

STEFAN HAGEL / WIEN

Zur physikalischen Begründung der pythagoreischen Musikbetrachtung

Die wissenschaftliche Beschäftigung mit musikalischen Gegebenheiten ist in der griechischen Antike vom Gegensatz zweier Denkrichtungen geprägt, die gemeinhin mit den Namen des Pythagoras und des Aristoxenos verbunden werden. Die pythagoreische Schule ist von der Erkenntnis bestimmt, daß Wohlklang sich mit Hilfe einfacher Zahlenverhältnisse beschreiben läßt. Ihre Anhänger suchen nach mathematisch gefälligen Stimmungen, die den in der Musikpraxis gebräuchlichen Tonleitern unterlegt werden; das aus der Musik gewonnene Prinzip, daß Harmonie Zahl sei, wird analog auf den gesamten Kosmos übertragen. Von ganz anderen Fragestellungen geht die ‚aristoxenische‘ Denkschule aus, die in Wahrheit auf Ansätze zurückgeht, die wesentlich älter sind als die ihre Vorgänger schon im Rückblick der Antike überstrahlende Gestalt des Aristoteles-Schülers Aristoxenos. Hier steht die Lehre von den Skalen im Mittelpunkt, die Anordnung von Intervallen zu regulären Tonleitern sowie die Verbindung solcher Tonleitern zu größeren modulierenden Systemen.¹ Ausgangspunkt sind die in den erhaltenen Werken letztlich nicht näher hinterfragten Gegebenheiten zeitgenössischer Musikpraxis, die systematisch auf möglichst wenige Grundannahmen zurückgeführt werden. Letztlich ist die aristoxenische Theorie daher als deskriptive Wissenschaft von größerem Quellenwert für antike Musik als die mathematisch orientierten und so von vornherein stark präskriptiven pythagoreischen Nachrichten. Die antike Notenschrift etwa steht völlig auf ‚aristoxenischen‘ Voraussetzungen.

Die unterschiedlichen Ansätze beider Schulen äußern sich am deutlichsten in ganz konträren Auffassungen, wie man Intervalle zu betrachten habe. Dem Pythagoreer sind Töne natürliche Zahlen, und Intervalle als

¹ Für eine ausführlichere Darstellung vgl. S. Hagel, *Modulation in altgriechischer Musik*, Frankfurt/Main 2000, 16–38.

1555 (pdf)
HAGEL, S.
2001 pdf

STEFAN HAGEL / WIEN

Zur physikalischen Begründung der pythagoreischen Musikbetrachtung

Die wissenschaftliche Beschäftigung mit musikalischen Gegebenheiten ist in der griechischen Antike vom Gegensatz zweier Denkrichtungen geprägt, die gemeinhin mit den Namen des Pythagoras und des Aristoxenos verbunden werden. Die pythagoreische Schule ist von der Erkenntnis bestimmt, daß Wohlklang sich mit Hilfe einfacher Zahlenverhältnisse beschreiben läßt. Ihre Anhänger suchen nach mathematisch gefälligen Stimmungen, die den in der Musikpraxis gebräuchlichen Tonleitern unterlegt werden; das aus der Musik gewonnene Prinzip, daß Harmonie Zahl sei, wird analog auf den gesamten Kosmos übertragen. Von ganz anderen Fragestellungen geht die ‚aristoxenische‘ Denkschule aus, die in Wahrheit auf Ansätze zurückgeht, die wesentlich älter sind als die ihre Vorgänger schon im Rückblick der Antike überstrahlende Gestalt des Aristoteles-Schülers Aristoxenos. Hier steht die Lehre von den Skalen im Mittelpunkt, die Anordnung von Intervallen zu regulären Tonleitern sowie die Verbindung solcher Tonleitern zu größeren modulierenden Systemen.¹ Ausgangspunkt sind die in den erhaltenen Werken letztlich nicht näher hinterfragten Gegebenheiten zeitgenössischer Musikpraxis, die systematisch auf möglichst wenige Grundannahmen zurückgeführt werden. Letztlich ist die aristoxenische Theorie daher als deskriptive Wissenschaft von größerem Quellenwert für antike Musik als die mathematisch orientierten und so von vornherein stark präskriptiven pythagoreischen Nachrichten. Die antike Notenschrift etwa steht völlig auf ‚aristoxenischen‘ Voraussetzungen.

