

1845

VOGEL, M.

15 1954

IN: DIE ZAHL SIEBEN IN
DER SPEK. MUSIKTHEORIEDie Sieben in der griechischen Musiktheorie.

Die griechischen Musiktheoretiker gingen bei der Berechnung ihrer Tonsysteme von der Einteilung des Quartraumes aus. Der Zeit und dem Rang nach der erste dieser Kanoniker war ARCHYTAS. Während sich das bis dahin vorherrschende pythagoreische Tonsystem aus den Intervallverhältnissen der Zahlen Zwei und Drei aufbaut, bezieht ARCHYTAS in seine Tetrachordberechnungen auch die Zahlen Fünf und Sieben ein. Seine drei Tongeschlechter stellen ein in sich geschlossenes, hochentwickeltes Tonsystem dar, das nicht nur den theoretischen und spekulativen Belangen seiner Zeit entsprach, sondern auch in der Musikpraxis der folgenden Jahrhunderte von allen Einstimmungen am meisten angewandt wurde. Die drei Tongeschlechter sind uns in der Zusammenfassung des PTOLEMAIOS (30f) überliefert:

$$\text{Diatonisch : } \frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{28}{27}$$

$$\text{Chromatisch : } \frac{32}{27} \times \frac{243}{224} \times \frac{28}{27}$$

$$\text{Enharmonisch: } \frac{5}{4} \times \frac{36}{35} \times \frac{28}{27}$$

Sie sind häufig zitiert worden, da hier neben den Siebenerintervallen auch die grosse Terz $5/4$ zum ersten Male auftritt, allerdings im Gefolge von Intervallen wie $36/35$ oder gar $243/224$, die man besonders im 19. Jahrhundert für abwegig hielt. Bildet man jedoch aus den Tetrachorden Oktavgattungen und bezieht man die Rationen auf die Hypate = $1/1$, ergeben sich mit Ausnahme der Siebenerintervalle bekannte Verhältnisse. Als diatonischen Lichanos erhält man die pythagoreische kleine Terz, das anstössige Intervall $243/224$ ergänzt sich mit $28/27$ zum grossen Ganzton bzw. zur grossen Sext

27/16, und im Enharmonischen finden sich der diatonische Halbton 16/15 und die kleine Sext 8/5.

	diatonisch		chromatisch		enharmonisch	
Note diez.	e	2/1	e	2/1	e	2/1
Paranete diez.	d	16/9	dis	27/16	c	8/5
Trite diez.	c-	14/9	c-	14/9	c-	14/9
Paramese	h	3/2	h	3/2	h	3/2
Mese	a	4/3	a	4/3	a	4/3
Lichanos mes.	g	32/27	fis	9/8	f	16/15
Parhypate mes.	f-	28/27	f-	28/27	f-	28/27
Hypate meson	e	1/1	e	1/1	e	1/1
(Hyperhypate)	d	8/9				

Auf die Wissenschaften seiner Zeit hat ARCHYTAS einen bedeutenden Einfluss ausgeübt. Als Philosoph, Mathematiker, Staatsmann und Feldherr war er einer der führenden Männer des pythagoreischen Ordens. Seine Hauptwirkungszeit lag in den Jahren 400 bis 365 vor Christus; er war ein etwas älterer Zeitgenosse PLATONS, der auf seiner ersten sizilianischen Reise mit ihm zusammentraf. PLATONS späte Dialoge stehen unter dem Einfluss der pythagoreischen Lehren.

ARCHYTAS stellt bereits fest, dass der raschen Bewegung ein hoher Ton entspricht und der langsamen ein tiefer (hierzu auch HANDSCHIN 2,136). Er beweist die Unteilbarkeit des Ganztons: 'Zwischen zwei Zahlen in einem überteiligen Verhältnis können niemals mittlere Proportionale, weder eine noch mehrere gefunden werden' (v.d.WAERDEN 1,169). Und ARCHYTAS ist es auch, der die Lehre von den drei Mitteln

weiter ausbaut und zur Berechnung der Tongeschlechter anwendet. Schon in der pythagoreischen Tonleiter ist ja die Oktave durch Quarte und Quinte harmonisch und arithmetisch geteilt. Auf kleinste ganze Zahlen bezogen ergibt sich die Tetraktys der Pythagoreer: 6 8 9 12.

6	8	9	12
c	f	g	c'
Hypate	Mese	Paramese	Nete

Arithmetisches Mittel $m = \frac{a+b}{2}$ hier: $\frac{6+12}{2} = 9$

Harmonisches Mittel $h = \frac{2ab}{a+b}$ hier: $\frac{2 \times 6 \times 12}{6+12} = 8$

Nach der Teilung der Oktave in Quinte und Quarte wendet ARCHYTAS auch auf diese das harmonische und arithmetische Mittel an und gewinnt dadurch die beiden Terzen und die Intervalle 7/6 und 8/7. Eine schematische Übersicht soll diese Entwicklung in etwa veranschaulichen. Der kleine Ganzton 10/9 und der Halbton 16/15, die erst in den Tetrachordteilungen des DIDYMOS und PTOLEMAIOS eine Rolle spielen, sind bereits bei ARCHYTAS als Quartergänzungen der Terzen 5/4 und 6/5 mitgegeben.

