

1283
RESTI, J.
1984

C14

197

I Resti

TAVOLA PITAGORICA E QUADRATI MAGICI

Comunicazione n.1

Ipotesi: quadrati magici di modulo dispari, costruiti con il metodo c.d. tradizionale (fig. 1);
tesi: costruzione della tavola pitagorica.

1° Costruzione dello schema A per estrazione, dai quadrati magici, di moduli dal 3 al 19 compresi, dei termini dell'ultima colonna di destra, posizionati nelle righe dispari (contando dall'alto verso il basso) fino alla riga mediana compresa (tavola 1);

2° Costruzione dello schema B, per estrazione dai quadrati magici 5/21, dei termini posti nella casella al di sopra della riga mediana e di colonna pari (iniziando da sinistra verso destra) per i q.m. 7-11-15-19 e di colonna dispari per gli altri, colonna mediana esclusa. (tavola 1)

3° Costruzione dell'algoritmo topologico di moltiplicazione, per assiemaggio, delle due terrazze A e B, (tavola C);

4° Costruzione della tavola pitagorica "essenziale" mediante "concentrazione" e "fusione" dei termini delle due zone della tavola C (tavola D);

5° Costruzione dell'attuale tavola pitagorica mediante ribaltamento sull'asse maggiore della tavola "essenziale" (tavola E).

Note alla comunicazione n.1

1° la tavola C è sufficiente per poter leggere il prodotto di due interi a e b per $b \leq a$ ed entrambi ≤ 10 ;

per b pari:

$a \cdot b$ si legge nella zona non tratteggiata con-

tando tante caselle, a partire dal confine delle due zone;

per b dispari:

$a \cdot b$ si legge nella zona tratteggiata contando tante b caselle e iniziando dalla casella a compresa.

2° in linea generale si può affermare che tutti i quadrati magici, sia pari che dispari, sono degli algoritmi di moltiplicazione e di divisione: nei q.m. dispari, costruiti con il metodo tradizionale, è possibile localizzare, ad esempio con delle coordinate, il termine che è il prodotto di due interi. Detti X e Y due interi per $X \leq Y$, nel quadrato magico di modulo $(2Y + 1)$, nell'ipotesi che detto q.m. sia immerso in un piano cartesiano ortogonale, con l'origine nella casella centrale, il prodotto $X \cdot Y$ si legge:

per X dispari in $(Y-X)$, $-X$

per X pari in $-X$, 1

Comunicazione n.2

"Dinamica topologica dei numeri triangolari nei quadrati magici"

ipotesi: q.m. tradizionale, di modulo dispari, immerso in un piano cartesiano ortogonale, con origine nella casella di centro, direzione positiva degli assi verso l'alto e verso destra;

tesi: verifica del movimento e della rettilinearità di serie di numeri triangolari.

Consideriamo ad esempio i quadrati magici di modulo da 5 a 17 (fig. 1) ed esaminiamo quelli che hanno le più evidenti ritmicità topologiche. Nella fig. 2 sono indicate alcune delle più note-

voli locazioni di detti numeri, annotando anche il valore dei relativi termini, dove n è il modulo del q.m.; come si vede si tratta di caselle "fisse".

La fig. 3 evidenzia ancora alcuni itinerari dei numeri triangolari nel passaggio da un q.m. al suo contiguo e la loro successiva dispersione come serie. In detta figura risaltano anche dei triangoli, i cui vertici sono numeri triangolari e la cui area è ancora un numero triangolare, localizzato nel nostro caso nella prima riga e nella quinta casella contando da sinistra a destra.

La fig. 4 costituita dalle sole corone esterne dei q.m. considerati, mostra la funzione lineare di dette serie, il cui numero è in continuo aumento; infatti, dal q.m. di modulo 3 ne originano due, dal q.m. di modulo 5 se ne aggiunge un'altra, e un'altra ancora dal q.m. di modulo 11.

Comunicazione n.3

"Costruzione dei q.m. "tradizionali" di modulo dispari utilizzando i numeri triangolari".

