text{ avec } h(f_1/f_2) = \sup(f_1, f_2) \text{ et } f_1 \text{ et } f_2 \text{ premiers entre eux}$$

L'écriture logarithmique de cette distance signifie, sur un plan psychoacoustique, que la combinaison cognitive d'un grand nombre d'intervalles basiques (octave, quinte) est plus ardue à percevoir ou imaginer que la combinaison d'un petit nombre d'intervalles moins basiques (tierce, septième,...). Par exemple, la représentation mentale de la combinaison de cinq quintes (3^5) est relativement plus difficile que celle de trois tierces (5^3).

les plus consonants sont d'abord l'octave, la quinte puis la quarte. L'échelle de Pythagore privilégie ensuite la seconde, ([do/ré] et [do/si b]), c'est à dire la quinte de la quinte, bien avant les tierces majeures et mineures. La hiérarchie des consonances de l'échelle de Pythagore correspond en fait au cycle des quintes. Ceci reste conforme au fait que les grecs et le Moyen Age excluaient la tierce comme intervalle consonant et favorisaient la quarte. On peut également remarquer que les sept premiers degrés de consonance de l'échelle de Pythagore correspondent au mode dorien, expliquant peut-être ainsi la popularité de ce mode de l'antiquité à la renaissance.

ordre de consonance	Echelle spectrale	Echelle de Pythagore	Echelle de Zarlino	Echelle des septièmes
avec DO				
13)	SOL+1/4#	DO #	SOL b	RE b
12)	FA+3/4#	FA #	RE -1/4b	
11)	FA	RE b	FA+1/4#	DO # et SI
10)	RE #	SI	DO+1/4#	
9)	DO #	LA b	SI	LA b et RE
8)	SI	MI	SI b et RE	
7)	LA-1/4b	MI b	LA b	SOL b et SI-3/4b
6)	FA 1/4#	LA	MI b	MI b
5)	RE	SI b		
4)	SI -3/4b	RE	LA et MI	LA et MI
3)	MI	FA	FA	FA
2)	SOL	SOL	SOL	SOL
1)	DO	DO	DO	DO

Tableau 4 : Hiérarchie de dissonance des intervalles selon la distance harmonique d'Hellegouarch

L'échelle de Zarlino et celle des septièmes admettent au contraire assez rapidement les tierces et les sixtes comme consonances, que celles-ci soient majeures ou mineures. Ceci respecte les habitudes perceptives apparues à partir du XV^e siècle. On remarquera également que la hiérarchie des consonances calculée pour l'échelle de Zarlino par la distance harmonique d'Hellegouarch reste très proche des tests empiriques sur auditeurs effectués par différents psychoacousticiens (Mamberg, Hutchinson & Knopoff, Kameoka & Kuriyagawa ; cf. Krumhansl [1990] p.58 pour plus de détails). On peut en déduire que l'oreille occidentale moyenne est assez proche du paradigme zarlinien. On note enfin que l'indice d'Hellegouarch dépend de l'interprétation attribuée aux notes par les fractions qui les définissent : les intervalles [do/réb] et [do/do#] n'ont par exemple pas la même consonance harmonique dans l'échelle de Pythagore.

Une mesure de la dissonance assez similaire : la fonction d'Euler

Dans son ouvrage sur la géométrie dans la musique (Mazzola [1990]), Guerino Mazzola cite succinctement, dans le chapitre consacré à la dissonance théorique la fonction d'Euler⁷. Il apparaît que cette fonction mathématique est proche de la distance harmonique d'Hellegouarch et peut s'y substituer. Le calcul de la fonction d'Euler propose de plus une comparaison possible entre les différentes échelles. Nous avons donc recalculé les indices de dissonance des différents intervalles de chaque échelle selon cette fonction.

