

2215

DRAGSTRA, R.

1995

IN: TÖNE FARBEN FORMEN

Leonardo, Vitruv und Pythagoras

Rolf Dragstra

Kaum eine zweite Abbildung hat so oft und so unterschiedlich Verwendung gefunden wie Leonardos Proportionsstudie nach Vitruv¹. Sie entstand ca. 1490 in Mailand, in einer Zeit, in welcher auch das Treffen Leonardos mit Francesco di Giorgio Martini stattgefunden haben muß. Beide arbeiten am Projekt der Mailänder Domkuppel, und beide reiten gemeinsam nach Pavia, wo sie als Berater an der dortigen Planung der Kathedrale beteiligt sind².

Leonardo besitzt in späteren Jahren (möglicherweise von diesem Zeitpunkt an) einen Traktat des Francesco di Giorgio, der sich heute in der Biblioteca Laurenziana in Florenz befindet: den *Codex Ashburnham 361*. Dieser Traktat, in dem sich einige Notizen und Anmerkungen Leonardos befinden, enthält neben Konstruktionsskizzen für unterschiedliche Gebäude oder Geräte auch solche zur indirekten Messung von Höhen und Entfernungen und zur Messung der perspektivischen Tiefenverkürzung; darüberhinaus hat Francesco di Giorgio entscheidende Passagen aus Vitruvs Büchern über Architektur roh übersetzt und zusammengefaßt, insbesondere auch solche, die sich mit der Maßgebung der Bauwerke und Tempel befassen³. Francescos Aufzeichnungen gehen bis auf die frühen 80er oder gar 70er Jahre zurück⁴; sie können also - ganz gleich, ab wann Leonardo den Traktat besessen hat - Gesprächsgegenstand während der gemeinsam in Mailand und Pavia verbrachten Zeit gewesen sein; und da Francesco noch bis ca. 1490 mit der ausführlicheren (ersten!) Übersetzung Vitruvs ins Italienische befaßt war⁵, so mag er gerade davon gesprochen und seinem Kollegen Auskünfte gegeben haben... Natürlich war auch für Leonardo der meßtechnische Zusammenhang von Problemen der Architektur, der Anthropometrie, der Landvermessung und der Perspektive von besonderem Interesse. Befragen auch wir zum Verständnis dieses Problemkreises vor allem Vitruv selbst - in der nicht unberechtigten Annahme, daß dasselbe auf je eigene Weise auch

¹Vgl. Luisa Cogliati Arano, *Leonardo - Disegni*, Venedig 1980, S. 92 f.: Abbildung nebst Texttranskription und Erläuterungen

²Vgl. Carlo Pedretti, *Leonardo architetto*, Mailand 1978, S. 52

³Vgl. Corrado & Livia Maltese (Hg.), *Francesco di Giorgio Martini - Trattati di architettura, ingegneria e arte militare* (2 Bde.), Mailand 1967, Bd. 1, S. 39 (folio 9 verso) zu Vitruvs *ordinatio* und *symmetria*; S. 120 - 132 (28^r - 31^r) zum Quadranten und zu Methoden der Landvermessung, S. 139 f. (32^v) zur perspektivischen Bildkonstruktion.

⁴Zum schwierigen Problem der Datierung vgl. Massimo Mussini, *Il trattato di Francesco di Giorgio Martini e Leonardo*, Parma 1991, S. 59 ff., und: Frank Zöllner, *Vitruvs Proportionsfigur*, Worms 1987, S. 72.

⁵Diese findet sich im zweiten Teil des *Codex Magliabechianus* II.I.141; zur Datierung desselben vgl. Massimo Mussini, S. 112 und Frank Zöllner, S. 73

Leon Battista Alberti, Francesco di Giorgio, Leonardo da Vinci und Donato Bramante getan haben:

Vitruvii de architectura libri decem, liber primus, II.2:

"2. *Ordatio* est modica membrorum operis commoditas separatim universeque proportionis ad symmetriam comparatio. Haec composito ex quantitate, quae graece ποσότης dicitur. Quantitas autem est modulorum ex ipsius operis sumptio e singulisque membrorum partibus universi operis conveniens effectus."⁶

"2. *Ordatio* ist die verhältnismäßige Abstimmung der (Größen der) Bauglieder im einzelnen und der Vergleich von Verhältnismäßigkeit und Meßbarkeit im ganzen. Dieser Vergleich stellt sich durch das her, was griechisch ποσότης genannt wird: die quantitas. Diese bedeutet aber die Ableitung von kleinen Maßstäben aus dem Bauwerk selbst und die angemessene Ausführung des Gesamtbaus aus den einzelnen Teilen der Bauglieder."⁷ (Erg. d. Übers.)

In dieser Neuübersetzung des Vitruvschen Passus verdanken sich zwei entscheidende Änderungen Frank Zöllners Studie zur Vitruvschen Proportionsfigur⁸. So verstanden, gibt die *ordatio* genau das Verfahren an, das wir im weiteren mit dem Begriff der Maßarbeit kennzeichnen wollen.

Erste Änderung: *symmetria* = Meßbarkeit: Die *symmetria* Vitruvs ist auf ein Verhältnis meßbarer, kommensurabler Größen zu beziehen⁹: *symmetron* = das Meßbare, im Gegensatz zu Größen, die kein gemeinsames Maß haben; *asymmetron* = das Inkommensurable¹⁰, z. B. das Verhältnis der Diagonale zur Seite im Quadrat, welches irrational ist: also streng genommen gar kein nach Zahlen bestimmbares, berechenbares und damit meßbares Verhältnis. Und Vitruv handelt von einem Prozeß der "Abstimmung" ("*commoditas*"), in welchem "Proportionen" mit meßbaren Größenverhältnissen "verglichen" ("*comparatio*") genauer: auf diese abgeglichen werden. Der Begriff einer Proportion, die dieses Vergleiches bedarf, muß dem der *symmetria* gegenüber an dieser Stelle unpräzise bleiben, da er die baupraktische Möglichkeit rechnerisch unpräziser, nämlich geometrisch

⁶Vgl. Francescos Rohübersetzung im *Codex Ashburnham* 361, folio 9^v, zit. wie in Anm. 33: Vitruvs *modulus* wird an dieser Stelle einfach mit "Modell" wiedergegeben.

⁷Vgl. die deutsche Übersetzung Curt Fensterbuschs (Hg.), *Vitruvs zehn Bücher über Architektur*, Darmstadt 1964, S. 37. Der Abstimmungsprozeß umfaßt mehrere Schritte der Kalkulation wie Konstruktion, bei denen eine wechselseitige Korrektur stattfinden kann: das erschwert eine analytische Beschreibung, und Vitruvs Schwierigkeit, diesen Prozeß in theoretischen Begriffen zu definieren, resp. die Schwierigkeit seines Lesers, diese Grundbegriffe voneinander abzugrenzen, liegt daher in der dialektischen Natur der Sache: der Praxis der Maßarbeit selbst.

⁸Vgl. Anm. 4

⁹Vgl. Curt Fensterbusch, S. 537 (Anm. 42): Vitruv prägt für die griechische *symmetria* eigens den Term "*commensus*", der allerdings keine Aufnahme ins Lateinische gefunden hat.

¹⁰Vgl. Árpád Szabó, *Anfänge der griechischen Mathematik*, Budapest 1969, S. 112

konstruierter, inkommensurabler, also "asymmetrischer" Größenverhältnisse auf keinen Fall ausschließen darf¹¹. Vitruvs Symmetriebegriff hat also

"...mit der spiegelbildlichen Gleichheit beiderseits einer Achse, wie wir das Wort gebrauchen, zunächst nichts zu tun. το συμμετρον ist το συν μετρον, das dem Maß entsprechende, das Maßgerechte, um es mittelalterlich-fachmännisch auszudrücken. Es kann aber auch übersetzt werden mit 'Gleichmaß' in dem Sinn, daß beim Vergleich zweier Größen eine Maßeinheit zugrundegelegt wird, eben das Symmetron, das in beiden Größen enthaltene Einheitsmaß."¹²

Damit aber sind wir schon bei der zweiten Änderung: *modulus* = kleiner Maßstab.

Denn es ist ein in allen Größen enthaltenes Einheitsmaß, welches den Abstimmungsprozeß ermöglicht, indem es die Größenverhältnisse der einzelnen Teile von Baugliedern wie auch die Verhältnisse dieser Glieder zum Ganzen umfaßt und bestimmt. Frank Zöllners Untersuchung gibt uns in dieser Hinsicht unmißverständlichen Aufschluß: praktisch ist nämlich Vitruvs Herstellung der Kalkulierbarkeit von Baumaßen untrennbar mit der Benutzung unterschiedlicher Maßstäbe verknüpft, die bei der Herstellung eines Modells oder einer Zeichnung wie auch beim Zusammenfügen der Bauglieder vor Ort je nach Größenordnung angemessen sind: "*conveniens effectus*"¹³. Unter dem "*modulus*" wäre daher nichts anderes zu verstehen als ein kleiner Teil oder die Teilgröße eines solchen Maßstabs, die zugleich gemeinsames Einheitsmaß aller anderen Maßstäbe wäre¹⁴.

Auf diese Weise lassen sich nun in der Tat die gleichen Maßverhältnisse in unterschiedlichen Größenordnungen, vom Teil bis zum Ganzen, reproduzieren. Insbesondere beim Tempelbau, wo, so Vitruv, die Herstellung der "Symmetrien" als meßbarer Verhältnissgleichheiten "*diligentissime*", also peinlichst zu handhaben ist:

¹¹Zu Vitruvs Proportionierung des Atriums mit der Quadratdiagonale - liber sextus, III.3 - vgl. Frank Zöllner, S. 35.

¹²Theodor Fischer, *Zwei Vorträge über Proportionen*, München/Berlin 1934, S. 77.

Die achsensymmetrische Geometrie einer baulichen Konstruktion verstärkt natürlich die Wirkung gleicher Maßverhältnisse durch deren Verdopplung ganz ungemein - sicherlich auch deshalb, weil sowohl der ganze Leib wie insbesondere unser wahrnehmendes Gesicht und Gehör nach einer solchen Symmetrie eingerichtet ist, und funktioniert. Vgl. auch Frank Zöllner, S. 39 - 41.

¹³Vgl. Frank Zöllner, S. 31 - 35, Kap. 2.4.: *Der Maßstab*. Der handwerkliche Umgang mit unterschiedlichen Maßstäben, der auf die Architektur weder beschränkt war noch ist, setzt die Fähigkeit voraus, einen Maßstab wie den des menschlichen Körpers getreulich verkleinern oder auch vergrößern zu können.

¹⁴Frank Zöllner, S. 41

"Aedium compositio constat ex symmetria, cuius rationem diligentissime architecti tenere debent. Ea autem paritur a proportionione, quae graece αναλογία dicitur. Proportio est ratae partis membrorum in omni opere totoque compositio, ex quo ratio efficitur symmetriarum. Namque non potest aedis, ulla sine symmetria atque proportionione rationem habere compositionis, nisi uti [ad] hominis bene figurati membrorum habuerit exactam rationem." (Herv. erg.)

