

2048

ENRIQUES, T.

1932

IN STORIA DEL PENSIERO
SCIENTIFICO

III.

I PITAGORICI

L'ITALIA «ILLUSTRE». — Lo splendore della Ionia volge al tramonto, ma la scienza è ormai nata. Per trovare un nuovo sviluppo del problema della materia, legato ad una nuova visione del mondo, convien passare dalle città ioniche alle colonie greche della Sicilia e dall'Italia meridionale, «l'Italia illustre» come la chiama Sofocle nell'*Antigone*,¹⁾ che verso la fine del secolo sesto diviene il vero centro della coltura, e illumina l'Ellade tutta della sua luce.

L'esodo del pensiero dalle coste dell'Asia Minore all'Italia corrisponde ad un movimento migratorio ridestato dalle circostanze politiche.

Pitagora lascia la nativa Samo per sfuggire, dicesi, all'ambiente oppressivo, creatovi dalla signoria di Policrate. Senofane di Colofone fugge l'invasione persiana. Quando urgeva il pericolo di quest'avanzata vedemmo già Talete consigliare alle città ioniche di opporvi un unico fronte. Un altro savio, Biante di Priene, propose ai Greci della costa di abbandonare le loro città e cercare tutti insieme una nuova patria, sulle coste della Sardegna. Lì per lì non fu ascoltato. Ma quando i Persiani furono alle porte, e le loro macchine d'assedio già tormentavano le mura, due aride città marinare. Teo e Focea, si ricordarono del consiglio; e, chiesto un giorno di tregua, ne approfittarono per imbarcarsi e fuggire.¹⁾ Quelli di Teo passarono in Tracia e fon-

¹⁾ *Antigone*, stasimo V. I strofe.

darono Abdera, che doveva dare i natali a Protagora e a Democrito. I Foceesi volevano fermarsi a Chio; ma gli abitanti rifiutarono di riceverli. I timidi già si eclissavano e tornavano in patria alla chetichella. Ma i più animosi non vollero arrendersi e fecero vela per Alalia in Corsica. I Foceesi erano noti per il loro ardimento marinaro: primi fra gli Ioni essi avevano abbandonato il piccolo cabotaggio, e si erano messi per l'alto mare aperto con le loro navi da corsa a cinquanta remi, i « penteconteri ». Adesso, rifugiati in Corsica, dove già esisteva una loro piccola colonia, vivevano di pirateria, spargendo l'allarme fra le popolazioni del Tirreno. Ma contro di loro si armavano Tirreni e Cartaginesi; e uno scontro navale in cui la vittoria rimase incerta, li decise a cambiar vita. Passati sul continente, si fermarono più giù, verso Pesto, fondando la città di Elea, o Velia, circa nel 540 a. C.

Gli evidenti rapporti di pensiero che si scoprono fra i naturalisti ionici e la scuola italica di Pitagora, e poi coi filosofi di Elea e di Abdera, riesciranno bene comprensibili a chi ricordi lo stretto vincolo di parentela, che legava queste città.

PITAGORA E LA SCUOLA ITALICA. — Pitagora, figlio di Mnesarco, è nato a Samo verso il 572 a. C. o poco prima. Il racconto tradizionale dei suoi lunghi viaggi d'istruzione non deve essere privo di qualche verità. Pare anche ch'egli facesse il tentativo di esercitare un'influenza politica in patria, nei momenti che precedettero la tirannia di Policrate.

La città trovò sotto questi un regime ordinato, favorevole all'espansione dei commerci; si fecero anche grandi opere pubbliche, come l'acquedotto di Eupalino, meravigliosa testimonianza delle cognizioni tecniche dell'epoca.¹⁾ Ma come già dicemmo, Pitagora mal sopportava l'ambiente oppressivo della corte; venne in Italia e fondò a Crotone quella setta od ordine di carattere religioso che prese il nome di *Scuola Italica*. Aveva allora press'a poco quarant'anni. Ma lasciamo la parola ad Ovidio, nella cui parafrasi troviamo ancora l'eco delle solenni *Purificazioni*:

Eravi qui un uomo che aveva fuggito ad un tempo e la patria e chi sulla patria imperava, e per orrore della tirannide s'era posto in

¹⁾ Erod. I, 164-168.

²⁾ Erodoto III, 60. Cfr. cap. XXIII.

volontario esilio. Gl'Iddii, quantunque discosto dalla regione del cielo, Egli avvicinò con la Mente, e quel che da Natura era conteso ai guardi umani, Egli con gli occhi attinse del suo gran cuore. E poi che tutto aveva con l'animo percorso e con vigilante ascesi, ne impartiva agli altri la disciplina: e alle congreghe degli alunni, taciturni e ammiranti la sua parola, insegnava i principii dell'Universo e l'origine delle cose, e che cosa fosse Natura, che cosa Dio, donde le nevi, donde il fulmine,



PITAGORA.
(Dall' *Aritmetica* del Calandri, 1491).

e se i tuoni venissero da Giove o dal vento che squarcia le nubi; e che cosa squassasse la terra; e con qual norma rotassero sia gli astri sia tutto che è visibile.¹⁾

L'insegnamento di Pitagora, ad un tempo morale e scientifico, trovò largo seguito in un ambiente che già possedeva tradizioni di cultura, fiorendovi una scuola medica. E presto altre sedi dell'ordine furono fondate in diverse città della Magna Grecia e della Sicilia.

¹⁾ *Metam.*, XV, 75 agg. Seguiamo l'interpretazione del Rostagni.

Si comprende come la stretta unione che regnava nella setta e il fanatismo invadente che l'animava dovesse dare facilmente ai Pitagorici un'influenza politica, cui il regime democratico delle Città poteva opporre poca resistenza; in breve si impadronirono del potere.

Il nuovo spirito che pervade lo Stato si lascia osservare assai bene nella stessa Crotone ove s'instaura un regime rigidamente aristocratico, con una politica esterna intollerante ed espansiva. Un'antica faida che pendeva colla potente vicina Sibari, fu portata a compimento con una guerra di sterminio. Le cronache serbano il ricordo del súbito sgomento che invase tutto il mondo greco fino alle rive dell'Ellesponto, quando si diffuse la notizia



PITAGORA.
Moneta di Samo del tempo di Traiano.

che Sibari l'opulenta, la Città molto amata dagli Dei, era stata data alle fiamme e che non ne rimaneva pietra su pietra.

Ma, pronta come l'ascesa, doveva giungere la fine dell'insolito regime. La discordia e la faziosità, inerenti alla mentalità politica dei Greci, non tardarono a risvegliarsi; crebbe il numero e il malcontento dei delusi, che non erano stati ammessi alle gerarchie. Infine l'opposizione terminò (verso il 500?) con un conflitto; la loggia pitagorica di Crotone fu incendiata e nell'incendio perirono la maggior parte dei notabili della setta. Secondo alcuni vi morì lo stesso Pitagora. Altri vuole che si fosse già ritirato a Metaponto e sopravvivesse ancora qualche anno. Intanto i suoi discepoli si disperdevano per l'Italia e per la Grecia, propagandovi le idee pitagoriche, che vennero così ad esercitare l'influenza più diffusa sui pensatori successivi. Vedremo d'altronde che esse recavano, col calore della fede religiosa e

col soffio poetico, anche un intenso fermento di scienza. Qualcosa dello spirito pitagorico è passato dall'antichità anche nel nostro pensiero, e si trova alla base dello sviluppo scientifico moderno.

Oltre il disegno esteriore della scuola, poco o nulla può dirsi della vita e dell'insegnamento di Pitagora, che non sia tradizione dubbiosa e tardiva. Il maestro non ha lasciato niente di scritto; il lavoro della scuola si metteva in comune, e di ogni scoperta si faceva risalire il merito al fondatore. Testimoni assai vicini non sanno già più distinguere la sua opera da quella di discepoli posteriori, i quali preferivano rimanere nell'ombra, e riportare ogni loro convinzione al detto infallibile di Lui: *αὐτός ἔφα, Ipse dixit*. Ma già al IV secolo, la figura del filosofo si perde nella caligine luminosa del mito. Eraclide Pontico, lo stesso Aristotele e la sua scuola, non ne conoscono poco più che i tratti leggendari: Pitagora è figlio di Apollo o di Ermete, è sceso agli inferi e ne è risalito, è profeta, mago, veggente, come lo sarà più tardi il suo immaginoso biografo Apollonio di Tiana, che da lui pure riprende il dono dell'ubiquità.

Col perdersi della civiltà greca nel caos del mondo orientale, la figura di Pitagora risorge circonfusa di mistico splendore. La tradizione non era del tutto spenta: poiché dell'antica scuola qualcosa viveva ancora in uomini quali Diodoro d'Aspendo ed Eraclide Lembo, e un ramo ne era risorto a Roma per opera di Nigidio Figulo; ma assunto ormai nel forte organismo neoplatonico, il pitagorismo perde le ultime vestigia del suo carattere scientifico: e negli scritti di Giamblico e di Porfirio, ci appare come una oscura aritmologia cabalistica, che vuole spiegare e collegare simbolicamente i misteri delle varie religioni, in un sistema che della filosofia non serba più altro che il nome.

