

Umberto Bartocci

PENSIERO PITAGORICO E VISIONE DUALISTA DELLA MATEMATICA

Gentili Signore, Signori

ho ascoltato con molto interesse gli interventi degli illustri relatori che mi hanno preceduto, e mi congratulo vivamente con gli organizzatori che hanno avuto il merito, e direi il coraggio, di promuovere un Convegno su un tema tanto interessante e trattato, come opportuno, sotto tanti diversi punti di vista. Non è frequente che l'ambiente universitario, dal quale provengo, e che dovrebbe essere per sua natura preposto al progresso ed alla diffusione della cultura, tenti di fare qualcosa di simile, poichè purtroppo la specializzazione divide le diverse culture ed i diversi istituti, quando addirittura la conoscenza non venga utilizzata ai soli fini di carriera e di potere accademico.

Ciò detto, vorrei rivolgere un paio di domande a, diciamo, tutti i relatori, ma in particolare forse ai Proff. Conci e Szabo, ma debbo prima di tutto illustrare brevemente lo sfondo nel quale situare il mio intervento nel dibattito in corso, che, a dirla breve, si riferisce sostanzialmente a ciò: si è parlato qui sovente di *dualismo* in riferimento al pensiero pitagorico, e tale carattere dualista è stato approfondito nei vari interventi di natura storica-filosofica-filologica, ma pochi mi sembra abbiano tentato di pronunciarsi sul doveroso interrogativo se tale chiave di interpretazione dualista dell'esperienza umana possa essere ancora attuale per l'uomo del 2000, alla luce delle più recenti conquiste della scienza (mi sembra faccia-

no un po' eccezione le relazioni dei Proff. Haase e Lazzeroni). E vengo ad illustrare più in concreto quello che voglio dire, con riferimento soprattutto al campo matematico.

Si è messo l'accento in molte delle relazioni sul fatto che nel pensiero pitagorico "il numero è l'essenza di tutte le cose", ed è stata a volte di conseguenza presentata tale concezione come una riduzione di tipo *monista*, giacchè per l'appunto la conoscenza appare tutta fondata su un unico principio. Ad esempio nella introduzione dell'Avv. Gaito si è parlato di una parentela scientifica tra i pitagorici ed A. Einstein, a proposito della *reductio ad unum* da questi operata, ma preferirei dire tentata, a proposito dei concetti di spazio/tempo/energia (vorrei invero aggiungere in questo contesto che nè ad Einstein è mai veramente riuscito di dare una teoria unificata di tutti i fenomeni fisici, nè in siffatta impresa è mai riuscito qualcuno dei suoi successori; personalmente condivido anzi il parere espresso dal Prof. Hof-sommer, ma anche adombrato nelle parole del Prof. Conci, che vorrei leggere visto che esse compaiono nel testo scritto della sua relazione ma non sono state da lui pronunciate: "è la matematica, sia pure in certa misura, l'essenza nascosta dell'Universo, possiede, cioè, essa una diretta portata ontologica, o più semplicemente, si rivela un'ardita, ambigua e rischiosa metafora mediante la quale noi, *uomini dell'occidente*, cerchiamo di cogliere solo *analogicamente* e di padroneggiare

alterandolo tecnicamente un mondo che ci è profondamente estraneo?», che le avanzate teorie espresse dalla fisica moderna a proposito dei grandi problemi dell'universo, quali ad esempio la così citata teoria del big-bang, altro non siano, sotto il linguaggio e la veste di tipo scientifico, che dei tentativi di risolvere quegli antichi problemi attraverso una ben precisa opzione filosofica, consistente nell'eliminazione di ogni concetto inerente alla divinità nella storia dell'uomo e dell'universo).

A me sembra invece che il pensiero di Pitagora si inquadra più propriamente in una visione di tipo dualista, visto che il Maestro e i suoi seguaci ancor prima di essere scienziati erano dei "religiosi", e che questo carattere dualista è ciò che divide il pensiero pitagorico dal pensiero scientifico attuale.