Valeur de la fonction d'Euler	Echelle spectrale	Echelle de Pythagore	Echelle de Zarlino	Echelle des septièmes
30				
29	SOL+1/4#			
28				
27	FA+3/4#			
26		DO #		
25				
24				
23	RE #			
22	DO # et FA	FA #		
21				
20				
19		RE b		
18	SI	SI		
17				
16	LA-1/4b	LA b		
15		MI		
14	FA 1/4#		RE -1/4b FA#,SOLb,DO#	RE -1/4b DO #
13				
12	RE	MI b		
11		LA		SOL b
10			SI	SI et RE
9	SI -3/4b	SI b	SI b	SI -3/4b
8		RE	RE, MIb, LA b	LA b et MI b
7	MI		LA et MI	LA et MI
6				
5		FA	FA	FA
4	SOL	SOL	SOL	SOL
3				
2	DO ^{8ve}	DO ^{8ve}	DO ^{8ve}	DO ^{8ve}
1	DO	DO	DO	DO

Tableau 4 bis : Hiérarchie de dissonance des intervalles selon la fonction d'Euler

Cet indice ne présente pas de changement majeur dans l'ordre des dissonances, sauf pour les intervalles les plus dissonants de l'échelle des septièmes (triton, sixte mineure, seconde). De plus, on s'aperçoit que plus

⁷ La fonction d'Euler se définit comme suit :

Soit un nombre premier a que l'on peut décomposer en facteurs premiers :

$$a = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdot p_3^{e_3} \dots p_n^{e_n}$$

la fonction d'Euler Γ se définit par $\Gamma(a) = 1 + \sum_{k=1}^n e_k \cdot (p_k - 1)$

Plus généralement, pour un nombre rationnel x/y , la fonction d'Euler se calcule: $\Gamma(x/y) = \Gamma(x.y)$

L'échelle s'éloigne d'un comportement auditif naturaliste (de type « spectral ») et induit un comportement cognitif, moins la fonction d'Euler prend de grandes valeurs pour les intervalles les plus dissonants. Selon ce modèle, les « raccourcis culturels » qui consistent à décomposer tout intervalle en intervalles plus simples endogonésés (tierce, quinte, ...) simplifient donc l'écoute et réduisent les dissonances.

Conclusion

L'indice de distance harmonique d'Hellegouarch présente une tentative pythagoricienne d'intégrer partiellement la culture dans le calcul de la consonance des intervalles. Par cette méthode, la hiérarchie des consonances n'est ni unique ni pseudo-universelle. Cette méthode non naturaliste ne considère plus l'oreille de l'auditeur comme un organe biologique passif mais comme une interface de perception intelligente, interprétative et subjective. Dans les faits, l'oreille culturelle ne perçoit pas la consonance de façon unique: On a vu que la tierce, d'abord dissonante, ne s'est affirmée comme consonante (imparfaite) que très progressivement jusqu'au XVème siècle, alors que la quinte, la quarte et l'octave étaient considérées comme « consonance parfaite ». Aujourd'hui, une oreille « spectrale » mesure le degré d'inharmonicité d'un intervalle en fonction de sa place dans le spectre, et il n'est pas certain qu'elle admette facilement la quarte ou la tierce mineure. En revanche, l'oreille occidentale traditionnelle, un peu zarlinienne, s'est habituée à ces deux intervalles. En musique tonale, une tierce [fa/la b] n'a pas la même signification qu'une tierce [la/do], ni qu'une tierce [do/mib] dans le contexte de do majeur.

Ces différentes nuances culturelles sont contenues dans l'indice présenté ci-dessus. Bien entendu, cet indice ne prétend pas décrire une vérité universelle. Il doit aussi être étendu à plus de deux notes, pour être exploitable, et les facteurs culturels doivent être étudiés plus en détail. Enfin, même s'il intègre la culture ou une échelle exogène construite par le compositeur, cet indice d'essence mathématique est une formalisation scientifique, donc réductrice mais éventuellement généralisable si elle est développée plus en détail. La réalité reste évidemment beaucoup plus complexe. L'indice d'Hellegouarch, scientifique au sens de Popper, car testable et réfutable, représente non une vérité mais un concept concernant les intervalles : en effet, il utilise une notation originale pour chiffrer les intervalles. Dans ce sens, plutôt qu'un outil d'analyse et de compréhension objective du passé et de la perception, ce chiffrage d'un agrégat sonore pourrait éventuellement représenter un outil prospectif pour les compositeurs, au même titre que la basse chiffrée, apparue chez Viadana et reprise par Monteverdi, a permis aux compositeurs baroques, dans une dimension

historique évidemment beaucoup plus importante, de mieux cerner et de développer l'écriture harmonique de leur époque.