	1	:		2											
Pythagoras:	2	:	3	:	4										
Archytas :	4	:	5	:	6	:	7	:	8						
Ptolemaios u.a.:	8	:	9	:	10	:	11	:	12	:	14	:	15	:	16

Dass den drei Tongeschlechtern die harmonische und arithmetische Teilung zu Grunde liegt, ist zuerst von TANNÉRY erkannt worden (78+111). WINNINGTON-INGRAM (206f) und DÜRING (253) schlossen sich ihm an; und van der WAERDEN versucht, diese Hypothese auch textlich zu belegen durch 'eine bisher dunkle Stelle in dem mathematischen Ab-

schnitt der *Epinomis* 990 E' (1,185;2,177).

Von der pythagoreischen Einstimmung unterscheidet sich das diatonische Tetrachord nur in dem einen Ton der Triten beziehungsweise Parhypate. Während man die pythagoreische Skala ansehen kann als die Verklammerung dreier Tetraktys, sind bei ARCHYTAS deren zwei ineinandergeschoben, verbunden durch den gemeinsamen Ton der Mese, die den einen Oktavraum harmonisch, den anderen arithmetisch teilt.

	(Pythagoras)			Archytas		
Nete diez.	2/1	12		=	2/1	12
Paranete diez.	16/9	12		=	16/9	12
Trite diez.	128/81	12			14/9	
Paramese	3/2	9		=	3/2	9
Mese	4/3	8	9	=	4/3	8—9
Lichanos mes.	32/27	8	9	=	32/27	8
Parhypate mes.	256/243	8			28/27	
Hypate mes.	1/1	6		=	1/1	6
Hyperhypate	8/9	6		=	8/9	6
	64/81	6				

Von der Mese aus wird die Quinte Nete-Mese harmonisch und die Quarte Paranete-Mese arithmetisch geteilt. Der Quintraum über der Mese ist damit wie folgt unterteilt:

	12	3/2		
		4/3	12	
harm. Mittel		6/5		
der Quinte		7/6		
Nete-Mese				arithm. Mittel
	9	9/8		der Quarte Pa-
	8	1/1	9	ranete-Mese
			8	
	6			
			6	

Damit sind die Intervallverhältnisse des enharmonischen und des diatonischen Tetrachords gegeben.

enharmonisch		diatonisch
	$3/2 \leftarrow \text{-----} 3/2 \text{-----} \rightarrow 3/2$	
		9/8
5/4	$4/3 \text{-----} \rightarrow 4/3$	
	$6/5 \leftarrow \text{-----} 6/5$	8/7
36/35		
	$7/6 \leftarrow \text{-----} 7/6 \text{-----} \rightarrow 7/6$	
28/27		28/27
	$9/8 \leftarrow \text{-----} 9/8 \text{-----} \rightarrow 9/8$	
	1/1	

Das chromatische Geschlecht wird durch die kleine pythagoreische Terz $32/27$ bestimmt. Es ist oft bemerkt worden (TANNÉRY 78+111; WINNINGTON-INGRAM 202), dass ARCHYTAS das Intervall $243/224$ hätte vermeiden können, wenn er die reine kleine Terz $6/5$ gesetzt hätte, wie es ERATOSTHENES, DIDYMOS und PTOLEMAIOS tun.

$$\text{ARCHYTAS} : \frac{32}{27} \times \frac{243}{224} \times \frac{28}{27}$$

$$\text{ERATOSTHENES : } \frac{6}{5} \times \frac{19}{18} \times \frac{20}{19}$$

$$\text{DIDYMOS} : \frac{6}{5} \times \frac{25}{24} \times \frac{16}{15}$$

$$\text{PTOLEMAIOS} : \frac{6}{5} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27}$$

Auch PTOLEMAIOS hat hier das Verhältnis 28/27; doch ergänzt sich die kleine Terz 6/5 zur Quarte mit dem kleinen Ganzton 10/9, der von ARCHYTAS dem grossen Ganzton 9/8 nicht vorgezogen werden konnte. Sein chromatisches Tetrachord ergibt sich vielmehr aus dem diatonischen, wenn neben dem Tetrachord diezeugmenon auch das synemmenon, das 'verbundene'

Tetrachord gebraucht wird, das in der griechischen Musik das Hauptmittel zur 'Modulation' ist. Auch der Übergang von der Diatonik in die Chromatik ist hier besonders leicht zu intonieren (vgl. den 1. Attischen Hymnus an Apollon, Takt 9-11).