Die unterschiedlichen Ansätze beider Schulen äußern sich am deutlichsten in ganz konträren Auffassungen, wie man Intervalle zu betrachten habe. Dem Pythagoreer sind Töne natürliche Zahlen, und Intervalle als

¹ Für eine ausführlichere Darstellung vgl. S. Hagel, *Modulation in altgriechischer Musik*, Frankfurt/Main 2000, 16 – 38.

Verhältnisse von Tönen dementsprechend Verhältnisse von Zahlen.² Aristoxenos verwirft derartige Ansichten als unnötige Spekulation, die mit dem Wissenschaftsgebiet der Harmonik von vornherein nichts zu tun hätten.³ Für ihn sind ebenso wie für seine Vorgänger Intervalle nichts anderes als „Abstände“ zwischen Tönen: in der graphischen Veranschaulichung also Strecken zwischen Punkten auf der prinzipiell unendlichen Geraden des Tonraumes.⁴ Abstände lassen sich aber beliebig addieren, subtrahieren und auch teilen: Aristoxenos spricht also unbedenklich von Halb-, Viertel- und Dritteltönen, wie es wohl auch jeder ausübende Musiker tat.

Die pythagoreischen Voraussetzungen verboten dagegen die gleichmäßige Teilung der Grundintervalle: Wenn ein Ganzton dem Verhältnis der natürlichen Zahlen 9 und 8, beziehungsweise deren Vielfachen 18 und 16, 27 und 24 usw. entspricht, läßt sich keine natürliche Zahl finden, die dieses Verhältnis in der Hälfte teilt und so zwei gleiche Halbtöne erzeugt. Eine derartige Teilung könnte zwar geometrisch mit Strecken der Länge 9 und 8 leicht durchgeführt werden,⁵ das Ergebnis ist aber eine Strecke irrationaler Länge und als solche nicht mit den Axiomen pythagoreischer Theorie vereinbar.

Die aristoxenische Denkweise hatte somit einige unleugbare Vorteile. Zunächst war sie wesentlich einfacher zu handhaben, da das Zusammenzählen der zwölf Halbtöne einer Oktave oder auch der 30 Zwölfteltöne einer Quart keinerlei Anforderungen stellt, während pythagoreische Verhältniszahlen schnell den Umgang mit vier- und mehrstelligen Brüchen verlangen. Dann war sie aber auch der Musikpraxis von vornherein schon im Vokabular viel näher: Ein δίτονον war eben die Summe zweier Töne und nicht etwa ihr Produkt, ebenso waren etwa zwei Oktaven nichts anderes als

² Zur „angleichenden Seinsidentifikation“ von Zahl und Ding anstelle eines Entsprechungsverhältnisses vgl. O. Busch, *Logos syntheseōs. Die euklidische Sectio canonis, Aristoxenos, und die Rolle der Mathematik in der antiken Musiktheorie*, Berlin 1998, 120–122.

³ Harm. 2, 32, p. 41, 18–42, 3 da Rios: ... οὐ καθάπερ οἱ ἔμπροσθεν, οἱ μὲν ἀλλοτριολογούντες καὶ τὴν μὲν αἴσθησιν ἐκκλίνοντες ὡς οὐσαν οὐκ ἀκριβῆ, νοητὰς δὲ κατασκευάζοντες αἰτίας καὶ φάσκοντες λόγους δὲ τινὰς ἀριθμῶν εἶναι καὶ τάχῃ πρὸς ἄλληλα ἐν οἷς τό τε ὀξύ καὶ τὸ βαρὺ γίγνεται, πάντων ἀλλοτριωτάτους λόγους λέγοντες καὶ ἐναντιωτάτους τοῖς φαινομένοις... „... nicht wie die Früheren, die an der Sache vorbeiredeten und die Sinneswahrnehmung beiseite schoben, da sie nicht exakt wäre, dafür aber theoretische Erklärungen erfanden und behaupteten, es wären irgendwelche Zahlen- und Geschwindigkeitsverhältnisse, die dem Hohen und Tiefen zugrunde lägen, wobei sie Behauptungen aufstellten, die überhaupt nicht zur Sache gehören und überdies den Erfahrungstatsachen völlig widersprechen...“.

