

Eudoxos – Pytheos

Elementare Maßordnungen in der frühen sphärischen Astronomie und in der Architektur der Spätclassik

2112 pdf
FRIEDRICH, E.
1993

Anders als die übrigen pythagoreischen Lehren – Arithmetik, Geometrie und Harmonielehre – haben die Anfänge der griechischen Astronomie¹ bislang kaum eine Rolle gespielt, wenn es darum ging, den geistesgeschichtlichen Hintergrund der zeitgenössischen, »klassischen« Architekturtradition auf gedankliche Parallelen zu untersuchen.

Dies ist insofern erstaunlich, als die Astronomie um die Mitte des 4. Jahrhunderts zur Schlüsseldisziplin für den universalen Anspruch der pythagoreischen Zahlenlehre herangewachsen war, um letztlich deren vorläufiges Ende zu bewirken. Das homozentrische Weltmodell des Eudoxos, das schon unter Kallippos durch Ergänzungen immer komplizierter geworden war, wurde wegen grundlegender Mängel schließlich gegen Ende des 4. Jahrhunderts ganz verworfen. Die Einführung der Himmels- und der Erdkugel und sphärischer Bewegungsmodelle, den eigentümlichsten Beiträgen der griechischen Astronomie, machte dreidimensionale Modelle unverzichtbar². Ungeachtet der äußeren Verwandtschaft der beiden häufigsten Varianten, »massiver« Globen und »gegliederter« Ringsphären, mit gleichartigen Bauweisen in der Architektur wird im folgenden vor allem danach gefragt, ob es der frühen griechischen Astronomie gelungen ist, ein geschlossenes Maßkonzept zu entwickeln, das sich für einen Vergleich mit entsprechenden Maßordnungen der zeitgenössischen Architektur eignet³.

Im vorliegenden Beitrag soll thesenartig aufgezeigt werden, daß dies für die Teilverhältnisse auf dem Himmelsglobus bei Eudoxos von Knidos und seinen Nachfolgern gelten kann, die nicht nur zeitlich dem rein gedanklichen Ansatz der pythagoreischen Zahlenlehre im Spätwerk Platons nahe stehen. Eudoxos, zur Jahrhundertmitte eine hoch angesehene Persönlichkeit und zentrale Figur der griechischen Mathematik, selbst Pythagoreer und Schüler des pythagoreischen Mathematikers und Musiktheoretikers Archy-

tas von Tarent⁴, findet sich zumindest zeitweise im näheren Umkreis des karischen Satrapen Mausollos. Zu diesem zählen an erster Stelle die Architekten und Bildhauer des Maussoleions, darunter auch Pytheos,

Für den vorliegenden Beitrag wurde der auf der Tagung 1992 der Koldewey-Gesellschaft referierte Text weitgehend neu gefaßt und um einige Gedanken zur Orientierung des Stadtplans von Priene ergänzt. Für Unterstützung, Hinweise und Diskussion danke ich W. Breidert, W. Hoepfner, S. W. Krieg, C. Meckseper, W. Schirmer, H. Schmidt, W. Schnuchel, J. Tomlow und B. L. van der Waerden.

Die abgekürzten Literaturhinweise entsprechen den Empfehlungen des Deutschen Archäologischen Instituts (zuletzt: Archäologischer Anzeiger 1989, 721–728).

¹ Zur griechischen Astronomie aus mathematikhistorischer Sicht: O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy* (1975), bes. 569–776; B. R. Goldstein, *Theory and Observation in Ancient and Medieval Astronomy* (1985); B. L. van der Waerden, *Die Astronomie der Griechen* (1988). – Altertumswissenschaftliche Arbeiten mit philosophisch-philologischem Zugang zum gleichen Thema: A. C. Bowen (Hrsg.), *Science and Philosophy in Classical Greece* (1991); K. von Fritz, *Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissenschaft* (1971); D. R. Dicks, *Early Greek Astronomy to Aristotle* (1970) sowie: Á. Szabó – E. Maula, *Enklíma* (1982), vgl. dazu die Rezension von B. L. van der Waerden, *Gnomon* 56, 1984, 176–177; ähnlich: Á. Szabó, *Das geozentrische Weltbild* (1992); zur Astronomie vor Platon: F. Franciosi, *Le origini scientifiche dell'astronomia greca* (1990).

² Auf die Unverzichtbarkeit von »Mimemata« für die astronomische Diskussion wird in Platons »Timaios« hingewiesen (40d).

³ Zum antiken Globus: A. Schlachter, *Der Globus, Stoi-cheia* 8 (1927). – Man kennt nur zwei instrumental – als Sonnenuhren – verwendete antike Globen, je ein Exemplar aus Prosymna (Argolis) und neuerdings aus Matelica (Marche), vgl. die Beiträge von F. Azzarita und G. Fantoni in: M. Fano Santi (Hrsg.), *Archeologia e Astronomia*, *RdA Suppl.* 9, 1991, 96–99, Taf. XIX–XX u. 100–106, Taf. XI–XIII.

⁴ In den Philosophenviten des Diogenes Laertios (VIII 86–91) erscheint Eudoxos als letzter der Pythagoreer und nicht im anschließenden Kapitel der »vereinzelt dastehenden« Philosophen (Zitate nach: Diogenes Laertios, *Leben und Meinungen berühmter Philosophen*, Übers. v. O. Apelt, 3. Aufl. 1990, hier: 153–156).

Eudoxos – Pytheos

Elementare Maßordnungen in der frühen sphärischen Astronomie
und in der Architektur der Spätclassik

Anders als die übrigen pythagoreischen Lehren – Arithmetik, Geometrie und Harmonielehre – haben die Anfänge der griechischen Astronomie¹ bislang kaum eine Rolle gespielt, wenn es darum ging, den geistesgeschichtlichen Hintergrund der zeitgenössischen, »klassischen« Architekturtradition auf gedankliche Parallelen zu untersuchen.

Dies ist insofern erstaunlich, als die Astronomie um die Mitte des 4. Jahrhunderts zur Schlüsseldisziplin für den universalen Anspruch der pythagoreischen Zahlenlehre herangewachsen war, um letztlich deren vorläufiges Ende zu bewirken. Das homozentrische Weltmodell des Eudoxos, das schon unter Kallippos durch Ergänzungen immer komplizierter geworden war, wurde wegen grundlegender Mängel schließlich gegen Ende des 4. Jahrhunderts ganz verworfen. Die Einführung der Himmels- und der Erdkugel und sphärischer Bewegungsmodelle, den eigentümlichsten Beiträgen der griechischen Astronomie, machte dreidimensionale Modelle unverzichtbar². Ungeachtet der äußeren Verwandtschaft der beiden häufigsten Varianten, »massiver« Globen und »gegliederter« Ringsphären, mit gleichartigen Bauweisen in der Architektur wird im folgenden vor allem danach gefragt, ob es der frühen griechischen Astronomie gelungen ist, ein geschlossenes Maßkonzept zu entwickeln, das sich für einen Vergleich mit entsprechenden Maßordnungen der zeitgenössischen Architektur eignet³.

Im vorliegenden Beitrag soll thesenartig aufgezeigt werden, daß dies für die Teilverhältnisse auf dem Himmelsglobus bei Eudoxos von Knidos und seinen Nachfolgern gelten kann, die nicht nur zeitlich dem rein gedanklichen Ansatz der pythagoreischen Zahlenlehre im Spätwerk Platons nahe stehen. Eudoxos, zur Jahrhundertmitte eine hoch angesehene Persönlichkeit und zentrale Figur der griechischen Mathematik, selbst Pythagoreer und Schüler des pythagoreischen Mathematikers und Musiktheoretikers Archy-

tas von Tarent⁴, findet sich zumindest zeitweise im näheren Umkreis des karischen Satrapen Maussollos. Zu diesem zählen an erster Stelle die Architekten und Bildhauer des Maussolleions, darunter auch Pytheos,

Für den vorliegenden Beitrag wurde der auf der Tagung 1992 der Koldewey-Gesellschaft referierte Text weitgehend neu gefaßt und um einige Gedanken zur Orientierung des Stadtplans von Priene ergänzt. Für Unterstützung, Hinweise und Diskussion danke ich W. Breidert, W. Hoepfner, S. W. Krieg, C. Meckseper, W. Schirmer, H. Schmidt, W. Schnuchel, J. Tomlow und B. L. van der Waerden.

Die abgekürzten Literaturhinweise entsprechen den Empfehlungen des Deutschen Archäologischen Instituts (zuletzt: Archäologischer Anzeiger 1989, 721–728).

¹ Zur griechischen Astronomie aus mathematikhistorischer Sicht: O. Neugebauer, *A History of Ancient Mathematical Astronomy* (1975), bes. 569–776; B. R. Goldstein, *Theory and Observation in Ancient and Medieval Astronomy* (1985); B. L. van der Waerden, *Die Astronomie der Griechen* (1988). – *Altertumswissenschaftliche Arbeiten mit philosophisch-philologischem Zugang zum gleichen Thema*: A. C. Bowen (Hrsg.), *Science and Philosophy in Classical Greece* (1991); K. von Fritz, *Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissenschaft* (1971); D. R. Dicks, *Early Greek Astronomy to Aristotle* (1970) sowie: Á. Szabó – E. Maula, *Enklíma* (1982), vgl. dazu die Rezension von B. L. van der Waerden, *Gnomon* 56, 1984, 176–177; ähnlich: Á. Szabó, *Das geozentrische Weltbild* (1992); zur Astronomie vor Platon: F. Franciosi, *Le origini scientifiche dell'astronomia greca* (1990).