La bipartizione fondamentale di cui si parla è naturalmente quella tra anima e corpo, spirito e materia, ed è apparentata nella tradizione pitagorica a tutte le altre coppie di opposti, pari/dispari, limitato/illimitato, buono/cattivo, etc. In altre parole, vorrei dire che, se è un principio che il numero sia l'essenza di tutte le cose (a simiglianza del pensiero galileiano che scorge nella matematica il linguaggio dell'universo), bisognerebbe forse aggiungere, per interpretare più coerentemente l'atteggiamento pitagorico verso il problema globale della realtà, *di tutte le cose materiali*, ma non viene mai dimenticato che esiste anche un ben preciso regno dello spirito che è diverso da quello e che è sottoposto a leggi di natura diverse.

Coerentemente a ciò, quando si parla di numero si intende essenzialmente parlare di un numero intero positivo, ossia di quello che si chiama oggi un *numero naturale*, espressione di una *quantità*, e, come tale, originato dall'uno indivisibile, corrispondente alla *monade* che genera con le sue aggregazioni tutte le cose. Conforme-

mente a tale concezione, la scienza preposta per eccellenza all'indagine del mondo fisico è l'*aritmetica*, ed immagino che anche concetti di derivazione aritmetica come i *nemeri razionali*, espressioni di rapporti di numeri naturali, venissero interpretati in un modo fisico come *suoni*, e non, come suggerito attraverso considerazioni di natura geometrica, dalla suddivisione dell'uno pensato come grandezza, ciò che sarebbe appunto incompatibile con la sua indivisibilità. Al contrario, tutto ciò che è legato all'immagine di un punto senza parti, di una linea senza spessore, ovvero di tutto ciò che è relativo a quella *razionalizzazione degli enti geometrici* di cui ha parlato il Prof. Szabo, ivi compresa la scoperta della necessità di concepire coppie di grandezze tra loro incommensurabili, appartiene soltanto alla categoria del *pensato*, ovvero sia dello spirito, e la scienza preposta al suo controllo è la *geometria*.

A conferma di ciò, si potrebbe riportare la circostanza indubitabile che la teoria delle proporzioni fra grandezze, effettuata dai successori di Pitagora come Archita ed Eudosso, e poi ripresa nel famoso Libro X degli Elementi di Euclide, non conduce mai a considerare come proprio risultato degli enti che si possano *chiamare* e trattare come *numeri veri*. In parole moderne diremmo oggi che i *numeri reali*, in quanto espressioni di *misure* e non di *quantità*, sono numeri di origine diversa dai numeri naturali, concetti di derivazione geometrica appartenenti alla categoria del pensato e non del materiale, con la circostanza che numeri razionali e numeri naturali si ritrovano anche come espressioni di misure contenuti nei numeri reali, ma diversi, benchè *isomorfi*, da quelli introdotti in un contesto aritmetico-materiale (il numero 1, pensato come misura di un segmento rispetto a se stesso, è certamente divisibile come suggerisce l'intuizione spaziale, al contrario del numero 1 pensato come *potenza* di un insieme finito, e basta pensare al bambino di

Salomone!).

In altre parole, noi usiamo oggi un termine indifferenziato di numero nel quale si celano in realtà due caratteristiche del tutto distinte ed irriducibili l'una all'altra (naturalmente per chi condivide siffatta filosofia!), corrispondenti se si vuole alla bipartizione spazio/tempo, il primo dando origine ai numeri come misura, ovvero alla geometria, scienza dell'ideale, il secondo dando origine ai numeri come quantità, ovvero all'aritmetica, scienza del materiale, con la *sintesi* tra aritmetica e geometria implicita nella considerazione dell'isomorfismo di cui si diceva poc'anzi.

A me sembra che ai nostri tempi, nel pensiero scientifico e filosofico dominante, tale impostazione sia andata perduta, con tutto ciò che la determinava in campo filosofico, come ad esempio la visione di sostanziale armonia tra uomo/divinità e divinità/cosmo, alla quale armonia Keplero aveva dedicato le sue *Harmonices Mundi*, senz'altro fraintese e derise, come ben ha detto il Prof. Haase, dal pensiero illuminista-naturalistico che tanta parte ha avuto nei fondamenti della scienza moderna.