⁴ Harm. 1, 15, p. 20, 11 f. da Rios.

⁵ Vgl. Busch (o. Anm. 2), 115–118.

zwei Oktaven und mußten nicht mit der Zahl vier in Verbindung gebracht werden. Und daß es ein ἡμιτόνιον gar nicht gebe, mußte der Pythagoreer dem Musiker wohl mühevoll nahebringen.⁶ Auch machte die Modulation über einige Tonarten hinweg, die sich schon gegen Ende des fünften Jahrhunderts vor Christus in der griechischen Musik durchsetzte, den Aristoxenikern keine Probleme, da ihre temperierte Oktave dafür so gut geschaffen war wie jedes moderne Tasteninstrument. Die Pythagoreer dagegen scheinen vor den Anforderungen modulierender Musik von vornherein kapituliert zu haben.⁷

Demgegenüber stand auf pythagoreischer Seite nichts weiter als die Evidenz, daß man die Tatsache, daß wohlklingende Intervalle einfachen Zahlenverhältnissen entsprechen, jederzeit in der Praxis zeigen konnte. Dazu konnte man die Verhältnisse der schwingenden Längen an gleichgestimmten Saiten ebenso einsetzen wie die Längenverhältnisse der Luftsäulen an Blasinstrumenten wie der Syrinx oder dem Aulos⁸ – wo allerdings eine exakte Demonstration schon unmöglich gewesen wäre. Dieser experimentelle ‚Beweis‘ hatte jedoch neben seiner ohne elektronische Hilfsmittel unumgänglichen Ungenauigkeit noch einen weiteren Schönheitsfehler: In allen Fällen werden geometrische Längen zueinander in Beziehung gesetzt und nicht etwa diskrete Einheiten, wie sie pythagoreische Theorie voraussetzt.

Jedoch, selbst wenn man die Längen für natürliche Zahlen nahm, konnte diese Koinzidenz von einfachem Verhältnis und Konsonanz, so schlagend sie auch erscheinen mochte, die Position des Aristoxenos nicht ohne weiteres aushebeln: Die Differenz zwischen den theoretischen reinen Quarten und Quinten der Pythagoreer und den temperierten Intervallen des Aristoxenos ist so gering, daß dieser ebenfalls mit einem Experiment aufwarten konnte, in dem sich der Quintenzirkel dann ohne hörbare Unreinheiten ‚ausging‘.⁹ Wenn man also nicht a priori und aus metaphysischen

⁶ Vgl. etwa die Formulierung bei Theon, Util. Math. p. 53 Hiller: τὸ μέντοι ἡμιτόνιον οὐχ ὡς ἡμισυ τόνου λέγεται, ὥσπερ Ἀριστόξενος ἡγεῖται „Der Halbton heißt nicht etwa so, weil er ein halber Ganzton wäre, wie Aristoxenos glaubt“.

⁷ Einzig Ptolemaios versucht in seinem eigenständigen System pythagoreische Intervallbetrachtung mit aristoxenischer Systematik zu verbinden, was ihn allerdings dazu zwingt, letztere auf sieben Transpositionsskalen zu beschneiden.

⁸ Vgl. etwa Ps.-Arist., Pr. 23, wo der Terminus σύριγξ zudem einmal die Flöte mit Grifflochern, dann die Panflöte meint; zu den in Experimenten verwendeten Saiten-, Instrumenten‘ vgl. M. L. West, Ancient Greek Music, Oxford 1992, 240 f.; zu Metallplatten unterschiedlicher Dicke ebd. 128 u. 234.

⁹ Vgl. Hagel (o. Anm. 1), 15 f. Die Frage nach temperierten versus reinen Terzen, die den Unterschied der Stimmungen deutlich hörbar machen, stellte sich in der antiken

Gründen der pythagoreischen Position zuneigte,¹⁰ hatte Aristoxenos offenbar die besseren Argumente.