² Auf die Unverzichtbarkeit von »Mimemata« für die astronomische Diskussion wird in Platons »Timaios« hingewiesen (40d).

³ Zum antiken Globus: A. Schlachter, *Der Globus, Stoiicheia* 8 (1927). – Man kennt nur zwei instrumentale – als Sonnenuhren – verwendete antike Globen, je ein Exemplar aus Prosymna (Argolis) und neuerdings aus Matelica (Marche), vgl. die Beiträge von F. Azzarita und G. Fantoni in: M. Fano Santi (Hrsg.), *Archeologia e Astronomia*, *RdA Suppl.* 9, 1991, 96–99, Taf. XIX–XX u. 100–106, Taf. XI–XIII.

⁴ In den Philosophenviten des Diogenes Laertios (VIII 86–91) erscheint Eudoxos als letzter der Pythagoreer und nicht im anschließenden Kapitel der »vereinzelt dastehenden« Philosophen (Zitate nach: Diogenes Laertios, *Leben und Meinungen berühmter Philosophen*, Übers. v. O. Apelt, 3. Aufl. 1990, hier: 153–156).

seinerseits eine legendäre Gestalt der antiken Architektur.

Das Vorhaben, die Astronomie als Schlüsseldisziplin des pythagoreischen Zahlenkosmos⁵ auf das ihr zugrundeliegende Maßkonzept zu befragen, kann daher in mehrfacher Hinsicht an den Versuch anknüpfen, den Anteil pythagoreischen Gedankengutes an mehr oder weniger sicher zuschreibbaren Werken des Pytheos, vor allem am Stadtplan von Priene, erstmals verbindlich zu benennen⁶. Dies geschieht auch im Hinblick darauf, daß in der Frage der Aktualität der pythagoreischen Lehre um die Mitte des 4. Jahrhunderts eine gewisse Unsicherheit besteht, und sei es deshalb, weil die moderne Wissenschaftsgeschichte in der Regel die fortschrittlichen, nicht die traditionellen Elemente im Werk des Eudoxos würdigt⁷.

Arithmetische Systeme und Kalenderzyklen.

Astronomische Maße vor Eudoxos

Der Schöpfungsbericht des ›Timaos‹ bei Platon⁸, die bekannteste Quelle zur pythagoreischen Astronomie, bietet zwar eine Konstruktionsbeschreibung, die aber ohne Kommentar unverständlich bleibt und im übrigen als bloße Anwendung pythagoreischer Zahlenlehre erscheint. Wenn dort ein baumeisterlicher ›Demiurg‹ sich anschickt, den ihm würdigsten aller Gegenstände, das Weltall, auf das Beste und Schönste einzurichten, dann folgt nicht etwa eine ›Baubeschreibung‹ des Himmelsgebäudes, sondern eine Auswahl von Zahlen – die Folge der Zweier- und Dreierpotenzen 1, 2, 3, 4, 9, 8 und 27 –, deren Eignung, Mittelwerte zu bilden, in allen pythagoreischen Disziplinen eine bestimmende Rolle spielt. Das Verhältnis dieser ›Sphärenharmonie‹ zur Nachprüfbarkeit astronomischer Tatsachen bleibt unausgesprochen. Eine derartige, rein gedankliche Astronomie, die den Nachvollzug der Schöpfung zum Gegenstand hat, nicht die Beobachtung unzusammenhängender Einzelphänomene – auch der Weltschöpfer bedarf keiner optischen Anregung – hatte Platon bereits im ›Staat‹ gefordert⁹, wohl aus der Überzeugung heraus, daß auch die mit der Wirklichkeit übereinstimmende Einzelbeobachtung ohne metrische Grundlage keine Maße hervorbringt und somit weder zur Erkenntnis des Kosmos verhilft noch ein Beitrag zu einem organisch geglieder-

ten Weltmodell sein kann. Die Bedeutungslosigkeit empirischer Forschung auch in der Astronomie versucht Platon am Beispiel der Harmonielehre drastisch vor Augen zu führen¹⁰.

Dagegen ist der Kalenderzyklus des Pythagoreers Philolaos von Kroton¹¹ ein Versuch, gedankliche und empirische Elemente zu verbinden. Der Zyklus des Philolaos wird von den Zahlen 2, 59 und 729 bestimmt, von denen nur $729 = 3^6$ als eigentlich pythagoreisch bezeichnet werden kann, nämlich als kleinste ungerade Zahl, deren Einheiten sich zu einem Quadrat $(3^3)^2 = 27^2$ ebenso wie zu einem Würfel $(3^2)^3 = 9^3$ zusammenstellen lassen¹². Ob dieser Versuch, Zahlenlehre und nachprüfbare Wirklichkeit zu vereinen, den anderen Zyklen des späten 5. Jahrhunderts (59 Jahre = 730 Monate bei Oinopides von Chios, 19 Jahre = 235 Monate bei Meton)¹³ sowie dem achtjährigen Zyklus zu 99 Monaten zeitlich vorausgeht, wie

⁵ vgl. auch F. Krafft in: K. Döring – G. Wöhrle (Hrsg.), Vorträge des ersten Symposions des Bamberger Arbeitskreises ›Antike Naturwissenschaft und ihre Rezeption‹ (1990) 33–63.

⁶ W. Hoepfner – E.-L. Schwandner, Haus und Stadt im klassischen Griechenland, Wohnen in der klassischen Polis 1 (1986) 247–256; W. Hoepfner, DiskAB 4 (o.J. [1984]) 13–23. Zu Pytheos auch W. Koenigs, DiskAB 4, 89–94.

⁷ Die weitverbreitete, summarische Vorstellung eines Eudoxos, der als Lichtgestalt der frühen Wissenschaft dank rationaler Haltung beobachtend und rechnend die pythagoreische Spekulation überwindet, weicht zunehmend einer differenzierteren Sichtweise, vgl. B. R. Goldstein – A. C. Bowen, A New View of Early Greek Astronomy, in: Isis 74, 1983, 330–340, bes. 332 f.

⁸ Platon, Timaos 27c–92c, bes. 35b–36d (Zahlenverhältnisse).

⁹ Platon, Politeia 528e–531c.

¹⁰ Platon, Politeia 530d–531c, zur empirischen Festlegung von Tonintervallen auf der Saite, bei der ›die Ohren über den Verstand‹ gestellt seien (531b).

¹¹ Älterer (?) Zeitgenosse Platons, einer antiken Legende zufolge der Verfasser des Werkes über die Pythagoreer, dem Platon seine astronomischen Kenntnisse verdankt haben soll (Diogenes Laertios VIII 84f.).

¹² Im Zyklus des Philolaos enthalten 2 Monate 59 Tage, 2 Jahre entsprechen 729 Tagen. Das ergibt eine Zyklusdauer zu 59 Jahren bzw. 729 Monaten, vgl. Neugebauer (wie Anm. 1) 619.

¹³ Neugebauer (wie Anm. 1) 619–624; A. C. Bowen – B. R. Goldstein, Meton of Athens and Astronomy in the Late Fifth Century B. C., in: A Scientific Humanist. Studies in Memory of Abraham Sachs (1988) 39–81, bes. 41–51.

man es im Sinne einer Entwicklung vom Spekulativen zum Empirischen erwarten könnte, ist nicht unbedingt sicher. Allen Zyklen gemeinsam ist die Beschränkung von Zahlenangaben auf die Verhältnisse von Zeitspannen, nämlich der Periodendauer der Kalendargestirne. Dem kalendarischen Zweck entsprechend wird nur mit ganzzahligen Einheiten gerechnet, etwa Schaltmonaten bzw. Schalttagen, nicht aber mit Bruchteilen, etwa dem Tagüberschuß des Jahres über 365 ganze Tage.

Das möglicherweise von Anaxagoras¹⁴ erdachte sphärische Weltbild wird in den Weltentwürfen in Platons »Staat«¹⁵ und im »Timaios« zwar vorausgesetzt, aber nicht mit Maßen versehen: astronomische Zahlenverhältnisse bezeichnen bis auf Eudoxos von Knidos ausschließlich kosmische Distanzen ohne irgendeine empirische Grundlage oder das Verhältnis von Gestirnumlaufzeiten mit stärkerer Bindung an nachprüfbarere Fakten, nicht aber Maße auf der Himmelskugel, mit denen die gegenseitigen Teilverhältnisse der darauf befindlichen Kreise durch Zahlen beschrieben werden könnten¹⁶.

Im folgenden werden die Globusbeschreibungen des – heute vor allem wegen seines Systems homozentrischer Sphären¹⁷ gewürdigten – Eudoxos und seiner Nachfolger daraufhin befragt, ob deren sphärische Himmelsmodelle mit geschlossenen Maßkonzepten ausgestattet und wie lange diese in Gebrauch waren.

Zuvor muß jedoch von den besonderen Bedingungen die Rede sein, denen das Festlegen von Maßen auf der Kugel unterliegt.