Lo stesso Pitagora aveva probabilmente inculcato ai discepoli un religioso terrore per i suoi doni soprannaturali: « vi sono, essi dicevano, tre specie di esseri ragionevoli: gli uomini, gli Dei, e i simili a Pitagora ». Qui ci par di sentire la voce di scherno d'Eraclito: « Pitagora, figlio di Mnesarco, ha spinto lo studio e la ricerca più in là di ogni altro uomo; si è creata una saggezza fatta di polimatia e di male arti ».

RELIGIONE. — Col Pitagorismo ci troviamo in un'atmosfera intellettuale del tutto diversa da quella della scienza ionica;

e per giudicarla correttamente, dobbiamo riportarci a quel che si è detto nel Capitolo I.

Abbiamo già visto come allo spirito della Grecia omerica si fosse venuta sovrapponendo una nuova corrente, derivata in modo più o meno diretto dall'Asia, in cui si incontravano le aspirazioni morali dei poeti e la religiosità rinasciente del popolo, nelle sue forme più primitive e naturalistiche. Era questo l'Orfismo, del cui aspetto originario poco sappiamo, a causa della sua pronta interazione con le altre religioni misteriche, e con la scuola pitagorica. Ma fin da principio, certamente, esso fu penetrato di un senso pessimista della vita, contrastante singolarmente con l'idea convenzionale che ci si fa dello spirito greco.

Qui si vede la lotta tra il bene e il male, tra lo spirito e la materia, simboleggiata in un mito, per cui gli uomini debbono riscattare il peccato originale di un Dio ucciso. Dioniso Zagreo è dilaniato dai Titani che mangiano il suo cuore e sono folgorati da Giove; dalla loro polvere nasce l'uomo che nella creta mortale del corpo (elemento titanico) racchiude pure una scintilla divina, l'elemento dionisiaco che aspira a ricongiungersi col Dio risorto. Perciò questa scintilla, che è la più vera sostanza dell'anima, dovrà liberarsi dalla « tomba » del corpo (σωμα σῆμα, secondo l'impresionante formula orfica) trasmigrando attraverso molte vite successive d'espiazione e di purificazione. La via da seguire è minutamente descritta in un rigido rituale il cui scopo non è tanto di adombrare qualche verità, quanto di porre l'adepto nello stato d'animo voluto, e di fargli compiere gli atti necessari nell'ordine prescritto, affinché si sciogla la promessa:

Quando, il corpo spogliato, all'etere libero voli
franco di morte sarai, tu nume immortale, non uomo.¹⁾

L'adesione di una scuola filosofica, come la pitagorica, a tali forme propriamente magiche, e al principio dell'*ex opere operato*, può suscitare meraviglia, in chi sia stato partecipe del senso di elevato razionalismo che pervade la scuola ionica. Si tratta effettivamente di una reazione all'indirizzo laico di questa, reazione che poco dopo vediamo apparire nella Ionia stessa, con lo sdegnoso appartarsi di Eraclito.

¹⁾ Χρηστὴν ἔσθ' ὅταν γ. 70 sg. Cfr. Empedocle fr. 112, 4

Aristocratico iniziato questi, « spregiatore di folle »¹⁾ e degli stessi pitagorici, che sono invece ardenti iniziatori e propagandisti. Ma pur in temperamenti così opposti si ritrova la stessa tendenza a dar vita alle nuove teorie, fondendole con le tradizioni antichissime.

Pitagora, con la sua mistica, infonde vita nel corpo già vecchio del simbolismo: nulla fa maggior presa sugli spiriti che il ritorno a riti primitivi, di cui ancora l'anima collettiva sente tutto il valore. Di qui la strana serie di *tabù* adottati dalla scuola: astenersi dalle fave e dalla malva, astenersi dalla carne degli animali almeno in certe condizioni, non avvicinare coloro che li uccidono, non vestire di lana ma soltanto di lino, non sacrificare il gallo bianco, non rompere il pane, non attizzare il fuoco col coltello, non lasciar nella cenere l'impronta della pentola; e tanti altri che hanno fatto la disperazione dei più ingegnosi commentatori, mentre non sono che un ponte gettato fra il pensiero nuovo e l'antica sacralità.

La religione pitagorica era apparentata all'orfica,²⁾ se pure Apollo vi prendesse il posto di Dioniso. Certo v'era la credenza nella « ruota delle nascite »: l'anima passa per successive reincarnazioni nel corpo d'uomini e d'animali. « Una volta — dice Senofane³⁾ — Pitagora sentendo urlare un cane che veniva picchiato, impietosito gridò: smetti di picchiare, che ho riconosciuto alla voce l'anima di un amico ».

Lo stesso Pitagora, prima di nascere come filosofo si pretende fosse stato incarnato nel corpo d'Euforbo figlio di Panto, eroe della guerra troiana; a ciò allude Orazio facendo parlare un navigante che approda alla tomba d'Archita:⁴⁾

Te maris et terrae numeroque carentis arenae
mensorem cohibent, Archyta,
pulveris exigue prope litus parva Matinum
munera, nec quicquam tibi prodest
aeris temptasse domus animoque rotundum
percurrisse polum morituro.

¹⁾ ἐχλυσιστορος, dice Timone di Fliante.

²⁾ Erodoto II, 23.

³⁾ Fr. 7 Diels.

⁴⁾ Carm. I, 28. Cfr. « Iliade » XVII 51-60. Sull'attività scientifica di Archita, e sulle sue invenzioni meccaniche, v. cap. XXIII. Su quest'ode tanto tormentata dai critici, cfr. V. Ussani, *L'ode di Archita*. Roma, 1892.

Occidit et Pelopis genitor, conviva deorum
Tithonusque remotus in auras
et Iovis arcanis Minos admissus, habentque
Tartara Panthoiden iterum orco
demissum, quamvis clipeo Troiana refixo
tempora testatus nihil ultra
nervos atque cutem morti concesserat atrae
judice te non sordidus auctor
naturae verique. Sed omnes una manet nox
et calcanda semel via leti.¹⁾

La via della salute, che deve condurre al finale affrancamento della « ruota delle nascite », era legata, per gli Orfici, a riti semibarbari, quali sono le famose « orgie » del culto di Dioniso. Pitagora, senza abbandonare del tutto questi riti, introduce un'idea più elevata. Fu straordinariamente amato, dice Platone, per avere insegnato un modo di vita pitagorico, come già Omero aveva insegnato un modo omerico.²⁾

Il cammino della vita è la filosofia, cioè lo « sforzo verso la saggezza » inteso come fattore d'elevazione morale.³⁾

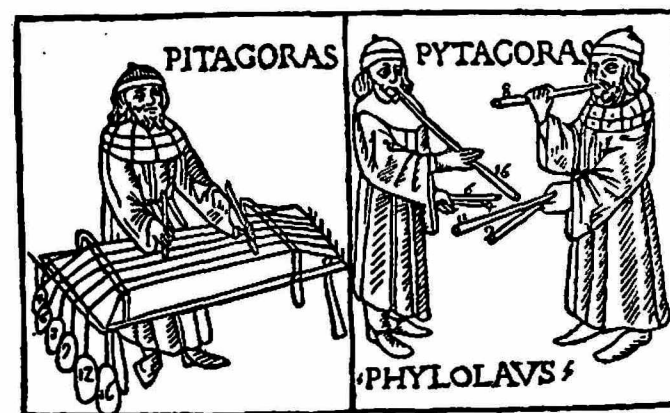
Ed è caratteristico del genio greco che l'attività artistica e

¹⁾ La rinascita religiosa e il ritorno verso l'individualismo ci appaiono come un movimento universale in questo tempo, se pur la storia non sappia ancora darne le ragioni profonde. Essa si afferma presso gli Ebrei con Geremia, Ezechiele, il Deutero-Isaia; presso i Persiani con Zaratustra. L'idea della palingenesi o reincarnazione, come in Grecia, si trova nel VII secolo anche in India. È possibile porre un rapporto fra i due moti religiosi? Storici autorevoli giudicano che essi si producano indipendentemente, per cause analoghe. Tuttavia la pubblicazione d'un lavoro di Apastamba, il *Sulba-Sutra* (tradotto da Buerk in *Zeitschrift der deutschen morgenländischen Gesellschaft*) suggerisce una diversa impressione: poiché codesto scrittore indiano del V secolo riferisce alcuni casi particolari del teorema di Pitagora relativo ai quadrati dei lati del triangolo rettangolo, i quali sembrano risalire a un'antichità più remota. Le relazioni fra il pensiero indiano e il pensiero greco sono state oggetto di aspre controversie fra i dotti. È ormai indubbio che molto di quel che si credeva venuto in Grecia dall'India ha invece fatto la strada inversa, al tempo di Alessandro. Ma se la scienza indiana è in gran parte il riflesso lunare di quella greca, non si può dir lo stesso delle idee religiose. Il sorgere del buddismo è stato accompagnato da un vasto movimento missionario, di cui si vengono scoprendo le tracce nelle parti più insospettite. Asoka, il grande imperatore buddista, ci aveva già lasciato testimonianza di attività missionarie in Europa: attività di cui troviamo un'eco nella leggenda cristiana di San Giosafatte. Lo studio comparatistico del folklore e delle culture primitive ci ha dato molti altri indizi, permettendoci di seguire la predicazione buddistica fin fra le popolazioni celtiche della Britannia preromana. Cfr. D. A. Mackenzie, *Buddhism in pre-Christian Britain*, London, 1928.