"Die Formgebung der Tempel beruht auf der Meßbarkeit, an deren Verhältnis sich die Architekten peinlichst zu halten haben. Diese aber kommt der Proportion gleich, die die Griechen analogia nennen. Sie besteht in der maß(stabs)gerechten Abstimmung der Glieder im ganzen Bau auf den Gesamtbau, durch eine berechnete Teilgröße. Aus der Proportion ergibt sich so das Verhältnis der Meßbarkeiten. Denn kein Tempel kann ohne Meßbarkeit und Proportion (d. h. ohne Maße und Maßverhältnisse) eine vernünftige Formgebung haben, wenn seine Glieder nicht in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen, wie die Glieder eines wohlgeformten Menschen." (Erg. d. Übers.)¹⁶

Durch die Meßbarkeit aller Teilmaße ergeben sich also berechenbare Verhältnismäßigkeiten, die wir in Zahlen ausdrücken können: das haben denn auch die Griechen ursprünglich unter der *analogia* verstanden¹⁷. Und das "Verhältnis der Meßbarkeiten", die "ratio symmetriarum", die sich im einzelnen wie im ganzen ergeben soll¹⁸, stellt sich her vermittelt einer "berechneten Teilgröße", dem *modulus*, als "kleinem Maßstab", als *symmetron* oder Einheitsmaß aller anderen Maßstäbe. Daher kann die "ratio symmetriarum" praktisch nichts anderes sein als das Verhältnis der verschiedenen Maßstäbe untereinander, in Vielfachen ihres gemeinsamen Einheitsmaßes ausgedrückt. Und genau dafür ist nun dem Vitruv der menschliche Leib ein Modell - nicht gleich für die Gestalt des zu bauenden Tempels, seinen "symmetrischen Anblick", wohl aber als Modell des kalkulatorischen Verfahrens der Maßarbeit, praktisch: der Bestimmung und Anfer-

tigung der Maßstäbe für den Tempel¹⁹. Nun müßte sich doch jenes kalkulatorische Verfahren der Maßstabsbestimmung auch an diesem Generalbeispiel des menschlichen Körpers demonstrieren lassen²⁰ - und das geht auch: vgl. fig. 1.

Leonardos Text über der Zeichnung²¹:

Vitruvius der Architekt sagt in seinem Werk über die Architektur, daß die Maße des Menschen in der folgenden Weise ausgelegt seien: es finden nämlich 4 Finger eine Handbreite, 4 Handbreiten einen Fuß, 6 Handbreiten eine Elle (cubito). 4 Ellen (cubiti) ergeben ein Klafter (passus) und 24 Handbreiten die Länge eines Menschen; und diese Maßverhältnisse finden sich in seinen Gebäuden. Wenn du die Beine soweit spreizest, daß sich deine Größe, vom Kopf gemessen, um $\frac{1}{14}$ vermindert, und wenn du deine Arme soweit öffnest und erhebst, daß du mit den Mittelfingern die Linie auf der Höhe des Scheitels berührst, dann wisse, daß das Zentrum der äußersten Punkte der ausgestreckten Gliedmaßen der Nabel, und daß der Raum, der sich zwischen den Beinen befindet, ein gleichseitiges Dreieck sei."

Unter der Zeichnung der Maßstab; dann wie eine Überschrift:

"So weit öffnen sich die Arme des Menschen, wie es seiner Höhe entspricht."

Schließlich der restliche Text:

"Von den Haarwurzeln bis unter das Kinn ist der zehnte Teil der Höhe des Menschen; von unterhalb des Kinns bis zum Scheitel ist der achte Teil der Höhe des Menschen; von der Höhe der Brust bis zum Scheitel sei der sechste Teil des Menschen, von der Höhe der Brust bis zu den Haarwurzeln der siebte Teil des ganzen Menschen. Von den Brustwarzen bis zum Scheitel sei der vierte Teil des Menschen; die größte Breite der Schultern enthält in sich den vierten Teil des Menschen; vom Ellenbogen bis zu den Fingerspitzen sei der vierte Teil des Menschen; vom selben Ellenbogen bis zum Ende der Schultern sei der achte Teil dieses Menschen; die ganze Hand sei der zehnte Teil des Menschen, das männliche Glied beginnt in der Mitte des Menschen; der Fuß sei der siebte Teil des Menschen; von unterhalb des Fußes bis unter das Knie sei der vierte Teil des Menschen. Die Teile, die sich zwischen dem Kinn, der

¹⁵Vgl. Fensterbuschs Übersetzung, S. 136

¹⁶Zur "rata pars", der "berechneten Teilgröße" vgl. Vitruvs *liber primus*, II. 3. und 4., wo die "symmetria" im Zusammenhang mit der "eurythmia" definiert wird.

¹⁷Zur Bedeutungsentwicklung des Analogiebegriffs im Sprachgebrauch der griechischen Mathematiker vgl. Árpád Szabó, *Die frühgriechische Proportionslehre im Spiegel ihrer Terminologie*, in: *Archive for the History of the Exact Sciences*, vol. 2 nr. 3, 1965, S. 212. In seiner bewunderungswürdigen Studie hat Szabó die in Euklids *Elementen* enthaltenen Restbestände der älteren Proportionslehre ausgemacht, deren Entwicklung er in die vorhippokratische Zeit (Hippokrates von Chios, 1. Hälfte des 5. Jhdts. v. Chr.) verlegt. Die terminologische Untersuchung ergibt nun, daß sich diese frühe Proportionslehre höchstwahrscheinlich aus Experimenten am Monochord entwickelt hat, die gemeinhin den Pythagoreern zugeschrieben werden, namentlich dem Pythagoras selbst. Der *logos* der geometrischen Proportionen des Eudoxos und des Euklid, der mit dem Verhältnis der Seitenlängen ähnlicher Dreiecke in der Fläche operiert, wäre demnach hervorgegangen aus den pythagoräischen Experimenten zum Verhältnis der Saitenlängen und Tönhöhen am "geschnittenen" *kanon* - Euklid: "sectio canonis" - also aus Experimenten am Monochord, als Meßinstrument und Maßstab der Musik, wo mit Strecken in nur einer Dimension operiert wird: in Richtung der schwingenden Saite des Maßstabs selbst.

¹⁸ - nämlich im Singular: "symmetria", wie im Plural: "symmetriarum".

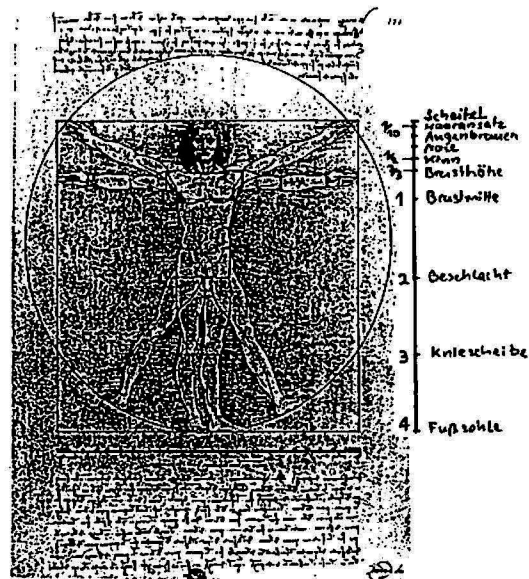
¹⁹Es scheint, als habe Francesco di Giorgio schon früh beide Deutungsmöglichkeiten der Vitruvischen *symmetria* des menschlichen Körpers miteinander verknüpfen wollen: die optische und die kalkulatorische. Das geht aus seiner Rohübersetzung der Vitruvischen Definition im *liber primus* II.4. - vgl. Anm. 16 - hervor, die wiederum auf folio 9^v des *Codex Ashburnham* 361 (zit. wie in Anm. 3 - zu finden ist; es geht dem Francesco um die kalkulierte Aufstellung einer Treppe oder Stufenleiter von Maßstäben, wie sie der menschliche Körper als Vorbild aufweist. Damit aber hat er die praktische Bedeutung des Vitruvischen *homo quadratus* für den Prozeß der Maßkalkulation schon sehr früh erkannt.

²⁰Das hat Frank Zöllner leider unterlassen, wie auch eine Neuübersetzung der betreffenden Vitruvstellen; in diesem Sinne sei vorliegende Arbeit als Versuch einer kritischen Fortsetzung der Zöllnerschen zu verstehen.

²¹Die hier wiedergegebene Übersetzung deckt sich sinngemäß mit jener, die wir nebst einer Texttranskription bei Zöllner, S. 78 f., finden.

Nase, den Augenbrauen und den Haarwurzeln befinden, sind jeder für sich (der Länge nach) dem Ohr ähnlich, das ist einem Drittel des Gesichts."

fig.1) Leonardo, Mailand, ca. 1490:
Proportionen des menschlichen Körpers nach Vitruv



Optische Symmetrie

"dñ palmi" ————— "palmi dñi"

des Maßstabs unter der Zeichnung²²

—————
cubiti
palmi
digiti

²²Auf die optische Symmetrie dieses waagrechten Maßstabs geht Frank Zöllner, S. 79 f., nicht ein.

Zunächst einmal folgen wir Frank Zöllners Ansicht, daß die Veranschaulichung der menschlichen Größenverhältnisse im *homo ad quadratum* und *homo ad circulum* bei Vitruv - *liber tertius*, I.2 und I.3 - auf die praktischen Fundamente des Bauhandwerkes abzielt: Der Mensch im Geviert veranschaulicht zugleich den Maßstab und den rechten Winkel: ein in regelmäßigen Abschnitten gegliedertes Richtscheit und ein Winkelmaß, dessen Scheitel unter der Achsel liegt. Und der Mensch im Kreis veranschaulicht den Zirkel, in welchem zu Beginn des Baus die Himmelsrichtungen festgelegt werden²³.

Lesen wir zuerst den Text unter der Zeichnung: Leonardos detaillierte Auseinandersetzung mit dem *homo quadratus*. Sie bezieht sich zweifellos auf

Vitruv, *liber tertius*, I.2.:

"Corpus enim hominis ita natura composuit, uti os capitis a mento ad frontem summam et radices imas capilli esset decimae partis, item manus pansa ab articulo ad extremum medium digitum tantundem, caput a mento a summum verticem octavae, cum cervicibus imis ab summo pectore ad imas radices capillorum sextae, < a medio pectore > ad summum verticem quartae. Ipsius autem oris altitudinis tertia est pars ad imo mento ad imas nares, nasum ad ibis naribus ad finem medium superciliorum tantundem, ab ea fine ad imas radices capilli frons efficitur item tertiae partis. Pes vero altitudinis corporis sextae, cubitum quartae, pectus item quartae. Reliqua quoque membra suas habent commensus proportionones, quibus etiam antiqui pictores et statuarii nobiles usi magnas et infinitas laudes sunt adsecuti."