Elementare Bedingungen für das Festlegen von Maßen auf der Kugeloberfläche

Es scheint bei den frühesten sphärischen Maßen angebracht, von astronomischen Maßsystemen späterer Zeiten in mehrfacher Hinsicht abzusehen. Das Registrieren von Himmelsphänomenen auf einer neutralen Maßgrundlage, die jede gewünschte Rechengenauigkeit erlaubt wie etwa die erst bei Hipparch und Hypsikles (2. Jahrhundert v. Chr.) eingeführte 360°-Teilung, steht der für den Pythagoreer Eudoxos maßgeblichen Leitvorstellung schöpferischer, organisch gegliederter Maßsysteme – vor allem in dem rein gedanklichen, pythagoreisch geprägten Ansatz im »Timaios«

bei Platon – diametral entgegen. Die für beliebige Maße offene Bogen- oder Winkelteilung späterer Zeiten oder die lückenlose Rechengenauigkeit der 360°-Teilung können somit für die elementaren Himmelsmodelle des 4. Jahrhunderts in keiner Weise vorausgesetzt werden¹⁸ – ebensowenig wie der wesentlich

¹⁴ Die antiken Legenden um Anaximander als Gründergestalt der Astronomie gelten heute als unhistorische Konstruktionen, vgl. D. Fehling, Das Problem der Geschichte des griechischen Weltmodells vor Aristoteles, in: Rheinisches Museum für Philologie N. F. 128, 1985, 195–231.

¹⁵ Politeia 614b–621d, vgl. W. R. Knorr, Plato and Eudoxus on the Planetary Motions, in: Journal for the History of Astronomy 21, 1990, 313–329.

¹⁶ Scheinbare Ausnahme ist der – auch bei Vitruv (9,7,4) so angegebene – Abstand der Wendekreise vom Äquator zu einem Fünfzehntel des Meridians, den K. von Fritz dem Oinopides zuschreibt (R. E. XVII s. v. Oinopides, Sp. 2260–2267). Die entsprechende Konstruktion eines 15-Ecks findet sich erst bei Euklid (Elemente IV, 16). Die Kreisteilung in 15 Abschnitte steht isoliert auch zu den hier besprochenen sphärischen Maßen.

¹⁷ Eine völlig befriedigende Würdigung der Person und des Werks des Eudoxos fehlt bisher. Zu den verstreuten, hauptsächlich astronomischen Fragmenten und Zeugnissen der Globusbeschreibungen und der homozentrischen Sphären vgl. die Textausgabe von F. Lasserre, Die Fragmente des Eudoxos von Knidos (1966). – Eine erste umfassende fachhistorische Würdigung der »homozentrischen« Sphären des Eudoxos gibt die Abhandlung des Mailänder Astronomen G. Schiaparelli, Die homozentrischen Sphären des Eudoxos, des Kallippus und des Aristoteles (aus dem Italienischen übersetzt von W. Horn), in: Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik und Physik 1, 1877, 101–198 u. Taf. 1–2 (Zeitschrift für Mathematik und Physik. Supplement zur historisch-literarischen Abtheilung des 22. Jahrgangs, 1877). – Neuere Arbeiten betonen im Sinne eines werkgerechten Zugangs die Verwendung »zeitgenössischer Mittel« bei der Konstruktion von Bahnkurven auf homozentrischen Sphären mittels »analemmatischer« Verfahren (Tafelprojektion), Zirkel und Lineal (O. Neugebauer, Astronomy and History (1983) 305–309, Erstpublikation: Scripta Mathematica 19, 1953, 225–229) oder bei dem Versuch, astronomische und mathematische Konzepte des Eudoxos (homozentrische Sphären, Würfelverdoppelung, Proportionstheorie) aufeinander zu beziehen (R. C. Riddell, Archive for History of Exact Sciences 20, 1979, 1–19). – Neuerdings: D. Fowler, Eudoxus' Calendar and Its Relation to His Proportion Theory (Beitrag zum International Symposium on Early Greek Mathematics, Athen 1992. Tagungshinweis aus: Historia Mathematica 19, 1992, 430).

¹⁸ Euklid kennt zwar den Begriff des Winkels, nicht aber den Teilkreis zum Abgreifen oder Ablesen bestimmter Maße, vgl. Á. Szabó, Das geozentrische Weltbild (1992) 317–321.

astrologisch motivierte Wunsch nach mathematischer Verfügbarkeit der Kugeloberfläche. Eine vollkommen ausgebildete sphärische Trigonometrie gibt es erst bei Ptolemäus¹⁹.

Von der Astronomie des späten Platon und auch des Eudoxos ist dagegen auch hinsichtlich des Maßkonzeptes eine gedankliche Reduktion der scheinbar unregelmäßigen Himmelserscheinungen auf ein elementar geordnetes System zu erwarten, in dem ausschließlich die unveränderlichen Maße Platz haben, wie sie etwa zur Konstruktion eines Globus erforderlich sind – so wie die Entwurfsmaße eines Bauwerks selbstverständlich auf das Notwendige beschränkt sind.

Wie könnte nun ein derart elementares Maßsystem für die Himmelskugel aussehen?

Der Verzicht auf den Bogen- und Winkelbegriff führt notwendig darauf, die Teilverhältnisse eines Himmelskreises auf einbeschriebene regelmäßige Polygone zu beziehen. Sollen darüber hinaus Teilverhältnisse von Kreisen unterschiedlicher Größe – etwa des Meridians und der Wendekreise – vergleichbar bleiben, dann muß der Umfang eines jeden dieser Kreise auf eine gemeinsame Maßeinheit bezogen werden und das ganzzahlige Vielfache dieser Einheit betragen. Das Festlegen der Maßeinheit – eine Art geometrisch erzwingener Modul – könnte nun nach freiem Belieben erfolgen und nur der Vorgabe unterworfen sein, die entsprechenden Verhältnisse auf der Himmelskugel möglichst zutreffend zu beschreiben. Vor dem Hintergrund der gedanklichen Astronomie Platons müßte dies freilich als konzeptioneller Mangel gelten, denn Platon lehnt ein Ablesen von Verhältnissen auf der Himmelskugel grundsätzlich ab, wie die entsprechende, vieldiskutierte Stelle im ›Staat‹ zeigt:

»... Also darf man dieses Himmelsgemälde nur als Beispiel gebrauchen um der Wissenschaft willen, die zu Höherem führt; das ist so, wie wenn jemand geometrische Körper fände, die von Daidalos oder einem anderen Künstler oder Maler sorgfältigst geformt sind. Ein kundiger Geometriker, der dies sähe, würde darin eine hervorragende Arbeit finden, aber lächerlich erschiene es ihm, sie allen Ernstes dazu zu studieren, um darin die Wahrheit über das Gleiche, Doppelte oder sonst ein harmonisches Verhältnis zu erfassen...

Ebenso wird es einem wahren Astronomen ergehen,

wenn er auf die Bewegungen der Gestirne blickt. Er findet zwar, der Himmel und alles in ihm sei von dem baumeisterlichen Schöpfer so schön gestaltet worden, wie es bei solchen Werken nur möglich sei; aber das Verhältnis der Nacht zum Tag und dieses zum Monat und des Monats zum Jahr und der andern Gestirne untereinander – wer da glaubt, dies alles geschehe immer in gleicher Weise und weiche niemals irgendwie ab, wo es sich doch um körperhafte und sichtbare Gebilde handelt, den wird er für einen Toren halten und für töricht, an ihnen auf jede Art die Wahrheit erfassen zu wollen...

Als Übungsstoff also verwenden wir Geometrie wie Astronomie, die Welt am Himmel aber lassen wir, wenn wir durch richtige Beschäftigung mit der Astronomie das wesenhaft Vernünftige in unserer Seele aus unbrauchbarem Zustand brauchbar machen wollen.«²⁰

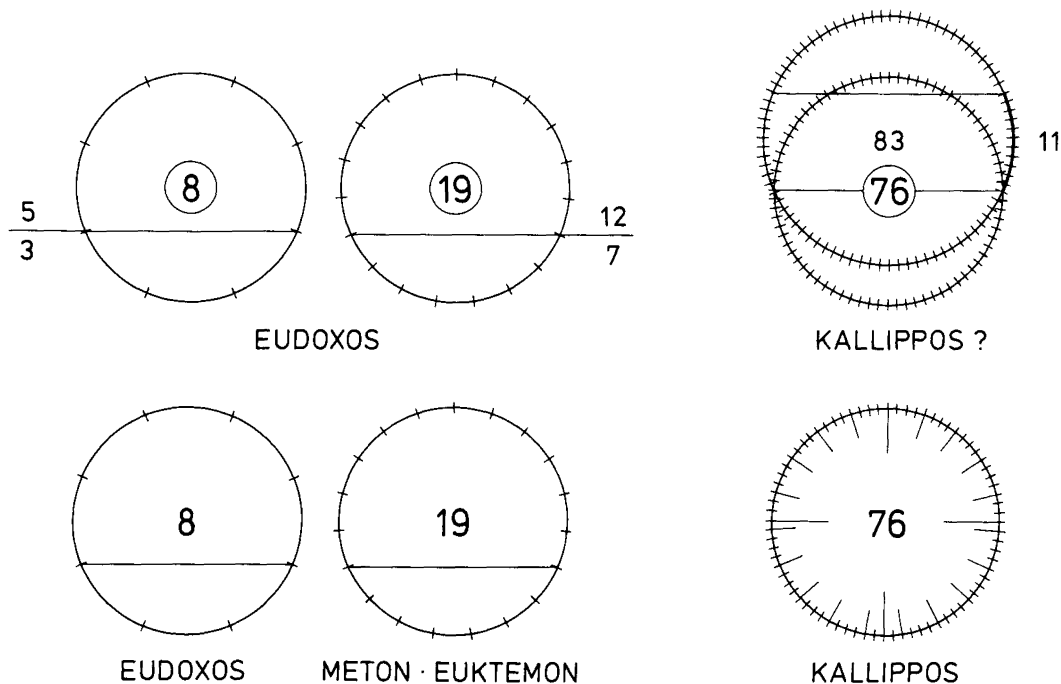
Im vorliegenden Zusammenhang wird zu zeigen sein, wie weit das astronomische Maßkonzept des Eudoxos von Knidos und seiner Schule dem hochgesteckten Anspruch Platons nach geschlossener Formulierung entgegenkommen konnte, ohne dabei die notwendigen und aus späterer Sicht selbstverständlichen Zugeständnisse hinsichtlich einer Übereinstimmung von maßstäblicher Beschreibung und Himmelswirklichkeit aus dem Auge zu lassen.

