

Pythagoras in spijkerschrift

Wiskundigen vragen zich al vele jaren af, wat de sommen op een vierduizend jaar oud spijkerschrifttablet betekenen. Eleanor Robson denkt het te weten. Het bewijs voor haar stelling ligt echter in Irakese bodem. Amerikaanse bommen gooien hopelijk niet al het bewijs aan scherven.

FRANK VAN KOLFSCHOOTEN

Eleanor Robson had de visa voor Irak net een uur binnen toen de Brits-Amerikaanse bombardementen op de radarinstallaties van Saddam Hoessein begonnen. Even zag de oriëntaliste van Oxford University haar grote droom in duigen vallen. Al tien jaar lang wil ze niets liever dan een keer afreizen naar het voormalige Mesopotamië. De politieke situatie was de afgelopen tijd stabiel genoeg om in te gaan op een uitnodiging van Irakese archeologen voor een congres over de geschiedenis van het schrijven. 'Ik kan niet wachten om het archeologisch museum in Bagdad te zien, daar hebben ze de prachtigste dingen. En ik wil de archeologische plaatsen in Zuid-Irak bezoeken waar de kleitabletten zijn gevonden waar ik de afgelopen tien jaar aan heb gewerkt. Maar of dat nu nog doorgaat? We hebben de vlucht toch maar geboekt, afzeggen kan altijd nog.'

Vanaf dit voorjaar zal Robson in één adem genoemd worden met de beroemdste en meest gefotografeerde spijkerschrifttablet uit Irak: Plimpton 322. Er staan publicaties in twee wetenschappelijke toptijdschriften op stapel - *American Mathematical Monthly* en *Historia Mathematica* - waarmee Robson een eind hoopt te maken aan de speculatieve verhalen die sinds 1945 de ronde hebben gedaan over dit vierduizend jaar oude kleitablet.

Plimpton 322 was onderdeel van de indrukwekkende wiskundige bibliotheek die de New Yorkse uitgever George Arthur Plimpton begin vorige eeuw verzamelde in zijn enorme huis aan Park Avenue. Zijn collectie omvatte twintigduizend manuscripten van de middeleeuwen tot de vroege negentiende eeuw en zesduizend kleitabletten uit de periode 2100 tot 300 voor Christus. Plimpton liet na zijn dood in 1936 alles na aan de bibliotheek van Columbia University, die er in 1943 een catalogus van maakte om de schat ook voor publiek toegankelijk te maken.

Toen historicus van de wiskunde Otto Neugebauer de catalogus onder ogen kreeg, werd zijn aandacht vooral getrokken door tablet 322, die in de

Volgens Eleanor Robson is spijkerschrifttablet Plimpton 322 een lijstje afleidingen van zogeheten reciproque paren: getallen die, als je ze met elkaar vermenigvuldigt, op 1 uitkomen

jaren twintig met vele andere spijkerschrifttabletten was opgegraven in Senkerek in Zuid-Irak, op de plaats waar indertijd Larsa lag, vlak bij Ur. De meeste van die tabletten hadden administratieve doelen gediend, maar dit was een wiskundige tablet.

Zestigtallig stelsel

Plimpton wist te weinig van spijkerschrift om te kunnen begrijpen wat hij bezat, maar Neugebauer kwam wel een heel eind met de ontcijfering van de tablet, al werd dat bemoeilijkt doordat aan de linkerkant ervan stukken ontbraken. Neugebauer, een uit Duitsland gevluchte jood, deed de opzienbarende ontdekking dat op de tablet onder meer Pythagorische drietallen stonden, genoteerd in het zestigtallige stelsel waarmee de Babyloniërs rekenden (en dat wij tegenwoordig bijvoorbeeld nog gebruiken bij de onderverdeling van de tijd

'In Bagdad hebben ze de prachtigste dingen'

in seconden, minuten en uren).

Het simpelste voorbeeld van zo'n drietal is 3, 4, 5: de gehele getallen die horen bij een rechthoekige driehoek met korte zijde 3 en lange zijde 4 en hypotenusa 5 en die passen in de formule $a^2 + b^2 = c^2$, de stelling van Pythagoras. Op Plimpton 322 stonden wel vijftien voorbeelden van zulke drietallen, en daaruit concludeerde Neugebauer dat de bewoners van Mesopotamië al minstens 1.300 jaar voordat Pythagoras leefde, een goed begrip hadden van de stelling van Pythagoras.