È mia opinione invece che tale intuizione pitagorica, probabilmente anche usata in forma assai ingenua ai suoi tempi, possa essere ancora considerata come un valido *principio-guida* per orientarsi ad esempio nei meandri del moderno pensiero matematico ricordati dal Prof. Conci, a proposito ad esempio delle antinomie derivanti dall'introduzione di *numeri cardinali transfiniti*, ovvero dei *paradossi dell'infinito* derivanti dalla manipolazione di *infiniti non costruibili*. Ricordiamo ad esempio che è stato già espresso infatti un rifiuto da parte di un certo pensiero matematico, quello cosiddetto *intuizionista*, associato ai nomi di *J. Brouwer* ed *H. Weyl*, della possibilità di considerare come infinità *attualmente date* quelle corrispondenti a totalità non fornite in un modo *costruttivo*, quale potrebbe essere ad esempio quella

offerta dall'insieme di tutti i numeri reali, i quali costituiscono un' *infinità più che numerabile* (ma bisogna pensare che anche la concezione di un singolo numero irrazionale comporta qualche problema di tipo filosofico sulla natura del tempo, visto che per enumerare tutte le cifre del suo sviluppo decimale, che si susseguono senza periodo, sarebbe necessario tutto *il tempo della storia!*). In altre parole, ritengo che il pensiero pitagorico, ancorchè essere giudicato superato, dovrebbe essere considerato come del tutto attuale in relazione *proprio, e non nonostante*, gli sviluppi storici e gli approfondimenti successivi, che possono anzi in detto modo di inquadrare la situazione essere meglio compresi e risolti. Per sconfinare un po' dal campo strettamente matematico a quello più propriamente filosofico, che appartiene però per sua natura a tutti gli uomini senza eccezioni, indipendentemente dalla specializzazione professionale, trovo anche assai attuale per l'uomo del 2000, sconcertato e depresso da tutte le dottrine di tipo materialistico-nichilista ugualmente imperanti sia in Oriente che in Occidente, l'identificazione di cui ha parlato il Prof. Bianca tra *categorie dell'essere e categorie dell'intelletto* (alle quali ultime appartenerrebbe la matematica), identificazione certamente soltanto *supposta*, ma alla quale forse non vale la pena di rinunciare a cuore leggero, visto anche il suo altissimo *valore antropologico* (e non mi pare che i risutati della scienza moderna, come dicevo, ci costringano necessariamente ad abbandonare una siffatta ipotesi, visto che è molto più quello che l'uomo non conosce della struttura dell'universo di quello che conosce, e non bisogna scambiare per progressi della conoscenza i progressi nel padroneggiamento delle forze naturali).

Per concludere, le domande che vorrei rivolgere al Prof. Szabo sono le due seguenti:

1. - non ritiene che, se è vero che l'interazione tra scuola eleatica e scuola pitagorica è quella

che ha originato la matematica e la sua metodologia come oggi la conosciamo, è pur vero che nel pensiero pitagorico la matematica viene vista sotto una luce essenzialmente *dualista*, conformemente ad una visione globale della realtà, e che tale carattere dualista è invece scomparso nella trattazione esclusivamente "formalistica" e "strutturalista" della matematica d'oggi?