Die ältesten Maßverhältnisse auf der Kugeloberfläche bei Eudoxos und Eratosthenes

Eudoxos und seine Nachfolger scheinen sich tatsächlich auf nur die beiden Angaben zu beschränken, die zum Einrichten eines Himmelsglobus unbedingt notwendig sind: die Neigung der Himmelskugel über dem örtlichen Horizont wird durch das Verhältnis des Tagabschnittes zum Nachtabschnitt auf dem Sommer-

¹⁹ Der Satz des Menelaos entstand um 100 n. Chr., die Sehnentafeln des Almagest um 140 n. Chr. – Zur gegenseitigen Abhängigkeit astrologischer und mathematischer Konzepte demnächst ausführlich G. J. Toomer in seiner Hipparch-Monographie, vgl. vorläufig: ders., Hipparchus and Babylonian Astronomy, in: A Scientific Humanist. Studies in Memory of Abraham Sachs (1988) 353–362.

²⁰ Platon, Politeia 529d–530b (Zitat nach der Übersetzung von K. Vretska. Platon, Der Staat, Stuttgart 1958).



1. Gegenüberstellung der sphärischen Teilverhältnisse (oben) bei Eudoxos (Teilung des Sommerwendekreises in einen größeren Tagabschnitt und einen kleineren Nachtabschnitt, 5:3 bzw. 12:7) und ›Eratosthenes‹ (Kallippos? Verhältnis des Bogens zwischen den Wendepunkten zum gesamten Meridianumfang, 11:83) und der vermutlich zugrundeliegenden Kalenderzyklen (unten) des Eudoxos (8jähriger Zyklus), des Meton und des Euktemon (19jähriger Zyklus) und des Kallippos (76jähriger Zyklus).

wendekreis festgelegt²¹, ein weiteres Teilverhältnis beschreibt den Abstand der Wendekreise untereinander. Die folgenden Überlegungen sollen zeigen, daß zwangsläufig nur die aus der astronomischen Literatur überlieferten Maßverhältnisse entstehen können, wenn man ihnen ein Konzept zugrundelegt, das von einer kalendarisch bestimmten Teilung der Wendekreise ausgeht.

Abbildung 1 zeigt die wenigen aus der astronomischen Literatur bekannten Maße schon im Zusammenhang mit ihrem vermuteten kalendarischen Bezug: zwei Maßvarianten des Eudoxos bezeichnen ausdrücklich nur das Verhältnis der Tag- und Nachtabschnitte auf dem Sommerwendekreis (5:3 bzw. 12:7)²², während das – nach Ptolemäus – von Eratosthenes »gefundene« Verhältnis 11:83 den Abstand

²¹ Die spätere Übernahme dieser Praxis zur Definition der geographischen Breite (wenig später auch durch das Verhältnis des Nachtgleichschattens zur Gnomonhöhe oder – wie heute noch üblich – durch die Polhöhe) bedeutet nicht, daß schon bei Eudoxos ein geographischer Zusammenhang intendiert ist. In seinen geographischen Fragmenten gibt es keine entsprechenden Zahlenangaben.

²² In den Schriften des Eudoxos zum Himmelsglobus (›Enoptron‹, ›Phainomena‹), fragmentarisch überliefert bei Hipparch, In Arati et Eudoxi Phaenomena Commentarii 1.3, 5–10 (Ed. Manitius 1894, 26–29); F. Lasserre, Eudoxos (wie Anm. 17) 52 f. (F 67 u. 68); A. C. Bowen – B. R. Goldstein, Proceedings of the American Philosophical Society 135, 1991, 233–254. – Neugebauers Vorschlag, das einheitlich überlieferte Verhältnis 12:7 in 11:7 zu verbessern, ist zwar geographisch zutreffender, überzeugt aber gerade deshalb nicht, da im Kommentar Hipparchus (1.2.10, Manitius 28–29) eben jenes Verhältnis 12:7 als »fehlerhafte Bestimmung« der geographischen Breite Griechenlands kritisiert wird (Neugebauer [wie Anm. 1] 733 Anm. 28).

der Wendekreise auf dem Meridian im Verhältnis zum gesamten Meridianumfang nennt²³. Ergänzt man dazu jeweils den Wendekreisumfang, dann ergibt sich aus den beiden Tag-Nacht-Verhältnissen unmittelbar ein Wendekreis, der 8 bzw. 19 Abschnitte enthält, während der Meridianteilung 11:83 in sehr guter Näherung ein Wendekreis mit 76 Abschnitten entspricht²⁴. Der hier auftretende Fehler zu $\frac{1}{1000}$ des Meridianumfanges kann vernachlässigt werden, da weder seine Existenz noch Größenordnung mit den mathematischen Mitteln der Zeit faßbar waren.

Kalenderzyklus und Wendekreisteilung. Zur Systematik der sphärischen Maße

Nun sind die oben als Wendekreisteilungen erwiesenen Zahlen 8, 19 und 76 seit langem aus einem scheinbar ganz anderen astronomischen Zusammenhang bekannt: es handelt sich jeweils um die Jahrdauer der drei geläufigsten Kalenderzyklen der Antike. Der 8jährige Zyklus wird teils dem Kleostratos zugeschrieben, teils Eudoxos selbst, der 19jährige Zyklus Meton und Euktemon (Ende 5. Jahrhundert), der 76jährige dem Kallippos, der das System der homozentrischen Sphären des Eudoxos erweitert hat (um 330)²⁵.

Der Zusammenhang mit den zuvor genannten Wendekreisteilungen läßt sich zwanglos herstellen, wenn man die Gewohnheit antiker astronomischer Kalender aufgreift, den Jahreswechsel stets mit der Sommersonnenwende zusammenfallen zu lassen²⁶.

Dann bewirkt nämlich der gegen Ende des Jahres anfallende Tagüberschuß im Laufe des Kalenderzyklus eine Teilung des Sommerwendekreises in ebenso viele Abschnitte wie der Zyklus oder ein ganzjähriger Teil davon Jahre enthält (Abb. 1 unten); dies als Folge einer Übertragung der Kalenderrechnung auf den Himmelsglobus, auf dem selbstverständlich die kalendarische Beschränkung auf das Rechnen mit ganzen Tagen und Schalttagen nicht weiterhilft, sondern die Einführung einer den Jahreswechselpositionen des Zyklus entsprechenden Tagteilung auf dem Wendekreis erfordert – die, einmal festgelegt, keine weiteren Teilungen zuläßt, welche in einem einheitlich und widerspruchsfrei geordneten Kosmos auch überflüssig wären.

Die Entstehung der Wendekreisteilungen in 8, 19 und 76 Abschnitte kann so auf die Kalenderzyklen entsprechender Jahrdauer zurückgeführt werden, womit die oben angesprochene Frage des Maßkonzepts durchaus im Sinne der platonischen Forderung nach Verzicht auf einfaches Ablesen von Verhältnissen auf der Himmelskugel gelöst scheint. Die Notwendigkeit, Erfahrungstatsachen in das sphärische Maßkonzept einfließen zu lassen, wird auf das Feststellen von Kalenderzyklen verlagert.

Auf derart »kalendarisch« geteilten Wendekreisen müssen dann schließlich die eigentlichen Teilverhält-

²³ Claudius Ptolemäus, *Syntaxis mathematica* (Almagest) I 12 u. 14 (Ed. Heiberg 1898 u. 1903, 167f.). – Bisher dachte man sich die 11/83 als Ergebnis einer Antanairesis oder Wechselwegnahme in unterschiedlichen Entstehungsszenarien: P. Tannery, *Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne* (1893) 79; K. P. Moesgaard, *Centaurus* 24, 1980, 51–96, bes. 83; B. L. van der Waerden, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations* (1983) 65 f.; D. Rawlins, *Isis* 74, 1983, 259–265; D. H. Fowler, *Isis* 74, 1983, 556–561; D. Rawlins, *Isis* 74, 1983, 561–562; B. R. Goldstein, *Archives Internationales d'Histoire des Sciences* 33, 1983, 3–14. – Der Versuch, aus einer sprachlichen Unschärfe der Zuschreibung an Eratosthenes (Almagest I 12) die 11/83 mit philologischen Argumenten Ptolemäus selbst zuzuweisen (H. Berger, *Die geographischen Fragmente des Eratosthenes* (1880) 131; Th. Heath, *Aristarchus of Samos* (1913) 131 Anm. 4; Ch. M. Taisbak, *Centaurus* 27, 1984, 165–167) wird von G. J. Toomer, *Ptolemy's Almagest* (1984) 63 Anm. 75, überzeugend widerlegt durch den Verweis auf die Parallelstelle I 14. Dort kommentiert Ptolemäus sein in der Gradnotation gegebenes Bogenmaß für den Meridianabstand der Wendekreise: »according to the ratio 11:83, with which we agreed« (Toomer, a. a. O., 70), und weist damit die 11/83 wohl kaum als eigene Erfindung aus – die nach 300 Jahren Gradnotation auch ziemlich anachronistisch wäre.