Daher pflegten pythagoreische Autoren im allgemeinen ihr Axiom von den natürlichen Zahlen stillschweigend und wohl auch meist unbewußt zugrunde zu legen, um auf seiner Basis zu zeigen, daß Aristoxenos und seine Nachfolger einfach nicht begriffen hätten, wie man mit ganzen Zahlen zu rechnen hätte.¹¹ Eine wirkliche Diskussion konnte aber nur auf der Anbindung der Tonlehre an die Physik beruhen. Diese Verbindung ist in den erhaltenen Schriften des Aristoxenos nicht gezogen: Wir besitzen von ihm nur Teile seiner Werke über die Harmonik, und in diesen Zusammenhang gehört nach des Aristoxenos eigener Aussage die Physik des Schalles einfach nicht hinein.¹² Es ist allerdings gerade deswegen sehr wahrscheinlich, daß sich einschlägige Aussagen in den zahlreichen verlorenen Werken des Aristoxenos fanden.¹³

Sehr wohl aber haben wir die Grundlegung der Tonlehre auf der Physik aus pythagoreischer Sicht erhalten: Die Einleitung der *Sectio canonis* (κατατομή κανόνος), die unter anderem dem berühmten Mathematiker Eukleides zugeschrieben wurde,¹⁴ dient eben diesem Zweck. Die darin enthaltene Beweisführung ist so verführerisch, daß noch O. Busch in seiner ausführlichen Untersuchung der pythagoreischen und aristoxenischen Ansätze sie für schlüssig – und damit offenbar für eine gültige Widerlegung des aristoxenischen Ansatzes hält.¹⁵ Eine kurze Analyse der in der *Sectio* gegebenen

Musik nicht: Terzen wurden ohnehin nicht zu den konsonanten Intervallen gerechnet; sie hatten aber auch im Skalensystem keine Funktion, die ihre Größe zu einem (zumal überprüfbaren) Streitpunkt machen hätte können.

¹⁰ Vgl. Porphyrios, *Comm. in Ptol. Harm.* p. 129, 18–20 Düring, der damit zugleich die Durchführbarkeit des aristoxenischen Experimentes zugibt: ὁ δὲ λόγος, ἀξιόπιστοτερος ὢν ἢ δὴ τῆς αἰσθήσεως ἐν ταῖς οὕτω βραχυτάταις διαφοραῖς, ἐλέγχει τοῦτο μὴ οὕτως ἔχον „Der Verstand aber, auf den man sich bei derart kleinen Differenzen mehr verlassen kann als auf die Wahrnehmung, beweist, daß es sich nicht so verhält“.

¹¹ Vgl. z. B. *Sect. can.* 8, p. 157 Jan; *Ptol., Harm.* 1, 10, p. 21, 21–24 Düring (διαμαρτάνουσι); *Schol. Ptol. Harm.* 1, 9, p. 19 ad 18 Düring (οὐ καλῶς οὐδ' ὥς ἐχρήν); Boëthius, *Inst. Mus.* 2, 31, p. 265, 19–21 Friedlein.

¹² Zur Kritik des Aristoxenos an der Vermengung von Harmonik und Physik (ἀλλοτριωτάτους λόγους), die offenbar genau jenen Standpunkt voraussetzt, den wir in der *Sect. can.* ausgeführt finden, vgl. o. Anm. 3.

¹³ Die Werke des Aristoxenos umfaßten laut Suda nicht weniger als 453 Bücher.

¹⁴ Zur Diskussion über die Einheit des Werkes, die Abfassungszeit und den Verfasser vgl. A. Barbera, *The Euclidean Division of the Canon: Greek and Latin Sources*, *Greek and Latin Music Theory*, 8, Lincoln/Nebraska 1991, 3–36.

¹⁵ Busch (o. Anm. 2), bes. 120 und 130f. („Sobald diese akustischen Sachverhalte von der Harmonietheorie berücksichtigt werden, ist sie gezwungen, die Bewegungen –

Argumente sowie der entsprechenden Passage bei Boëthius soll im folgenden zeigen, wie geschickt der Autor der Sectio im Gegenteil gerade über das Fehlen einer Grundlage für die pythagoreische Denkrichtung hinwegtäuscht.¹⁶

Die Sectio canonis beginnt mit folgenden Sätzen (p. 148, 3 – 149, 11 Jan):

Εἰ ἡσυχία εἴη καὶ ἀκίνησία, σιωπὴ ἂν εἴη· σιωπῆς δὲ οὐσης καὶ μηδενὸς κινουμένου οὐδὲν ἂν ἀκούοιτο· εἰ ἄρα μέλλει τι ἀκουσθήσεσθαι, πληγὴν καὶ κίνησιν πρότερον δεῖ γενέσθαι.