2. - (e con questa domanda spero di collocarmi nell'autentico spirito del Convegno, il cui tema interpreto come possibilità di guida offerta dal pensiero pitagorico agli uomini del III millennio) non ritiene che tale carattere dualista potrebbe invece essere ulteriormente sviluppato, senza restare soltanto limitato al problema dei fondamenti, fino a suggerire la costruzione di una matematica più particolarmente significativa ed adatta alle rappresentazioni matematiche della realtà fisica, sen-

za alcuna distinzione tra piano teorico e piano pratico, tenuto conto che, da parte di alcuni, e forse non del tutto a torto, i concetti astratti prodotti dalla matematica "con una sola gamba" in quelli che sono stati i suoi sviluppi storici sono stati definiti come *falsi* ed *inutili* rispetto alla realtà fisica? (chiarisco questa seconda domanda dicendo che penso, oltre ad un'adeguata fondazione filosofica della matematica, anche alle possibilità che sarebbero offerte dal privilegiare ad esempio un concetto di *infinitesimo* che abbia una forma propriamente quantistica come nella primitiva concezione leibniziana, o ad una matematica che permettesse di evitare l'usuale identificazione tra spazio e tempo, che avviene attraverso il concetto di numero reale, ma che al contrario riconduca il trattamento di entrambe queste due forme a quello di *quantità discrete*, e così via).

La risposta di Arpad Szabo a Umberto Bartocci

Ringrazio anzitutto per la Sua allocuzione davvero molto ricca e così istruttiva per me. Non posso adesso rispondere a tutti i punti, ma, per quanto riguarda la dualità, mi sembra che essa sia la dualità della scienza e della religione. I pitagorici sono stati non soltanto ricercatori ma nello stesso tempo anche molto religiosi. Purtroppo questo dovrebbe essere il nostro ideale, ma non vorrei dire che è adesso la realtà. È per il futuro il nostro ideale, almeno per quanto mi riguarda.

Ma su un'altra cosa che Lei ha detto mi sem-

bra che Lei abbia del tutto ragione, dicendo che l'aritmetica pitagorica non conosce soltanto i numeri naturali, ma mi sembra che la matematica dopo Pitagora ha fatto diversi passi in avanti e la cosa che lei ha sfiorato era la riforma di Eudosso e, se noi parliamo adesso della matematica, non possiamo rimanere nel cerchio pitagorico. Mi sembra d'altra parte che questi due punti siano stati soltanto due piccoli punti interessantissimi per me. La ringrazio molto.

La risposta di Domenico Antonino Conci a Umberto Bartocci

Ritengo di poter rispondere contemporaneamente sia a lei, prof. Bartocci, ringraziandola per le osservazioni mosse alla mia relazione, e sia ai proff. Lazzeroni e Bianca. Probabilmente per mia colpa, per il modo, cioè, con cui ho formulato la relazione, ho indotto a degli equivoci interpretativi. Vorrei, anzitutto, precisare questo: io non ho inteso presentare in alcun modo un discorso sulla *natura* del numero e delle cose, ma ho inteso comunicare i risultati di una analisi fenomenologica di due modelli culturali differenti, il modello del *realismo segnico* o *della identità* e quello della *metafora* o del *tropo* che presuppone, invece, la *divaricazione* crescente tra i segni e gli enti designati. Precisando che il primo corrisponde grossolanamente al mondo pre-greco e non greco - grossolanamente perchè poi ci sono delle ricche articolazioni all'interno di questo continente culturale - mentre l'altro corrisponde, invece, al modello nostro, cioè a quello greco, europeo ed atlantico.

Ora, chiarito questo, è evidente che alcune delle obiezioni e delle osservazioni mosse alla mia relazione non stanno più in piedi. Io mi sono limitato, infatti, a descrivere fenomenologicamente questi due continenti culturali, a mostrare, cioè, le loro strutture di identificazione e anche quando ho usato il termine "regressivo", io non l'ho mai inteso in senso negativo. Ho mostrato soltanto che se per scienza s'intende quel tipo di attività che noi abitualmente riscontriamo in Occidente, ebbene questa scienza non può nascere se non all'interno di una cultura della divaricazione tra segni ed enti designati. Allora la risposta che Lei, giustamente, prof. Bartocci, sollecitava al quesito da me stesso posto: "la matematica è una metafora dell'universo o è un rispecchiamento vero e proprio di esso?", non la si può dare, a mio avvi-

so, univocamente o metaculturalmente - e in tale formulazione resta inevasa -, ma solo riferendosi ai parametri antropologici dei diversi modelli culturali e delle loro specifiche articolazioni.