1° È noto che la somma di due numeri triangolari contigui è sempre un numero quadrato;

2° I numeri triangolari nascono dalla delle serie dei numeri naturali, ai quali aggiungiamo lo zero:

$$\begin{aligned} 1 &= 0 + 1 \\ 3 &= 0 + 2 + 2 \text{ (schema A)} \\ 6 &= 0 + 1 + 2 + 3 \\ 10 &= 0 + 1 + 2 + 3 + 4 \end{aligned}$$

A ogni termine di questa serie aggiungiamo l'unità e avremo:

$$\begin{aligned} 1 + 2 &= 3 \\ 1 + 2 + 3 &= 6 \text{ (schema B)} \\ 1 + 2 + 3 + 4 &= 10 \\ 1 + 2 + 3 + 4 + 5 &= 15 \end{aligned}$$

3° Supponiamo di voler costruire il q.m. di modulo 7:

poiché $7^2 = 21 + 28$, prendiamo dallo schema A la serie la cui Σ dei 7 termini sia uguale a 21 e cioè:

$$0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$$

e dallo schema B la serie la cui Σ dei 7 termini è uguale a 28 e cioè:

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$$

Modifichiamo la sequenza delle due serie come appresso:

0 4 1 5 2 6 3 che con una rotazione di 180° diventa

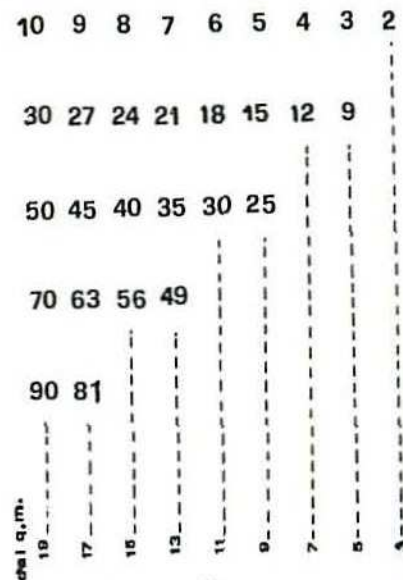
$$3 \ 6 \ 2 \ 5 \ 1 \ 4 \ 0 \quad \text{e}$$

$$1 \ 5 \ 2 \ 6 \ 3 \ 7 \ 4$$

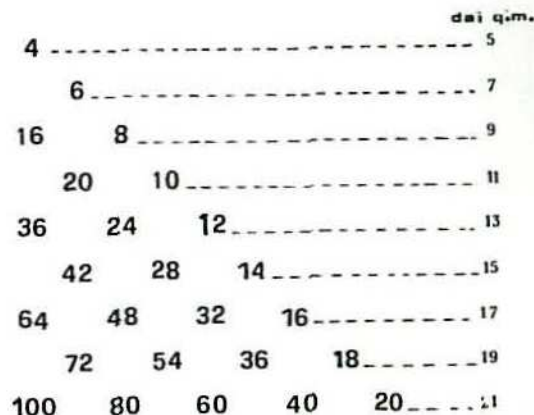
Con queste due serie costruiamo due q.m. ausiliari "sui generis", uno con costante 21, l'altro con costante 28; dopo di che moltiplichiamo ciascun termine del q.m. "sui generis" con costante 21 per 7 (modulo del quadrato che vogliamo costruire) e aggiungiamo il corrispondente termine, simmetricamente associato, del q.m. con costante 28. Avremo quindi:

4	9	2				
3	5	7				
8	1	6				
11	24	7	20	3		
4	12	25	8	16		
17	5	13	21	9		
10	18	1	14	22		
23	6	19	2	15		
22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