²⁾ Rep., 600 b.

³⁾ Aristosseno (in Porfirio, *De Vita Pythagorae*, 22) gli attribuisce questo apoftegma: «doversi fuggire con ogni studio e tagliare con ferro e fuoco e con ogni ingegno: dal corpo la malattia, dall'anima l'ignoranza, dal ventre la lussuria, dalla città la discordia, dalla famiglia i litigi, e infine da ogni cosa la mancanza di misura». (Cfr. *I versi aurei*, ecc., versione di G. Pesenti).

scientifica — verso il bello e il vero — assumano qui un significato religioso. Come si purifica il corpo con le abluzioni e con le purgazioni, così l'anima si lava dall'immondezza del vizio e degli appetiti terreni, con la contemplazione delle armonie ideali, con la musica e con le matematiche. Gli adepti si applicavano anche all'astronomia, alla medicina, alla ginnastica, alla lettura d'Omero e d'Esiodo, che oltre a rispondere in diversi modi alla vita comune della confraternita, erano pur considerati come mezzi tendenti allo stesso fine. « Giova — canta il poeta latino — giova drizzare per gli alti astri il volo, lasciata l'inerte dimora



La prima raffigurazione di Pitagora come musico.
(Dalla *Theorica musica* del Gafurio 1492).

della terra; farsi alzare dalle nubi, poggiando sugli omeri del valido Atlante, e giù guardare di lontano gli uomini che vagolano qua e là privi di senno, e tremanti e timorosi della morte esortarli così e dispiegare l'ordinamento del Fato ».

LA TEORIA DELLE MONADI. — « Che vi è di più saggio? Il numero. Che di più bello? L'armonia ». Questi due articoli del catechismo di « perfezioni » degli acusmatici¹⁾ danno la chiave del pensiero della scuola.

¹⁾ Nel catechismo pitagorico non erano contenute soltanto interdizioni. Vi erano anche delle definizioni mistiche: « Che cosa sono le Isole dei Beati? Sono il Sole e la Luna ». Altre ancora erano « perfezioni »: « Che cosa vi è di più giusto? L'atto del sacrificio ». Concetto questo che ispira tutta quanta la letteratura vedica più antica. La prima gene-

« I cosiddetti Pitagorici, dice Aristotele nella *Metafisica*,¹⁾ avendo cominciato ad occuparsi di ricerche matematiche ed essendo grandemente progrediti in esse, furono condotti da questi loro studi ad assumere come principii di tutte le cose esistenti quelli di cui fanno uso le scienze matematiche. E poiché i primi che qui s'incontrano sono, per natura, i numeri, sembrò loro di ravvisare in questi molte più analogie con ciò che esiste o avviene nel mondo, di quante se ne possono trovare nel fuoco, nella terra e nell'acqua.... Avendo poi riconosciuto che le proprietà e le relazioni delle armonie musicali corrispondono a rapporti numerici, e che anche in altri fenomeni naturali si riscontrano analoghe corrispondenze coi numeri, furono tanto più indotti ad ammettere che i numeri siano gli elementi di tutte le cose esistenti, e che tutto il cielo sia proporzione e armonia ». ²⁾

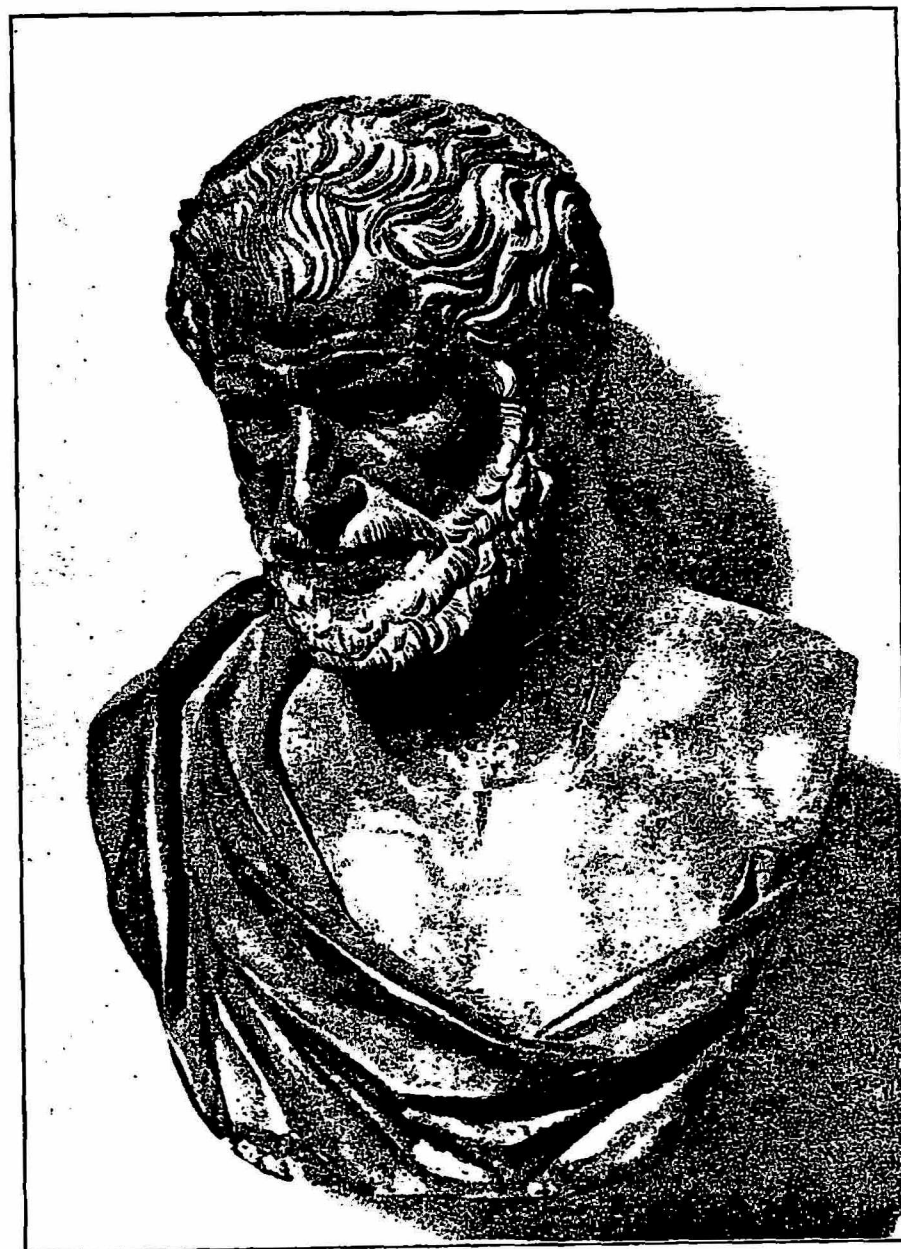
Un secolo dopo Pitagora, Filolao esprimeva questo pensiero dicendo che: « Tutte le cose conosciute posseggono un numero, e nulla possiamo comprendere e conoscere senza di questo ». ³⁾

razione di Pitagorici doveva essere composta di mistici ancora rapiti nel sogno religioso. La tradizione ce ne ha conservato solo pochi nomi: Milone, Petrone, Brotino, Cercope, Ippaso, fors'anche il poeta Epicarmo; non erano escluse le donne, come ci mostra il nome celebre di Theano. In seguito si distinsero dai fedeli i puri scienziati o « matematici ».

¹⁾ *Met.*, I, 5.