Übersetzung nach Curt Fensterbusch²⁴:

"Den Körper des Menschen hat nämlich die Natur so geformt, daß das Gesicht vom Kinn bis zum oberen Ende der Stirn und dem untersten Rande des Haarschopfes $\frac{1}{10}$ beträgt, die Handfläche vom Handgelenk bis zur Spitze des Mittelfingers ebensoviel, der Kopf vom Kinn bis zum höchsten Punkt des Scheitels $\frac{1}{8}$, von der Höhe der Brust mit dem untersten Ende des Nackens bis zum untersten Haaransatz $\frac{1}{6}$, < ... > bis zum höchsten Scheitelpunkt $\frac{1}{4}$. Vom unteren Teil des Kinns aber bis zu den Nasenlöchern ist der dritte Teil der Länge des Gesichtes selbst, ebensoviel die Nase von den Nasenlöchern bis zur Mitte der Linie zwischen den Augenbrauen. Von dieser Linie bis zum Haaransatz wird die Stirn gebildet, ebenfalls $\frac{1}{3}$. Der Fuß aber ist $\frac{1}{6}$ der Körperhöhe, die Elle $\frac{1}{4}$, die Brust ebenfalls $\frac{1}{4}$. Auch die übrigen Glieder haben ihre meßbaren Verhältnisse, durch deren Beachtung auch die berühmten Maler und Bildhauer großen und unbegrenzten Ruhm erlangt haben."

Leonardos Zeilen setzen zweifellos eine zumindest indirekte, aber doch genaue Kenntnis der Vitruvschen Maßverhältnisse voraus²⁵. Dies aber gerade deshalb, weil Leonardo jene nicht nur übernommen, sondern auf ihre Konsistenz überprüft und viermal abgeändert hat. Vergleichen wir dazu die hervorgehobenen Textstellen:

Leonardo hat erstens die Entfernung von der Brusthöhe zum "Scheitel" statt zum "Haaransatz" zu einem Sechstel der Körpergröße bestimmt: also zu vier

²³Vgl. Zöllner, S. 34 f. und 42 f.

²⁴Fensterbusch, S. 136 f. (vgl. Anm. 15)

²⁵Als möglicher Informant ist aus schon genannten Gründen - (vgl. auch Anm. 19) - in jedem Fall Francesco di Giorgio zu nennen.

Sechsteln der Elle, $\frac{2}{3}$ Elle. Da er wie Vitruv die Kopflänge zu einem Achtel der Körpergröße, also einer halben Elle, bestimmt, und die der Handlänge gleiche Gesichtslänge zum Zehntel der Körpergröße, also vier Zehnteln der Elle: $\frac{2}{5}$ Elle, ergibt sich für den Haarschopf vom Ansatz bis zum Scheitel:

$$(\frac{1}{2} - \frac{2}{5}) \text{ Elle} = \frac{1}{10} \text{ Elle.}$$

Wie bei Vitruv wird die Gesichtslänge von $\frac{2}{5}$ Ellen noch einmal gedrittelt: durch Nase und Augenbrauen. Das ergibt eine Gesichtseinheit, die $\frac{2}{15}$ Elle entspricht.

Zweitens hat Leonardo, wie auch Frank Zöllner dargelegt hat, den Abstand von der Höhe "der Brustwarzen", nicht "der Brust" zum Scheitel als ein Viertel der Körpergröße bestimmt²⁶. Damit erhalten wir in der Vertikale eine in sich konsistente Aufteilung des *cubitus*, des Ellenmaßes, die wir schon rechts neben der Zeichnung angedeutet haben: von der Brustmitte zum Scheitel. Wenn wir von diesem aus in Zwölfteln der Gesichtslänge messen²⁷, also in Schritten der Länge $\frac{1}{12} \cdot \frac{2}{5} \text{ Elle} = \frac{1}{30} \text{ Elle}$, erhalten wir eine Elle für den Abstand der Brustmitte, $\frac{2}{3} \text{ Elle}$ für die Brusthöhe, $\frac{1}{2} \text{ Elle}$ fürs Kinn, $(\frac{1}{2} - \frac{2}{15}) = \frac{11}{30} \text{ Elle}$ für den Abstand der Nase, $(\frac{1}{2} - \frac{4}{15}) = \frac{7}{30} \text{ Elle}$ für den Abstand der Brauen, und wieder $(\frac{1}{2} - \frac{6}{15}) = \frac{3}{30} = \frac{1}{10} \text{ Elle}$ für den Abstand der Haarwurzeln vom Scheitel. Die Rechnung geht also auf, und in Zwölfteln der Gesichtslänge als Maßeinheit ergibt sich, wenn wir wie im ergänzten Maßstab rechts von fig. 1) vom obersten Viertel des Klafters, dem Abstand zwischen Scheitel und Brustmitte ausgehen und diesen schrittweise verringern:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Brustmitte} & : & \text{Brusthöhe} & : & \text{Kinn} & : & \text{Nase} & : & \text{Brauen} & : & \text{Haaransatz} & = \\ 30 & : & 20 & : & 15 & : & 11 & : & 7 & : & 3 \end{array}$$

Bei Anlegung des passenden Maßstabs läßt sich also das Ergebnis auch in ganzzahligen Verhältnissen überprüfen.

Leonardos dritte Änderung der Länge des Fußes von einem "Sechstel" in ein "Siebtel" der Körpergröße zeigt deutlich, daß er in diesen Zeilen Vitruvs Angaben auch mit seinen eigenen Erfahrungen beim Messen der Gliedmaße konfrontiert, das traditionelle Fußmaß: $\frac{1}{6}$ der Körpergröße, also zumindest anthropometrisch nicht gelten lassen will²⁸.

Frank Zöllner weist darauf hin, daß Leonardo zur Bekräftigung dieser Korrektur viertens und letztens die von Vitruv zu einem "Sechstel" bestimmte Distanz "von der Höhe der Brust bis zu den Haarwurzeln"²⁹ nun ebenfalls als "siebten Teil des ganzen Menschen" angibt. Das ist nun ein erstaunlich genauer Näherungswert; denn für diese Entfernung ergibt sich doch aus bisherigem:

²⁶Das entspricht der Konjektur: <da mezo il pecto>, die zuerst Cesare Cesariano in seiner italienischen Vitruvübersetzung von 1521 angebracht hat; vgl. Zöllner, S. 81

²⁷Zöllner, S. 28 f., wo auch die doppelte Inkonsistenz in Vitruvs Angaben zum Abstand von der Brusthöhe (oder -mitte?) zum Haarschopf (Ansatz oder Scheitel?) auseinandergesetzt wird.

²⁸Zöllner, S. 80 f.

²⁹ - also nicht "bis zum Scheitel", wie Zöllner, S. 82, irrtümlicherweise angibt.

$$(\frac{2}{3} - \frac{1}{10}) \text{ Elle} = \frac{17}{30} \text{ Elle} = \frac{17}{120} \text{ der Körpergröße.}$$

Ein Siebtel der Körpergröße ist aber: $\frac{1}{7} \cdot \frac{17}{17} = \frac{17}{119} \text{ der Körpergröße!}^{30}$

Nun zum Text über der Zeichnung, zum ersten Satz, wo Leonardo die nach Vitruv für die Baukunst grundlegenden Maßverhältnisse ohne Änderung aufgeführt hat: hier geht es nicht um Anthropometrie, sondern um die metrologische Basis der Architektur. Dafür hält Leonardo auch am Fuß als Sechstel der Körpergröße fest:

Entsprechung von Spannweite oder dem Klafter und der Höhe des menschlichen Körpers:

$$1 \text{ Klafter} = 4 \text{ Ellen} = 6 \text{ Fuß} = 24 \text{ Handbreiten} = 96 \text{ Fingerbreiten.}$$

Darin enthalten ist aber der folgende Proportionskalkül:

So wie der Körper als ganzer sich zur Elle verhält,
verhält sich auch die Hand- zur Fingerbreite: wie 4:1.

Das gleiche Verhältnis, im ganzen wie im kleinen.

Und so wie sich die Elle zur Fingerbreite verhält,
verhält sich das Ganze des Klafters zur Handbreite: wie 24:1.

Ein weiteres festes Verhältnis, das Glieder und Ganzes miteinander verknüpft. Es ergibt sich eine "doppelte Proportionalität", oder, im Sinne Vitruvs: Es ergeben sich zwei "Symmetrien":

$$4 : 1 = 96 : 24$$

$$24 : 1 = 96 : 4 .$$

³⁰Sein Siebtel muß Leonardo nicht unbedingt auf diesem rechnerischen Wege eingepaßt haben; denn ausgehend von einem vertikalen Maßstab wie dem neben fig. 1) von uns ergänzten (in ausreichender Größe) läßt sich ein Fuß von $\frac{4}{7}$ Ellenlänge in den Zirkel nehmen und so konstruktiv überprüfen.

Leonardos Angaben halten sich an:

Vitruv, *liber tertius*, I.3.-7.:

"3. Similiter vero sacrarum aedium membra ad universam totius magnitudinis summam ex partibus singulis convenientissimum debent habere commensus responsum [...] Nam si ad pedibus imis ad summum caput mensum erit eaque mensura relata fuerit ad manus pansas, invenietur eadem latitudo uti altitudo, quemadmodum areae, quae ad normam sunt quadratae [...]"

4. Ergo si ita natura composuit corpus hominis, uti proportionibus membra ad summam figurationem eius respondeant, cum causa constituisse videntur antiqui, ut etiam in operum perfectionibus singulorum membrorum ad universam figurae speciem habeant commensus exactionem[...]

5. Nec minus mensurarum rationes, quae in omnibus operibus videntur necessariae esse, ex corporis membris collegerunt, uti digitum, palmum, pedem, cubitum, et eas distribuerunt in perfectum numerum, quem Graeci τέλειον dicunt. Perfectum autem antiqui instituerunt numerum, qui decem dicitur; namque ex manibus digitorum numero est inventus [...]

6. Mathematici vero contra disputantes ea re perfectum dixerunt esse numerum, qui sex dicitur, quod is numerus habet partitiones eorum rationibus sex numero convenientes [...]

7. Non minus etiam, quod pes hominis altitudinis sextam habet partem - ita etiam perficitur ab eo, quod pedum numero, sexies, corporis altitudines terminavit - eum perfectum constituerunt, cubitumque animadverterunt ex sex palmis constare digitisque XXXIII[...]"

Dort also, wo Vitruv am Ende von der Bedeutung spricht, die die Mathematiker der "perfekten Zahl 6" beimessen, führt er in Bezug auf deren anthropometrische Grundlage an, daß sich das Klafter so zum Fuß verhalte wie die Elle zur Handbreite³²:

³¹Curt Fensterbusch, S. 138 - 142; vgl. Anm.15) und 24);vgl. auch Zöllner, S. 206 f.: *Appendix I*.