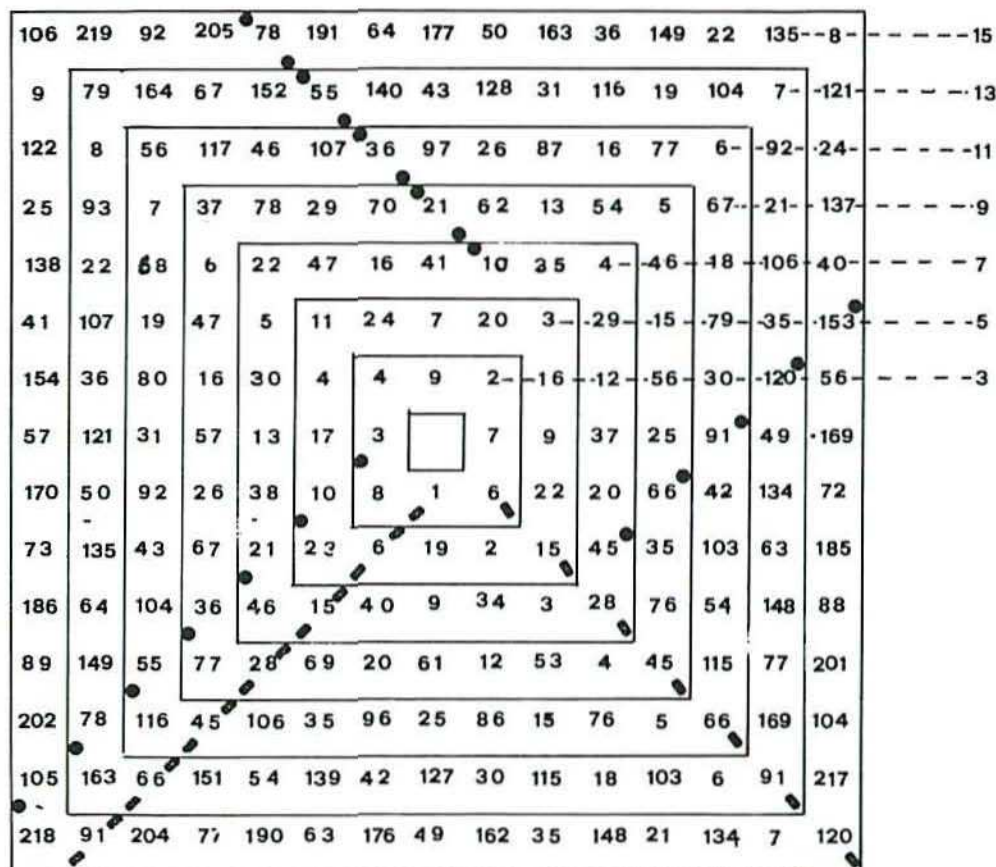
fig. 1



schema A



schema B



Quadrato magico e pentagono regolare

Cos'è un quadrato magico?

È una disposizione "accorta", su una scacchiera quadrata, di n^2 numeri diversi (in linea generale la serie naturale dei numeri), in modo che la somma dei termini di ogni riga, colonna e delle due diagonali intere, sia costante.

Al pari del quadrato, la costante è detta magica.

Vi sono validi motivi per pensare che gli antichi "maestri muratori", autentici pitagorici, abbiano usato i quadrati magici come strumento di calcolo. Infatti, in altri lavori, abbiamo visto l'utilizzo del quadrato magico per alcune operazioni elementari, compresa l'estrazione della radice quadrata, e per leggere alcuni valori notevoli dei triangoli rettangoli, costruiti con le terne pitagoriche, e le misure di alcune "linee" esistenti nel rettangolo di rapporto uno due.

L'oggetto di questo studio, che per quanto consta è originale ed inedito, è la costruzione del pentagono regolare partendo dal quadrato magico di modulo 5, cioè quello formato con i primi 25 numeri, a noi giunto dalla tradizione ebraica e attribuito, da alcune scuole esoteriche, al pianeta Marte (fig. 1.1).

Di detto quadrato magico consideriamo due settori, dette corone, una esterna, corona A, l'altra interna, corona B (figg. 1.2 1.3).

Ora, ciascun termine della corona A, una volta in senso orario e l'altra in senso antiorario, è accoppiato con i termini distanti 4 caselle; le 32 coppie sono considerate come i parametri X e Y di altrettanti punti nel piano cartesiano ortogonale.

La medesima operazione è fatta per i termini della corona B, con la differenza che la riunione in coppie è per termini distanti 2 caselle. Complessivamente dai 24 termini delle 2 corone si ottengono 48 punti: possiamo dire di aver data una

fisionomia o una dimensione geometrica al quadrato magico.

I parametri delle coordinate dei 48 punti sono:

11/3; 11/23; 24/16; 24/10; 7/9; 7/17; 20/22; 20/4; 3/15; 3/11; 16/2; 16/24; 9/19; 9/7; 22/6; 22/20; 15/23; 15/3; 2/10; 2/16; 19/17; 19/9; 6/4; 6/22; 23/11; 23/15; 10/24; 10/2; 17/7; 17/19; 4/20; 4/6; 12/8; 12/18; 25/21; 25/5; 8/14; 8/12; 21/1; 21/25; 14/18; 14/8; 1/5; 1/21; 18/12; 18/14; 5/25; 5/1.