²⁾ Di qui il concetto del cosmo, che appare per la prima volta fra i pitagorici, a designare l'ordine dell'universo. Nell'accezione antica e letterale, la parola significa « decoro, ornamento »; e se ne ritrova l'eco nella espressione « cosmetico ». Presa in senso figurato per « oratoria », indicava l'ordine e le eleganze del discorso. I pitagorici posteriori, in particolare Filolao, ridussero la parola come a rappresentare la zona media, planetaria del loro universo sferico. All'interno stava l'Urano, il fuoco centrale; all'esterno l'Olimpo, la regione ignea. Più tardi si userà *cosmi* al plurale per dire le stelle, o da Anassagora per indicare quei sistemi planetari che supponeva diffusi per lo spazio in numero infinito. Platone e Aristotele riprendono il senso originario, intendendo per « cosmo » l'universo come un tutto ordinato. Solo nei secoli dell'Impero la parola venne ad esprimere la Terra, e magari la zona abitata, e anche fra noi si usa qualche volta in questo senso la parola universo. Quando i Romani si accinsero a tradurre il linguaggio filosofico greco, vollero *κόσμος*; nel suo equivalente *mundus*, che pur servendo anche a indicare gli ornamenti femminili, era essenzialmente il nome dato alla fossa sacra della città, porta dell'inferi per cui gli spiriti degli antenati e della terra patria comunicavano col mondo di quassù. La città antica, soggiorno degli dei indigeti, si voleva riproducesse nei suoi tratti essenziali il piano dell'universo. È questo un simbolismo orientale che rimane profondamente radicato nelle civiltà greca, etrusca e romana. « Per quanto possa sapere, dice Calone, da coloro che sono penetrati in un *mundus*, la sua struttura richiama quella della volta del cielo che ci sovrasta ». Nei giorni consacrati ai morti, vi si versava sangue sacrificale per infondere vita nelle ombre, come Ulisse agl'inferi: o vi si gettavano monete, da cui il nostro uso sempre vivo di sotterrare monete nelle fondamenta degli edifici. Troviamo già il senso nuovo in Ennio: *mundus coeli constitit silentio*. (Sat. VI, 2). I Germani non sono mai giunti ad immaginare un cosmo. *Welt*, *world* (anticam. *wērält*, *vēruld*) hanno il significato originario di generazione, *saeculum*. Per i Goti, come per molti popoli orientali, esisteva solo il « giardino cinto dai mari », *merigard*. (Cfr. il *κόσμος* *κόσμος* che Esichio cita da un poeta ignoto).

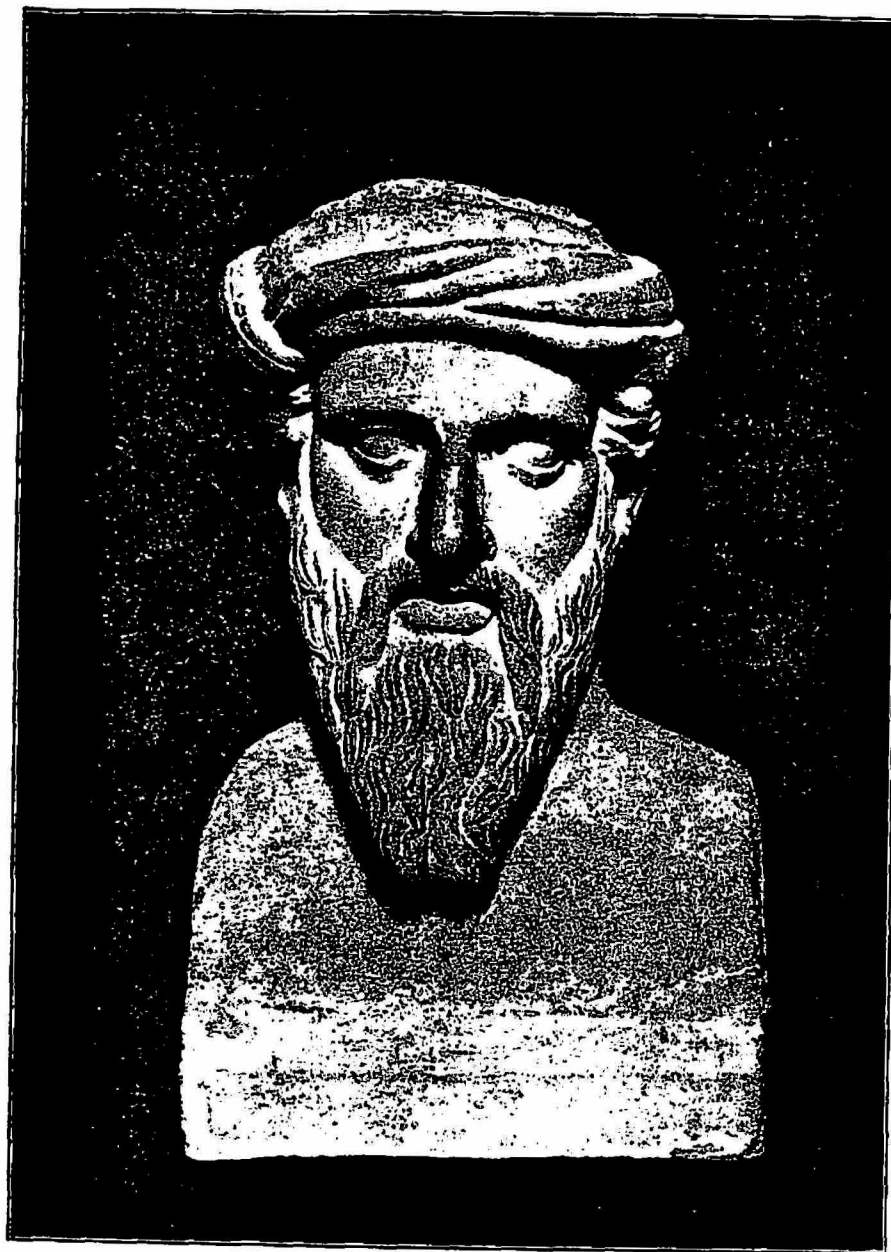
³⁾ Fr. 4.



Napoli.

EPALITO (?).

(Fot. F.lli Alinari.)



Roma.

ARCHITA (?).

(Foto Anderson.)

Però il passo citato, ed altri riferimenti d'Aristotele,¹⁾ fanno ritenere che la dottrina primitiva della scuola avesse un senso più materiale, a cui corrisponderebbe la formula « le cose sono numeri ».

Ma di nuovo qui — come per l'Infinito di Anassimandro — dobbiamo chiederci: che senso può avere una tale dottrina? In qual modo il numero può essere considerato come una specie di materia, al pari dell'acqua o dell'aria o del fuoco?

Per spiegare l'apparente non-senso siamo indotti — con Paul Tannery — a ricercare il significato che i Pitagorici potevano attribuire agli stessi numeri. Il numero non è ancora il puro astratto designante la quantità degli elementi che entrano a formare un insieme qualsiasi, e non è neppure quello che oggi si suol designare come « numero concreto ». Certo i Pitagorici usavano di tali numeri, parlando di 5 anfore o di 7 cavalli; ma nelle loro speculazioni filosofiche cercavano, in qualche modo, un significato naturale dei numeri. Si presentava loro l'ipotesi che tutti i corpi fossero formati di punti materiali o monadi, disposti in un certo ordine geometrico. La configurazione dei punti, col suo ordine, formava per loro un numero. Così essi parlavano di numeri figurati: per esempio, un gruppo di 9 punti disposti in tre file lineari a forma di quadrato, costituiva un numero quadrato. Analogamente consideravano numeri triangolari ecc. ed anche numeri solidi: cubici, tetraedrici ecc.

Di una siffatta veduta geometrica del numero non è rimasto per noi che l'idea del numero ordinale, sebbene la concezione pitagorica non sia stata senza influenza sulla geometria analitica di Descartes. Ma, ciò che qui occorre rilevare, la considerazione pitagorica non era solo geometrica, sì anche fisica. Il punto, elemento unitario delle cose, se da una parte conduceva alla loro rappresentazione geometrica, dall'altra era concepito come un corpicciuolo, unità materiale o *monade*.

Or dunque la formula paradossale « le cose sono numeri » viene a dire che ogni materia è composta di elementi o punti materiali, di piccola ma non nulla grandezza; e che dalla figurazione — numero e ordine — di codesti punti, fra loro identici

¹⁾ P. es. *Met.*, XI, 6 (7) e XIII, 3 (14). Per una discussione più approfondita (Cfr. Enriques, *La polemica eleatica per il concetto razionale della Geometria*, I. c. (*Periodico di Mat.*, 1923)).

e qualitativamente indifferenti, dipendono tutte le proprietà e differenze apparenti dei corpi.

C'è, come si vede, una grande idea: in un certo senso il principio della fisica matematica moderna. La teoria pitagorica pone infatti il problema di spiegare le differenze qualitative riconducendole a differenze di quantità. Aristotele mette in chiara luce questo principio, opponendogli la pregiudiziale che dopo di lui è stata ripetuta cento volte dai filosofi e che anche oggi si fa valere come obiezione alla filosofia meccanica. Alla quale obiezione si risponde: quando un certo stato di moto cessa di essere percepito come tale, per dar luogo a calore o altro fenomeno, si può ben dire che la nuova apparenza costituisce qualcosa di nuovo la cui conoscenza si aggiunge alla spiegazione quantitativa e la completa; ma ciò nulla toglie al valore di questa spiegazione. Si è scoperta insomma una corrispondenza fra un certo ordine di fenomeni qualitativi e un processo quantitativo, e traverso la diversità si scorge così una profonda e non sospettata unità.

L'idea pitagorica delle monadi porta in germe questa feconda veduta, che dovrà maturare attraverso la filosofia democritea. Ora, per l'intelligenza storica, dobbiamo chiederci: come si può ricollegare la teoria delle monadi alle precedenti dottrine della materia, che abbiām visto affacciate dagli Ionici?