Un pitagorico evidentemente risponderà in un modo, Euclide già, forse, cambierà, in una certa misura, la natura della risposta, Galilei ne darebbe una ancora diversa e noi oggi, evidentemente, non potremo rispondere come hanno risposto tutte queste persone. Cosa significa, questo?

Significa, in fondo, che quando noi ci poniamo dei problemi, dobbiamo tener presente la cornice linguistico-culturale all'interno della quale questi temi sono nati e all'interno della quale soltanto le risposte che noi diamo possono avere un senso commensurabile alla domanda. Desidero, inoltre, insistere sulla necessità di un'esemplare distinzione tra un tipo di analisi storico-filologica, che svolge una precisa funzione sia sul piano del metodo che su quello dei risultati, e un tipo di riflessione speculativa o, nel nostro caso, esoterica. In questo secondo caso la prima analisi serve come cava di materiali per le costruzioni teoretiche e speculative, seguendo l'impulso delle nostre esigenze filosofiche, religiose, esoteriche, ecc. Ma i due atteggiamenti non devono essere confusi, perchè poi si rischia di porsi dei problemi che sono in realtà degli pseudo-problemi.

Nulla vieta che io possa immaginare, per i miei intenti teoretici, delle affinità tra lo Sfero di Empedocle e il mondo chiuso di Einstein. È, però, evidente che l'idea di Sfero in Empedocle nasce in un contesto linguistico-culturale profondamente diverso da quello in cui Einstein pensa il mondo.

Io credo che eludere questa attenzione critica alle differenze culturali conduce a porsi problemi falsi e quindi a darsi delle risposte equivocate

ed inconcludenti. Noi sappiamo benissimo, e parlo qui al prof. Bartocci, che già all'interno del mondo della scienza gli universi linguistici sono diversi l'uno dall'altro e se i termini traslano, passano, cioè, da un linguaggio scientifico ad un altro, ciò può avvenire correttamente solo a condizione che questi termini vengano sottoposti, appunto, a delle profonde alterazioni semantiche, di significato. Così, "punto", "retta", "piano", "parallela", nella geometria di Euclide hanno un significato diverso da quei termini apparentemente simili che ritroviamo all'interno delle geometrie non euclidee, l'iperbolica, l'ellittica. Analogamente il termine "massa" quando passa da Newton alla meccanica quantistica muta profondamente la valenza semantica tradizionale che possiede nella fisica classica.

Ed allora, se è vero questo discorso, è difficile che io possa seguire il prof. Bianca - seguito qui dal prof. Lazzeroni - quando dice: "i Pitagorici, anticipando di molti secoli alcune asserzioni attuali della scienza secondo cui il sistema nervoso centrale proprio per il modo in cui è scientificamente strutturato produce forme come l'armonia, la simmetria, ecc., ritenevano che nel mondo naturale si ritrovassero forme riconducibili proprio a questo modo di funzionare del sistema nervoso centrale". Se mi rifaccio alle testimonianze è difficile affermare che i Pitagorici pensavano già in tal senso. La stessa testimonianza aristotelica, inoltre, non è chiara, e noi non abbiamo altro. Aristotele, come è noto, quando parla di altri pensatori parla sempre pensando a se stesso. Poi, quando parla dei Pitagorici, li mescola con i Platonici, e in un brillante studio J. A. Philip si è sforzato di isolare gli elementi propriamente pitagorici delle testimonianze aristoteliche. Ora, benché il prof. Bianca dia del pensiero pitagorico antico una interpretazione in un certo qual modo tarda, di tipo platonizzante, tuttavia il tema che espone appartiene in realtà alla fase matura

della divaricazione tra segni ed enti, un momento di sviluppo molto più avanzato, per cui la sua comprensione implica una profonda trasformazione del modello culturale originario greco.