Diezeugmenon	Chromatik	Synemmenon
Nete diez. e		
9/8		
Paranete diez. d	d ——— d ——— d	Nete symemm.
8/7		9/8
Trite diez. c-	32/27	c Paranete symemm.
28/27		
Paramese h	h ——— h	8/7
	243/224	
9/8	b- ——— b-	Trite symemm.
	28/27	28/27
Mese a	a ——— a ——— a	Mese

Gegenüber dem Enharmonion und dem Diatonon ist das Chroma somit nicht als gleichwertig anzusehen, wie es ja auch im griechischen Musikleben immer als fremd empfunden wurde und nicht in hohem Ansehen stand. Erklärt sich seine Ableitung aus dem Diatonischen, fällt auch das Intervall 243/224 nicht mehr ins Gewicht; und da die Intervallverhältnisse der beiden anderen Tongeschlechter überteilig sind, gilt auch für das Tonsystem des ARCHYTAS die Überteiligkeit.

Es kann vermutet werden, dass das Prinzip der Überteiligkeit durch ARCHYTAS in die spekulative Musiktheorie eingeführt worden ist. Seine Anwendung ergab sich aus der Mittellehre. Die Mittellehre wiederum musste herangezogen werden, als es darum ging, die Enharmonik und Chromatik musiktheoretisch zu bestimmen. Durch EURIPIDES (484/480-406) war die Enharmonik in die griechische Tragödie eingeführt worden, und AGATHON wandte die Chromatik an. In der Theorie jedoch ergaben sich Schwierigkeiten. Die Be-

stimmung der Intervalle nach dem pythagoreischen System führte zu komplizierten, wenn nicht gar irrationalen Intervallverhältnissen. Nach BELLERMANN (1,23ff) hätte man

ganz einfach (!) die längst bekannten Verhältnisse des Leimma, der Apotome, des Ganztons u.s.w. benutzen, und das chromatische Geschlecht so bestimmen können:

Leimma	Apotome	Leimma und Tonos
1		9/8
e	f	fis
		4/3
		a
$\frac{243}{256}$	$\frac{2048}{2187}$	$\frac{27}{32}$

worauf dann nur noch (!) für das enharmonische Geschlecht die Viertelton-Erhöhung von e durch eine Zahl zu bestimmen gewesen wäre, also durch eine annähernde Zahl an die mittlere Proportionale zwischen 1 und $\frac{243}{256}$, d.h. an $\sqrt{\frac{243}{256}}$. Solche Tonbestimmungen wären in der Musikpraxis nicht anwendbar gewesen. Sie entsprachen auch nicht der spekulativen Bedeutung, die man den Zahlenverhältnissen beizumessen gewillt war. ARCHYTAS bewies hier zunächst die Unteilbarkeit des Ganztons, der wie jedes andere überteilige Verhältnis nicht in gleiche Intervalle zerlegt werden kann, und entwickelte statt dessen ein in sich geschlossenes, einheitliches Tonsystem. Damit gab er dem neuen, von EURIPIDES begründeten Musikstil die theoretische Fundierung.

Die enharmonische Tetrachordteilung lässt sich auf das erhaltene Orestes-Fragment anwenden. Es stammt aus dem ersten Stasimon des euripideischen Orestes (Vers 330ff). 1892 wurde es von K. WESSELY gefunden und herausgegeben.

**Transkription nebenstehender Abbildung 22.
Die ersten Verse sind verstellt.**

1. ΠΡ C P·ΦΠ
2. καταλοφ;δρουαι Z (339) ματερος [αμα εδς. δ σ']
3. Z I·ZE
4. αναβ;αυξει; Z (338) δ μαγας[διδος οδ μωνι-
5. Π P C I·Z
6. ως εδ;ροτος; Z (340) δι λαφος ως (341)
7. CP Π CPZΦ· C
8. τις δαυτου δοδς Z τινδ[ος δαιμων (342)
9. ...ΠP Π
10. καταειδεν ω γ γ δειωνν
11. Z I·Z
12. πωνν ω γ γ γ ω ως πωνν ου

Übersetzung: Der zurück in das Haus der Mutter Blut bringet, das jetzt dich jaget in Raserei? Ach wie beklag ich dich! Nimmer im Leben hat großer Besitz Bestand; Sondern wie Segel des hurtigen Schiffs zerstört / Solchen ein Gott und versenket in gräßlichen / Sturz ihn verhängnisvoll (wie in die alles verschlingende Meerestiefe).

Sachs, Arthur.



22. Bruchstück aus dem Oräst der Euripides.
Papyrus aus Augusteischer Zeit. 9,2 cm hoch, 5,5 cm breit. Np. Papyrus.
Esterházy'scher Rain, Wien.

(nach C. SACHS)

Die hier überlieferten Vokal- und Instrumentalnoten stimmen überein mit dem Phrygischen und Dorischen des ARISTEIDES QUINTILIANUS (22), die sich nur in der höchsten Note unterscheiden. In dem Orestes-Fragment ist diese Note in abweichender Form gegeben (L = Z?).