Maar de precieze betekenis van de kleitablet en het doel waarvoor deze gemaakt was, kon ook Neugebauer niet achterhalen. 'Daarom is Plim-

Transcriptie van Plimpton 322

1,59,0,15	1,59	2,49	1
1,56,56,58,14,50,6,15	56,7	1,20,25	2
1,55,7,41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	3
1,53,10,29,32,52,16	3,31,49	5,9,1	4
1,48,54,1,40	1,5	1,37	5
1,47,6,41,40	5,19	8,1	6
1,43,11,56,28,26,40	38,11	59,1	7
1,41,33,45,14,3,45	13,19	20,49	8
1,38,33,36,36	8,1	12,49	9
1,35,10,2,28,27,24,26,40	1,22,41	2,16,1	10
1,33,45	45	1,15	11
1,29,21,54,2,15	27,59	48,49	12
1,27,0,3,45	2,41	4,49	13
1,25,48,51,35,6,40	29,31	53,49	14
1,23,13,46,40	28	53	15

ton 322 de fantasie blijven prikkelen, vooral van professionele wiskundigen, die de betekenis ervan meenden te kunnen doorgronden zonder zich te verdiepen in de geschiedenis en de talen van Mesopotamië', zegt Robson, die behalve oriëntalistiek ook wiskunde heeft gestudeerd. 'Die ondeskundige bemoeienis heeft tot allerlei onzinnige interpretaties geleid. Laatst hoorde ik een wiskundige op een congres in New Orleans beweren dat het een trigonometrische tabel voor astronomische observaties was, terwijl elke historicus van Mesopotamië je kan vertellen dat astronomische observaties pas duizend jaar na Plimpton 322 zijn begonnen. Maar vergeleken met de egyptologie mogen we in ons vakgebied niet klagen. Daar komen amateuronderzoekers zelfs aanzetten met verhalen over buitenaardse wezens.'

Robson vergelijkt de speurders die zich op haar vakgebied wagen spottend met Sherlock Holmes: amateurdetectives die op basis van hun eigen intuïtie en deductieve vermogens in een weekendje de misdaad komen oplossen, waar domme politieagenten falen. Maar in het oude Babylonië bleek Sherlock Holmes toch niet

goed uit de voeten te kunnen. 'De fantasieën van die Holmes-achtige onderzoekers zijn gebaseerd op hun eigen begrip van de moderne wiskunde, waarbij ze de getallen op de tablet gebruikten als inspiratie. Maar de persoon die de tablet rond 1800 voor Christus beschreef, had geen toegang tot onze moderne wiskunde. Je moet daarom juist kijken naar de wiskundige technieken en concepten die vierduizend jaar geleden bekend waren; dan krijg je een heel ander beeld.'

Wat Robson in haar aanstaande publicaties naar voren brengt, is op zichzelf niet spectaculair, vindt ze. 'Ik heb de bestaande historische, linguïstische, archeologische en wiskundige kennis over Mesopotamië op een rijtje gezet en daar conclusies uit getrokken. Ik behandel Plimpton 322 niet als een soort eiland in de wiskunde. Ik kijk niet alleen naar de cijfers, maar ook naar de woorden die op de tablet boven de kolommen staan. Daar heeft sinds Neugebauer niemand meer serieus aandacht aan besteed, wat in feite onvoorstelbaar is. Zeg nou zelf: het is toch *common sense* dat die koppen vertellen waar de kolommen voor staan?'

De file staat op het dashboard

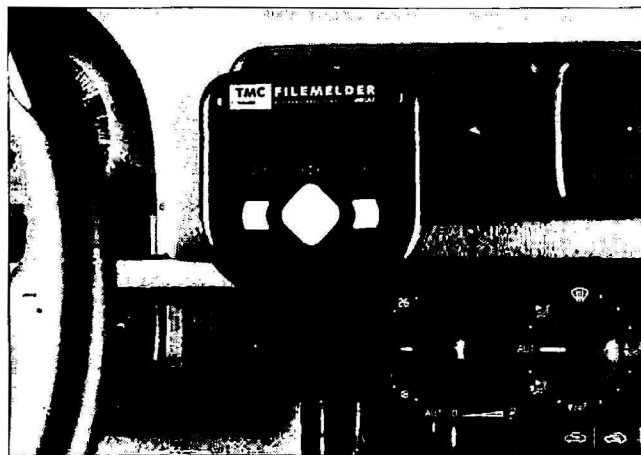
MARK MIERAS

Wie's ochtends achter de file naar z'n werk rijdt, wint zeëen aan tijd. Tijd om rustig te ontbijten, het ochtendblad te lezen en zich te verheugen op een voorspoedige rit. Het enige probleem was altijd de bepaling van het juiste moment van vertrek. Maar daarvoor ligt sinds deze maand de filemelder naast het ontbijtbord. Om acht minuten over negen geeft het apparaatje een piep en meldt op het display 'file Amsterdam-Utrecht opgelost'. We kunnen vertrekken.