Non è difficile rispondere, partendo dall'ipotesi di Anassimandro. Una materia cosmica diffusibile — che potrà magari concretarsi in aria o fuoco, o in un miscuglio di aria e di fuoco — prende varie forme e stati, per condensazione e rarefazione. Così appunto l'aria di Anassimene diventa acqua quando è condensata per compressione e maggiormente compressa si muta in terra (solido), invece rarefatta diventa fuoco. Ma, là dove ci è dato scorgere qualche fenomeno analogo — per esempio, nella condensazione del vapore ovvero nella cristallizzazione d'un liquido — non appare un fenomeno di massa; il vapore condensato o il liquido solidificato non si raccoglie da una parte, in massa compatta, anzi si vedono sparsi in tutto il corpo centri di condensazione (goccioline liquide o piccoli nuclei cristallini). Un'osservazione simile può avere suggerito ai Pitagorici questa veduta: la sostanza primitiva infinita — la matrice delle cose, che essi concepiscono come essenzialmente ignea — dà origine

alla materia propriamente detta (e in particolare al solido che ne costituisce il tipo) per condensazione attorno ad un gruppo di punti o centri monadici; intorno ad ogni centro si forma un piccolo nucleo compatto, la monade, che rimane circondata e separata dalle altre da qualcosa di rarefatto, come vuoto, etere. Ciò corrisponde a diverse descrizioni che Aristotele¹⁾ ci dà delle dottrine pitagoriche.

ARITMETICA E MISTICA DEI NUMERI. — Si vede così che l'ufficio attribuito al numero nella spiegazione pitagorica del mondo, ha — almeno originariamente — una base materiale: ne risulta però uno speciale interesse per i numeri e per le loro proprietà talvolta meravigliose, ed insieme la ricerca d'alogie in cui viene ad inserirsi un elemento mistico.

Proclo²⁾ dice che la conoscenza dei numeri e delle regole di calcolo (*logistica*) è venuta in Grecia dai Fenici, « a cagione degli scambi e delle operazioni commerciali a cui essi si dedicarono », ma — per testimonianza di Aristosseno, il peripatetico teorico della musica — Pitagora elevò l'*aritmetica* al di sopra dei bisogni del commercio, facendone oggetto di pura scienza. Le distinzioni dei numeri *pari* e *dispari*, dei numeri *amici* (ognuno dei quali è la somma dei divisori dell'altro), dei numeri *perfetti* (eguali alla somma dei loro divisori), dei numeri *lineari* o rettilinei e *piani* o rettangolari³⁾ (cioè primi e composti) risalgono alla sua scuola.

Connesso colla rappresentazione geometrica dei numeri è l'uso dell'*abaco*, talvolta con pedine o palline scorrevoli, per eseguire i calcoli, che Pitagora avrebbe appreso dagli Egiziani. E da codesta rappresentazione deriva poi la regola per formare i quadrati come somme dei successivi numeri dispari:

$$1 + 3 = 2^2, 1 + 3 + 5 = 3^2, \dots$$

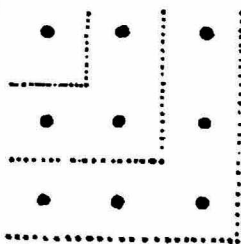
¹⁾ *Met.*, I, 5 (13); XI, 6 (17); XIII, 3 (14); *Phys.*, IV, 6 (7). Aggiungi quanto ci risulta su Eurito pitagorico, il quale parrebbe desse numeri alle cose contando i punti necessari a segnarne la forma (Diels, 2).

²⁾ *Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum librum commentarium*, ed. Friedlein, Lipsia, 1873, pag. 65.

³⁾ Da un frammento di Speusippo, questa distinzione resulterebbe appartenere a Timarida di Paro. Cfr. Loria, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, pag. 807. Il prof. Loria, come Cantor e Zeuthen, considera Timarida un pitagorico antico. L'errore ha origine in un equivoco del Tannery. Timarida è un contemporaneo di Teone Smirneo e il suo *epanthesis* algebrico è una tarda fiorita. Cfr. Diels, *Nachtr.* z. I. Bde. XLI, 25. Tuttavia il concetto dei numeri figurati è certo molto più antico.

Invero se al numero quadrato n^2 , si aggiunge una linea orizzontale di n punti e poi una verticale di $n + 1$, si ottiene

$$(n + 1)^2 = n^2 + (2n + 1)$$

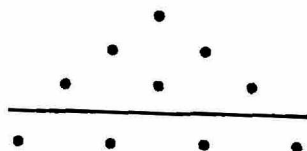


(cfr. figura); si trova quindi la proprietà espressa dalla formula

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 \dots$$

Analogamente la formazione dei numeri triangolari porge la somma dei numeri naturali:

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$



Ora la generazione dei quadrati dalle serie dei numeri dispari suggerisce di congiungere a codesti numeri l'idea del perfetto; invece se si procede in maniera analoga coi numeri pari si dà origine, non più a dei quadrati, ma a dei rettangoli: perciò ai numeri pari viene collegata l'idea dell'insufficiente o dell'imperfetto.

Ed ecco scaturire di qui alcune meravigliose analogie.

Per intenderne il senso ricordiamo che in ogni cosa i Pitagorici vedono una dualità o polarità di principii opposti: opposizione d'idee morali raccolta probabilmente da una tradizione religiosa orientale (lotta fra il Bene e il Male o fra l'Ordine e il Disordine); ed insieme rappresentazione fisica di forze contrastanti ed equilibrantisi che sembra ricollegarsi — come già si è detto — ai concetti d'Anassimandro. Aristotele¹⁾ ci ha tramandato una tabella che comprende 10 coppie di contrari:

Limite	e Illimitato
Dispari	e Pari
Uno	e Più
Maschio	e Sinistro
Destro	e Femmina

¹⁾ Met., I, 5 (6).

In quiete	e In movimento
Diritto	e Curvo
Luce	e Tenebre
Bene	e Male
Quadrato	ed Eteromeco
	(rettangolo a lati diseguali)

Se non proprio questo decalogo, almeno diverse coppie d'opposti venivano già distinte dal medico crotoniate Alcmeone, che Aristotele stesso cita come amico più giovane di Pitagora, al quale par dunque che se ne debba far risalire l'idea. Ora è notevole che fra gli opposti si distinguono due gruppi: il « bene », la « luce » ecc. stanno da una parte, col « limite » e col « numero dispari », di fronte al « male », alle « tenebre », all'« illimitato » e al « numero pari ». Alcune di queste analogie — probabilmente fra le più antiche della scuola — si spiegano colla teoria monadica della materia: il « limite » è concepito in maniera attiva come limitante, e perciò anche come il fuoco (o la sostanza luminosa) che limita la monade, poiché la condensazione della materia attorno ad un centro porta una zona rarefatta d'etere circostante. Ma come trovare un'analogia fra il « limite » e il « numero dispari » e l'« illimitato » ed il « pari »? La risposta sembra esser data dalla generazione dei quadrati mediante le somme di numeri dispari, e degli eteromechi (rettangoli) coi numeri pari:¹⁾ l'idea del perfetto porterebbe ad associare i primi al « bene » ed al « limite ». Il cosmo sarà limitato nello spazio, cioè sferico. E sarà limitato anche nel tempo: la vita di quel grande organismo che è il mondo si esaurisce in un certo ciclo, il *Grande Anno*, dopo di che tutto ricomincia esattamente uguale: tale è la legge dell'Eterno Ritorno.

Principio d'analogia, corrispondenza delle meravigliose proprietà dei numeri coll'ordine cosmico e coll'ordine morale: si sdrucchiola così nella mistica dei numeri.

L'infanzia del pensiero umano è facilmente portata a questa tendenza. Ma essa si esalta nella scuola di Pitagora, insieme col senso matematico. E questo è assai naturale, ove si apprezzi al suo giusto valore l'enorme sforzo intellettuale fornito dai Pitagorici della prima generazione, per dissociare i numeri

¹⁾ G. Milhaud, *Les philosophes géomètres de la Grèce*.

dalle cose a cui sono legati, e conferir loro quasi un'esistenza astratta. Le nuove misteriose entità, che sembrano dominare il mondo dei fenomeni, come scorgerne chiaramente la natura? come porre limiti precisi alla loro potenza? Se le loro leggi reggono due ordini di realtà così diversi come quello dei suoni e quello delle figure, perché non tutte le altre cose?