		Vokal- Notation	Instrumental- Notation
Nete diez.	a	2/1	L. Z g 16/9 (?)
Paranete diez.	f	8/5	
Trite diez.	f- Ξ	14/9	
			28/27
Paramese	e Z	3/2	
			9/8
Mese	d I	4/3	
			5/4
Lichanos	b Π	16/15	C b 16/15
			36/35
Parhypate	b- P	28/27	
			28/27
Hypate	a Δ	1/1	
			9/8
Hyperhypate	g Φ	8/9	
			T f 4/5

Das Pyknon des höheren Tetrachords ist nicht vollständig gegeben; das Δ fehlt. Dagegen tritt das Pyknon $\Pi\Phi$ dreimal auf. Der enharmonische Viertelton Φ wird nicht nur als Durchschleifton gebraucht, sondern findet sich auch als Nebennote ($\Pi\Phi\Pi$) und in dem Intervall $\Phi\Phi$, das in der Einstimmung des ARCHYTAS der septimalen Terz $7/6$ ($= 267$ C) entspricht. Hingewiesen sei auch auf den Unterganzton unter der Hypate, dessen Oktave im enharmonischen Tetrachord diezeugmenon keinen Platz hat. Dennoch ist der Unterganzton nicht 'leiterfremd' (dagegen GOMBOSI 112), sondern bringt vielmehr den 'Mollcharakter' der griechischen Skalen zum Ausdruck. Gegenüber dem geschärften, abwärts gerichteten 'Leitton' $28/27$ ($= 63$ C) ist er als Ausgleich notwendig. Man vergleiche die beiden gegensätzlichen Kadenzierungen:



Zur Zeit des ARCHYTAS kam der Enharmonik eine erhöhte Bedeutung zu. Im Anfang seiner Harmonik schreibt ARISTOXENOS (2,8ff; in der Übersetzung von WESTPHAL):

Was die früheren Bearbeiter der Harmonik betrifft, so ist es eine Tatsache, dass die Harmoniker im eigentlichen und engeren Sinne des Wortes sein wollen, (nämlich Enharmoniker). Denn bloss mit der Enharmonik haben sie sich befasst, die übrigen Tongeschlechter niemals in Erwägung gezogen. Zum Beweise dessen dient, dass ja bei ihnen bloss für die Systeme des enharmonischen Tongeschlechtes Diagramme vorliegen; für diatonische und chromatische hat man sie nie bei ihnen gefunden. Und doch sollte eben durch ihre Diagramme die ganze Ordnung des Melos klar gestellt werden.

Es kann vermutet werden, dass sich diese Stelle auf ARCHYTAS und seine Schule bezieht. Von ARCHYTAS stammt die erste uns überlieferte Berechnung des enharmonischen Tongeschlechtes; und für seine Ableitung des Tonraumes

1/1	9/8	7/6	6/5	4/3	3/2
a	h	c-	c	d	e

ist gerade das enharmonische Intervall charakteristisch. Aus verschiedenen Äusserungen des ARISTOXENOS geht hervor, dass er nicht voll eingeweiht war in die mehr esoterischen Lehren der pythagoreisch-platonischen Schule. Seine recht vage Bemerkung, dass man bei diesen Enharmonikern diatonische und chromatische Diagramme nie gefunden habe, mag darin seine Erklärung finden. In dem von ARCHYTAS entwickelten 'enharmonischen' Tonsystem sind auch die Diatonik und Chromatik enthalten. Aus seiner Tonanordnung kann durchaus 'die ganze Ordnung des Melos klar gestellt werden'. Die Ableitung des Begriffes 'enharmonisch' kann vielleicht hieraus erklärt werden.

Auch besteht eine eigentümliche Beziehung zum griechischen Notensystem, dem nicht die Diatonik sondern die Enharmonik zugrunde liegt. Es muss also zu einer Zeit festgelegt worden sein, in der die Enharmonik angewandt wurde. Ferner ist anzumerken, dass die Parhypatai in den drei Tongeschlechtern mit demselben Notenzeichen notiert werden, was nur dem Tonsystem des ARCHYTAS entspricht. WESTPHAL (43) kommt daher zu dem Schluss, dass es das diatonische Tongeschlecht des ARCHYTAS war,

welches der alte Notenerfinder ... seiner Notierung des Diatonon zu Grunde legte. Denn nur für diese Chora ist die diatonische Skala vollständig genau und richtig notiert.

Und REINACH (26+163) sieht hierin einen Grund zu glauben, dass die Festlegung, wenn nicht gar die Erfindung der Notation dem ARCHYTAS oder seiner Schule zuzuschreiben ist (dagegen DÜRING 253 Anm.).