De Duitse elektrotechnicus Peter Skalik begrijpt zelf ook niet waarom het apparaatje er niet eerder was. De verkeersinformatie tapt de filemelder gewoon af van het FM-sigitaal van radiozenders, in Nederland onder andere van Radio 3. De file-code (TMC) is een paar jaar geleden bedacht en verordonneerd door de Europese Unie, en in een reeks van Euro-landen braaf ingevoerd. Maar afgezien van een enkele producent van chique autonavigatiesystemen en onbetaalbare autoradio's maakt niemand er gebruik van.

Skalik begrijpt die laksheid eigenlijk wel, want de tientallen pagina's tellende technische standaard van TMC is niet om doorheen te komen. 'Je moet het tien tot twintig keer lezen voor je het begrijpt', zegt de technicus, die zich in het Duitse Würselen in 1998 in de Brusselse code heeft verdiept. Samen met Bernd Bierwisch heeft Skalik een bedrijfje dat routeplanners maakt, GNS. Samen besluiten ze het erop te wagen, en een filemelder te gaan maken.

Omdat de TMC-fileinformatie wordt meegestuurd in de marge van een radiosigitaal, is de ruimte voor de file-informatie krap bemeten. Brussel construeerde daarom een hermetisch systeem van codes: codes voor



Product: Een handzaam apparaatje dat files bijhoudt
Bedrijf: GNS te Würselen, bij Aken
Ontwikkelingstijd: 3 maanden
Verwachting: 'Alleen al op de Duitse markt verwachten we 200.000 exemplaren af te zetten'

files, voor spookrijders, voor ongelukken en codes voor wegen en afslagen. Die laatste mag elk land zelf indelen, volgens de eigen wegenkaart. De codes bij een Duits radiozender betekenen dus iets anders dan die bij een Nederlands station.

In 1998 begint Skalik chips te programmeren, die de Brusselse code moeten omzetten in begrijpelijke taal. Die chips dienen dus alle hoofdwegen van de Duitse Autobahn inclusief afslagen te kunnen benoemen. En even soepel moeten ze ook de codes uit Nederland en nog zo'n acht andere Europese landen herkennen en interpreteren. Zo nodig zelfs gelijktijdig, wanneer een filemelder in een grensstreek wordt gebruikt.

Al die informatie moet ook nog zo overzichtelijk worden gepresenteerd, dat je er met de handen aan het stuur iets aan hebt. Eind 1999 is versie 1.01 van Skalik's TMC-chip gereed. Collega Bierwisch heeft een kunststof doosje geconstrueerd waar batterijen en elektronica keurig inpassen. De eerste klant voor deze 'betaversie' is de Europese Unie, die er direct vijftig bestelt om daarmee de invoering van TMC in de Unie te controleren.

Er volgt een lange reeks van verbeteringen: programmeerfouten worden opgelost, voor 's nachts wordt een lampje aangebracht, en in een reeks van stappen wordt de melding uitgebreid, onder andere met de mogelijkheid om een vaste reisroute te programmeren, waarna het appa-

raatje zich met zijn filemeldingen tot dat traject beperkt. 'We zijn inmiddels aan versie 1.49 toe', aldus Skalik. 'Dat is een versie die ook mensen die amper weten hoe een GSM-telefoon werkt, kunnen bedienen.'

Nederland is het eerste land waarnaar de TMC-chip wordt geëxporteerd. De importeur, John Gold International te Almere, vertaalde alle teksten. Rijkswaterstaat leverde een bestand met aanvullende namen van Nederlandse wegen en afslagen. Skalik laadde die in de chip en de Nederlandse versie was gereed.

Tot nu toe verkocht GNS, waar inmiddels zeven man werkt, in Duitsland vierduizend filemelders. Als de prijs verder daalt, verwacht Skalik dat de verkoop stijgt tot 200.000 exemplaren. Is dat niet wat optimistisch? In Nederland komt de ANWB reeds komende maand met een concurrerend systeem, dat file-informatie via SMS verstuurt naar GSM-telefoons. Weggebruikers kunnen zich op de website van de ANWB aanmelden, en aangeven voor welke route en tijdstippen ze filemeldingen willen ontvangen. 'Zonde', zegt Skalik. 'Zonde van de investeringen. In Duitsland is een dergelijk systeem al wat eerder geïntroduceerd. Haast niemand maakt er gebruik van.'