Osserviamo la fig. 2 dove sono riportati, nel piano cartesiano, i 48 punti e notiamo che i medesimi costruiscono 2 scacchiere quadrate 4 per 4 e che per i nodi delle medesime passano 5 circonferenze concentriche. Le 2 scacchiere e le 5 circonferenze hanno in comune il centro che, e questo è notevole, è nel punto avente come coordinate 13/13. Il numero 13 è il termine centrale del quadrato magico.

Le misure dei raggi delle 5 circonferenze sono: 26, 52, 104, 130, 208.

Omettiamo di generalizzare il problema poiché pensiamo che non interessi i lettori non particolarmente versati nella matematica dei quadrati magici; diciamo solo che questi numeri crociati si prestano a costruzioni geometriche, sia nel piano che nello spazio, di notevole interesse artistico e didattico.

Possiamo dire, quindi, di aver legato il quadrato magico a 2 scacchiere ed a 5 circonferenze.

Vediamo ora come costruire il pentagono regolare.

Come potrà verificare il lettore, il metodo usato per la costruzione è, dal punto di vista matematico, originale; inoltre ha come supporto le 2 scacchiere e solo 2 delle 5 circonferenze.

Infine la costruzione è eseguita solo con uno degli strumenti elementari: la riga.

Qui di seguito sono illustrate le operazioni descritte graficamente nella fig. 3 dove sono indicati anche i punti dell'esagono regolare - quindi

anche del triangolo equilatero - che nasce automaticamente da una scacchiera e da una circonferenza.

Ma veniamo al pentagono:

Uniamo:

- il punto A con il punto B; C e D sono i punti di intersezione della retta AB con la circonferenza di raggio 26;

- il punto E con il punto F; G e H sono i punti d'intersezione della retta EF con la circonferenza di raggio 104;

- uniamo il punto I con i punti C e D e chiamiamo N e M i punti d'intersezione con la retta di coordinate 8/12 e 18/14;

- il punto L con i punti G e H e chiamiamo Q e P i punti d'intersezione con la retta di coordinate 8/12 e 18/14.

I punti di intersezione sulla circonferenza di raggio 26, delle rette passanti per i punti Q,

N e P, M sono 4 dei vertici del pentagono regolare, il quinto è il punto di coordinate 8/12, uno dei 25 nodi di scacchiera.

Nella fig. 2 i vertici del pentagono sono contrassegnati con i numeri 1,2,3,4 e 5; quelli dell'esagono con i numeri 6,7,8,9,10 e 11.

Pur omettendo, per non appesantire la lettura, le dimostrazioni matematiche, è opportuno rilevare che i quadrati magici sono una fonte inesauribile di sorprese ed il pentagono ne è la conferma.

Chiudiamo questi appunti ricordando che dal pentagono i nostri avi sono giunti alla quadratura del cerchio, che hanno risolto con una approssimazione notevole e che hanno riportato in alcune funzioni rituali come ad esempio quella del giro attorno al Ka-ba (cubo) della Mecca, ma di questo si potrà parlare un'altra volta.