Aber nicht nur in der Bestimmung der enharmonischen und chromatischen Intervalle entsprach das Tonsystem des ARCHYTAS den praktischen Anforderungen seiner Zeit, auch seine diatonische Tetrachordeinteilung erwies sich gegenüber der pythagoreischen Einstimmung als vorteilhaft. Das pythagoreische Tetrachord wird durch die beiden Ganztöne bestimmt, die sich mit dem Leimma 256/243 zur Quarte ergänzen. Dieses Restintervall ist von ARCHYTAS vermieden worden. An seine Stelle tritt das Intervall 28/27, das um 27 C kleiner ist als das pythagoreische Leimma 256/243. Es wird damit zweierlei erreicht: erstens werden die 'Leittöne' Triten und Parhypate geschärft, und zweitens können diese Töne jetzt auch im enharmonischen Tetrachord gebraucht werden, für das Intervalle verlangt werden, die kleiner sind als der Halbtonschritt. ARCHYTAS steht hier in Übereinstimmung mit der Praxis seiner Zeit. Schon im 5. Jahrhundert pflegten die Kitharöden Saiten herabzustimmen und zogen sich damit den Tadel der Komödiendichter zu (v.d.WAERDEN 1,190; hier vielleicht auch ARISTOXENOS bei PLUTARCH Kap.39). Durch diesen, den drei Tetrachorden gemeinsamen Ton gehören auch Parhypate und Triten zu den 'festen' Intervallen, und nur die Lichanoi und Paraneten sind 'beweglich', wie auch ARISTEIDES QUINTILIANUS (p.9f) nur diese Tonstufen nach Tongeschlechtern unterscheidet. Für die Praxis ergibt sich damit ein leichtes Ein- und Umstimmen.

Wegen seiner praktischen Anwendbarkeit wird in der nachfolgenden Zeit das diatonische Tetrachord des ARCHYTAS zur beliebtesten Einstimmung. Fast 600

Jahre nach ihm bezeugt PTOLEMAIOS (39+80), dass es von allen am meisten in Gebrauch war, für sich allein, oder auch gemischt mit anderen Tetrachorden. Auch in den Berechnungen des ARISTOXENOS finden sich die Intervallverhältnisse des ARCHYTAS wieder. Offenbar waren sie den ausübenden Musikern so vertraut, dass ARISTOXENOS sie in seinem System berücksichtigen musste; und damit kamen auch bei ihm die Intervalle der Sieben zur Geltung. Für das Chroma gibt er u.a. eine Tetrachordeinteilung, die zusammengesetzt ist aus der Parhypate seines Chroma malakôn und dem Lichanos des Chroma toniaion, 'denn auch solche Teilungen des Pyknon ergeben sich als emmelisch' (52,15). Der Vergleich zwischen einer der diatonischen Tetrachordteilungen des ARISTOXENOS und der des ARCHYTAS zeigt ebenfalls genügend starke Übereinstimmung (WESTPHAL 43; WINNINGTON-INGRAM 195ff; DÜRING 255ff).

Chroma

$$\text{Archytas} \quad \frac{32}{27} \times \frac{243}{224} \times \frac{28}{27} = 294 + 141 + 63$$

$$\text{Aristoxenos (52,15)} \quad 1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{1}{3} = 299 + 133 + 66$$

Diatonon

$$\text{Archytas} \quad \frac{9}{8} \times \frac{8}{7} \times \frac{28}{27} = 204 + 231 + 63$$

$$\text{Aristoxenos (52,30)} \quad 1 + 1\frac{1}{6} + \frac{1}{3} = 199 + 233 + 66$$

Wenn sich auch in den drei Tongeschlechtern die verschiedenen Prinzipien der Mitteltheorie, der Überteiligkeit und der pythagoreischen Skala auswirken, bilden sie dennoch ein Ganzes, sind 'inséparables' (TANNÉRY 110), nicht zuletzt durch das ihnen gemeinsame Intervall 7/6 (= 267 C), das sich nur wenig unterscheidet von der im harmonischen Moll

gebrauchten übermässigen Sekunde (z.B. $\overline{as} - \underline{h} = 274C$). Die pythagoreische Skala, die sich aus den Zahlen 2 und 3 aufbaut, wird durch die Anwendung der Mitteltheorie gesprengt. Durch arithmetische und harmonische Teilung der Quinte und Quarte werden die Rationen der Primzahlen 5 und 7 gewonnen. Aus diesen Teilungen ergibt sich wiederum die Überteiligkeit, die seitdem das bestimmende Prinzip griechischer Tetrachordberechnungen ist. Neben der septimalen Terz $7/6$ bleibt der pythagoreische Ganzton $9/8$ das vorherrschende Intervall, doch treten an die Stelle der pythagoreischen Restintervalle Leimma, Apotome etc. die einfacheren überteiligen Zahlenverhältnisse. Die verschärfte Leittonwirkung der den drei Tongeschlechtern gemeinsamen Parhypate kommt der praktischen Musikausübung entgegen und erklärt die Beliebtheit dieser diatonischen Einstimmung. Der neue von EURIPIDES begründete Musikstil findet in den drei Tetrachorden seine theoretische Grundlage.