Probleem is volgens de Duitse technicus dat je voor iedere filemelding moet betalen (in Nederland is dat vijftig cent). Daartegenover staat

HET PRODUCT

natuurlijk dat je je de aanschaf van de filemelder (380 gulden) bespaart. Een ander nadeel van GSM: je moet eerst het SMS-bericht openen voor je weet waar de file staat. Was de ANWB niet tegen gehannes met telefoons in de auto? 'Jazeker', zegt de woordvoerder. 'Onze fileberichten zijn uitermate duidelijk bedoeld om te raadplegen voordat je in de auto stapt.'

Wiskunde in spijkerschrift

Met behulp van bovenstaande achtergronden kon Robson de drie belangrijkste serieuze interpretaties eenvoudigweg langslipen en beoordelen op hun houdbaarheid. De theorie van Neugebauer dat de tabel waarden van een functie weergeeft, valt niet te rijmen met de opbouw van de kolommen en kan bovendien de betekenis van de vierde kolom (een eenvoudige reeks van 1 tot en met 15) niet verklaren. Plimpton 322 kan volgens Robson ook geen trigonometrische tabel zijn, want dan zouden er meer bewijzen moeten zijn gevonden van hoekmetingen in Mesopotamië.

Eenzaam genie?

Robson denkt dat de tabel afleidingen van zogenaamde reciproque paren bevat. Dat zijn getallen die als ze met elkaar vermenigvuldigd worden op 1 uitkomen. In ons tientallige stel-

sel is de reciproque van 2 bijvoorbeeld 0,5. In het zestigtallige stelsel wordt de reciproque genoteerd als 0;30. De reciproque van 3 is dan 0;20, van 4 0;15, van 10 0;06 enz. Robson laat zien dat dan ook de woorden boven de kolommen op hun plaats vallen. Deze interpretatie sluit goed aan bij andere bewijzen dat reciproque paren een sleutelrol speelden in de Mesopotamische wiskunde.

Robson doet in haar artikelen ook een poging om de identiteit van de schrijver van de tablet op te helderen. Ze rekent overtuigend af met de mythe dat het een eenzaam genie was dat zijn tijd ver vooruit was. Afgaande op de vormgeving van de kolommen moet het iemand geweest zijn die bekend was met de ambtenarij rond de tempel in Larsa. Een man in elk geval, want vrouwen waren in deze regio niet actief in dit soort beroepen. Het was geen professionele wiskundige in onze zin van het woord, want die bestonden nog niet. Ook was het geen amateur-wiskundige, iemand uit de hogere klassen die tijd over had om voor zijn plezier wiskunde te bedrijven, want ook daar zijn geen voorbeelden van bekend uit de geschiedenis van Mesopotamië.

Volgens Robson moet het iemand

geweest zijn wiens werk te maken had met taal, rekenen en wiskunde. Qua opbouw doen de documenten denken aan wiskundige documenten die bekend staan als 'probleemlijstjes van leraren'. In die hoek hoort de kleitablet dan ook thuis, denkt ze. 'Plimpton 322 is een vijftienvoudige

Plimpton 322 is wellicht een nakijklijstje van een wiskundeleraar

herhaling van dezelfde wiskundige opzet, met steeds een verschillende groep van regelmatige getallen. Hiermee kon een leraar zijn leerlingen verschillende oefeningen van hetzelfde wiskundige probleem opgeven, en hun tussenoplossingen en definitieve oplossingen controleren zonder zelf de berekeningen over te hoeven doen. Een nakijklijstje van een wiskundeleraar dus. Kan het gewoner?

Robson wil niet beweren dat met

haar artikelen het laatste woord gezegd is over Plimpton 322. 'Ik weet niet wat er stond in de eerste afgebrokkelde kolom. Daar kan ik alleen maar naar gissen. Ik sluit niet uit dat die restanten nog een keer opduiken, want ze hebben er wel aan vast gezeten, dat kun je zien aan lijmspooren. In het British Museum heb ik wel eens een hoekje gevonden van een tablet in Jeruzalem en er zijn meer voorbeelden van. Maar het is wel zoeken naar een speld in een hooiberg, want alleen al in het British Museum liggen een half miljoen stukjes. We zouden ook nog verder kunnen komen met de interpretatie van Plimpton 322 door vergelijkbare tabellen te vinden. Er moet nog veel in de grond zitten in Zuid-Irak, al heeft wat dat betreft de Golfoorlog ook veel kwaad gedaan. Niet door bombardementen maar doordat er een bloeiende illegale handel in kleitabletten is ontstaan op antiekmarkten. Op die manier moeten al tienduizenden tabletten het land verlaten hebben, zonder dat iemand weet waar ze precies zijn opgegraven. Als ik in maart indertijd naar Irak afreis, ben ik bang dat ik bij plaatsen als Larsa veel sporen van illegale opgravingen zal aantreffen.'