²⁴ $76 \approx 83 \cos \varepsilon = 83 \cos (\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{83} \cdot 360^\circ)$. Die »Schiefe der Ekliptik« ε in der modernen Formel entspricht dem halben Bogen zwischen den Wendepunkten. Das antike Verfahren müßte auf einem massiven Globus oder einer Hemisphäre von der 76teiligen Wendekreisteilung zu den 83 bzw. 11 Teilen auf dem Meridian geführt haben – durch Ausmessen mit einem Zirkel, der fest auf die Seitenlänge des vom Wendekreis umschriebenen 76-Ecks eingestellt ist. Die Frage der Konstruierbarkeit der kalendarisch vorgegebenen 76-Teilung erscheint dabei nachrangig.

²⁵ Geminus, *Elementa Astronomiae* (Eisagoge) Cap. VIII (Ed. Manitius 1898, Nachdruck 1974, 100–123); Neubauer (wie Anm. 1) 622–624.

²⁶ Zu den astronomischen Kalendern vgl. van der Waerden (wie Anm. 1) 76–92.

nisse durch Vergleich mit den aktuellen Verhältnissen auf der Himmelskugel festgelegt werden. Die Wahl der Maßzahlen ist dann allerdings so stark eingeschränkt, daß selbst ein überschlägiges Abschätzen mit anspruchslosen Mitteln, etwa einfachen Auslaufgefäßen zur Zeitmessung, fast zwangsläufig auf die genannten Literaturzahlen führt. Die Teilverhältnisse 5:3 und 12:7 des Eudoxos entsprechen zwar einer etwas nördlicheren Gegend als der des mittleren Griechenland (41° bzw. $42,5^\circ$ statt richtig 36° – 39°), aber die Größenordnung stimmt im Gegensatz zu den möglichen Varianten 4:4 und 6:2 für den 8teiligen Wendekreis bzw. 11:8 und 13:6 – das entspräche 29° bzw. 51° geographischer Breite – für den 19teiligen.

Auf dem Meridian, der selbst 83 Teile des 76teiligen Wendekreises enthält, sind 10 Teile ($43^\circ 20'$) als Maß für den Abstand der Wendekreise deutlich zu klein, 12 Teile (52°) eindeutig zu groß, dagegen entsprechen 11 Teile ($47^\circ 40'$) recht genau dem damals aktuellen Verhältnis $47^\circ 27'$; der Fehler beträgt $\frac{1}{200}$ des Meridianumfanges. Im Gegensatz zu den Maßen des Eudoxos kann dieses Verhältnis freilich nicht mit Hilfe von Auslaufuhren bestimmt werden, sondern erfordert ein im weitesten Sinne sphärisches Instrument, wenigstens einen ungeteilten Meridiankreis.

Es liegt nahe, die Einführung des 76teiligen Wendekreises und der davon abgeleiteten Meridianteilung 11/83 nicht wie Ptolemäus dem Eratosthenes zuzuschreiben, sondern Kallippos, auf den auch der 76jährige Kalenderzyklus zurückgeht. Der mehrere Generationen jüngere Eratosthenes wäre demnach nicht als »Erfinder« der 11/83 anzusehen, sondern als älteste Quelle für dieses Zahlenpaar, die Ptolemäus oder zuvor schon Hipparch vorgelegen hat. Vermutlich ist mit der entscheidenden Kritik am Prinzip der Homozentrik durch Autolykos (Ende 4. Jahrhundert) und dem Wunsch nach rechnerisch bequemeren und offeneren, auf Großkreise bezogenen Maßen, wie sie bei Aristarch (Anfang 3. Jahrhundert) vorliegen, auch das organische, aber starre Maßkonzept verlassen worden, das von Eudoxos noch ganz im Sinne pythagoreischer Geschlossenheit eingerichtet und von Kallippos zur Aufnahme des Meridians und des Wendekreisabstandes mit der kleinteiligeren Gliederung in 76 Abschnitte versehen worden war.

Das Werk des Kallippos erscheint auch in dessen übrigen Leistungen als grundsätzlich ideenkonforme Fortsetzung und Verfeinerung der von Eudoxos vorgegebenen elementaren Konzepte. Die zur Verbesserung des eudoxischen Weltmodells angestellten Beobachtungen des Kallippos, Anlaß für die letztlich abträgliche Komplizierung der homozentrischen Sphären, waren offenbar so sorgfältig, daß sie das Weltmodell, das mit ihnen erwiesen werden sollte, vor allem wegen ihrer unveränderten Gültigkeit überdauern haben. Akzeptiert man die zuvor genannte Zuschreibung der 11/83 an Kallippos, dann kann neben der gründlichen Bestimmung der Jahreszeitendauer und der Einrichtung des 76jährigen kallippischen Zyklus nun auch die Bestimmung des Abstandes der Wendekreise zu dessen – jedenfalls in antiker Zeit – bleibenden Leistungen gezählt werden, wobei nur der für die ursprüngliche Notation maßgebliche Wendekreisumfang entfallen sein muß, bevor Eratosthenes Mitte des 3. Jahrhunderts die 11/83 als Meridianabstand der Wendekreise für die Nachwelt schriftlich festhielt.

Wenn das Maßkonzept für den Himmelsglobus bei Eudoxos von Knidos und seinen Nachfolgern tatsächlich auf ein System konstruktiv notwendiger Maße zurückgeführt werden kann, denen eine kalenderisch bedingte Wendekreisteilung in 8, 19 bzw. 76 Abschnitte zugrunde liegt, dann unterscheidet es sich gründlich von späteren astronomischen Maßsystemen, die beliebigen Maßen offenstehen und keinen schöpferischen Zusammenhalt zum Ausdruck bringen. Um die Mitte des 4. Jahrhunderts, in einem Zeitraum von nur ein bis zwei Generationen – zuvor nicht und danach nicht wieder –, erscheint der Himmelsglobus dagegen gegliedert wie eine Architektur. Dies soll Anlaß sein für einen Seitenblick auf zeitgenössische Entwurfskonzepte im Bauwesen, vor allem im zunehmend besser bekannten Werk des Pytheos und dessen Nachwirkung bis auf Vitruv.

Astronomie – Architektur: Maßstruktur, Maßzahlen, astronomische Orientierung

Die archäologische Bauforschung ist in den letzten Jahren im Zusammenhang mit dem hippodamischen Städtebau, besonders aber an dem Stadtgrundriß von Priene, dessen Zuschreibung an Pytheos erstmals ver-

bindlich formuliert wurde²⁷, aber auch bei einer Reihe klassischer griechischer Tempel²⁸ mehrfach auf die pythagoreische Lehre gestoßen. Gelegentlicher Reserviertheit gegenüber Organisationsform und »spekulativer« Weltanschauung der Pythagoreer entspricht der Verweis auf eigenständige, »rationale« Traditionen im Bauwesen²⁹.

Neben den oben angesprochenen möglichen Parallelen des sphärischen Maßkonzepts zu architektonischen Gliederungsprinzipien stellt sich die Frage, ob die Vorstellung eines geordneten Kosmos über eine derartige Verwandtschaft in Struktur und Metrik hinaus auch eine unmittelbar räumliche Zuordnung von Architektur und Himmelsgebäude zur Folge haben kann, die an den Bauten selbst nachweisbar sein müßte. An erster Stelle wird man dabei an die Ausrichtung von Bauten auf die Haupthimmelsrichtungen denken, die – im Gegensatz zur einfachen sogenannten »Orientation« auf Horizontphänomene³⁰ – nur mit Hilfe ausgesprochen astronomischer Verfahren mit wenigstens zwei zusammenhängenden Beobachtungen am Tag- oder Nachthimmel erfolgen kann.

Die Suche nach Beispielen in der gebauten Architektur des 4. Jahrhunderts und bei Vitruv, denen eine Verwandtschaft mit dem zuvor aufgezeigten astronomischen Maßkonzept hinsichtlich der Struktur ihrer Maßgrundlage und möglicher Übernahmen sphärischer Maße in die Architektur unterlegt werden kann oder solcher, die eine astronomische Orientierung vermuten lassen, ergibt das folgende, möglicherweise unvollständige Bild:

Rastergrundrisse

Das Konzept einer organischen Teilung auf der Grundlage einer augenfälligen und konstruktiv sinnvollen Bezugsgröße (»Modul«), wie sie bei Vitruv für alle Bauwerke empfohlen wird, führt man gewöhnlich bis auf die »Rastergrundrisse« des Pytheos zurück³¹. Der Zeus-Tempel in Labraunda³², nicht zuletzt aufgrund seiner Kapitellgliederung dem Pytheos zuschreibbar, hat im Gegensatz zu älteren ionischen Umgangstempeln einheitliche Jochweiten, das Maussoleion in Halikarnassos³³ und der Athena-Tempel in Priene³⁴, die als sichere Werke des Pytheos gelten können, darüber hinaus die Plinthenbreite als augen-

fälliges Grundmaß der Ringhalle, die man als Modul auffassen kann wie die Triglyphenbreite bzw. den (unteren) Säulendurchmesser bei Vitruv³⁵.