Ὡστε, ἐπειδὴ πάντες οἱ φθόγγοι γίνονται πληγῆς τινος γινομένης, πληγὴν δὲ ἀμήχανον γενέσθαι μὴ οὐχὶ κινήσεως πρότερον γενομένης, τῶν δὲ κινήσεων αἱ μὲν πυκνότεραι εἰσιν, αἱ δὲ ἀραιότεραι, καὶ αἱ μὲν πυκνότεραι ὀξυτέρους ποιοῦσι τοὺς φθόγγους, αἱ δὲ ἀραιότεραι βαρυτέρους, ἀναγκαῖον τοὺς μὲν ὀξυτέρους εἶναι, ἐπεὶ περ ἐκ πυκνοτέρων καὶ πλειόνων σύγκεινται κινήσεων, τοὺς δὲ βαρυτέρους, ἐπεὶ περ ἐξ ἀραιότερων καὶ ἐλασσόνων σύγκεινται κινήσεων.

Ὡστε τοὺς μὲν ὀξυτέρους τοῦ δέοντος ἀνιεμένους ἀφαιρέσει κινήσεως τυγχάνειν τοῦ δέοντος, τοὺς δὲ βαρυτέρους ἐπιτεινομένους προσθέσει κινήσεως τυγχάνειν τοῦ δέοντος.

Διόπερ ἐκ μορίων τοὺς φθόγγους συγκεῖσθαι φατέον, ἐπειδὴ προσθέσει καὶ ἀφαιρέσει τυγχάνουσι τοῦ δέοντος. πάντα δὲ τὰ ἐκ μορίων συγκείμενα ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεται πρὸς ἄλληλα, ὥστε καὶ τοὺς φθόγγους ἀναγκαῖον ἐν ἀριθμοῦ λόγῳ λέγεσθαι πρὸς ἀλλήλους.

„Wenn Ruhe herrschte und Bewegungslosigkeit, würde auch Stille herrschen; wenn aber Stille herrschte und nichts sich bewegte, würde man auch nichts hören. Wenn man aber etwas hören soll, muß es zuerst einen Stoß und Bewegung geben.

Wenn also alle Töne durch eine Art von Stoß hervorgebracht werden, ein Stoß aber unmöglich geschehen kann, wenn es nicht vorher eine Bewegung gibt, von den Bewe-

und damit die Töne – diskret zu quantifizieren und Intervalle in Zahlenverhältnissen zu betrachten“).

¹⁶ Die bei Porphyrios, Comm. in Ptol. Harm. p. 30, 1–31, 21 Düring, zitierte ausführliche Darlegung des Herakleides gehört letztlich nicht hierher, da die Verbindung zwischen Bewegung und Zahl nur gestreift wird. Herakleides faßt die Begriffe so exakt (die πληγαὶ sind zumindest für die Wahrnehmung in der Zeit ausdehnungslos, zwischen ihnen liegen διαστήματα), daß eine Argumentation analog der der Sectio nicht mehr möglich wäre. Ebenso wenig berühren jene antiken Theorien das Thema, die die Tonhöhe unmittelbar an die Geschwindigkeit binden, da hieraus ebenfalls keine Diskretheit abgeleitet werden kann: Allenfalls läßt sich die Konsonanz auf rationale Verhältnisse gegenüber den ebenso möglichen irrationalen zurückführen (vgl. Ailianos bei Porph., Comm. in Ptol. Harm. p. 36, 32–37, 5 Düring: εἰς ἄπειρον δ' οὐσης τῆς τομῆς τῶν συνεχῶν ἃ μὲν εἰσι σύμμετρα, ἃ δ' ἀσύμμετρα καὶ τὰ μὲν σύμμετρα διὰ λόγου ἀριθμῶν θεωρεῖται, τὰ δ' ἀσύμμετρα οὐκ ἔστιν ἐν λόγοις ἀριθμῶν).

gungen aber die einen dichter sind, die anderen dünner, und die dichten höhere („schärfere“) Töne hervorbringen, die dünneren aber tiefere („schwerere“), folgt notwendig, daß manche Töne deshalb höher sind, weil sie aus dichteren und daher einer größeren Anzahl von Bewegungen bestehen, die anderen aber deshalb tiefer, weil sie aus weniger dichten und daher einer geringeren Anzahl von Bewegungen bestehen.