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

fig. 1,1

11	24	7	20	3
4				16
17				9
10				22
23	6	19	2	15

1,2

12	25	8
5		21
18	1	14

1,3

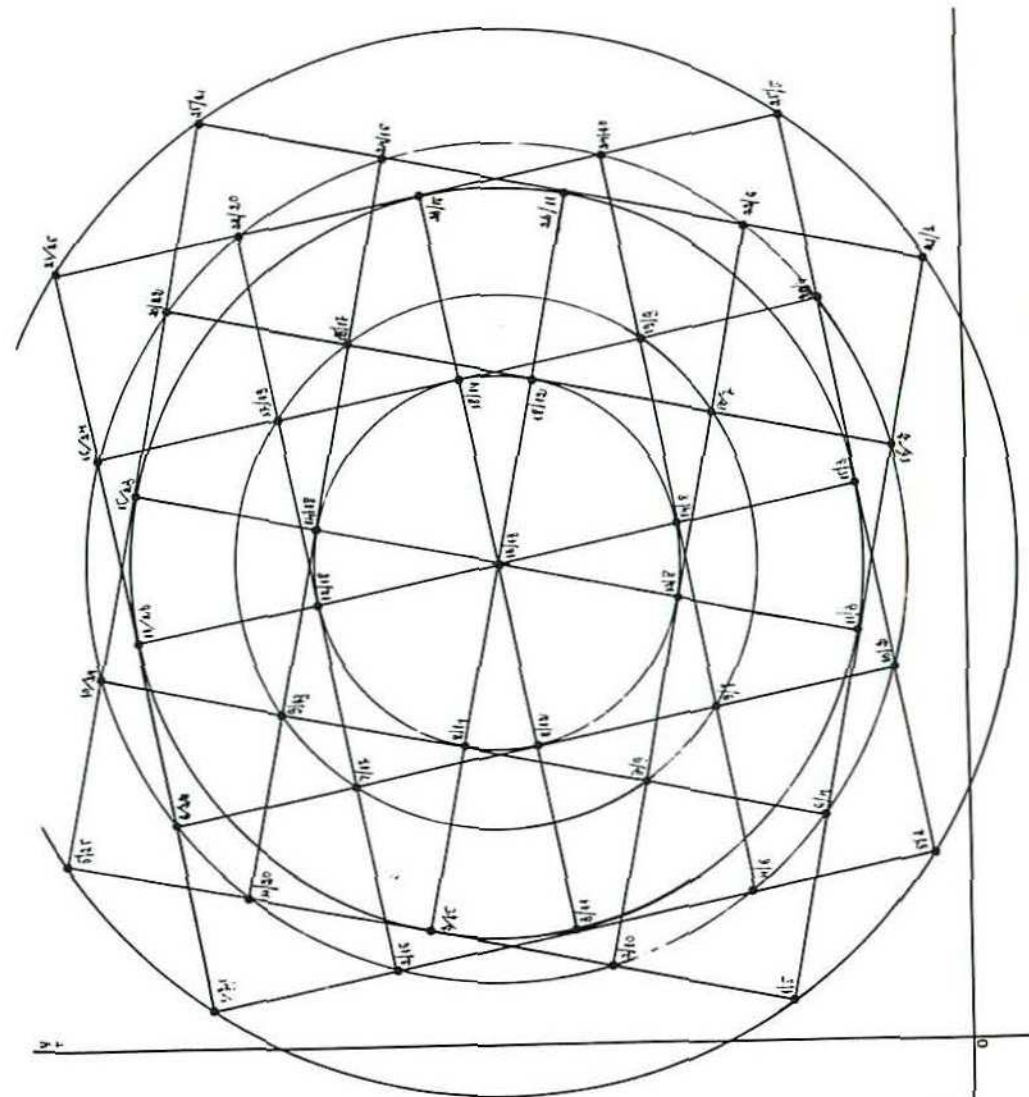
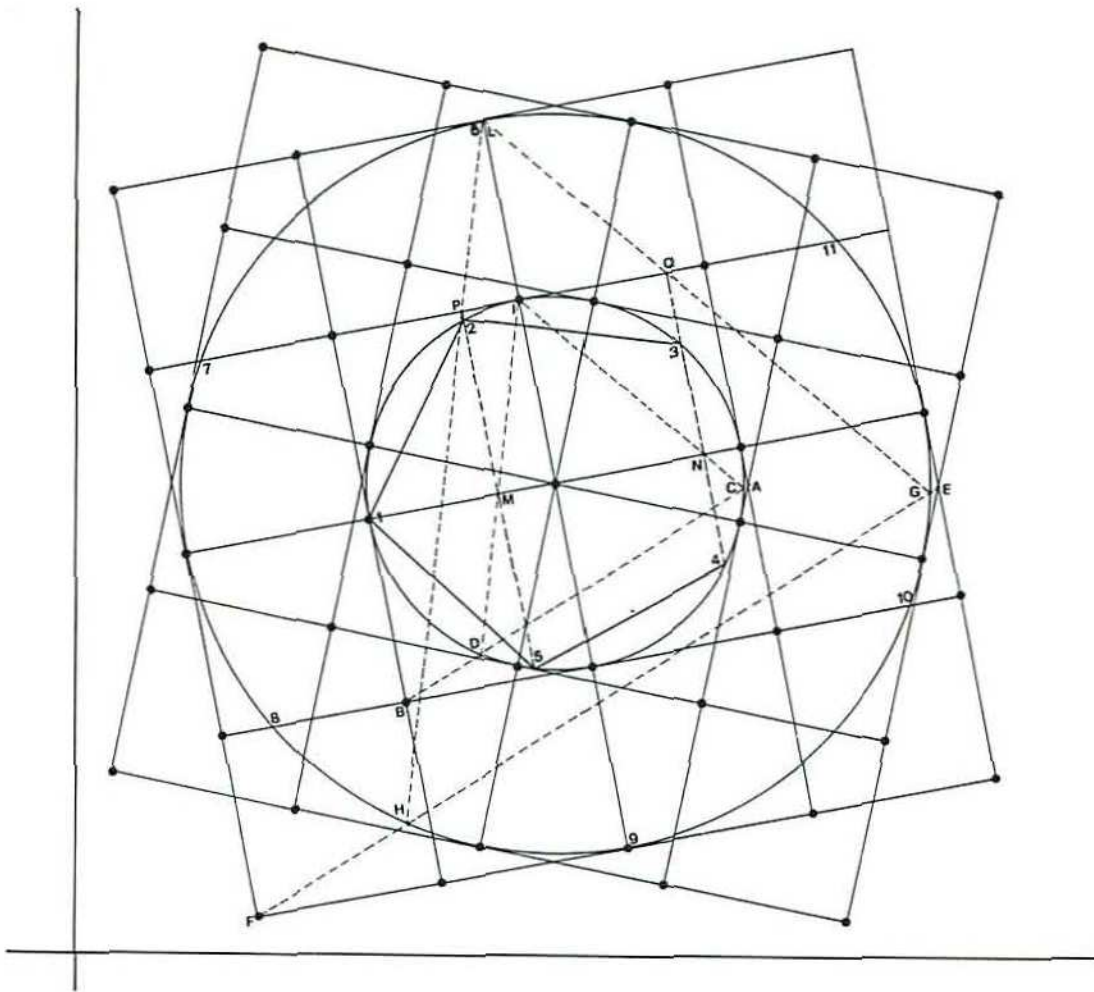