Kapittelteilung und Säulenhöhe der ionischen Ordnung bei Vitruv

Ein Nachweis der kalendarischen Verhältnisse 8, 19 und 76 als Hauptverhältnisse bestimmter Bauglieder, die der Architektur die Teilhabe am aktuellen Zahlenkosmos sichern sollte, kann mit Aussicht auf Erfolg

²⁷ Hoepfner – Schwandner, Haus und Stadt (wie Anm. 6) 254–256.

²⁸ D. Mertens, Der Tempel von Segesta und die dorische Tempelbaukunst des griechischen Westens in klassischer Zeit (1984); ders., DiskAB 4, 137–145. In beiden Arbeiten ist freilich der Bezug auf die Pythagoreer noch nicht angesprochen. Gleiches gilt für die Beiträge zum Entwurf des Parthenon in: E. Berger (Hrsg.), Parthenon-Kongreß Basel 1982 (1984). – Zur Frage der Akropolis-Fußmaße zuletzt: H. Bankel, AA 1991, 151–163.

²⁹ Über »Maße und Proportionen in der griechischen Baukunst« berichtet W. Koenigs in: Polyklet. Ausst.-Kat. Frankfurt am Main 1990, 121–134, bes. 123. – Die Folgen der sparsam bemessenen intellektuellen Wertschätzung für das Bauhandwerk bei den griechischen Philosophen sind noch viel zu wenig untersucht. Wie weit diese sich mit dem gegenläufigen, ganz anders gearteten Eindringen der pythagoreischen Zahlenlehre in den Bauentwurf zusammenbringen läßt, muß einstweilen offen bleiben. Die dem sog. »Lehrsatz des Pythagoras« – zum Erzeugen von Zahlentripeln für die Seitenverhältnisse rechtwinkliger Dreiecke – gelegentlich zugewiesene Rolle als Maßgenerator am Bau scheint dann problematisch, wenn die offensichtlich bestimmenden Elemente einer Maßordnung als zufällige Resultate eines nachgeordneten Vorgangs bei der Bauausführung angesprochen werden.

³⁰ Zu den Thesen von H. Nissen, Orientationen (1908), vgl. die Kritik bei A. von Gerkan, Griechische Städteanlagen (1924) 74–82.

³¹ Hoepfner – Schwandner, a. a. O., 254; W. Hoepfner in: W. Hoepfner – E.-L. Schwandner (Hrsg.), Hermogenes und die hochhellenistische Architektur (1990) 27.

³² Zum Entwurf des Zeus-Tempels vgl. Th. Thieme in: Architecture and Society in Hecatomnid Caria, Boreas 17 (1989) 77–90.

³³ Einen ausführlichen Bericht gibt zuletzt: K. Jeppesen, JdI 107, 1992, 59–102, bes. 90–96.

³⁴ vgl. den Vorbericht der Untersuchungen am Athena-Tempel in Priene: W. Koenigs, IstMitt 33, 1983, 140–176.

³⁵ Hoepfner – Schwandner, Haus und Stadt (wie Anm. 6) 192 Abb. 191. – P. Pedersen in: Boreas 17 (wie Anm. 32) 9–14, bes. 10. – Aufgrund der geringfügigen, konstruktiv begründeten Verbreiterung der Plinthen am Athena-Tempel in Priene (an jeder Seite um 4 mm oder $\frac{1}{40}$ des Rastermaßes) und der offenen Frage gleicher oder ungleicher

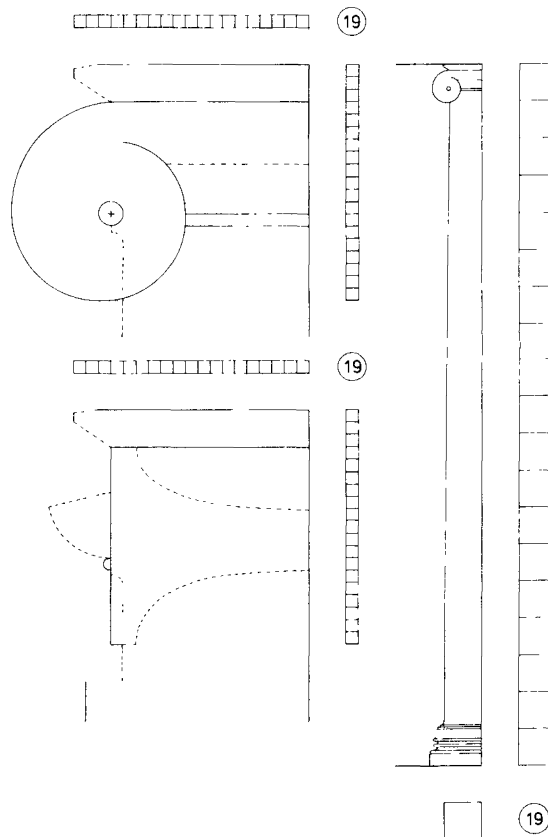
nur im Falle der 19-Teilung gelingen, worin die jüngere 76-Teilung eingeschlossen wäre (wegen $4 \cdot 19 = 76$). Weniger Hoffnung besteht bei der 8-Teilung, die ja leicht auch als Ergebnis bautypischen fortgesetzten Halbierens entstehen kann. Weil der Versuch, die Aufnahme astronomischer Maßverhältnisse in die Architektur zu behaupten, ohnehin problematisch ist, sei hier lediglich zusammengetragen, was gesichert erscheint.

Die 19teiligen Baugliederungen bei Vitruv finden sich an zwei Säulenhöhen und am Kapitell ionischer Ordnung. Beide Bemessungsvorschriften führen erneut in die Nähe der auf Pytheos zurückgehenden Tradition.

Die Säulenhöhen des Systylos und des Eustylos ionischer Ordnung betragen bei Vitruv $9\frac{1}{2}$ untere Säulendurchmesser, die obere Abakusbreite und -tiefe des Volutenkapitells übertreffen diesen um je $\frac{1}{18}$, betragen also jeweils $\frac{19}{18}$ des unteren Durchmessers. Die Kapitellhöhe einschließlich der Deckplatte enthält $9\frac{1}{2}$ entsprechender *partes*³⁶; Vitruv nennt für das Volutenkapitell noch weitere Kapitellabmessungen mit halben *partes*, so daß sich vermuten läßt, das Grundmaß des Kapitells sei eine halbe vitruvianische *pars*. Vergleichbares gilt für die Staffelung der Säulenhöhen zu den fünf Säulenarten: ganze Einheiten ergeben sich auch hier, wenn man statt des ganzen Säulendurchmessers einen halben als Bezugsgröße einsetzt und damit Vitruvs Bemessung der dorischen Ordnungen nach *moduli* zu einer Triglyphenbreite bzw. einer halben Säulenstärke angleicht³⁷.

Ersetzt man bei den genannten Säulenhöhen und Kapitellmaßen jeweils eine halbe *pars* durch eine ganze Einheit und betrachtet dazu nach Art eines Werkplans nur eine Hälfte der Säule, dann erscheint die 19-Teilung sehr deutlich an wünschenswert prominenter Position am Bauwerk (Abb. 2). Der mögliche Einwand, daß gerade beim Kapitell die überzeugend einfache Volutenproportionierung maßgeblich sei, erklärt nicht den Gang der Konstruktionsanleitung bei Vitruv, in den die Abakusmaße ausdrücklich einbezogen sind.

Ein unmittelbarer Bezug zu den Bauten des Pytheos ist bei der 19-Teilung des Kapitells freilich nicht gegeben. Zwar entspricht das einfache 1:2:3-Maßgerüst der Kapitele (Höhe : Tiefe : Breite) an den oben



2. 19teilige Bauglieder bei Vitruv: Maßgerüst des Volutenkapitells und Höhengliederung der Säule des ionischen Systylos und Eustylos (Maßeinheit: $\frac{1}{2}$ *pars* bei Vitruv).

Jochweilen am Maussolleion kann strenggenommen nicht von einem »Plinthenraster« gesprochen werden (am Athena-Tempel ist das Verhältnis von Plinthe zu Plinthenzwischenraum um 1% größer als bei Maßgleichheit). Die Plinthe dürfte wenigstens am Anfang des Entwurfsprozesses aber doch das bestimmende Grundelement des Rasternetzes gewesen sein, die konstruktiv schlüssige Korrektur fällt für den optischen Eindruck kaum ins Gewicht. – Zur Definition des Säulendurchmessers zuletzt: B. F. Weber, *IstMitt* 41, 1991, 423–438. Der dort diskutierte »mittlere Durchmesser« spricht das gerade bei »systematischen« Architekturtheoretikern oft vernachlässigte Problem an, Verbindliches über die gemeinsame Verwendung verjüngter Säulen und unverjüngter Pilaster an ein und demselben Bauzusammenhang mitzuteilen.

³⁶ Vitruv, *De architectura* 3,3,10 (Säulenhöhe). 3,5,5 (Kapitell).