Un outil prospectif pour les compositeurs

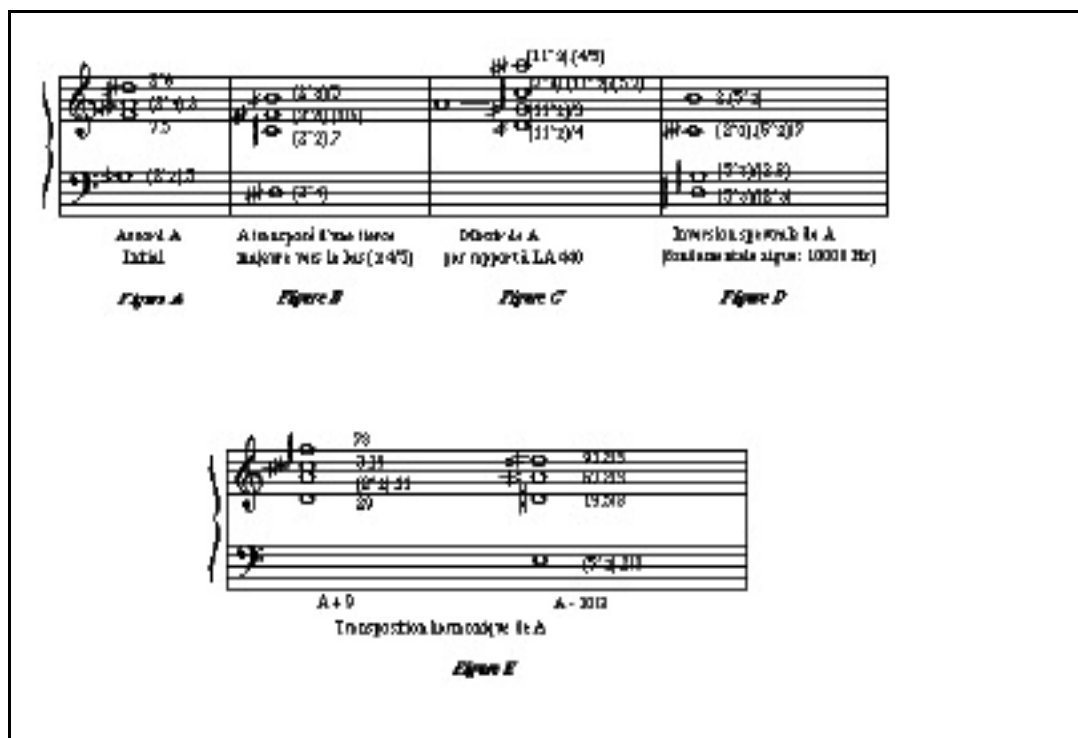
La démarche qu'utilise Hellegouarch pour chiffrer les intervalles rejoint celle qu'a utilisée R. Tanner dans ses travaux sur les « psycharithmes » (Tanner [1972]). Ce physicien a publié au début des années 70 plusieurs études sur une notation originale des agrégats. Cependant, la découverte était passée relativement inaperçue dans le milieu musical. Aujourd'hui, le courant spectral réactualise cette nouvelle formalisation des hauteurs en travaillant sur l'espace des fréquences (et non sur celui des intervalles tempérés), et en utilisant des opérations de multiplication et de division (le spectre acoustique est obtenu en multipliant une fréquence fondamentale par une suite d'entiers). De plus, on observe aujourd'hui un essoufflement partiel des premières techniques spectrales : ce vocabulaire utilisant des agrégats verticaux et fusionnés n'a en effet pas encore trouvé sa grammaire permettant de lier un spectre à un autre.