Lo studio degli accordi musicali aveva rivelato ai pitagorici le proprietà delle proporzioni: l'aritmetica, la geometrica, l'armonica. Filolao, il primo pitagorico che abbia lasciato qualcosa di scritto, fa un'analisi accurata dell'ottava, da lui detta « armonia ». Era l'intervallo abbracciato dalla lira, le cui corde avevano le lunghezze 6:8:9:12. Sono specificati gl'intervalli e i rapporti numerici delle consonanze: la « sillaba » (quarta) fra la prima e la seconda, o la terza e la quarta; « quella per le acute » (quinta) fra prima e terza, o fra seconda ed ultima; e finalmente quella « per tutte le corde », (*dià pasón*) cioè l'ottava. Ora il rapporto di questa, 12:6, si può anche scrivere come risultante degli altri: 12-8:8-6. Ad ogni passo, il filosofo trova un nuovo elemento dell'armonia matematica soggiacente ai fenomeni: questa, una volta indovinata, gli permetterà di precorrerli colla mente. E l'armonia dovendosi ritrovare in ogni cosa, sarà la chiave di tutto l'universo. Il cubo è un'« armonia geometrica », perché ha dodici spigoli, otto vertici e sei facce. Non diversamente dalle figure e dai suoni avranno un numero proprio anche la Giustizia e l'Occasione. L'intelletto sarà 1, perché sempre immobile in se stesso; mentre 2 sarà il numero dell'Opinione sempre oscillante; il Matrimonio sarà 5, perché unisce il primo numero pari col primo dispari: e così via.

Le mirabili proprietà osservate sui primi numeri sul 3, per esempio, e sul 7 (si era già osservata la funzione critica delle settimane nel decorso delle malattie) fanno di questi dei numeri privilegiati o numeri filosofici, i quali debbono avere un significato particolare nel cosmo.

Il numero perfetto poi è il 10, in quanto, dice Filolao¹⁾ manifesta meglio di ogni altro la virtù (*δύναμις*) del numero: « perché la Decade è grande, essa compie e realizza ogni cosa: principio e guida della vita, divina e celeste ed umana insieme... »

¹⁾ Fr. 11.

senza di essa, tutto è indeterminato, misterioso, oscuro ». In essa è racchiuso ugual numero di pari e dispari; vi è l'unità col primo pari, il primo dispari col primo quadrato. E il fondamento dei numeri tutti. Risulta, fra l'altro, dalla somma del 3 col 7. Il 3 è il primo numero che abbia « principio, mezzo e fine ». Il 7 è simbolo della saggezza, è Pallade, in quanto è nella Decade il solo numero che non sia generato da alcuno di quelli che essa comprende, e che non ne generi alcuno. La Decade sta pure a base della *Tetraktys*, il simbolo tremendo che invocavano gli acusmatici nel voto di silenzio: « No! Lo giuro per Colui che ha rivelato all'anima nostra la *Tetraktys*, che ha in sé la fonte e la radice dell'eterna natura... » La *Tetraktys* (quaternario) non è altro che la serie dei quattro primi numeri, simboleggianti i quattro elementi, la cui somma fa 10, e che contengono in sé l'essenza di tutti i successivi. Si rappresentano geometricamente col triangolo decadico. Su due lati di que-



sto si possono collocare i primi quattro termini delle progressioni di ragione 2 e 3, a partire dall'unità; gli ultimi due numeri, dei quali l'uno, 8, è il primo cubo pari e l'altro, 27, il primo cubo dispari, addizionati fra di loro e con l'unità, danno la somma degli otto primi numeri, quattro pari e quattro dispari.

C'è in tutta la mistica dei numeri una mera superstizione, o una fallace apparenza dell'idea della semplicità della natura? Certo è che i numeri privilegiati si dovranno ritrovare nelle misure dell'universo e nelle distanze dei corpi celesti; dai loro semplici rapporti deriverà un'armonia delle sfere. « Armonia » significa originariamente accordo ideale di numeri; poi si immaginò che implicasse una musica cosmica, insensibile all'orecchio umano che vi è abituato, ma capace di dare all'anima la gioia ben nota a chi contempla in una notte serena il cielo stellato.¹⁾

¹⁾ Cfr. Boeckh, *Kleine Schriften*, III, e C. v. Jan, *Die Harmonie der Sphären*, in *Philologus*, 1893. Inoltre la discussione delle varie interpretazioni in Heath, *Aristarchus*, p. 107.

Anche i corpi celesti mobili, che i Pitagorici distinguono dalle stelle fisse, dovranno essere *dieci*; e perciò Filolao aggiunge ai pianeti conosciuti, alla Terra, al Sole e alla Luna, un'ipotetica *antiterra*, che probabilmente doveva anche spiegare le eclissi, come i corpi oscuri d'Anassimene,¹⁾ dando per centro a tutto il sistema, non la Terra, ma un supposto fuoco centrale, « la divina Hestia » (cfr. Cap. XIV). Fino a che punto queste ipotesi apparentemente arbitrarie, rispondevano a più profondi motivi scientifici?

La domanda nasce già per Pitagora, se a lui si attribuisce la veduta della *Terra sferica*, che avrebbe suffragato con una ragione estetica: la sfera è la più bella delle figure solide. E converrà ritornare sull'argomento (cfr. Cap. XIII). Diciamo fin d'ora che alte ragioni scientifiche si scoprono avviluppate nel pensiero mistico.

RAZIONALISMO E MISTICISMO. — A questo punto siamo tratti a domandare: come si spiega lo strano miscuglio di sapere luminoso e di stravagante oscurità, che appartiene ai creatori della mistica dei numeri?

Il problema che qui sorge è importante per la storia della scienza e della filosofia, segnatamente per comprendere le relazioni fra logica e metafisica. Una spiegazione non superficiale della difficoltà si ottiene soltanto dal riflettere agli *intimi rapporti intercedenti naturalmente fra razionalismo e misticismo*: che appunto vogliamo mettere in luce.

Un po' leggermente il Gomperz (imbevuto dei pregiudizi

¹⁾ La creazione dell'*antiterra*, come quella dei « corpi oscuri » di Anassimene, si può riconnettere all'osservazione da parte dei « più antichi matematici » (secondo il termine usato da Cleomede, *De motu circulari*, II, 6) di eclissi anomale e « paradossali » che invano si era tentato di spiegare. Si era notato infatti che certe volte, mentre il sole è ancora al di sopra dell'orizzonte, si leva ad oriente la luna già *eclissata*. Per trovare la cosa paradossale gli « antichi » dovevano avere un'idea molto chiara della propagazione rettilinea della luce. Essi cercavano di spiegare la difficoltà, mostrando che chi si trovasse sopra una « altura » della Terra, nel punto di tangenza di questa col cono d'ombra, avrebbe potuto guardare « al di sopra » della generatrice del cono, e vedere così sole e luna ad un tempo. L'« altura » fa pensare che l'idea sia venuta ad Arpalo di Mileto che aveva il suo osservatorio sul M. Ida, a 1700 metri. Come che sia, gli astronomi greci continuarono a rifletterci, e finirono per dare la spiegazione giusta basata sulla rifrazione, che Cleomede ci riferisce, osservando che i fenomeni di rifrazione sono particolarmente intensi nelle vicinanze del Mar Nero, e adducendo l'esempio che forma oggetto della prop. 7 della *Calottrica* di Euclide. Ma i filosofi ionici e pitagorici pare ignorassero ancora la rifrazione, e perciò dovettero ricorrere alla soluzione puramente geometrica dei « corpi oscuri ».

antimatematici della filosofia empirica, che a torto si è creduto d'identificare con lo spirito positivo) parla a questo proposito delle deficienze intellettuali dei matematici sempre disposti ad oscillare fra gli estremi dello scetticismo e del misticismo; laddove uno storico eminente come lui, avrebbe dovuto ricordare più recenti forme, non matematiche, di speculazione, ove il razionalismo si fonde col misticismo più stravagante.

Per comprendere l'unione intima di tali tendenze apparentemente opposte, si rifletta alle premesse psicologiche del razionalismo. In qual modo si è tratti a cercare nel pensiero il criterio o la misura della realtà esterna? Ciò avviene in forza della nostra disposizione originaria a proiettare fuori di noi le immagini o le idee che popolano la nostra mente: l'io cerca di ritrovare qualcosa di sé nel mondo circostante. Per questo motivo il poeta anima le cose, il filosofo e il matematico vengono a figurare una realtà intelligibile. La fiducia istintiva che prestiamo al ragionamento tende ad esprimersi in un *razionalismo metafisico*, per cui i rapporti logici delle idee assumono il valore di rapporti obiettivi fra gli enti (questa tendenza si scopre bene in quei sistemi moderni che prendono come tipo della causalità il rapporto fra le premesse e le conseguenze del ragionamento deduttivo). Soltanto in uno stadio più evoluto, il *razionalismo* assumerà un senso *positivo*, per cui — lasciando cadere ogni ipotesi metafisica intorno alla natura dei rapporti reali — si conserverà soltanto il postulato fondamentale della scienza, che la realtà è suscettibile d'una rappresentazione razionale.