³⁷ Als *modulus* (in der Bedeutung: Bezugsgröße für Bauwerksmaße) wird bei Vitruv ausschließlich das Triglyphon dorischer Ordnungen bezeichnet mit Ausnahme des Eu-

genannten, sicheren wie zugeschriebenen Bauten des Pytheos weitgehend der Gliederung des Volutenkapitells bei Vitruv – am weitesten offenbar am Zeus-Tempel in Labraunda, wo die Hauptmaße bei Vitruv als Achtfußmaße erkannt werden können (oder die doppelten Maßzahlen als Daktylen)³⁸ –, doch gerade die Abakusmaße (Stärke und Ausladung) sind an den ausgeführten Bauten deutlich kleiner als die bei Vitruv genannten $1\frac{1}{2}$ partes (hier: 3 Einheiten). Das schließt aber nicht aus, daß in der Schrift des Pytheos über den Athena-Tempel in Priene ein solches Maß genannt war: gerade an den jüngeren Kapitellen, die in der Tradition der Pytheos-Schrift entstanden sind, scheint entweder wenigstens die bei Vitruv gegebene Abakushöhe eingehalten (Magnesia, Artemis-Tempel des Hermogenes) oder das Verhältnis 1:1 der Ausladung zur Höhe (Athen, Attalos-Stoa)³⁹.

Die Teilung der Säulenhöhe in 19 Einheiten, die bei Vitruv auffallenderweise gleich an zwei Säulenarten, Systylos ($9\frac{1}{2}$ partes) und Eustylos ($9\frac{1}{2}$ moduli), vorkommt – wenn beim Systylos kein Überlieferungsfehler vorliegt –, läßt sich im Werk des Pytheos, wenigstens einstweilen, nicht nachweisen. Nicht auszuschließen sind entsprechende Säulenverhältnisse beim Zeus-Tempel in Priene. Der im Grundriß verwandte Zeus-Tempel (des Hermogenes?) in Magnesia gilt als Eustylos mit der von Vitruv genannten Grunddisposition von 4:9 und der zugehörigen Höhe von $9\frac{1}{2}$ Säulenstärken⁴⁰.

Zur Orientierung des Stadtplans von Priene

Schließlich folgt die Stadtanlage von Priene, die Pytheos zugeschrieben wird, bemerkenswert genau den Haupthimmelsrichtungen, anders als der vorausgehende Plan von Halikarnassos, der um 10° abweicht⁴¹. G. Kummer, Vermessungsingenieur der Priene-Grabung, schreibt nach seiner Untersuchung des Stadtgebietes und des Athena-Tempels:

»Es ist ein staunenswertes und zugleich lehrreiches Zeichen für die Fähigkeit der Alten, einmal mit solcher Präzision die Nordrichtung herzustellen – die Tempelachse weicht auf 40 m Länge, wie durch scharfe Messung festgestellt worden ist, nur um 3 cm, die Richtung der Achsen kaum um 1 cm von Norden ab – ferner unter den schwierigsten Terrainverhältnis-

sen ein solches Projekt abzustecken und auszubauen.«⁴²

Die Abweichung von den Hauptrichtungen beträgt somit beim Athena-Tempel in Priene ungefähr $2'$ oder $\frac{1}{8000}$ des Horizontumfangs; bei der Cheops-Pyramide⁴³ sind es im Mittel $3'$, die 1980 teilweise freigelegte Nord-Süd-Linie des monumentalen Marsfeld-Gnomons in Rom, einer dezidiert astronomischen Anlage, weicht um etwa $15'$ ab⁴⁴. Der Stadtplaner von Priene muß also für die Bestimmung der Nordrichtung entweder einen Astronomen herangezogen oder selbst ein entsprechendes astronomisches Verfahren gekannt haben, um die Planskulptur der Stadt dermaßen wohlorientiert auf den abschüssigen Felsengrund zu übertragen.

Unter den Astronomen des 4. Jahrhunderts, die im Falle der Stadtanlage von Priene die nötigen Kenntnisse persönlich oder durch ihre Schriften vermittelt haben könnten, kommt von der Biographie her allein Eudoxos von Knidos in Frage, wenngleich andere, ungleich weniger namhafte, nicht völlig ausgeschlossen werden können. Eine knappe Skizze zu Eudoxos und Pytheos, die beide im Umkreis des Maussollos

stylos, wo *modulus* das doppelte Maß, die Säulenstärke, meint. Alle anderen, in der neuzeitlichen Architekturtheorie ebenfalls unter dem Begriff »Modul« zusammengefaßten Bezugsgrößen heißen bei Vitruv schlicht *pars*, in den Kapiteleinführungen *rata pars*. Vitruvs eigenartige Bemessungspraxis für die Hallen hinter den Bühnenhäusern (5,9,4), wo beide Bezugsgrößen an einem Bauwerk nebeneinander bestehen, scheint ein Beleg für die Quellentreue der beiden vitruvianischen Begriffe. Als Indiz grundverschiedener Entwurfsprinzipien sieht sie dagegen J. J. Coulton in: H. Geertman – J. J. de Jong (Hrsg.), *Munus non ingratum*, BABesch Suppl. 2, 1989, 85–89.

³⁸ Zum Volutenkapitell des Zeus-Tempels in Labraunda: Hoepfner – Schwandner, a. a. O., 192–195. – Zum klassischen Volutenkapitell zuletzt W. Hoepfner in: Bathron, Festschrift H. Drerup (1988) 225–232.

³⁹ W. Hoepfner, AM 83, 1968, 213–234, bes. 215 u. 230.

⁴⁰ Hoepfner – Schwandner, Hermogenes (wie Anm. 31) 20–23.

⁴¹ von Gerkan, a. a. O., Abb. 7.

⁴² G. Kummer in: Th. Wiegand – H. Schrader, Priene (1904) 57–67, hier 61 u. 63.

⁴³ L. Borchardt in: Beiträge zur ägyptischen Bauforschung und Archäologie 1 (1937) 1–16, nach: R. Stadelmann, Die ägyptischen Pyramiden (1985) 108 Anm. 317.

⁴⁴ R. Bill, Allgemeine Vermessungs-Nachrichten 90, 1983, 147–154, hier: 153.

nachgewiesen sind, soll daher den vorliegenden Beitrag abschließen.

Pytheos – Eudoxos

Wie oben erwähnt, wird Pytheos – in durchaus bruchstückhafter Überlieferung – mit Satyros als Architekt des Maussolleions in Halikarnassos genannt, ferner als Verfasser einer Schrift über den Athena-Tempel in Priene⁴⁵. Über das sicher unvollständige Bild der wenigen schriftlichen Nachrichten hinaus haben vor allem Untersuchungen an der Bauskulptur und an den Bauten selbst, die teilweise noch andauern⁴⁶, zu weiteren Zuschreibungen geführt. Danach soll Pytheos auch den Stadtplan von Priene (und zuvor Halikarnassos?) entworfen haben, ebenso den Zeus-Tempel in Labraunda, möglicherweise auch den in Priene⁴⁷. Als Zäsur und chronologischer Halt wird allein der Tod des Maussollos im Jahre 353 v. Chr. gesehen.

Eudoxos von Knidos ging, so berichtet Diogenes Laertios⁴⁸, nach seiner ersten Athener Zeit und einem einjährigen Ägyptenaufenthalt zunächst »nach Kyzikos und der Propontis«, soll »aber auch bei Mausolos vorbeigekommen sein«⁴⁹, bevor er »darauf« wieder »nach Athen zurück(kehrte)«, um schließlich in Knidos als Gesetzgeber und Astronom tätig zu werden. Die in der neueren Forschung bevorzugte »späte« Chronologie für Eudoxos hat ihren Fixpunkt in dem Empfehlungsschreiben des spartanischen Königs Agésilaios II. für Eudoxos an Pharao Nektanebos. Es verweist auf einen geschichtlichen Zusammenhang – die Verdingung des Agésilaios als Schiffsführer bei Nektanebos –, an dem schon zu diesem frühen Zeitpunkt Maussollos beteiligt sei⁵⁰, und wird auf die Jahre nach 365 datiert⁵¹. Dadurch scheint es möglich, den zweiten Aufenthalt des Eudoxos in Athen als Folge des Todes des Maussollos in die Jahre nach 353 zu setzen. In Athen ist Eudoxos erneut Platon begegnet, also vor 349/348, vermutlich aber früher, denn offenbar nimmt dessen letztes Werk, die *Nomoi*, noch Bezug auf die homozentrischen Sphären des Eudoxos⁵².

Über Eudoxos' Aufenthalt bei Maussollos ist nichts bekannt als nur die genannte knappe Mitteilung und die Vermutung, es habe vor der Ägyptenreise einen ersten Kontakt gegeben, doch weiß man auch von den Werken zweier Bildhauer des Maussolleions, Skopas

und Bryaxis, in seinem Geburtsort und Alterssitz Knidos – der einzige namentlich bekannte Knidier mit Kontakt zu Maussollos ist Eudoxos⁵³. Man kann daher vermuten, daß dieser, wenn es ihm die Kürze seines »Vorbeikommens« und die mögliche Zurückhaltung seines Gastgebers erlaubt haben, die am Maussolleion gerade tätigen Architekten und Bildhauer kennengelernt und sie später für mögliche Aufträge oder Ankäufe vorgeschlagen hat.