Für seine eigenen Berechnungen geht PTOLEMAIOS ganz von der Überteiligkeit aus.

Wir zerlegen zuerst das Verhältnis 4:3 der Quarte in zwei überteilige Verhältnisse, so oft dies möglich ist. Nur dreimal ist das der Fall. Wenn wir der Reihe nach jene überteiligen Verhältnisse, die kleiner als 4:3 sind, nehmen, erhalten wir 5:4, 6:5 und 7:6; denn $(5:4) \times (16:15)$, $(6:5) \times (10:9)$ und $(7:6) \times (8:7)$ geben das Verhältnis 4:3, und es ist wohl unmöglich ausser diesen zwei andere überteilige Verhältnisse zu finden, deren Produkt 4:3 ist (33f).

Aus den drei Paaren, deren Produkt $4/3$ ist, bildet er folgende Tongeschlechter:

aus $\frac{5}{4} \times \frac{16}{15}$	das enharmonische	$\frac{5}{4} \times \frac{24}{23} \times \frac{46}{45}$
aus $\frac{6}{5} \times \frac{10}{9}$	das Chroma malakón	$\frac{6}{5} \times \frac{15}{14} \times \frac{28}{27}$
	das Diatonon sýntonon	$\frac{10}{9} \times \frac{9}{8} \times \frac{16}{15}$
	das Diatonon homalón	$\frac{10}{9} \times \frac{11}{10} \times \frac{12}{11}$
aus $\frac{7}{6} \times \frac{8}{7}$	das Chroma sýntonon	$\frac{7}{6} \times \frac{12}{11} \times \frac{22}{21}$
	das Diatonon malakón	$\frac{8}{7} \times \frac{10}{9} \times \frac{21}{20}$

Unter den behandelten Tongeschlechtern würden wir finden, dass die diatonischen alle wegen ihres Charakters unserm Ohr gefallen, nicht aber in gleichem Masse das enharmonische und von den chromatischen nicht das weiche (das Chroma malakón) (38).

Dagegen sei das Chroma sýntonon 'sehr angenehm für das Ohr', da es gebildet sei 'durch zwei aufeinanderfolgende Verhältnisse von beinahe gleicher Grösse, nämlich 7:6 und 8:7, die den ganzen Abstand zwischen den Grenzen halbieren.' Im Chroma malakón setzt er statt der pythagoreischen die reine kleine Terz, muss aber dafür den Ganzton $9/8$ aufgeben.

Auf Siebenerintervalle bezieht sich vielleicht die merkwürdige Stelle bei GAUDENTIOS, dass Ditonus und Tritonus paraphon zu sein scheinen, d.h. 'in der Mitte stehend zwischen Symphonem und Diaphonem'. STUMPF (4,7off) will in diesen Intervallen die Terz $5/4$ und den harmonischen Tritonus $7/5$ sehen, den er zu den unvollkommenen Konsonanzen rechnet. Bezogen auf das Diatonon malakón des PTOLEMAIOS ergeben sich die Intervalle $9/7$ und $10/7$ (die Oktavergän-

zung des harmonischen Tritonus $7/5$), die beide ebenfalls zu STUMPFS Zwischengruppe zu rechnen sind.

Es kann nicht verwundern, dass die Zahl Sieben in den Tetrachordberechnungen der griechischen Theoretiker eine so bedeutende Rolle spielt, denn eben aus der Teilung der bevorrechteten Quarte ergeben sich die Intervalle $7/6$ und $8/7$. In einem Tonsystem, das sich auf die Quarte aufbaut, ist die Sieben 'legitim' (Max Weber 9). Es führten deshalb die Versuche, die antiken Tongeschlechter zu erklären und anzuwenden, immer wieder zu den Siebenerintervallen. Bei VICENTINO, der sich um Chromatik und Enharmonik bemüht, finden sich Intervalle wie $8/7$ und $21/20$ (144f) als Folgerung aus seiner Diesenstimmung, der Teilung des Ganztones in fünf Diesen. Auch WALLIS bezieht die griechische Musikpraxis auf die Teilung der Quarte in $7/6$ und $8/7$: 'Such Arts we must make use of, if we would revive the Greeks Chromatick and Enharmonic Musick... But the Speculation is too nice for most of our present Practicers' (in seinen Bemerkungen zu Thomas SALMON, Proposal to perform Musick in Perfect and Mathematical Proportions, London 1688, p.40, zit nach PERRETT, VII).