Cette nouvelle notation pourrait peut-être estomper cette absence de fonctionnalité, de la même façon que le chiffrage classique des accords avait permis de construire à partir du XVII^{ème} siècle une grammaire d'engendrement des accords (notions de cadences, de transpositions, de modulations, de degrés des accords, etc...). Bien entendu, nos prétentions restent plus modestes, et nous n'en sommes qu'à la préhistoire. Cependant, nous donnons ci-dessous quelques exemples de fonctionnalités issues de cette notation.

Soit un agrégat A de basse fondamentale 10 Hz (mi-1/4b), que l'on chiffre selon la notation d'Hellegouarch (**figure A**).

* **La transposition** d'un accord correspond dans cette notation à la multiplication ou à la division de ses composantes. Par exemple, une transposition de A d'une tierce majeure vers le bas correspond à la division par 5/4 de ses composantes (**figure B**)

* **Le miroir** d'un accord par rapport à une note consiste avec ce chiffrage à diviser le carré de l'expression de cette note par toutes les composantes de l'accord. Par exemple, le miroir de A par rapport à la₃ = 440 Hz = 2².11.(10Hz) consiste à diviser (2².11)² par toutes les composantes de A (**figure C**).



* **L'inversion de spectre** : Cette opération est perceptivement assez similaire à la précédente. Il s'agit de considérer une fréquence aiguë qui remplace en miroir la basse fondamentale. Pour trouver les coefficients du nouvel agrégat, il suffit de prendre cette fréquence aiguë (exprimée par rapport à la basse initiale) que l'on divise par les différentes composantes de l'agrégat A (**figure D**).

* **La transposition harmonique** : ce processus est original; on ajoute ou retranche à toutes les composantes de l'agrégat un nombre rationnel identique. Lorsque ce nombre est entier (par exemple +9), ceci correspond à un déplacement de chaque note selon plusieurs raies d'harmoniques (pour 9, on déplace chaque note, définie harmoniquement par rapport à la fondamentale, de 9 positions sur le spectre de fondamentale 10Hz). On présente ici le cas $A+9$ et $A-10/3$ (**figure E**). Ceci correspond musicalement à une transposition accompagnée respectivement d'une dilatation ou d'une contraction (pour une transposition respectivement vers le grave ou vers l'aigu), dans des proportions identiques.

* **La multiplication d'accords** : cette technique a été découverte et fréquemment utilisée par P.Boulez (Boulez [1963] p.89, Boulez [1966]). Nous avons montré dans un précédent article que cette technique, appelée à tort multiplication puisque l'opération n'est pas commutative, est identique à une modulation d'intervalles : cette technique consiste en fait à additionner et soustraire les différents intervalles d'un accord sur les notes d'un autre (Levy [1997]). La notation de Tanner et d'Hellegouarch permet de calculer aisément le résultat de cette « multiplication d'accords » : soient deux accords A [a, b, c] et B [e, d, f] exprimés avec ce nouveau chiffrage.

La « modulation d'intervalles » de A sur B correspond à la multiplication de toutes les combinaisons d'intervalles contenus dans A : [1, a/b, b/a, a/c, c/a, b/c, c/b] avec les notes de B [d, e, f] : (On obtient un accord à 21 notes : [d, e, f, d.a/b, e.a/b, f.a/b, d.b/a, e.b/a, f.b/a, d.a/c, e.a/c, f.a/c, d.c/a, e.c/a, f.c/a, d.b/c, e.b/c, f.b/c, d.c/b, e.c/b, f.c/b])
La formule se généralise aisément pour des agrégats plus importants.