Quando poi ho accennato agli aspetti regressivi del pensiero greco, precisando, appunto, che esso è regressivo se per modello di pensiero noi immaginiamo quello nato con l'evoluzione metodologica di Galilei, ripresa da Newton e da Einstein, ecc., attraverso tutta una serie di trasformazioni teoriche e sperimentali, non mi sono mai sognato di affermare che il pensiero occidentale corrisponde senz'altro alla vera natura razionale dell'uomo *tout court*. Ecco perché nella relazione, parlando non di "primitivi", ma di "cosiddetti" primitivi, l'ho fatto perché, a mio avviso, tali popoli hanno una razionalità - umana ovviamente - che è solo diversa culturalmente dalla nostra e non già "inferiore". Anche se ho citato Lévy-Bruhl, a proposito della teoria degli insiemi-numero, non per questo io condivido, e non la condivido nel modo più categorico, la immagine che lo studioso francese ha dato della mentalità "primitiva" come "prelogica". No, il "primitivo" ha una logica vera e propria, così come ha un'arte, una scienza, una tecnica, benché esse siano completamente diverse da quelle che per tutta una serie di motivazioni culturali si sono imposte nel mondo occidentale, proprio a partire dai Greci. Non mi sogno, ripeto, di immaginare che la razionalità dell'uomo coincida con la struttura della dimostrazione.

Vorrei concludere dicendo questo: bisogna, ormai, secondo me, guardarsi del fare una metacultura. Ecco, bisogna sempre immaginare che le nostre azioni, i nostri pensieri, i nostri linguaggi che usiamo per formulare temi e problemi, quesiti e risposte, sono immersi inevitabilmente nei modelli culturali all'interno dei quali, appunto, noi siamo educati, abbiamo pensato ed abbiamo costruito degli "oggetti" culturali.

La risposta di Mariano Bianca a Umberto Bartocci e a Domenico Antonino Conci

Il prof. Conci ha formulato due tesi con le quali mi trovo d'accordo e per questo vorrei aggiungere qualche breve commento.

La prima di queste tesi afferma che per la nascita della scienza moderna è stata fondamentale la distinzione tra il linguaggio e le cose; ciò è vero per svariati motivi e anche perchè senza di essa non sarebbe stata possibile la formulazione di una teorizzazione astratta che prescindesse dalle particolarità di ogni singolo fenomeno.

Oltre a ciò è utile sottolineare che la scienza moderna si caratterizza anche per il superamento della conoscenza sensoriale: in altri termini, per conoscere il mondo non è necessario che le conoscenze che formuliamo concordino con i dati della percezione (la teoria copernicana è l'esempio classico di questo superamento dei sensi).

Il Prof. Conci poi sottolinea che anche la scienza (così come la filosofia e l'arte) è legata a modelli di sapere fondati su categorie proprie di ogni cultura: per questo vi sono diversi modelli antropologici di sapere. Su ciò non si può non essere d'accordo, tuttavia, nella mia relazione andavo al di là e mi chiedevo se i modelli di sapere non

fossero fondati su caratteristiche proprie della specie umana. A questa domanda rispondo che i diversi modelli antropologici di sapere rappresentano diverse possibilità di operare del sistema nervoso umano; in altri termini, i diversi modelli culturali potrebbero costituire diverse strutturazioni del cervello umano di fronte a condizioni diverse. Da questa considerazione scaturisce immediatamente quell'altro problema, che ho indicato nella mia relazione, relativo alla possibile analogia tra la struttura del sistema nervoso centrale dell'uomo e quella delle cose e del mondo naturale. Se è vero, come sembra sia, che nel mondo vi siano moduli organizzativi riscontrabili in realtà apparentemente diverse (per esempio, la spirale delle galassie e la spirale del guscio di alcuni molluschi) allora si potrebbe sostenere che è una analogia strutturale tra cervello e mondo che ci permette di asserire, per esempio, che vi sia un ordine del mondo riconoscibile da un ordine proprio del cervello umano. In ogni caso, tuttavia, si tratterebbe sempre di un'analogia supposta e non considerabile come definitivamente accertata.

IN: PITAGORICO 2000

ATTI DEL CONVEGNO INTERNAZIONALE
p. 226 - 232