Folglich erreichen Töne, die zu hoch sind, die gewünschte Tonhöhe beim Herabstimmen durch die Wegnahme von Bewegung, Töne aber, die zu tief sind, beim Erhöhen durch die Zugabe von Bewegung.

Daher muß man sagen, daß die Töne aus Teilen zusammengesetzt sind, weil sie ja eine gewünschte Höhe durch Dazugeben und Wegnehmen erreichen. Alles aber, was aus Teilen zusammengesetzt ist, kann in seinem Verhältnis zueinander durch Bruchzahlen ausgedrückt werden; folglich können auch Töne notwendig durch Bruchzahlen zueinander in Verhältnis gesetzt werden.“

Den Anfang macht die Herleitung des Schalles von der Bewegung, sowie die Verknüpfung der Häufigkeit der Bewegung (Dichte in der Zeit) mit der Tonhöhe, wie man sie etwa aus der Beobachtung der schwingenden Saite gewinnen konnte. Soweit deckt sich die Formulierung der Sectio völlig mit moderner Schalltheorie. Der folgende Satz zieht daraus den Schluß, daß, wenn Tonhöhe gleich Häufigkeit von Bewegung sei, eine Änderung der Tonhöhe folglich durch Wegnahme und Zugabe von Bewegung geschehe. Ausgegangen wird von den gebräuchlichen Termini für Steigen und Fallen der Tonhöhe, *ἐπίτασις* und *ἄνεσις*, die ebenso vom Vorgang beim Stimmen eines Saiteninstrumentes wie vom Erleben der physischen Vorgänge beim Sprechen und Singen her verstanden werden können, also aus der allgemeinen Erfahrung gewonnen sind.¹⁷ Diese Vorgänge werden also nach dem Vorhergehenden als *πρόσθεσις* und *ἀφαίρεσις* *κίνησεως* verstanden. Das kann aber im Zusammenhang nichts anderes bedeuten als Zugabe und Wegnahme von Häufigkeit beziehungsweise Dichte der Bewegung, zumal ‚Bewegung‘ an sich ja nicht quantitativ ist, wie auch der Singular *κίνησις* anzeigt.

Was durch Dazugeben und Wegnehmen veränderbar sei, sei weiters aus Teilen zusammengesetzt. Das ist nun insofern richtig, als es teilbar sein muß. Der folgende Schluß allerdings, daß alles, was aus *μόρια* zusammengesetzt sei, zugleich auch durch einen *λόγος ἀριθμοῦ*, ein Verhältnis natürlicher Zahlen bestimmbar sei, setzt einen ganz anderen Begriff von *μόριον* voraus. Zuvor war es der umgangssprachliche ‚Teil‘, aus dem alles besteht, was man tatsächlich oder gedanklich auseinandernehmen kann. Solche *μόρια* sind als Einzelteile zwar abzählbar, aber keineswegs notwendig

¹⁷ Vgl. Aristox., *Harm.* 1, 10, p. 15, 6–8 da Rios (von der Stimme) mit 1, 11, p. 16f. da Rios (vom Saiteninstrument).

einander völlig oder auch nur in einer bestimmten Hinsicht gleich.¹⁸ Der nun vorausgesetzte Begriff aber ist ein Teil, der in seinem Verhältnis zu den anderen Teilen durch eine natürliche Zahl ausgedrückt werden kann. Er enthält also eine natürliche Anzahl von Einheiten, vermittle derer auch die Gesamtheit gemessen werden kann, die also ebenfalls ein Vielfaches dieser Einheit enthält. Mit diesem Begriff des Messens (μετρεῖν) operiert die Sectio auch in ihren Beweisführungen.¹⁹ Der so in seinem genauen mathematischen Sinn definierte Begriff des *μόριον* findet sich dann auch in dem sogleich eingeführten Terminus *ἐπιμόριος* ‚überteilig‘, wie auch in den üblichen Teilungszahlen *τριτημόριος*, *τεταρτημόριος* usw.