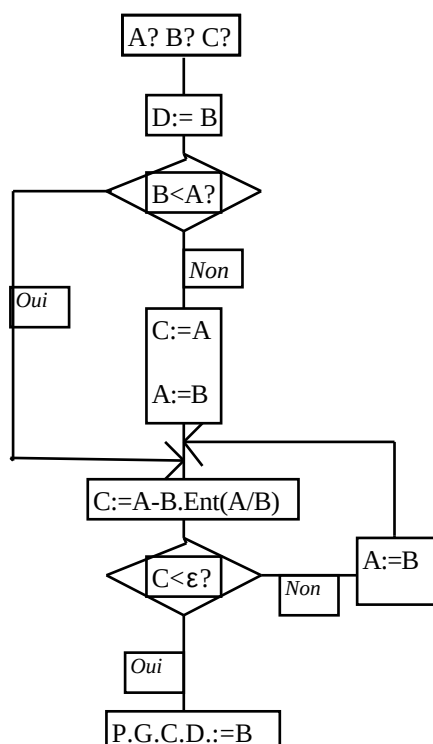
Le chiffrage des agrégats en fractions rationnelles présente peut-être l'inconvénient d'être difficile à exploiter et à entendre immédiatement pour celui qui n'est pas habitué à travailler sur l'échelle des fréquences (on utilise des fractions et des opérations de multiplication et de division). Toutefois, ceci pourrait s'améliorer avec l'usage de l'informatique, ainsi qu'avec une accoutumance auditive croissante à manier cette notation (de la même façon que les compositeurs se sont habitués au XVIII^e siècle à manier le chiffrage classique des accords). D'origine purement acoustique (relation spectrale d'une note par rapport à une autre), dépassant le cadre de l'écriture tempérée, tenant compte de facteurs culturels sur les hauteurs, d'essence pythagoricienne, cette notation des intervalles permet en effet de mieux comprendre l'architecture perceptive d'un agrégat (lorsqu'il est défini par rapport à un pôle), et, comme nous l'avons montré à travers quelques exemples, de formaliser facilement quelques techniques classiques de composition ou d'en imaginer de nouvelles. Toutefois, nous ne répéterons jamais assez qu'une approche formalisée de la musique ne permet que d'élaborer de nouveaux concepts, et non d'appréhender des vérités universelles. Certes, l'histoire montre que les compositeurs aiment se convaincre qu'ils détiennent une vérité, afin peut-être de conforter leur démarche créatrice. L'histoire ne retient pourtant que l'oeuvre et non le concept, et aucune formalisation musicale ne démontre sa validité intrinsèque sans l'oeuvre. Restons donc très modeste : « *Ce n'est pas la théorie qui englobe l'art, c'est l'art qui englobe la théorie en tant que fiction* » (F. Nietzsche).

BIBLIOGRAPHIE

- S. AROM, G. LEOTHAUD, F. VOISIN [1997]** : « Experimental ethnomusicology : An interactive approach to the study of musical scales » in *Perception and cognition of music*, sous la dir. de I. Deliège et J. Sloboda, Psychology Press, London.
- P. BOULEZ [1963]** : *Penser la musique aujourd'hui*, Tel Gallimard éd., Paris.
- P. BOULEZ [1966]** : *Relevés d'apprenti*, Seuil éd., Paris.
- P. BOULEZ [1986]** : « Le système et l'idée », *Inharmonique n°1 : Le temps des mutations*, IRCAM/Christian Bourgeois, Paris.
- J. CHAILLEY [1967]** : *Expliquer l'harmonie*, Editions d'Aujourd'hui, Paris.
- L.A. DEWITT & R.G. CROWDER [1987]** : «Tonal fusion of consonant musical intervals : The oomph in Strumpf », *Perception and Psychophysics* n°41(1), pp.73-84.