Sobald man sich im 18. Jahrhundert für den 7. Teilton zu interessieren begann, versuchte man, die kleinen Tonhöhenunterschiede zwischen den Siebenerationen und denen der diatonischen Skala auf die griechische Enharmonik zu beziehen. SERRE (1753; 1,45ff) bildet das Pyknon $5/3a:7/4b- : 16/9b$, auf das in neuerer Zeit PERRETT (1925/26; 3ff) sein 'Olympion' aufbaut, ein Tonsystem zweier Skalen, die zueinander im Abstand $21/20$ stehen. Auch TARTINI (1754; 1,127f) sieht den Ursprung der Enharmonik in der Ration 7. Der Senarius der Zahlen 1 bis 6 bestimme das 'genere diatonico'. 'Se la estensione

SERRE-FERRETT	TARTINI	ARCHYTAS Enharmonion	ARCHYTAS Chroma	ARCHYTAS Diatonen
20/9 <u>d</u>	9/4 <u>d</u>	9/4 <u>d</u>	9/4 <u>d</u>	9/4 <u>d</u>
16/9 <u>b</u> 5/4	5/4	5/4	5/4	32/27
64/63	9/5 <u>b</u> 36/35	9/5 <u>b</u> 36/35	243/128 <u>h</u> 243/224	2/1 <u>c</u> 9/8
7/4 <u>b-</u> 21/20	7/4 <u>b-</u> 21/20	7/4 <u>b-</u> 28/27	7/4 <u>b-</u> 28/27	7/4 <u>b-</u> 28/27
5/3 <u>a</u> 4/3 <u>f</u>	5/3 <u>a</u> 3/2 <u>g</u>	27/16 <u>a</u> 3/2 <u>g</u>	27/16 <u>a</u> 3/2 <u>g</u>	27/16 <u>a</u> 3/2 <u>g</u>
1/1 <u>c</u>	1/1 <u>c</u>			

In dieser Aufstellung werden die besprochenen enharmonischen Systeme mit einander verglichen. Sie sind bezogen auf den Ton 7/4b-. Aus der Aufstellung ist aber auch zu ersehen, dass die Intervallverhältnisse des ARCHYTAS gegenüber heutigen Berechnungen nicht fremd anmuten, sofern man die Naturseptime als emmelisches Intervall miteinzubeziehen gewillt ist. Sein Tonmaterial setzt sich zusammen aus der pythagoreisch durchgemessenen Quinte g - d', der Mollterz über g und der Naturseptime über c.

oltrepassa 1/6, risulta il genere enarmonico.' (128) Das 7/4b- nimmt er auf in seine Materialleiter (126), die ROUSSEAU wegen der sich verdichtenden Quarte g c' 'Genre épaissi' nennt (auf Tafel K, Fig. 12 seines Dictionnaire de Musique).

$\frac{1}{1}$ $\frac{9}{8}$ $\frac{5}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{25}{16}$ $\frac{5}{3}$ $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{5}$ $\frac{15}{8}$ $\frac{2}{1}$ $\frac{9}{4}$...
 c d e f g gis a b- b h c' d'

Aus dieser Tonreihe entwickelt TARTINI (127) ein enharmonisches Tetrachord 5/3a : 7/4b- : 9/5b : 9/4d', in dem allerdings die Ecktöne a-d' nicht im Verhältnis der reinen Quarte stehen (27/20 statt 4/3); und an Stelle des 16/9b, der zweiten Unterquinte des c, ist 9/5b gesetzt, um das b als Mollterz von g harmonisieren zu können. (127; s. S. 119f).



TARTINI's enharmonisches Tetrachord unterscheidet sich von dem des ARCHYTAS in dem 5/3a der zu grossen Quarte 27/20. Bei SERRE - FERRETT stehen die um 7/4b- gruppierten Töne durchweg ein syntonisches Komma (81/80) tiefer als bei ARCHYTAS. Dadurch wird der Halbton b - a = 16/15 in zwei sehr ungleiche Teile zerlegt: 64/63 = 27 C, 21/20 = 85 C.

SERRE-FERRETT	TARTINI	ARCHYTAS Enharmonion	ARCHYTAS Chroma	ARCHYTAS Diatonon
20/9 d	9/4 d	9/4 d	9/4 d	9/4 d
5/4	5/4	5/4	5/4	5/4
16/9 b	9/5 b	9/5 b	243/128 h	32/27
64/63	36/35	36/35	243/224	8/7
7/4 b-	7/4 b-	7/4 b-	7/4 b-	7/4 b-
21/20	21/20	28/27	28/27	28/27
5/3 a	5/3 a	27/16 a	27/16 a	27/16 a
4/3 f	3/2 g	3/2 g	3/2 g	3/2 g
1/1 c	1/1 c			

In dieser Aufstellung werden die besprochenen enharmonischen Systeme mit einander verglichen. Sie sind bezogen auf den Ton 7/4b-. Aus der Aufstellung ist aber auch zu ersehen, dass die Intervallverhältnisse des ARCHYTAS gegenüber heutigen Berechnungen nicht fremd anmuten, sofern man die Naturseptime als emmelisches Intervall miteinzubeziehen gewillt ist. Sein Tonmaterial setzt sich zusammen aus der pythagoreisch durchgemessenen Quinte g - d', der Mollterz über g und der Naturseptime über c.