³²Und das gilt für den attischen wie den römischen Fuß: nicht fünf, sondern sechs entsprechen dem Klafter als menschlicher Durchschnittsgröße. Vgl. Anm. 22: Leonardo bemißt die menschliche Größe nach "4 cubiti", also sechs Fuß, verwendet jedoch unmittelbar darauf anstelle des Klafters

Übersetzung nach Fensterbusch³¹:

"3. In ähnlicher Weise aber müssen auch die Glieder der Tempel eine Meßbarkeit haben, die von ihren einzelnen Teilen her der Gesamtsumme der ganzen Größe genau entspricht [...] Wenn man nämlich von den Fußsohlen bis zum Scheitel Maß nimmt und dieses Maß auf die ausgestreckten Hände anwendet, so wird sich das gleiche in der Höhe wie der Breite ergeben, wie bei Flächen, die nach dem Winkelmaß quadratisch sind [...]"

4. Wenn also die Natur den menschlichen Körper so zusammengesetzt hat, daß die Glieder in ihren Proportionen dessen Gesamtgestalt entsprechen, scheinen die Alten mit gutem Recht bestimmt zu haben, daß auch bei der Ausführung von Bauwerken diese eine genau bestimmte Meßbarkeit der einzelnen Glieder im Verhältnis zum Gesamtbild der Gestalt haben [...]"

5. Ebenso hat man die Maßverhältnisse, welche man bei allen Werken für notwendig ansah, von den Gliedern des Körpers entlehnt, wie die Finger- und die Handbreite, Fuß und Elle, und hat diese Maße auf eine "perfekte Zahl", griechisch: teleon, verteilt. Als perfekte Zahl aber bestimmten die Alten die Anzahl, die Zehn genannt wird, denn sie wird an den Händen durch die Anzahl der Finger gefunden [...]"

6. Die Mathematiker jedoch behaupten im Widerspruch dazu, vollkommen sei die Zahl sechs, weil sie Anteile hat, die ihrem der Sechs angepaßten Rechnungssystem entsprechen [...]"

7. Nicht weniger aber auch daher, weil der Fuß des Menschen der sechste Teil der Höhe ist, folglich diese aus jenem in sechsfacher Anzahl hervorgeht, und weil sie, sich der Elle zuwendend, bemerkten, daß auch diese aus sechs Handbreiten und 24 Fingerbreiten besteht [...]"

wie 6 : 1.

Damit gelingt es nun, das bisher noch nicht reproduzierte Maßverhältnis von Elle und Handbreite ebenfalls auf das Ganze des Klafters zu beziehen, und wie erhalten als dritte "Symmetrie":

$$6 : 1 = 24 : 4$$

In summa:

In digiti:

1 Klafter

= 4 cubiti

= 6 pedes

= 24 palmi

= 96 digiti

cubitus:palmus

pes:palmus

$$24 : 1 = 96 : 4 = \text{palmus}$$

$$= 6 : 1 = 24 : 4 = 96 : 16 = \text{pes}$$

$$= 4 : 1 = 24 : 6 = 96 : 24 = \text{cubitus}$$

$$= \text{Klafter}$$

Die Proportion 6:1 vermittelt hierbei zwischen den ersten beiden: und in diesem Sinne ist der Fuß, der in Bezug aufs Ganze für die Sechs steht, das entscheidende "Mittelmaß" zwischen Hand und Elle, welches genau das hervorbringt, was Vitruv die "ratio symmetriarum" genannt hat: das "Verhältnis der Meßbarkeiten"³³.

noch den irreführenden Begriff "passus". Zöllner, S. 24, folgt dieser zweiten Bestimmung, und führt nun den fünf Fußigen *passus*, den "Doppelschritt" der römischen Landvermesser, als "römisches Klafter" ein: damit käme er bei einem römischen Fuß von ca. 29 1/2 cm auf eine menschliche Durchschnittsgröße von unter 1,50 m! Vgl. Friedrich Hultsch, *Griechische und römische Metrologie*, Berlin 1882, S. 78 f. und S. 88 - 98.

³³Vitruvs Anspielung auf die mathematischen Eigenschaften perfekter Zahlen gibt Anlaß zu folgender Überlegung: Im Verhältnis von Ellenlänge und Handbreite, 6 : 1, definiert der Fuß = 4 Handbreiten einen besonderen "mittleren Schnitt", der weder dem arithmetischen: $a - x = x - b$ noch dem geometrischen: $a : x = x : b$ noch dem harmonischen: $a : b = (a-x) : (x-b)$ Mittel algebraisch gleichzusetzen ist; mit $a = \text{Elle (6)}, b = \text{Hand (1)}, x = \text{Fuß (4)}$ wird

$$a : x = (x-b) : (a-x)$$

die algebraische Formel dieser *sectio canonis*. Die Pythagoreer kannten zur Zeit des Nikomachos von Gerasa nicht weniger als elf verschiedene solcher Mittel, die durch verschiedene Schnitte auf dem *kanon* eine Verhältnissgleichheit von Zahlen definieren: vgl. *Arpad Szabó*, zit. wie Anm. 17

S. 212 (Anm. 29). Daß nun grad dieser Schnitt: 6 : x : 1 im Falle des Fußes sich als ganze Zahl bestimmen läßt: x = 1, liegt indes genau daran, daß die Sechs zugleich Summe und Produkt aller ihrer Teiler ist, also das, was die Mathematiker eine "perfekte Zahl" nennen: 6 = 1 · 2 · 3 = 1 + 2 + 3.

Denn daraus folgt: $a : x = (x-b) : (a-x) =$

$$6 : (3+1) = ((3+1) - 1) : (6 - (3+1)), \text{ d. h. } 6 : 4 = 3 : 2.$$

So lassen sich auf dem Maßstab der Musik, dem Monochord als *kanon*, d. h.: "Lineal", durch Hinegnahme einer Längeneinheit: 6 · 1 = 5 harmonische Verhältnisse, hier das der Quinte 6 : 4 als 3 : 2, mit 3 + 2 = 5, reproduzieren. Derart wurden im gesamten Mittelalter wie auch wohl schon in der Antike auf mannigfache Weise Tonskalen auf dem Monochord vermessen und erprobt: vgl. dazu Joseph Smits van Waesberghe, *Musikerziehung. Lehre und Theorie der Musik im Mittelalter*, Leipzig 1986, S. 23 f., S. 32 - 39 (Einleitung) und S. 86; aus der Reihe der Abbildungen insbesondere Abb. 33 - 36, 60, und 97 - 100.

Das kleinste Verhältnis, das im so erweiterten Proportionsgefüge gebildet werden kann, ist das der Elle zum Fuß:

$$6:4 = 3:2.$$

Diesem Verhältnis entspricht ein Spielraum oder "Intervall"³⁴, das größte gemeinsame Teilmaß von Klafter, Elle und Fuß:

$$\frac{1}{2} \text{ Fuß} = \text{Elle} - \text{Fuß} = 2 \text{ Handbreiten} = \frac{1}{12} \text{ des Klafters.}$$

Mit diesem Spielraum als *modulus*, "kleinem Maßstab" erhalten wir die Duodezimalteilung:

$$1 \text{ Klafter} = 12 \cdot (\frac{1}{2} \text{ Fuß}) = 12 \cdot (2 \text{ Handbreiten}).$$

Auf diese geht auch Vitruv ein:

Vitruv, *liber tertius*, I.6. (Forts.):

"Cum ad duplicationem crescat, supra sex adiecto asse epektov; cum facta sunt octo, quod est tertia adiecta, tertiarium alterum, qui eptitritos dicitur; dimidia adiecta cum facta sunt novem, sesquialterum, qui ημιολιος appellatur [...] Duodecim autem, quod ex duobus numeris simplicibus est effectus, διπλασιωνα."

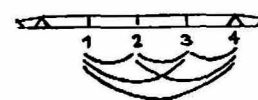
Übersetzung nach Fensterbusch³⁵:

"Wenn die Sechs zur Verdopplung anwächst, erhält man durch Hinzufügung der Eins den epektos; durch Hinzufügung eines Drittels entsteht die Acht, der zweite tertiarus (d.h. das zweite Drittel der Zwölf: 4 · 8-12), der eptitritos genannt wird; durch Hinzufügung der Hälfte entsteht die Neun, der sesquialter, der hemiolios genannt wird [...] Die Zwölf aber, die aus zwei einfachen (perfekten) Zahlen gebildet ist, diplasiona (2 · 6 = 12)." (Erg. d. Übers.)

Wie aber wächst "die Sechs zur Verdopplung an"? Durch die Halbierung des Fußes oder die Verdopplung der Handbreite. Und in diesem Rahmen ist nun der Fuß - 4 *palmi* - das arithmetische Mittel zwischen der Elle, 6 *palmi*, und dem Einheitsmaß, 2 *palmi*. Ein Achtel dieses *modulus* oder *symmetron* ist aber der *digitus*, das kleinste gemeinsame Teilmaß von Klafter, Elle, Fuß und Handbreite. Derart wird vom Zwölffachen bis zum achten Bruchteil in der Tat das "Verhältnis der Meßbarkeiten" als Verhältnis zugleich geltender, unterschiedlicher Maßstäbe untereinander von Stufe zu Stufe überschaubar und praktisch anwendbar.

Im Gefolge der Duodezimalteilung bieten sich nun natürlich die harmonischen Proportionen als einfachstes Modell einer "symmetrischen" Gesamtheit ganzzahliger Verhältnisse an. Daraus erklären sich auch die Namen, die Vitruv für die verschiedenen Bruchteile zwischen der 6 und der 12 verwendet. Die Zahlenverhältnisse der Oktave, Quinte und Oktave entdecken wir auf einem gevierten Maßstab, der der Länge einer schwingenden Saite entspricht:

fig. 2)



- 2:1 Oktave
- 3:2 Quinte
- 3:1 Oktave + Quinte (Duodecime)
- 4:3 Quarte
- 4:2 Oktave
- 4:1 Doppeloktave

Die hier wiedergegebene Notation der *tetraktys*, der pythagoreischen Vierzahl samt aller in ihr enthaltenen Zahlenverhältnisse, arbeitet mit Hilfe von Bögen durch deren Begrenzungen oder Enden ein Zahlenverhältnis in umkehrbare Form wiedergegeben ist: zwei oder drei kann mit eins oder vier verglichen werden oder umgekehrt; der Bogen spezifiziert nicht, wie das Divisionszeichen oder der Bruchstrich: $2:1 \neq 1:2$; $2/1 \neq 1/2$.