- C. DAHLHAUS [1967 trad. 1993]** : *La tonalité harmonique, étude des origines*, Pierre Mardaga éd., Liège.
- D. DEUTSCH [1982]** : *The psychology of Music*. Academic Press Inc. London.
- F. DOSSE [1992]** : *Histoire du structuralisme*, La découverte, Paris.
- P. DUHEM [1911 rééd. 1993]** : *La théorie physique, son objet, sa structure*. Librairie philosophique J. Vrin, Paris.
- E. FUBINI [1983]** : *Les philosophes et la musique*, trad. D. Pistone, Honoré Champion éd, Paris.
- R. FRANCES [1958]** : *La perception de la musique*, Vrin éd, Paris.
- D. GUIGUE [1994]** : *Etude pour les sonorités opposées : une méthode de saisie et d'évaluation des dimensions complexes de l'écriture musicale*. Thèse de doctorat, EHESS/IRCAM, Paris.
- S. GUT [1969]** : *La tierce harmonique dans la musique occidentale, origines et évolution*. Heugel et Cie éd., Paris.
- Y. HELLEGOUARCH [1983]** : « Gammes naturelles », *Musique et Mathématiques*, revue de l'Assoc.des Professeurs de Math. de l'Enseignement Public, N°53.
- H.L.F. von HELMOLTZ [1868, rééd.1990]** : *Théorie physiologique de la musique*, éditions Jacques Gabay, Sceaux.
- C.L. KRUMHANSL [1990]** : *Cognitive foundations of musical pitch*. Oxford University Press éd. New York.
- J. LATTARD [1988]** : *Gammes et tempéraments musicaux*. éd. Masson, Paris.
- F. LEVY [1997]** : « Algorithmes et perception dans les musiques des années 1960-1970 : De la perception induite par la structure aux processus déduits de la perception. » A paraître.
- S. McADAMS, I. DELIEGE (sous la direction de) [1988]** : *La musique et les Sciences Cognitives*, Mardaga éd., Liège.
- S. McADAMS [1994]** : « Audition : physiologie, perception et cognition » *Traité de psychologie expérimentale*, sous la dir. de M.Richelle, J.Requin et M.Robert, PUF éd, Paris.
- G. MAZZOLA [1990]** : *Geometrie der Töne. Elemente des Mathematischen Musiktheorie*. Birkhäuser Verlag, Berlin.
- E. MOUTSOPOULOS [1989]** : *La musique dans l'oeuvre de Platon*, P.U.F.éd, 1ère éd. 1959, Paris.
- R. PARNCUTT & H. STRASBURGER [1994]** : « Applying psychoacoustics in composition : 'Harmonic' progressions of 'Non harmonic' sonorities », *Perspectives of New Music*, vol 32 n°2, summer 1994, pp.88-129.
- J.-P. POITOU [1974]** : *La Dissonance Cognitive*, Librairie Armand Colin, Paris.
- K. POPPER [1972]** : *La Connaissance objective*, Aubier éd, Paris.
- D. PRESSNITZER et alii [1996]** : D.Pressnitzer, S. Mc Adams, S. Winsberg, J. Fineberg, « Tension et rugosité dans la musique non-tonale », *Les cahiers du GREYC*, 1996 N°4, C.N.R.S.-URA 1526 éd., Caen.
- J.P. RAMEAU [1722, rééd. 1986]** : *Traité d'harmonie*, Fondation Singer-Polignac, Méridiens-Klincksieck éd., Paris.
- P. SCHAEFFER [1966]** : *Traité des objets musicaux*, Seuil éd, Paris.
- A. SCHOENBERG [1922]** : *Traité d'harmonie*, Lattès éd, Paris.
- R. TANNER [1972]** : « La différenciation qualitative des psycharithmes et des intervalles musicaux », *La Revue Musicale, numéro spécial*, éd. Richard Masse, Paris.
- J. TENNEY [1988]** : *A history of 'consonance' and 'dissonance'*. Excelsior Music Publishing Company, New York.
- E. TERHARDT [1974]** : « Pitch, consonance, and harmony », *Journal of Acoustical Society of America*, vol.55, n°5, May 1974, pp.1061-1069.
- P. de VITRY [1320 trad. 1964]** : *Ars Nova*, American Institute of Musicology, Hänssler Verlag, Stuttgart.
- B. WALLISER [1994]** : *L'intelligence de l'économie*, Odile Jacob éd., Paris.

ANNEXES



Annexe A : Algorithme d'Euclide