Bei Pytheos, einem der beiden Architekten (und Bildhauer?) des Maussolleions, mag Eudoxos besonders nachhaltigen Eindruck hinterlassen haben: dieser besaß das göltige, zu bedeutenden Teilen auf ihn selbst zurückgehende Wissen der Zeit, war in der Geometrie Schüler des Pythagoreers Archytas von Tarent und hat demnach wohl auch dessen Musiktheorie gekannt. Ferner galt Eudoxos mit seinem Modell homozentrischer Sphären als Verfasser des seinerzeit göltigen, in seiner Geschlossenheit noch pythagoreischen Weltbildes. Seine Arbeiten auf dem Gebiet der Gnomonik brachten, wie man vermuten darf, die früheste Anwendung des sphärischen Himmelsmodells auf die Zeitmessung⁵⁴. Die Proportionenlehre des Eudoxos war als erste für beliebige Größenverhältnisse konzipiert (Zahlen, Strecken, Flächen, Volumina, Gewichte, Zeitabschnitte)⁵⁵.

⁴⁵ Zu den Schriftquellen vgl. S. Hornblower, *Mausolus* (1982) 227ff. – Unter den dort zurückhaltend bewerteten archäologischen Quellen ist das Labraunda-Kapitell als bisher überzeugendstes archäologisches Gegenstück zum Volutenkapitell bei Vitruv noch nicht vertreten (310f. Anm. 26).

⁴⁶ vgl. Anm. 33 und 34.

⁴⁷ Hoepfner – Schwandner, *Haus und Stadt* (wie Anm. 6) 158–167 (Zeus-Tempel Priene), 192–195 (Labraunda), 254–256 (Stadtplan Priene).

⁴⁸ Der folgende Zusammenhang nach Diogenes Laertios (wie Anm. 4) sowie Lasserre, *Eudoxos* (wie Anm. 17) 4f. (T 7) u. 141.

⁴⁹ Diogenes Laertios, a. a. O. § 87: ἀλλὰ καὶ παρὰ Μανωλὸν ἀφικέσθαι.

⁵⁰ Hornblower, a. a. O., 105.

⁵¹ G. de Santillana, *Isis* 32, 1940, 248–262.

⁵² Platon, *Nomoi* 822a, b. 898a, b. 967b; J. Mittelstraß, *Die Rettung der Phänomene* (1962) 136.

⁵³ Hornblower, a. a. O., 115.

⁵⁴ Unter den bei Vitruv (9,8,1) genannten Sonnenuhr-Erfindern ist Eudoxos der älteste.

⁵⁵ Zur Proportionenlehre zuletzt: A. Thorup, *Archive for History of Exact Sciences* 45, 1992/1993, 1–16.

Der von Vitruv kritisierte Satz des Pytheos, »ein Architekt müsse in *allen* Zweigen der Kunst und Wissenschaft mehr leisten können als die, die einzelne Gebiete durch ihren Fleiß und ihre Tätigkeit zu höchstem Glanz geführt haben«⁵⁶, scheint jedenfalls in der Nähe eines Universalgelehrten gut aufgehoben. Eudoxos von Knidos, der auch als Arzt, Philosoph und Gesetzgeber genannt wird und damit die von Vitruv geforderte enzyklopädische Bildung, *encyclios disciplina*⁵⁷, wohl für sich in Anspruch nehmen konnte und geradezu verkörperte, könnte Pytheos auch persönlich eine solche Auseinandersetzung mit seinem Fächerkanon vermittelt und vielleicht dazu angeregt haben, ihn auf einem Gebiet zu übertreffen, das für Eudoxos, wie das oben rekonstruierte Verfahren zum Festlegen sphärischer Maße nahelegt, offenbar keine eigene Qualität besaß: in der Praxis, ein gedankliches Konzept mit handwerklichen Mitteln möglichst geschlossen und ohne Einbußen in ein Werk umzusetzen – für den Baumeister und Bildhauer im eigenen Metier eine größere Selbstverständlichkeit als für den Mathematiker und Astronomen.

Für eine Begegnung des Eudoxos mit Pytheos spricht letztlich vor allem die präzise astronomische Orientierung der gleichfalls nach dem Tod des Maussollos gegründeten Stadt Priene. Der Verfasser der Stadtanlage verfügte neben der schon genannten astronomischen Kompetenz über Grundkenntnisse der pythagoreischen, bis dahin vor allem von Archytas, dem Lehrer des Eudoxos, betriebenen Musiktheorie: die wichtigsten Flächen im Stadtgrundriß von Priene haben Seitenlängen, deren Proportion den drei Hauptharmonien der Musiktheorie entsprechen (Tempel 1:2, Agora 2:3, Insulae je 3:4)⁵⁸. Das Beibehalten weiterhin für aktuell gehaltener alpythagoreischer Erkenntnisse bei gleichzeitiger Erschließung weiterer Gebiete für die Mathematik kann als Grundzug im Gesamtwerk des Eudoxos gelten. Ihre Anwendung in der Architektur, etwa bei dem von Vitruv genannten Verfahren zum Orientieren von Stadtanlagen⁵⁹, verlangt aber vor allem ausgesprochen bautechnische Fertigkeiten wie das Nivellieren der Bezugsebene und das lagegenaue Einrichten des Gnomons. Auch ein zweites Verfahren, durch Ausmitteln der Visuren zu Auf- und Untergängen der Sonne oder zu Fixsternen auf

einem künstlichen Horizont oder Horizontalkreis die Nord- bzw. Südausrichtung zu bestimmen, kann nur bei entsprechend sorgfältiger Ausführung der bauseitigen Visierpunkte bzw. -kreise zum Erfolg führen.

Eine persönliche Beteiligung des Eudoxos bei der Gründung von Priene, etwa als Gesetzgeber wie bald darauf in seinem Geburtsort Knidos⁶⁰, ist nicht auszuschließen, zumal wenn man Athen, wo Eudoxos hohes Ansehen genoß, bei der Neugründung eine entscheidende Rolle zuweist⁶¹.

*

Auf allzu weitreichende Hypothesen soll hier jedoch verzichtet werden. Der vorliegende Beitrag versuchte zu zeigen, daß es lohnend sein kann, bestimmten elementaren Prinzipien der antiken Architektur auch bei der Untersuchung von Struktur und Metrik der gerade beginnenden, noch organisch konstruierenden sphärischen Astronomie des 4. Jahrhunderts nachzugehen.

Davon ausgehend können wiederum Parallelen in der zeitgenössischen Architektur verfolgt werden, die auf eine Verwandtschaft im weiteren Sinne hinauslaufen, etwa bei der zwangsläufigen modularen Maßordnung auf der Sphäre und dem in den Plinthen der Ringhalle sichtbar werdenden Rastergrundriß des Athena-Tempels des Pytheos in Priene, oder die Frage aufwerfen, warum die kalendarische Gliederung in 19 Abschnitte auf dem Himmelsglobus des Eudoxos sich gerade dort bei Vitruv findet, wo ein enger Bezug zu Pytheos angenommen werden kann: an Säulenhöhe und Kapitellaufbau der ionischen Säule. Schließlich kann vermutet werden, daß der Stadtplan von Priene mit seiner pyramidengleichen, nur gedanklich faßbaren präzisen Orientierung das Ergebnis eines Zusammenspiels

⁵⁶ Vitruv 1,1,12. Zitat nach der lat.-dt. Ausgabe von C. Fensterbusch, Darmstadt 1964.

⁵⁷ Vitruv a. a. O. – Auch die Aufstellung einzelner Wissensgebiete, deren Kenntnis Vitruv zuvor (1,1,3) den Architekten empfiehlt, deckt sich auffallend mit den von Eudoxos ausgeübten Disziplinen.

⁵⁸ Hoepfner – Schwandner, a. a. O., 252 Abb. 255.

⁵⁹ Vitruv 1,6,6f. und 1,6,12.

⁶⁰ Lasserre a. a. O., 5 (T 7 § 88) u. 142.

⁶¹ Hoepfner – Schwandner, a. a. O., 142.

⁶² Vitruv 1,1,12.

astronomischer Kenntnisse und deren zielstrebigere Verwirklichung sein muß, ebenso wie die Anwendung musikalischer Verhältnisse bei den Hauptelementen des Stadtplans.

Aus mehreren Gründen liegt es nahe, eine biographische Verbindung zwischen Eudoxos und Pytheos vorzuschlagen: eine derartige, hier durch Maussollos als Bezugsperson gesicherte Konstellation eines Architekten und eines Mathematikers bzw. Astronomen – zumal der jeweils namhaftesten Vertreter ihres Faches – kommt in der Antike bis auf den 10 bis 8 v. Chr. in Rom eingerichteten Gnomon des Augustus nicht wieder vor. Der Himmelsglobus selbst war, wie bereits erwähnt, nur über einen sehr kurzen Zeitraum hinweg organisch gegliedert – von Eudoxos. Zum anderen

unterstellt der Gedanke einer anonymen, jedenfalls unbekannten astronomischen Quelle für die Orientierung des Stadtplans von Priene der antiken Wissenschaft einen Organisationsgrad und eine Öffentlichkeit, die kaum vorausgesetzt werden können.

Dem oben zitierten mutigen Satz des Pytheos über die Fähigkeiten des Architekten geht bei Vitruv ein anderer voraus, der die Strukturverwandtschaft der Disziplinen als Schlüssel enzyklopädischer Bildung formuliert⁶². Gerade deshalb mag man eine direkte Vermittlung vorziehen und annehmen, daß auch der theoretische Anspruch des Pytheos nicht allein Ausdruck von Metierstolz ist, sondern im wesentlichen auf eine Auseinandersetzung mit Werk und Person des Eudoxos zurückgeht.