Die Folgerung, daß auch Verhältnisse zwischen Tönen, also Intervalle, stets durch Bruchzahlen ausgedrückt werden können, beruht demnach auf dem versteckten Wechsel der Bedeutung des Begriffes *μόριον* innerhalb des Abschnittes. Was nur für Teile beliebiger (auch irrationaler) Größe galt, wird von ganzzahligen ‚Teilern‘ verstanden. Dieser logische Fehler wird allerdings durch die verwaschene Verwendung des Terminus *κίνησις* schon vorbereitet: Diese *κίνησις* besteht ja eigentlich aus einzelnen Bewegungen, die in der Zeit dichter (*πυκνός*) oder dünner (*ἄραιός*) angeordnet sein können. Diese Einzelbewegungen sind nun tatsächlich abzählbar und verschiedene Anzahlen könnten als Bruchzahlen ins Verhältnis gesetzt werden. Da der Leser diese Vorstellung des Tones als aus diskreten Einheiten zusammengesetzt noch im Ohr hat, fällt der folgende Fehlschluß nicht leicht auf. Dort ist allerdings *κίνησις* als Dichte und nicht als Zahl von Bewegungen vorausgesetzt. Der Unterschied ist evident: In der Dichte zeigt sich die Anzahl der Bewegungen je Zeiteinheit, und diese ist für die Tonhöhe verantwortlich. Die reine Anzahl hängt ja von der Tonhöhe und von der Tondauer ab: Ein langer tiefer Ton besteht letztlich aus mehr Einzelschwingungen als ein kurzer hoher. Was also für die Tonhöhe ausschlaggebend ist – und das ist mit den Begriffen *πυκνός* und *ἄραιός* gegeben –, ist nicht die diskrete Anzahl der Bewegungen, sondern deren Abstand von-

¹⁸ Vgl. etwa Plat., Symp. 205c4 – 8 (*μουσική* ist *μόριον πάσης τῆς ποιήσεως*; für Teilwissenschaften und ähnliches ist *μόριον* der stehende Ausdruck); Parm. 142d5 etc. (*εἶναι* und *εἶναι* sind *μόρια* des *ὅν*); Arist., Kat. 5a15 – 24 (*μόρια* geometrischer Strecken, Flächen und Körper, die ja auch irrationale Größen haben können); Cael. 270a5 (*βῶλος* und *γῆ*). Besonders deutlich Plat., Tim. 36b, wo von der Quart nach der Füllung mit zwei großen Ganztönen ein *μόριον* von 256:243 bleibt: In der Vermengung von pythagoreischer Rechnung und (natürlicher) ‚aristoxenischer‘ Betrachtungsweise werden die als Verhältnisse angegebenen Intervalle gleichsam als Strecken gedacht, die in ganz ungleiche *μόρια* zerfallen.

¹⁹ Sect. can. 1, p. 150, 8. 10 Jan; 2, p. 151, 9. 11 Jan.

einander in der Zeit; und dieser ist jedenfalls nicht abzählbar, sondern kann im Prinzip wie jeder geometrische Abstand auch irrational sein.²⁰ Dieser Unterschied wird nun durch den Gebrauch des Begriffes κίνησις in beiden Zusammenhängen verwischt und so der Umdeutung von μόριον der Boden bereitet.

Wie wir also sehen, erweist sich der ‚Beweis‘ für die pythagoreischen Axiome als keineswegs haltbar.²¹ Die Zeit führt den irrationalen Faktor wieder in die Rechnung ein, den man durch den Rekurs auf einzelne Bewegungen als Ursache des Schalles ausgeschaltet zu haben glaubte.

Ein Vergleich mit der Darstellung des gleichen ‚Beweises‘ durch Boëthius zeigt allerdings, daß die Sectio, mag sie auch einen Fehlschluß enthalten, doch auf vergleichsweise hohem Niveau arbeitet: Bei Boëthius liest sich die Argumentation so (De musica 4, 1 p. 301, 12–27 Friedlein):

Si foret rerum omnium quies, nullus auditum sonus feriret, id autem fieret, quoniam cessantibus motibus cunctis nullum inter se res pulsum cicerent. Ut igitur sit vox, pulsu est opus. Sed ut sit pulsus, motus necesse est antecedit. Ut ergo sit vox, motum esse necesse est. Sed omnis motus habet in se tum velocitatem tum etiam tarditatem. Si igitur sit tardus inpellendo motus gravior redditur sonus. Nam ut tarditas proxima stationi est, ita gravitas contigua taciturnitati. Velox vero motus acutam voculam praestat. Praeterea quae gravis est, intentione crescit ad medium, quae vero acuta, remissione decrescit ad medium. Unde fit, ut omnis sonus quasi ex quibusdam partibus compositus esse videatur. Omnis autem partium coniunctio quadam proportionem committitur. Sonorum igitur coniunctio proportionibus constituta est. Proportiones autem principaliter in numeris considerantur.