Wer aber danach fragt, wie oft eine Zahl in eine andere hineingeht, oder, wie etwa Leonardo fragen könnte: "*quanto una quantita entra in un'altra*", der wird zuerst die kleinere und dann die größere Zahl betrachten. Am Monochord als Instrument zur (Saiten-)Längenmessung von Tonhöhen hat Pythagoras wohl zu erst das Umgekehrte getan, wenn wir dem Bericht des Gaudentius aus dem vierten Jahrhundert n. Chr. Glauben schenken dürfen³⁶:

Er schlug zuerst immer die ganze Monochordsaite an, dann ihre um einen bestimmten Bruchteil verkleinerte Länge. Da nunmehr jedoch dieser "verkleinerte Maßstab" der verkürzten Saitenlänge als neues Einheitsmaß, als *modulus* benutzt wurde³⁷, ergab sich letztlich doch die gleiche praktische Betrachtungsweise. Denn nun wurde bestimmt, wie oft der "kleine Maßstab" in den großen "hineinging": zweimal, anderthalbmal, eineindrittelmal.

Die antike Monochordlehre hat denn auch die Namen der harmonischen Intervalle anders wiedergegeben als die griechische Umgangssprache - und zwar so, wie auch Vitruv sie uns im ersten Jahrhundert v. Chr. überliefert hat: die Oktave, die in der griechischen Umgangssprache "durch alle" Töne (der achtsaitigen Leier) hindurchgeht: *diapason*, heißt in der antiken Monochordlehre *diplasion*

³⁶Zum Bericht des Gaudentius vgl. Carl von Jan (Hg.), *Musici scriptores Graeci*, Leipzig 1895, S. 341, zit. nach Szabò, S. 229.

³⁷Vgl. Szabò, S. 245 f.: Vom *modulus* spricht Szabò in diesem Zusammenhang nicht, da er nicht von der Baukunst Vitruvs, sondern von der antiken Proportionenlehre handelt; was aber für deren praktische Herkunft so wesentlich ist wie die Maßarbeit am Monochord, könnte doch auch für ihre Anwendung in der Baukunst wesentlich sein; ja es ist vielleicht mehr als nur zweckmäßig, die Bedeutung des Monochords für die metrologische Tradition überhaupt genauso ernst zu nehmen wie für die Baukunst im besonderen - wenn denn schon Pythagoras das Gerät als "Maßstabsgenerator" benutzt hat. Für die Wiederentdeckung der antiken Proportionenlehre in der italienischen Renaissance spielt der musikalische Maßstab wohl eine Schlüsselrolle; schon Vasari hat indes die Bedeutung der pythagoreischen *tetraktys* auf der Schreiftafel in Raffaels "Schule von Athen" nicht mehr verstanden: vgl. Giorgio Vasari, *Leben der ausgezeichnetsten Maler, Bildhauer und Baumeister*, hg. von Schorn / Förster, Stuttgart / Tübingen 1843, Bd. III, XCIII, S. 196 und Emil Naumann, *Erklärung der Musiktafel in Raffaels 'Schule von Athen'*, in: Zeitschrift für bildende Kunst Nr. 14, 1897, S. 1 - 14

³⁴Das griechische Wort *diastema* fürs musikalische Intervall bedeutet zunächst einmal nichts als "Strecke": vgl. Árpád Szabò, S. 226.

³⁵Vgl. Anm. 31

UTR LCT 299
LCT ? KUNSTG V25

diastema, "doppelte Strecke"; die Quinte, "durch fünf" Töne hindurch: *diapente*, heißt als Maß auf dem Monochord *hemiölon diastema*, "anderthalbfache Strecke"; und die Quart, "durch vier" hindurch: *diatessaron*, heißt als Maß *epitriton diastema*, "eineindrittelfache Strecke"³⁸. Das aber sind Bezeichnungen der jeweils einem "kleinen Maßstab" angemessenen vollen Monochordlänge. Und so haben auch Boethius und die mittelalterlichen Lehrmeister der *ars musica* diese Intervallnamen benannt: das *duplum* für die Oktave, den *sesquialter* für die Quint, das *sesquitercium* für die Quart: "doppelt" (noch ein Ganzes), "noch ein Halbes", und "noch ein Drittel".

Die Notation mit Hilfe der ganze Zahlen verbindenden Bögen vermeidet zunächst einmal die Komplikationen der Umkehrung der Größenverhältnisse, die bei der Bruchrechnung auftreten, und lenkt den Blick auf das praktisch Wesentliche: auf die Meßpunkte, in denen der Kanon unterteilt, "geschnitten" wird, und die Assoziation derselben mit Zahlen, deren Differenz die Vergrößerung der Saitenlänge und deren Verhältnis das des Intervalls wiedergibt, welches bei entsprechender Veränderung der Saitenlänge erklingt - ganz gleich, welcher Ton dabei zunächst angeschlagen wird.

Beschränkt man nun in dieser analogen Betrachtungsweise das Augenmerk auf die assoziierten Zahlen, so wird die Bogenschrift zu einer kalkulatorischen Notation der Bestimmung gleicher Zahlenverhältnisse, die optisch symmetrisch, von links nach rechts *et vice versa* lesbar ist:

1 2 4,	d.h.: 4:2 = 2:1,	6 8 9 12,	d.h. 12:9 = 8:6,	(kleine Bögen!)
	oder: 1:2 = 2:4;		oder: 6:8 = 12:9,	
			und 12:8 = 9:6,	(große Bögen!)
			oder: 6:9 = 8:12.	

Derart wurden in der italienischen Renaissance einfache Dreisatzrechnungen notiert³⁹. Ebenso wie in der griechischen Mathematik, zum Beispiel am Anfangspunkt des oben gezeichneten Monochords, die Null fehlt, ebenso fehlte noch in der Renaissance wie in der antiken Notation das Gleichheitszeichen⁴⁰, vermittels dessen wir heute den Dreisatz in algebraischen Gleichungen notieren und ausrechnen.

Wollen wir nun den von Leonardo übernommenen vitruvischen Proportionskanon: Klafter : Elle : Fuß : (2 Handbreiten) = 12 : 3 : 2 : 1 mit Hilfe der Dezimalteilung nochmals, nämlich zur vollständigen *ratio symmetriarum* des harmonischen Proportionskanons von Oktave, Quinte und Quarte ergänzen, so fehlt uns dazu offenbar nur noch ein Maßstab von 2 Fuß = 4 (2 Handbreiten) Länge, der das Klafter nicht viertelt, wie der *cubitus*, der vom Ellenbogen bis zur

Mittelfingerspitze gemessen wird⁴¹, sondern drittelt: 3 • 2 Fuß = 1 Klafter. Das aber tut die römische *ulna*, so wie sie Ovid und Vergil verwendet haben⁴². Die *ulna* fand zwar ebenso wenig wie der *cubitus* bei den Römern als Wegmaß Verwendung, muß aber doch anderweitig, wohl auch und gerade als Handwerksmaß benutzt worden sein; sie entspricht bei den Dichtern des Augusteischen Zeitalter der Armlänge, von der Schulter bis zum Handgelenk, und wird als solche mit zwei römischen Fuß angesetzt. Denn der Fuß, bei den Griechen wie den Römern das grundlegende Wegmaß der Geometer oder Agrimensoren, blieb fast durchwegs als Sechstel des Klafters maßgebend. Das Verhältnis der Armlänge zum Fuß, 2:1 ist um so bedeutender, als wir die Armlänge als Handwerks-, Bau- und auch neben dem römischen Fuß - als Wegmaß im Italien der Renaissance mit regional unterschiedlicher Bemessung antreffen: im *braccio*.

Der *braccio milanese*, mit dem Leonardo als Bau- und Wegmaß nach den Umzug an den Hof Lodovico Sforzas, also nach 1482 zu tun bekam, entsprach höchstwahrscheinlich recht genau zwei römischen Fuß, von 29 1/2 bis 29 3/5 cm Länge⁴³.

Mit dem *braccio* hat Leonardo sich aber zudem in seinen anthropometrischen Versuchen auseinandergesetzt. In den Skizzen, die er ab 1489 als Vorarbeiten zu großen Proportionsstudie von 1490 anfertigt, arbeitet er noch wiederholt mit dem *braccio*, der allerdings in der zeichnerischen Endfassung dem *cubitus*, dem Viertelmaß, weichen wird:

Leonardo da Vinci, Mailand, W 19129 r - 19132 r [K/P 24 r - 27 r], ca. 1489.

In diesen Skizzen wird zunächst die Armlänge mit 2 Fuß angegeben⁴⁴; dann auch als Drittelmaß der Körpergröße, und ebenda zudem der "*chupido*" (*cubitus*) als Viertelmaß derselben⁴⁵, der aufgrund der eigentümlichen Schreibweise dem Leonardo zum betreffenden Zeitpunkt als Maß noch nicht sehr vertraut gewesen sein kann.

Für die Anthropometrie war es nun weitaus praktischer, mit dem *cubitus* zu arbeiten; denn die Armlänge war aufgrund ihres Ansatzes am Schultergelenk

⁴¹Vgl. Leonardos Proportionsstudie: der neben der Zeichnung von uns ergänzte Maßstab verdeutlicht, wie der *cubitus* als anthropometrisches Maß den Leib nicht nur der Breite, sondern auch der Länge nach viertelt.

⁴²Vgl. Friedrich Hultsch, S. 77 f., insbesondere Fußn. 1 und 2.

⁴³Mit 59 1/2 cm wird der *braccio milanese* zum Zeitpunkt der Vereinheitlichung des italienischen Maßsystems angesetzt: vgl. Carlo Todini, *braccio*, in: *Encyclopedia italiana*, Bd. VII, Rom 1930, S. 649. Ob er jedoch zur Zeit Leonardos anders bemessen war, läßt sich nicht ohne weiteres feststellen. Zum Maß des röm. Fußes vgl. Anm. 32.

⁴⁴Kenneth Clarke / Carlo Pedretti (Hg.), *The Drawings of Leonardo da Vinci at Windsor Castle*, London 1968/69, folio 19129 r; in der neuen Ausgabe, Kenneth Keele / Carlo Pedretti (Hg.), *Corpus of the Anatomical Studies at Windsor Castle*, London 1992: folio 24 r; im folgenden kurz: W 19129 r [K/P 24 r].

⁴⁵Vgl. W 19131 r [K/P 26 r] und W 19132 r [K/P 27 r]; zur späteren Schreibweise des "*chupido*": "*cubito*", vgl. Anm. 22.

³⁸Zu den griechischen Intervallnamen vgl. Szabó, S. 225 f. und S. 243 f.

³⁹Vgl. Michael Baxandall, *Painting and Experience in 15th Century Italy*, Oxford 1972, Kap. II.10; Leonardo benutzt die Schreibweise im *Codex Forster II*, 17 r - 21 v, hg. von der Commissione Vinciana, Rom 1934.

⁴⁰Vgl. Moritz Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, Leipzig 1913, Bd. 2, S. 479: Einführung des Gleichheitszeichens (=) durch Robert Recorde, Leibniz Edwards IV.