$$\begin{array}{c}
 \frac{3}{2}g \quad \frac{27}{16}a \quad \uparrow \quad \frac{243}{128}h \quad \frac{2}{1}c \quad \frac{9}{4}d' \\
 \frac{7}{4}b- \quad \uparrow \\
 \frac{9}{5}b- \\
 \text{= arithmetisches Mittel der} \\
 \text{Quarte g-c'} \\
 \text{= harmonisches Mittel der} \\
 \text{Quinte g-d'}
 \end{array}$$

Dieser Quintraum, d.h. die Quinte zwischen der Mese und der Nete diezeugmenon, ist im Diatonischen gegliedert durch die Rationen 6:7:8:9, die ein Ausschnitt der Obertonreihe sein könnten. Dieser Ausschnitt wird noch erweitert, wenn man das diatonische Geschlecht des ARCHYTAS, das von PTOLEMAIOS 'Diatonon toniaion' genannt wird, mit dem Chroma malakón mischt. Nach dem Zeugnis des PTOLEMAIOS (39) wurde nur das Diatonon toniaion für sich gebraucht.

Die übrigen, die für sich selbst genommen nur mit Gewalt (ohne innerliche Übereinstimmung) zusammengesetzt werden, können in Mischung mit dem genannten diatonischen (Diatonon toniaion) verwendet werden, wenn die Tongeschlechter, die weicher sind als das Diatonon toniaion, in den Tetrachorden unter der Diazeuxis genommen werden, die härteren in jenen über der Diazeuxis (39).

Das Chroma malakón (= weich) ist also unter der Diazeuxis anzusetzen. Zusammen mit dem 'hinzugefügten' Proslambanomenos ergeben sich die Teiltonverhältnisse

$$3 : 4 : 5 : 6 : 7 : 8 : 9.$$

Nete diez.	3/2	9/8	9	8 Diatonon toniaion
Paranete diez.	4/3			
Trite diez.	7/6			
Paramese	9/8			
Mese	1/1	9/8	7	28/27
Lichanos meson	5/6			
Parhypate meson	7/9			
Hypate meson	3/4			
Lichanos hyp.	2/3	9/8	6	5 Chroma malakón
Parhypate hyp.	7/12			
Hypate hyp.	9/16			
Proslambanomenos	1/2			
		8/7	5	Chroma malakón
		28/27	4	Diatonon toniaion
		9/8	3	

Unter den Beispielen des PTOLEMAIOS findet sich keine Mischung mit dem Chroma malakón, wie DÜRING hervorhebt (202); dennoch kann festgestellt werden, dass es nach der griechischen Musiktheorie

möglich ist, die Töne so anzuordnen, dass sie einen Ausschnitt der Obertonreihe vom 3. bis zum 9. Ton bilden. Auch diese Feststellung kann uns die griechischen Tonsysteme näherbringen.

In die von der Höhe aus intonierten griechischen 'Mollskalen' mischen sich Elemente der sich von unten aufbauenden Obertonreihe. Hier wie auch beim K'in (s.S. 8) zeigt sich eine Durchdringung gegengerichteter Prinzipien. Bezieht man das griechische Tonsystem auf die Mese = 1/1, wird die symmetrische Anordnung der Tonstufen besonders deutlich. Der Paramese 9/8 entspricht der Lichanos meson 8/9, der Paranete diez. 4/3 die Hypate meson 3/4 usf. Die gleichabständigen Tonstufen sind in dem Diagramm der Seite 36 durch Kreise verbunden. In diese Symmetrie fügen sich die Siebenerintervalle nicht ganz ein. Verbindet man auch sie durch Kreise, liegt ihr Mittelpunkt nicht in der Mese. Der Ausrechnung ist das diatonische Geschlecht des ARCHYTAS zugrundegelegt worden, doch ergibt sich die gleiche Symmetrie auch bei Anwendung der pythagoreischen Tonleiter. Die symmetrische Anordnung des griechischen Tonsystems kann angesehen werden als eine der symbolischen Darstellungen des HERAKLIT-Wortes vom ὁδὸς ἄνω κάτω: Der Weg hinauf und hinab ist ein und derselbe (DIELS-KRANZ B 60).

Symmetrische Anordnung des griechischen Tonsystems
in der Einstimmung des ARCHYTAS.

Nete hyperbol.
 Paranete hyperb.
 Triten hyperb.
 Nete diez.
 Paranete diez.
 Triten diez.
 Paramese
Mese
 Lichanos mes.
 Parhypate mes.
 Hypate mes.
 Lichanos hypat.
 Parhypate hypat.
 Hypate hypat.
 Proslambanomenos