Ma questo concetto positivo importa una limitazione della tendenza razionalistica, che può essere insegnata soltanto dall'esperienza. Come il fanciullo impara a poco a poco a scernere la realtà dalla illusione del sogno o della fantasia, anche il razionalista, fanciullo della storia, deve correggere a grado a grado la tendenza ingenua della mente a passare dal mondo delle idee a quello dei fatti. Colui che ricerca fuori di sé qualcosa di se stesso, non sa ancora fino a qual punto la proiezione del mondo delle idee riescirà giustificata. E se, in una certa misura, l'esperimento rechi conforto alla naturale tendenza dello spirito, è facile capire ch'ei possa trascorrere ad una fiducia illimitata: la determinazione critica dei limiti e delle condizioni

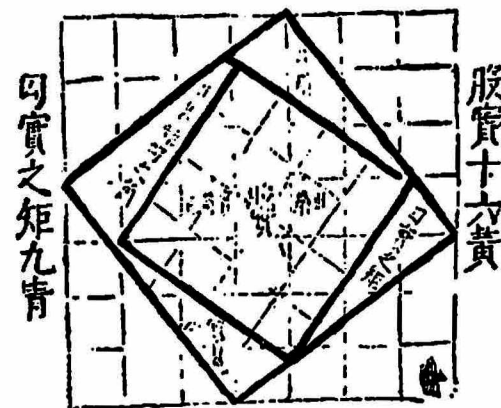
verrà solo più tardi. Dunque l'impulso originale del razionalismo condurrà dapprima ad immaginare la possibilità d'una proiezione illimitata dell'io nel mondo esterno, donde la rispondenza del reale, non soltanto ai rapporti logici, ma anche alle associazioni sentimentali dei nostri pensieri:¹⁾ anzi queste ultime che si trovano a base dell'attività religiosa, manifesteranno una più forte tendenza ad esteriorizzarsi, in proporzione al loro più forte interesse affettivo. In questa luce, l'attività scientifica e l'attività mistica e religiosa rivelano una profonda unità, scoprendosi come differenziazioni d'una medesima tendenza primitiva dello spirito, che è pure d'ordine religioso: dalla quale deriva, in particolare, la ricerca o la creazione mentale d'alcunché d'eterno e d'immobile nel cambiamento di tutte le cose: i più alti ideali della fede e gl'invarianti — oggetti e rapporti — della contemplazione scientifica, sono i due aspetti d'una medesima realtà, suprema aspirazione dell'animo umano, e si ricongiungono nella loro origine.

GEOMETRIA. — In connessione con la loro veduta matematica del mondo, e più specialmente — come vedremo — con la teoria monadica della materia, i Pitagorici svilupparono lo studio della Geometria. Secondo la tradizione questo studio — trasportato in Grecia da Talete — verrebbe dall'Egitto e sarebbe nato dalle necessità del catasto, in un paese dove le inondazioni del Nilo cancellano i limiti delle proprietà o danno adito a riduzione d'imposte dei terreni allagati. Certo molte conoscenze geometriche si trovano in tempi assai remoti, non solo in Egitto, ma anche in Babilonia, ed in India; così, per esempio, diversi casi particolari, e forse anche il caso generale, della relazione tra il quadrato dell'ipotenusa e i quadrati dei cateti del triangolo rettangolo, che costituisce il così detto teorema di Pitagora; ma dalla scuola pitagorica tali conoscenze vennero ordinate in sistema deduttivo, che è probabilmente il primo modello del genere: quelle lunghe catene di deduzioni che, muovendo da osservazioni semplici ed evidenti conducono a grado a grado alla scoperta di proprietà più riposte e significative, dovettero ap-

¹⁾ Cfr. Enriques, *Scienza e razionalismo*, Bologna, 1912. Cap. VI *Il problema della realtà*.

punto costruirsi, come opina lo Zeuthen, per lo scopo di fornire la dimostrazione generale dell'anzidetto teorema di Pitagora.

Col metodo deduttivo i progressi della geometria furono ra-

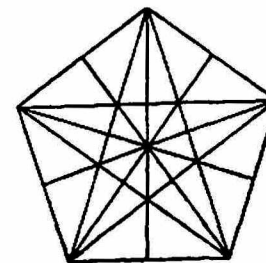


Un caso antichissimo del teorema di Pitagora. Dal *Chou Pei Suan King*, che si vuol far risalire al secondo millennio a. C. Questa è una fra le prime applicazioni dei metodi cinesi di stampa. Lo stesso caso si ritrova in India, e si riferisce alla duplicazione degli altari.

pidi. Nello spazio d'un secolo, all'ingrosso fra il 550 e il 450 a. C., fu sostanzialmente acquisito il possesso della geometria elementare.

Infatti secondo i riferimenti di Proclo, nel commento all'Euclide, dovrebbero attribuirsi ai Pitagorici:

- 1) il teorema che la somma degli angoli d'un triangolo è eguale



Il Pentalfa.

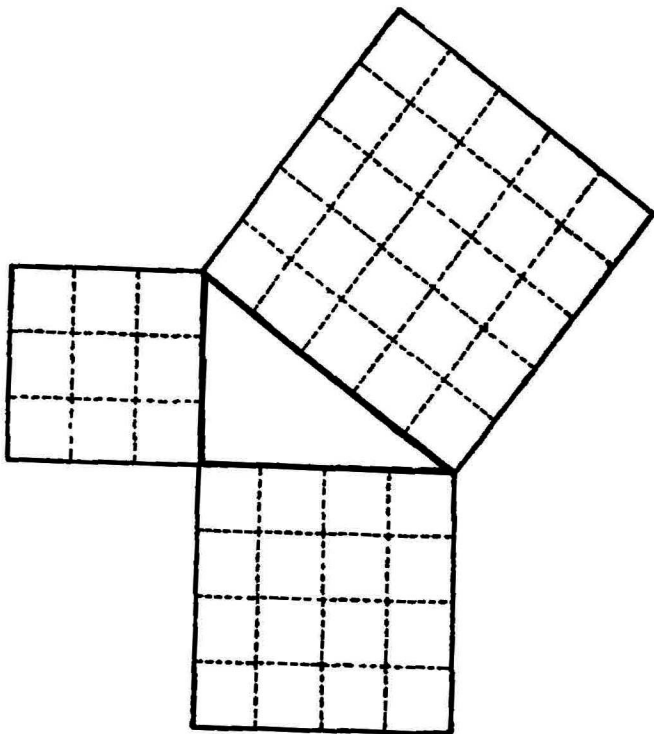
a due retti, e le divisioni del piano in poligoni regolari di 6, 5, 4 o 3 lati che vi si collegano, inoltre la relazione fra i quadrati dei lati del triangolo rettangolo;

- 2) l'applicazione delle arce, cioè la costruzione d'un rettangolo di base data che differisca di una data area da un quadrato dato, col che si ha la soluzione geometrica delle equazioni di secondo grado.

3) la scoperta degli incommensurabili di cui discuteremo più avanti;

4) la costruzione delle figure cosmiche cioè dei poliedri regolari, o almeno del cubo, del tetraedro e del dodecaedro.¹⁾ Da quest'ultimo proviene il famoso simbolo mistico del *Pentalpha*.

Questo corpo di dottrine comprende la teoria delle figure simili (non si dice la trattazione rigorosa delle proporzioni che costituisce il



Un caso antichissimo del teorema di Pitagora.
La prova nel caso del triangolo 3, 4, 5.

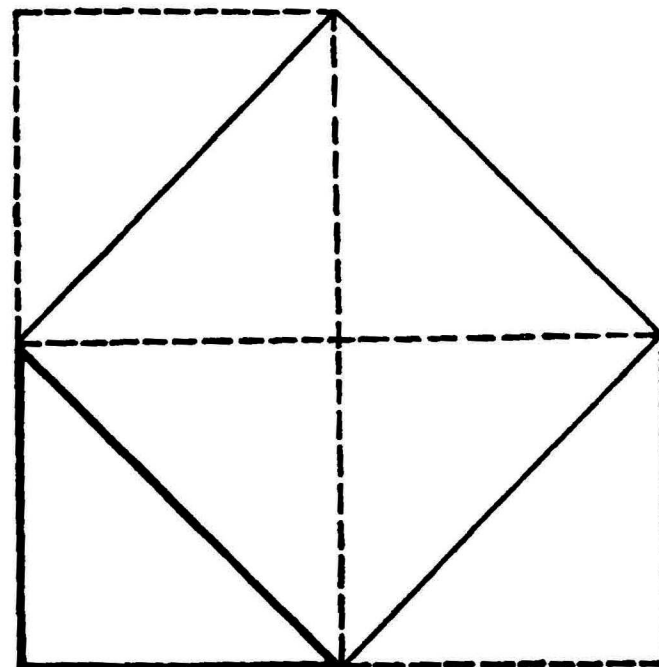
5° libro dell'Euclide) e ricopre quasi per intero la materia della geometria euclidea.

Mancano indicazioni per la teoria degli angoli nel cerchio che forma oggetto del libro III (solo viene menzionata la scoperta di Talete o di Pitagora, che l'angolo iscritto nel semicerchio è retto); ma un fram-

¹⁾ Per una notizia più precisa cfr. Enriques, *L'evoluzione delle idee geometriche nel pensiero greco*. Art. I delle *Questioni riguardanti le Matematiche elementari*. Vol. I, Bologna, 1925, e le storie delle matematiche citate in bibliografia. Cfr. Cap. X e XII.

mento sulle lunule d'Ippocrate di Chio, — che si ritiene scritto intorno al 450 o poco dopo — mostra la conoscenza di queste proprietà e conferma d'altra parte il giudizio generale sul grado raggiunto dallo sviluppo della geometria.