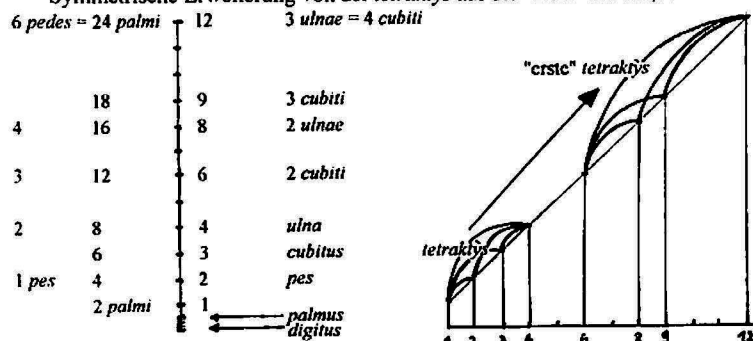
viel schwerer zu messen als die Ellenlänge. Aber es bleibt dabei, daß Leonardo Armlänge wie Elle zur gleichen Zeit benannt und auf das gleiche Grundmaß der menschlichen Durchschnittsgröße bezogen hat.

Also wird ihm auch klar gewesen sein, daß ein solcher "braccio" sich zum "chupido" wie vier zu drei verhält, d.h. um ein Drittel größer ist: einen halben Fuß oder zwei Handbreiten. Damit ist auch die vierte "Symmetrie" bezeichnet, die wir für den vollständigen harmonischen Proportionskanon noch benötigen:

ratio symmetriarum:

Klafter : Armlänge : Elle : Fuß : (2 Handbreiten) = 12 : 4 : 3 : 2 : 1.

fig. 3) Symmetrische Erweiterung von der tetraktys auf die "erste" tetraktys:



Dem nunmehr hinzugekommenen kleinsten Verhältnis, dem der Quarte, also Arm: Elle = 4:3, entspricht aber der gleiche Spielraum von zwei Handbreiten wie zuvor dem Quintverhältnis, Elle:Fuß = 3:2. Daher läßt sich eine duodezimale Teilung, deren Leonardo sich in seinen Manuskripten immer wieder bedient, an dieser Stelle auch ohne den Fuß definieren, wenn wir stattdessen den Arm als "Mittelmaß" dem Vitruvschen Kanon einverleiben⁴⁶. Denn als Vielfache von

Elle und Arm erhalten wir in Einheiten des duodezimalen *symmetron* von zwei Handbreiten:

für zwei Ellen	= 1/2 Klafter die Sechs,
für zwei Armlängen	= 2/3 Klafter die Acht,
für drei Ellen	= 3/4 Klafter die Neun,
für drei Armlängen	= 1 Klafter die Zwölf.

Die so erweiterte *ratio symmetriarum* der menschlichen Maßstäbe entspricht nun derjenigen des zwölfgeteilten *kanon*, mit dem laut Gaudentius ebenfalls schon Pythagoras selbst operiert hat⁴⁷; werden doch auch erst durch die Zwölftelung auf dem Monochord die zwei Tetrachorde ("Vierklänge") der griechische Leier meßbar, auf denen die griechische Harmonielehre beruht: (12 : 9) und (8 : 6) im durch Quinten übergriffenen Sekundabstand (9 : 8), griechisch: *epògdoon*. Die bloße Vervielfachung der der in der *tetraktys* schon enthaltenen Oktav-, Quint- und Quartverhältnisse erzeugt noch eine fünfte "Symmetrie", diejenige der sogenannten "ersten *tetraktys*"⁴⁸, d.i. die "doppelte harmonische Proportion":

1 Klafter : 3 Ellen	= 4 Fuß : 3 Fuß	= Arm : Elle
12 : 9	= 8 : 6	= 4 : 3
1 Klafter : 2 Armlängen	= 3 Ellen : 2 Ellen	= Elle : Fuß
12 : 8	= 9 : 6	= 3 : 2

di migliore grazia, piglia tue misure."
(Herv. und Erg. d. Übers.)

stimmen, wähle einen von besonderer Anmut,
und nimm alsdann Maß."

Wir dürfen vermuten, daß es bei der "regola" um die kalkulatorische Vorschrift geht, nach der die Maßverhältnisse des menschlichen Körpers die Baukunst bestimmen - und die wir auf diesen Seiten schrittweise zu demonstrieren versucht haben. Seine rein anthropometrische Funktion hat ja der *braccio* wohl ab dem Zeitpunkt, da Leonardo den "chupido" als "cubito" annimmt und nutzbar macht eingebüßt; in der Zusammensetzung der Gliedmaßen in der Vertikalen wie Horizontalen ist die Armlänge, die jene der Hand nicht mit einschließt, so ungünstig positioniert, daß sie auf Grund ihrer Lage zwischen Hand und Schulter schon als *symmetron* der Spannweite, also des Klafters, nicht in Frage kommt. Leonardo geht in diesem Zusammenhang auch beileibe nicht so akribisch vor wie in der Anthropometrie: zwei *braccia milanese* - unter 1,20 m - sind zuwenig, vier - fast 2,40 m - entschieden zuviel; also nimmt er die arithmetische Mitte: ca. 1,785 m. Er behauptet nicht, daß die Mehrzahl der Menschen diesem Maß entspräche, wohl aber, daß die Mehrzahl der Menschen gleicher Größe auch in den übrigen Gliedern (der Größe nach) übereinstimmen.

Das Maß selbst, "3 *braccia*", erscheint als reine Maßstabskonvention zur praktischen Nutzung der mit ihm gegebenen Größenverhältnisse, umso mehr, als der *braccio milanese* zwei römischen Fuß recht gut entspricht, dieser aber nach Vitruv auch den *cubitus* mißt, als anderthalbfache Größe. Das Maßverhältnis von Arm und Elle, 2 : 1 1/2 = 4 : 3, ist indes keine bloße Konvention, sondern bestimmt womöglich genau die "regola" der Verhältnisse, welche Leonardo durch seine anthropometrischen Messungen überprüfen und etablieren will.

⁴⁷Vgl. Anm. 36

⁴⁸Vgl. Nikomachos v. Gerasa, *harmonikon*, II.7, in: Carl v. Jan, (zit. wie in Anm.36), S. 279

⁴⁶Vgl. Leonardo da Vinci, *Codex Atlanticus*, Bibliotheca Ambrosiana di Milano, folio 160 recto-a; in der neuen Ausgabe des *Codex Atlanticus*, Hg. Commissione Vinciana, Florenz 1975 - 80: folio 430 r - im folgenden kurz: CA 160^{ra} [430^r].

Leonardo gibt auf diesem folio folgende recht definitive Erklärung zum *braccio* ab:

"Se l'omo di due braccia e piccolo, quello di quattro e troppo grande. Essendo la via di mezzo laudabile, il mezzo 2 e 4 si è 3. Adunque piglia un omo di 3 braccia e quello misura colla regola ch'io ti darò. Se tu me dicessi: io me potrei ingannare giudicando uno bene proporzionato che sarebbe il contrario, a questa parte i' rispondo che tu debbi vedere molti omini di 3 braccia, e quella maggiore quantità, che sono conformi di membra, sopra uno di quelli

"Ist ein Mensch von zwei Armlängen (Größe) zu klein, so ist einer von vier zu groß. Loben wir uns den Mittelweg - die Mitte zwischen 2 und 4 ist aber die 3. Also nimm einen Menschen von 3 braccia (Größe), und diesen miß nach der Regel, die ich dir geben werde. Sagtest du mir nun, daß ich mich täuschen könnte in der Beurteilung einer wohlproportionierten Gestalt, die so groß gar nicht sei, erwiderte ich darauf, daß du viele Menschen von 3 braccia (Größe) betrachten mußt, und aus der größeren Anzahl derselben, die (der Größe nach) auch an den Gliedern überein-

Die in Vitruvs Vorschrift ursprünglich enthaltenen Maßverhältnisse von Klafter, Elle, Hand- und Fingerbreite, die Leonardo in seiner anthropometrischen Studie so deutlich verkörpert hat, sind im so erweiterten Proportionskanon enthalten; der Kalkül ist bei dieser Erweiterung der gleiche und einfache geblieben, den ein praktisch denkender Leser aus Vitruvs Ausführungen entnehmen konnte, auch ohne dessen schwierige Grundbegriffe der Baukunst im einzelnen verstanden zu haben, und anwenden konnte, ohne mit Brüchen rechnen zu müssen. Den praktisch denkenden Leser müssen wir uns allerdings als jemanden vorstellen, der ganzzahlige Verhältnisgleichheiten von Maßen in verschiedenen Größenordnungen reproduzieren und wechselweise miteinander verbunden wissen möchte; und der weiß, daß es in dieser Hinsicht die *musici*, insbesondere in der Monochordlehre und im Instrumentenbau, recht weit gebracht haben - nämlich in der Herstellung dessen, was Luca Pacioli, Freund und Mathematiklehrer Leonardos, die "*proportionalità*" genannt hat⁴⁹. Und zugleich steht damit das Modell des menschlichen Körpers für die prinzipielle Möglichkeit, einen gegebenen Maßstab wie den des Klafters schrittweise zu verkleinern: im Maßstab 1:6, oder, mit Vitruv, "*modulo pedis*", im Maßstab 1:24 - "*modulo palmi*" - oder 1:96 - "*modulo digiti*". Das ist die hinreichende und notwendige Bedingung, um Bauzeichnungen oder Modelle herstellen zu können⁵⁰. Umgekehrt muß der Maßstab natürlich ebenso vergrößerbar, vor Ort auf den Bau selbst übertragbar sein⁵¹.

All das ist zweifellos nicht allein für den Tempelbau von Interesse: die *ordinatio* als Abstimmung der Meßbarkeiten aufeinander läßt sich mit gleicher Peinlichkeit z.B. auch auf die Konstruktion von Meßinstrumenten wie Quadranten und Astrolabien und anderer Gebäude wie Geräte anwenden - Vitruv selbst, *liber primus*, II.4.(Forts.), gibt folgende Hinweise dazu:

"Et primum in aedibus sacris aut e columnarum crassitudinibus aut triglypho aut etiam embatere, ballista e foramine, quod Graeci περὶ τρετον vocitant, navibus interscalmio, quae δειπχυαία dicitur, item ceterorum operum e membris invenitur symmetriarum ratiocinatio."

"Und vornehmlich bei heiligen Bauwerken wird entweder aus den Säulendicken oder dem triglyphon oder auch dem embater, bei der Balliste aus dem Bohrloch, das die Griechen *peritreton* nennen, bei Schiffen aus dem Abstand zweier Ruder zapfen - *dipechyaiia* genannt - und ebenso bei den übrigen Bauwerken aus einzelnen Gliedern die Berechnung der Symmetrien gewonnen."⁵²

Das gilt natürlich erst recht für den Bau von Musikinstrumenten, vornehmlich Orgeln, welche - hydraulisch betrieben - den Griechen seit den Zeiten des

⁴⁹Vgl. Luca Pacioli, *Summa de arithmetica, geometria, proportionione e proportionalità*, Venedig 1494: so der Titel jenes Mathematiklehrbuchs, das Leonardo in dessen Erscheinungsjahr für 119 soldi gekauft hat.