Zum aus der Sectio übernommenen Fehlschluß kommen in dieser Fassung noch andere, auffälligere argumentative Mängel. Vor allem der Bezug zwischen Geschwindigkeit und Tonhöhe, der in der Sectio korrekt an Erfahrungstatsachen geknüpft wurde, findet hier nur eine ganz unzureichende Begründung: *si igitur* geht zunächst ins Leere, die Begründung wird mit *nam* nachgetragen und klingt eher metaphorisch als physikalisch: Warum tiefe Töne der Stille näher stehen sollen als hohe, müßte wenigstens angedeutet werden. Ein Echo der Begründung der Sectio findet sich

²⁰ Dagegen ließ sich nur mehr dogmatisch argumentieren (ἡ δὲ κίνησις οὐκ ἀνευ ἀριθμοῦ γίνεται, Herakleides bei Porph., Comm. in Ptol. Harm. p. 30, 8f. Düring); die Sectio versucht das nicht.

²¹ Ein vergleichbarer logischer Fehler findet sich auch in Sect. can. 11, p. 158f. Jan, vgl. Busch, bes. 128.

danach (*intentione* – *remissione*), aber ohne daß die Verbindung zum zuvor Gesagten klar würde: Es fehlt eben die Gleichsetzung mit der Zugabe oder Wegnahme von κίνησις, die den Fortgang der Argumentation erst erlaubt. So hängt schließlich das *unde fit* vollkommen in der Luft, da man *intentio* und *remissio* ja eben nicht als aus Teilen zusammengesetzt denken wird.

Diese spätantike Form des Beweises der Sectio stellt sich demnach als weitgehend mechanische Übernahme ihres Argumentationsgangs dar, dem aber an der entscheidenden Stelle das verbindende Glied geraubt wurde. Da Boëthius also das eigentliche Anliegen des Beweises offenbar nur ungenügend verstanden hat, können wir annehmen, daß auch ihm keine ausführlichere Darstellung des Problems vorlag; es kann auch nicht ausgeschlossen werden, daß die Fassung des Beweises, die er kannte, nicht völlig mit der der erhaltenen Sectio canonis identisch ist.

Dennoch erwies sich uns auch die in der Sectio erhaltene Version, wiewohl weit besser komponiert als die des Boëthius, als logisch nicht haltbar. Ein besseres Verständnis der schwierigen Frage nach der Ursache der Korrelation zwischen Konsonanz und einfachem Zahlenverhältnis ließ sich aber in der Antike nicht finden. Da also mit antiken Mitteln nicht zwischen der ‚temperierten‘ aristoxenischen und der ‚reinen‘ pythagoreischen Position entschieden werden konnte – und das, obwohl letztere ihren Ursprung eigentlich von einer empirischen Erkenntnis herleitete –, muß die Arbeit des Aristoxenos wesentlich differenzierter gewürdigt werden, als dies bisweilen noch in unserem Jahrhundert geschehen ist:²² Wenn Aristoxenos die Musiktheorie primär auf der Musikpraxis aufbaute und unbeweisbare metaphysische Grundlagen über Bord warf, sobald sie zu dieser in Widerspruch traten, erwies er sich letztlich nur als dem wissenschaftlichen Anspruch seines Lehrers Aristoteles verpflichtet, sinnvolle Zusammenhänge an die Stelle von Zahlenspielen zu setzen.²³

²² Vgl. etwa R.P. Winnington-Ingram, *Aristoxenus and the Intervals of Greek Music*, CQ 26 (1932), 195–208 (208): „such an unscientific author as Aristoxenus“; M. Litchfield, *Aristoxenus and Empiricism: A Reevaluation Based on His Theories*, *Journal of Music Theory* 32 (1988), 51–73.

²³ Vgl. etwa Met. 1093 ab.