fig. 2



IN: EXTRAORDA 2000 P. 197-207

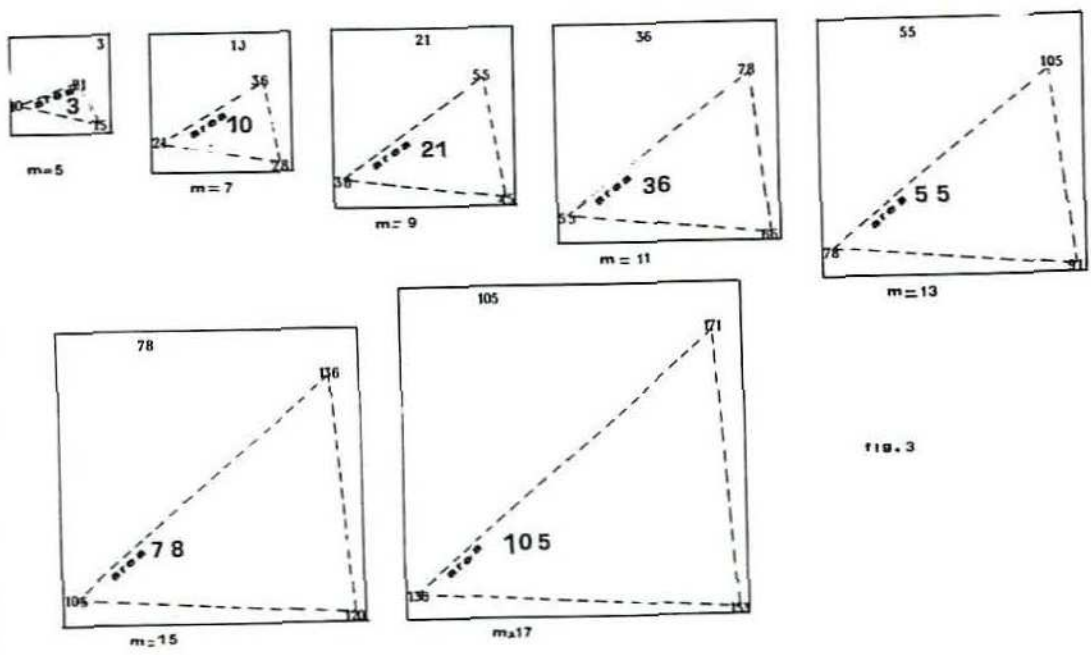


fig. 3