⁵⁰Vgl. Frank Zöllner, S.31 f. (Anm. 35), zur Vergrößerung eines Katapults durch Philon von Byzanz, 2. Jhdt. v. Chr., den Vitruv als Quelle genutzt hat.

⁵¹Zöllner, S. 36f. (mit Anm.), wo insbesondere auch die Anfang 1980 im Apollotempel von Didyma entdeckten Bauzeichnungen im Naturmaßstab behandelt werden.

⁵²Vgl. Anm. 16

Ctesebios bekannt waren. Immer aber ist diese Maßarbeit mit der handwerklichen Notwendigkeit verknüpft, die Berechnung kommensurabler Maßverhältnisse mittels verschiedener, gleichzeitig benutzter, kommensurabler Maßstäbe praktisch umzusetzen, um gleiche Verhältnisse in den verschiedenen Größen dimensionen eines Werkes handwerklich reproduzieren zu können. Legen wir dabei mit Vitruv die alten Maße von Klafter, Elle, Fuß, Hand- und Fingerbreite zugrunde, ergeben sich natürlich immer wieder andere "Symmetrien", nachdem ob wir vom sechsfüßigen Klaftermaß oder der perfekten Zahl $6 = 1+2+3^{53}$, oder vom *digitus* ausgehen, d.h. von der Fingerzahl 10⁵⁴, oder die Länge des Fußes in *digiti*, $16 = 6+10$ als Schlüssel der Kalkulation benutzen⁵⁵. In unserem Beispiel wurde die doppelte Handbreite zugrundegelegt, die zusammen mit dem Fuß als Sechstel und der Elle als Viertel die Hälfte des Klafters: 12 *palmi* ($2+4+6$) *palmi*, und im Verein mit der Elle die Armlänge, als Drittel des Klafters ausmacht: $(6+2)$ *palmi* = 8 *palmi*.

Daß Vitruv gerade bei der Bestimmung der "Symmetrien" für den Tempelbau fast achtlos auf die harmonischen Zahlenverhältnisse der *tetraktys* eingeht, mag daher rühren, daß wir in ihm einen Anhänger der Harmonielehre des Aristoxenos vermuten dürfen, die er auch ausführlich darstellt: im *liber quintus*, IV. Damit aber wäre Vitruv auf eine musiktheoretische Tradition aristotelischer Prägung verpflichtet gewesen, die dem pythagoreischen Primat der Bestimmung der Tonintervalle durch Zahlenverhältnisse ausweichend bis ablehnend gegenüberstand⁵⁶.

Wenngleich sich aber aus den unterschiedlichen "Symmetrien" unterschiedlich lange Maßstäbe mit unterschiedlichen Meßskalen in unterschiedlichen Längenverhältnissen zueinander ergeben: solange letztere Verhältnisse ganzzahlig

⁵³Vgl. Anm. 33

⁵⁴Das Maß der Gesichtslänge als Klafterzehntel - vgl. Anm. 59) - paßt noch in den kalkulatorischen Rahmen einer Dezimalaufteilung; daß aber mit der Zehn auch die pythagoreische *tetraktys* als Summe: $10 = 1 + 2 + 3 + 4$ in Betracht kommt, hat Vitruv mit dem Bezug auf Plato zumindest indirekt noch angedeutet - vgl. *liber tertius*, I. 5:

"...glaubte auch Plato, diese Zahl sei deshalb vollkommen, weil die Zehnheit aus Einheiten besteht, die die Griechen "Monaden" nennen."

Zumindest ein Hinweis auf die pythagoreischen Grundlagen der Arithmetik: die Einheiten der Vierzahl, die die Zehn bilden, erzeugen den Punkt (1), die Linie (2 Punkte), die Fläche (3 Pkt.: Dreieck) und den Körper (4 Pkt.: Tetraeder mit 4 Dreiecksflächen), welche als Bausteine der Natur in der allwirkenden und alles vollendeten Zehnzahl enthalten sind; vgl. Paul v.Naredi-Rainer, *Architektur und Harmonie*, Köln 1989, S. 34 ff.

⁵⁵Vitruv, *Libri tertius*, I.8 (vgl. Anm. 53):

"...Nachdem sie aber bemerkt hatten, daß beide Zahlen (10 und 6) vollkommen seien, zählten sie beide zu einer Zahl zusammen und machten 16 zur vollkommenen Zahl."

⁵⁶Das starke Interesse Vitruvs an Musik, Akustik und Instrumentenbau ist offensichtlich: *liber primus*, I.8 f. (Von der Ausbildung des Baumeisters), *liber quintus*, IV. (Harmonielehre des Aristoxenos), *ebenda*, V., VI., VII. (Schallgefäße im Theater, Auswahl des Bauplatzes, Theaterbau), *liber decimus*, XII. 1 f., (Spannung des Katapults durch Einstimmen der Zugschnur). Zur Harmonielehre des Aristoxenos, der übrigens nicht umhin konnte, ebenfalls mit dem Monochord zu operieren, vgl. Smits van Waesberghe, (zit. wie in Anm. 22), S. 34.

bleiben⁵⁷, läßt sich das Verfahren auch von solchen Handwerkern und Baumeistern handhaben, für die - und das war bei Leonardo auch nach 1490 noch der Fall⁵⁸ - das Beherrschen der Bruchrechnung, einschließlich deren Division, keineswegs selbstverständlich ist. Denn hat man einmal mit Richtscheit und Zirkel seine Maßstäbe konstruiert und hergestellt, dann lassen sich alle Vielfache und Bruchteile eines solchen auf einem passenden anderen als möglichst einfache Verhältnisse ganzer Zahlen ablesen und weitergeben: "So wie die Hand sechsmal in die Elle, soll der Fuß ins Klafter gehen, die Elle aber viermal hinein!" Damit ließ sich arbeiten...⁵⁹ "Kein Bauwerk ohne *symmetria*": das mag in der Renaissancearchitektur auch als Glaubenssatz verkörpert sein; entscheidend ist jedoch deren praktische Notwendigkeit für alle am Werk Beteiligten.

Und die pythagoreische *tetraktys* war als einfaches Kalkulationsmodell einer vollständigen *symmetria*, als "Proportionalitätsgenerator" von großem verfahrenstechnischen Interesse. Über eine Bekanntschaft mit der musikalischen Praxis⁶⁰ oder mit Elementen der Harmonielehre des Boethius, die auch schon einmal im Unterricht einer *scuola dell'abbaco* zum Thema werden konnte⁶¹, waren die harmonischen Proportionen einem Künstler der italienischen Renaissance doch noch ganz anders zugänglich als nur auf dem naturphilosophischen Umweg einer "mikrokosmischen" Entsprechung "makrokosmischer" Weltenhar-

⁵⁷Das gilt, wie erwähnt, auch noch für Leonardos Anthropometrie in der Vertikalen:

30 : 20 : 15 : 11 : 7 : 1, in welcher duodezimale und dezimale Anteile zugleich auftreten.

⁵⁸Zöllner, S. 31, ist in diesem Zusammenhang etwas ungenau, wenn er vom "selbstverständlichen Gebrauch von Brüchen" spricht; dieser Gebrauch muß eben nicht die Bruchrechnung schon mit einschließen; mit deren Division tat sich Leonardo schwer: vgl. CA 279^r [759^r], CA 283^{r,v} [772^{r,v}] - ca. 1502 - und Augusto Marinoni, *Leonardos Schriften*, in: *Leonardo der Forscher*, Stuttgart 1981, S. 94.

⁵⁹Wo Maße derart weitergegeben werden, da wird, wenn überhaupt, mit dem Dreisatz gerechnet, und dabei entstehende Maßverhältnisse werden in und durch die Arbeit nachvollziehbar verkörpert. Auch Leonardo hat Maßverhältnisse derart mitgeteilt, arithmetische wie geometrische - vgl. CA 42^r [119^r] (ca. 1487):

Indirekte
Höhermessung



"misura senza mutarti:
quanto m n entra in m s,
tanto o p entra in p c."

Noch die Streckenverhältnisse $dc : op$, $mp : hp$ werden wie solche von Dingen vorgestellt, von denen das kleinere in das größere "hineingeht". Unter den Zahlenverhältnissen sind aber gerade die ebenso vorgestellten, einfachsten ganzzahligen Proportionen auch die harmonischen, die schon in der Vierzahl enthalten sind.

⁶⁰Zu Leonardos Freundschaft mit Franchino Gaffurio, dem Kantor des Mailänder Domes und Verfasser so wichtiger Schriften zur Harmonielehre, und zu seiner Bekanntschaft mit dem hochtalentierten Instrumentenbauer Lorenzo Gussano vgl. Emanuel Winternitz, *Leonardo as a Musician*, New Haven / London 1982, S. 5 ff. und S. 17 - 21, und ders., *Lira da braccio*, in: Friedr. Blume (Hg.), *Die Musik in Geschichte und Gegenwart*, Band 13, Kassel 1966, Sp. 936 - 954.

⁶¹Schon Edmondo Solmi, *Le fonti dei manoscritti di Leonardo da Vinci*, Turin 1911, S. 104, hat vermutet, daß Leonardo mit den Werken des Boethius, insbesondere dessen *De musica*, von früher Jugend an bekannt gewesen ist. Von Solmi, S. 95 f., datiert auch die Vermutung, daß Leonardo eine *scuola dell' abbaco* besucht habe.

monie im Leib des Menschen, die dann noch auf ein Bauwerk zu übertragen war...⁶² Der Versuch, die menschliche Gestalt direkt auf den Grund- und Aufriß eines Sakralgebäudes zu übertragen, läßt sich als (jener gedanklichen Ellipse entsprechender) praktischer Kurzschluß eines humanistisch geneigten Architekten werten. In jedem Falle wäre die Auffassung der vitruvischen "Symmetrie" als harmonischem Proportionsschema und zugleich als optischer Symmetrie - in heutigen Wortsinn - ein wenn auch vielleicht sehr fruchtbares Mißverständnis des cäsarischen Baumeisters⁶³.

Es ist nicht unmöglich, daß auch Leonardo, ähnlich wie Francesco di Giorgio den Vitruv in diesem zugleich verengten wie verdoppelten Wortsinn verstanden hat, der arithmetisch wie geometrisch so klare und einfache Lösungen lieferte. So sehr aber noch Spekulation bleibt, ob Leonardos symmetrische Zentralbaustudien aus der gleichen Mailänder Zeit mit der Proportionsstudie nach Vitruv im Zusammenhang stehen⁶⁴, so fest steht, daß Leonardo im Rahmen seiner anatomischen Studien experimentelle Anthropometrie betrieb und sich auf dieser Basis kritisch mit Vitruvs Vorgaben auseinandergesetzt hat. Auch wenn Leonardo dabei selbst das altehrwürdige Maß des Fußes antastet⁶⁵, bleibt er den noch bei der metrologischen Basis des Vitruv für die architektonische Maßarbeit. Diese aber war auch unverzichtbar - nicht allein für die Baukunst, sondern auch für die Messung von Höhen und Entfernungen in der Natur wie in deren bildlicher Darstellung.