La maturità del pensiero geometrico risulta anche indirettamente dalla notizia di Proclo, che Ippocrate di Chio raccolse



Il teorema di Pitagora nel caso del triangolo isoscele.
Porta alla conoscenza dell'irrazionale.

per la prima volta i risultati della scienza in un trattato organico, scrivendo un libro di *Elementi*.

Come fosse costruito il più antico edificio della geometria pitagorica, non ci è dato sapere con esattezza. Ma certo vi entravano quelle proprietà di composizione e decomposizione delle superficie che costituiscono una specie di algebra geometrica (2° libro dell'Euclide) ed insieme vi interveniva il concetto dei numeri figurati. Il sistema dovette poi appoggiarsi sopra una ge-

nerale teoria dei rapporti e della similitudine; alla quale serviva naturalmente come base la teoria delle monadi.

Infatti la monade — punto materiale esteso — appariva non solo elemento costitutivo dei corpi, ma anche delle figure geometriche: linee, superficie e solidi erano pensati come riunioni di punti. Così il paragone teorico di due linee si faceva immediatamente, definendo il loro reciproco rapporto o misura: se una linea contiene m punti e l'altra n , il loro rapporto è dato da m/n . Soltanto la scoperta delle grandezze incommensurabili doveva rivelare l'errore di questo ragionamento. E per verità la scoperta si fece nella scuola stessa, mercé la considerazione del triangolo rettangolo isoscele.

Se, in questo triangolo, si prende come 1 il cateto e si suppone che l'ipotenusa sia misurata da m/n , dovrà aversi per il teorema di Pitagora: $m^2 = 2 n^2$. Ma è lecito supporre che i due termini della frazione $\frac{m}{n}$, m ed n , non contengano insieme il fattore 2, cioè che n almeno sia dispari. Invece m , il cui quadrato è pari, sarà necessariamente pari: $m = 2 m_1$. Allora si dedurrà $m^2 = 4 m_1^2$, ed $n^2 = 2 n_1^2$, quindi anche n dovrebbe esser pari, contro il supposto.¹⁾

Per il fatto di rovinare il fondamento stesso della misura, è verosimile che la scoperta degli incommensurabili sia apparsa agli stessi suoi scopritori una verità scandalosa ed imbarazzante. La leggenda narra d'un geloso segreto con cui si volle circondarla; e proprio per avere violato questo segreto, Ippaso di Metaponto sarebbe stato punito dagli Dei, perendo in un naufragio. Bisogna dire però che altri e più fondamentali dissensi separarono Ippaso dalla scuola pitagorica. Attaccato al senso mistico delle dottrine tradizionali, piuttosto che all'insegnamento scientifico, egli si trovò a capo della setta dissidente degli *acusmatici* — seguaci delle « cose udite », cioè di un dogma espresso in articoli di fede — in opposizione a quella dei *matematici*.

Comunque, l'esistenza degli incommensurabili doveva portare ad una revisione dei principii su cui si fonda la scienza pitagorica. In accordo colla veduta astratta che oggi ci formiamo delle matematiche, parrebbe che la crisi avesse ad involgere soltanto

¹⁾ Questa antica dimostrazione dell'irrazionalità di $\sqrt{2}$ si ritrova in Aristotele e in uno scolio all'Euclide.

le basi della geometria: il concetto idealizzato del punto, e la definizione del rapporto di due grandezze. Ma la geometria pitagorica era connessa con una teoria della materia o della « natura » delle cose; l'elemento dello spazio era la stessa unità pensata come elemento dei corpi. Si comprende perciò che dei pensatori, usciti dai medesimi circoli pitagorici, diciamo i filosofi della scuola d'Elea, vengano a rimettere in discussione tutto il sistema delle monadi: la critica loro, riprendendo e spingendo alle estreme conseguenze il monismo ionico, riuscirà da una parte a segnalare le difficoltà di codesto postulato per la costruzione della fisica, dall'altra a liberare una geometria veramente razionale i cui enti sono concepiti per la prima volta come *idee*, oltrepassanti l'empirico.

NOTA BIBLIOGRAFICA.

- Della vasta letteratura sui Pitagorici, citeremo anzitutto il lavoro che ha aperto la strada all'indagine filologica:
 AUG. BOECKH, *Philolaos des Pythagoreers Lehren*, Berlino, 1819.
 Delle opere moderne:
 A. E. CHAIGNET, *Pythagore et la philosophie pythagoricienne, contenant les fragments de Philolaos et d'Archytas*, 2 vol., Parigi, 1873.
 Molto importanti i recenti studi sul pitagorismo e sulla vita di Pitagora di ARM. DELAITE.
 I versi aurei, i simboli, le lettere, ecc. Trad. PESENTI, Lanciano, Carabba, 1913.
 Una ricostruzione delle dottrine religiose dei pitagorici si troverà in A. ROSTAGNI, *Il verbo di Pitagora*, Torino, Bocca, 1925. V. anche l'art di BURNET, *Pythagoras*, in *Hasting's Encyclopaedia of Rel. and Ethics*.
 La teoria pitagorica delle monadi, nel suo significato primitivo di teoria corpuscolare della materia e insieme dello spazio, è stata chiaramente spiegata da P. TANNERY: cfr. G. MILHAUD, *Les philosophes géomètres de la Grèce*, Parigi, 1900. Manca però il riattacco di questa dottrina alle teorie ioniche, che qui abbiamo cercato di stabilire.
 Cfr. anche H. BEATTY, *The Pythagoreans* in « *Hermathene* ». Vol. XVIII, pag. 158 e segg., v. anche nel *Philosophisches Wörterbuch* di EISLER l'art. *Unendlichkeit*.
 Per gli sviluppi storici delle dottrine cfr. fra l'altro:
 S. COGNETTI DE MARTIIS, *L'istituto pitagorico*, in *Atti Acc. Torino*, 24 (1888).
 DÖRING, *Wandlungen in der pythagoreischen Lehre*, in *Arch. f. Gesch. d. Philos.*, V (1892) p. 503.
 S. FERRARI, *La scuola e la filosofia pitagoriche*, in *Riv. Ital. di filos.*, V (1890).
 F. BOLL, *Pythagoras und Astrologie*, in *Neue Jahrb. f. d. Klass. Altertum*, 21 (1908), p. 119.
 M. WELLMANN, *Allkmaion*, in *Archeion*, XI, 1929.
 R. HIRZEL, *Zur Philosophie des Allkmaion*, in *Hermes*, 11 (1876), p. 240.
 TH. REINACH, *La musique des sphères*, in *Rev. et. gr.* 13 (1900).
 H. USENER, *Dreitheil*, in *Rh. Mus.*, 1904, p. 4.

A. GIANDOLA, *La fortuna di Pitagora presso i Romani*, Bibl. di Filol. classica, Catania, 1921.

Un lavoro più generale che si estende a tutta la filosofia italiana è: A. CAVOTTI, *La filosofia nella Magna Grecia e in Sicilia*, Pisa, 1900.

La letteratura sulla storia della geometria pitagorica è costituita da opere che, per la maggior parte, si estendono allo sviluppo ulteriore delle matematiche.

La ricostruzione di codesta storia comincia con

C. A. BRETSCHNEIDER, *Die Geometrie und die Geometer vor Euklides*, Lipsia, 1870.

Citiamo fra le opere storiche più recenti:

P. TANNERY, *La géométrie grecque*, Parigi, 1887 (che — a prescindere da qualche errore — rimane a base delle ricostruzioni posteriori).

G. I. ALLMAN, *Greek Geometry from Thales to Euclid*, Dublino, 1889.

M. CANTOR, *Vorlesungen über die Geschichte der Mathematik*, t. I, 3.^a ediz., Lipsia, 1907.

H. G. ZEUTHEN, *Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge* (ediz. danese, 1893), trad. franc. Jean Mascart, Parigi, 1902.

G. LORIA, *Le scienze esatte nell'antica Grecia* (1.^a ed. Memorie dell'Accademia di Modena, 1893-9 1893-902), 2.^a ed. Milano, Hoepli, 1914.

TH. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, 2 vol., Oxford, 1921.

Una buona storia illustrata che si estende dall'antichità ai tempi moderni (a cui abbiamo attinto anche alcune illustrazioni) è quella di

D. E. SMITH, *A history of Mathematics*, 2 vol. I: *General* e vol. II: *Topical*, New York, 1930.

Un quadro sintetico dello sviluppo dei concetti geometrici si trova in F. ENRIQUES, *L'evoluzione delle idee geometriche nel pensiero greco* in «Questioni riguardanti le Matematiche elementari», t. I, Bologna, Zanichelli, 1925.

Per l'Astronomia cfr. il cap. XIV.