⁶²Zurecht kritisiert Frank Zöllner, S. 3 ff. und S. 16 - 18, Rudolf Wittkowers vorwiegend symbolische Interpretation der Vitruvischen Proportionsfigur "und die Folgen": ein Musterbeispiel kunsthistorischen Um-die-Ecke-Denkens...

⁶³Die optische Symmetrie als Konstruktionsmittel ist natürlich nicht so neueren Datums wie der ihr entsprechende enge Wortsinn; vielmehr ist sie auf Grund ihrer Zweckmäßigkeit zu allen Zeiten und in allen Welterecken verwendet worden, in allen Handwerken und Künsten. Der Umgang mit der symmetrischen Optik, der die Verdopplung als deren Ordnungsprinzip einschließt, ist keineswegs als "naiver" Anthropomorphismus zu verstehen; die Symmetrie unseres Körpers, seiner Sinnesvermögen und deren Wahrnehmung ist ja auch beileibe kein bloß trivialer Tatbestand; vgl. auch Anm. 12.

⁶⁴Vgl. Rudolf Wittkower, (zit. wie in Anm. 41), S. 15 f.: Abb. 5 a - c; wichtig sind in diesem Zusammenhang auch jene Skizzen, die Carlo Pedretti als frühe Ideen für den Umbau der Kirche von Santa Maria delle Grazie ausgemacht hat: vgl. Carlo Pedretti, *The Original Project for Santa Maria della Grazie*, in: *International Congress on Bramante*, Mailand 1970, S. 30 - 42, und ders., *Leonardo architetto*, Mailand 1978, S. 81 - 112.

⁶⁵Zur Genesis des Fußmaßes vgl. Friedrich Huftschs Hypothese, S. 94 ff.: Der altägyptischen Königselle war eine im Verhältnis 7 : 6 verkleinerte Elle als Handwerksmaß hinzugesellt; vier der sechs Handbreiten dieses Handwerksmaßes ergeben einen ab dem 8. Jhd. v. Chr. nachweisbaren altpeloponnesischen Fuß; dieser "olympische Fuß" könnte bei der Festsetzung des attischen Fußes durch Solon als Vorbild gedient haben. Der römische Fuß verhält sich nun zum attischen so, als wäre die attische Elle um einen von 24 römischen *digiti* größer: also wie 24 : 25. Diese Genesis entspricht aber der Verkleinerung des älteren Maßstabs nach Maßgabe einer anthropometrischen *symmetria*, und zwar wiederum derart, daß der ältere Maßstab in Einheiten des verkleinerten neuen gezählt wird: eineinsechstel, eineinviereinzwanzigstel. Das entspricht genau der geschilderten Vorgehensweise bei der Maßstabsverkleinerung am Monochord, wo ebenfalls zunächst, vor der *sectio canonis*, eine Einheit des alten Maßstabs abgezogen wird: vgl. Anm. 22!

Ab 1483-85 befaßt Leonardo sich mit dem Problem der Verkürzung sichtbarer Größen bei zunehmender Entfernung: dem Problem der perspektivischen Tiefenverkürzung⁶⁶, und ab 1487 beginnt er, sich landvermesserische Techniken anzueignen und experimentell auf das Problem der Tiefenverkürzung anzuwenden. Sein Hauptinteresse gilt den verschiedenen Techniken der indirekten Messung von Höhen und Entfernungen im Gelände. Dabei wurde im Rahmen einer Meßreihe eine weit entfernte und daher als fix genommene Höhe, die nicht nur unbekannt, sondern zuweilen auch gar nicht zugänglich war, aus verschiedenen Entfernungen anvisiert. Das konnte mit einfachen Meßbruten, einem Jakobsstab, einem Quadranten oder einem verwandten Instrument geschehen. Derart wurde diese Berg- oder Turmeshöhe zusammen mit ihrer Entfernung vom Auge im verkleinerten Maßstab als rechtwinkliges Dreieck festgehalten und durch Vergleich mit dem noch viel kleineren Maßstab des Instruments als verkleinerte Größe meßbar gemacht⁶⁷. Aus unterschiedlichen Entfernungen und Sichtwinkeln ergaben sich nun unterschiedliche Verkleinerungen, also unterschiedliche Meßwertpaare für die verkleinerte Höhe und Distanz des Beobachtungsobjekts. Auf diese Weise ließ sich indirekt, aus den Differenzen oder Spielräumen zwischen den unterschiedlichen Standorten, die tatsächliche Höhe und Entfernung bestimmen - wieder vermittelt des Dreisatzes, der *regula de tri*, diesmal aber im Rahmen der geometrischen Seitenverhältnisse von Paaren ähnlicher rechtwinkliger Dreiecke, als welche die Meßreihe sich darstellt.

Diese Technik war aber auch andersherum anwendbar: wenn man von einer bekannten wie zugänglichen Höhe in der näheren Umgebung ausging, um deren zunehmende Verkleinerung bei schrittweise wachsendem Beobachtungsabstand zu messen. Damit sind wir beim Problem der perspektivischen Tiefenverkürzung aus der Sicht des Landvermessers. Was wir aber für Filippo Brunelleschi mit gutem Grund vermuten dürfen, ist bei Leonardo Schritt für Schritt nachweisbar: die Entwicklung seiner Perspektive aus der praktischen Auseinandersetzung mit Techniken der Landvermessung⁶⁸. An die Stelle der bekannten Größendimensionen eines Gebäudes in mittlerer Entfernung - wie des Florentiner Baptisteriums oder des Palazzo Vecchio bei Brunelleschi - tritt nun aber bei Leonardo spätestens ab 1490 als Ausgangsgröße in der Tat der menschliche Leib selbst oder eines seiner Glieder⁶⁹, wie diese in einem anfänglichen Grundabstand

⁶⁶Vgl. Leonardo da Vinci, *Codex Forster II*, 115^v, (zit. wie in Anm. 36)

⁶⁷Vgl. Kim H. Veltman, *Studies on Leonardo da Vinci I*, München 1986, S. 87 - 112 und Marco Carpi-cci, *Leonardo - La misura e il segno*, Mailand 1986.

⁶⁸Zu Brunelleschi vgl. Jehane S. Kuhn, *Measured Appearances*, in: *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, (JWCI), vol. 53. London 1990, S. 114 - 132; Martin Kemp, *Science, Non-Science and Nonsense*, in: *Art History* 1,2 (1978), S. 134 - 161, und E. H. Gombrich, *From the Revival of the Letters to the Reform of the Arts*, in: *Essays in the History of Art presented to Rudolf Wittkower*, London 1967, S. 71 - 82.

⁶⁹Vgl. Leonardo da Vinci, Ms. A 103^r, 1490 - 92: "Dei gradi del diminuire".

vor Augen erscheinen und der Größe nach auf einer skalierten Stellwand, die "pariete" Leonardos, festgehalten werden können⁷⁰.

Bei der Vervielfachung des Grundabstandes ergibt sich aber aus flächentreuer Sicht mit zwingender Notwendigkeit eine umgekehrte, im Sinne der Bruchrechnung reziproke Abnahme der Ausgangsgröße auf immer kleiner werdende Bruchteile. Das gleicht aber ganz einer Größenabnahme wie der einer Oktave, auf eine Quinte, auf eine Quart, auf die große und schließlich die kleine Terz (5 und 6:5):

$$1:1/2:1/3:1/4:1/5:1/6.$$

Diese Größenverhältnisse lassen sich nun mit großer Wahrscheinlichkeit an Leonardos "Abendmahl" (1495?-1497) im Refektorium des Klosters von S^{ta} Maria delle Grazie zu Mailand ablesen: 12:6, 12:8 und 9:6, 12:9 und 8:6, 12:10 (6:5) und 10:8 (5:4)⁷¹.

Für Leonardos Freund Gaffurio müßte das nun aber, als Resultat einer perspektivischen Konstruktion, von Interesse gewesen sein. Unter Berücksichtigung einer musikalischen Praxis, die sich auch der Terzen als harmonischer Intervall längst bediente und schon zur Erprobung temperierter Einstimmung von Instrumenten übergegangen war, hatte sich der bedeutende Musiktheoretiker und Freund Leonardos schon 1482-83, in der Abfassung seiner *Practica musicae, liber tertius*, cap. 2, dazu durchgerungen, die Terzen 5:4 und 6:5 (als arithmetische Mittel der Quinte 6:4) zum Ausgangsort seiner Lehre vom Kontrapunkt zu machen, um gar die Quintharmonie aus jener der Terzen zusammenzusetzen, abzuleiten: 6:5:4⁷².

⁷⁰Vgl. ders., CA 36^{vb} [103 B^r], ca. 1490.

⁷¹Vorliegende Arbeit ist gekürzter Bestandteil einer in Arbeit befindlichen Habilitationsschrift, in welcher auch die Genesis der Perspektive Leonardos im Kontext der Landvermessung sowie die Maßarbeit Leonardos im Refektorium von S.M. delle Grazie abgehandelt wird; in diesem Rahmen wird auch der harmonische Proportionskanon des "Abendmahls" eine eingehende Begründung erfahren.

⁷²Vgl. Franchino Gaffurio, *Practica musicae*, Hg. Giuseppe Vecchi, Bologna 1972:

*Liber tertius - De contrapuncto
& eius elementariis vocibus,
caput secundum - De natura et
denominatione specierum contrapuncti :*

*Buch III - Vom Kontrapunkt
und seinen elementaren Klängen,
Kapitel 2 - Vom Wesen und der
Benennung des Kontrapunktarten:*

"...Quinta autem...componitur ex duabus
primis simplicibus, tertia minore atque
tertia maiore concordia medietate
servata."

"...Die Quinte aber...ist aus den zwei
ersten einfachen(Kontrapunktarten) zusammen-
gesetzt, aus kleiner und großer Terz,
unter Wahrung der harmonischen Mitte.

Mit der "medietas concors" ist nicht das harmonische Mittel gemeint, sondern die (arithmetische) Mitte des Quintintervalls, die die *concordia*, den Wohlklang der kleinen und großen Terz, so hervorbringt wie das arithmetische Mittel des Grundtons und der Oktave die Harmonien von Quarte und Quinte; vgl. auch Irwin Young, *Gaffurio - Practica musicae* (engl. Übers.), Madison 1969, S. 127 und Introduction, S. XXII. Die pythagoreischen Terzen, 32 : 27 und 81 : 64, welche auch Gaffurio als Schüler des Boethius und der mittelalterlichen Musiktheorie lehrte, waren hingegen nicht harmonisch: die Kleinterz 81 : 64 entsteht durch Zusammenfügen zweier Sekunden: (9 : 8) · (9 : 8), die Großterz durch Abzug der letzteren von der Quinte: (3 : 2) : (81 : 64). Die Kleinterz der Pythagoreer ist größer