

3077
HEGLMEIER, F.
1996

Friedrich Heglmeier (Erlangen)

Die griechische Astronomie zur Zeit des Aristoteles

Ein neuer Ansatz zu den Sphärenmodellen des Eudoxos und des Kallippos

1. Einleitung

Dem Weltbild des Aristoteles liegen die kosmologischen Modelle des Eudoxos von Knidos¹ und des Kallippos von Kyzikos zugrunde, das eine auf dem anderen aufbauend. In Buch XII der *Metaphysik*² stützt sich Aristoteles auf dieses System, um die Himmelserscheinungen wiederzugeben. Das eudoxisch-kallippische Modell schließt eine Theorie der Bewegungen von Sonne und Mond ein. Die Mondtheorie des Eudoxos gibt die Mondbewegung vorzüglich wieder, die Eigenart der eudoxischen Sonnentheorie gab zu heftigen Diskussionen Anlaß. Hier werde ich mich trotzdem auf die Planetenmodelle des Eudoxos und des Kallippos beschränken, also auf die eigentlichen Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn.

Die Geschichtswissenschaft der Astronomie befaßt sich seit der Arbeit Ideler's³, also seit mehr als 150 Jahren, eingehender mit den homozentrischen Sphären des Eudoxos. Die bahnbrechende Arbeit zum Verständnis des eudoxischen Modells ist eine Schrift von G. V. Schiaparelli: „Le sfere omocentriche di Eudosso, di Callippo e di Aristotele“, erschienen 1874 in Mailand⁴. Soweit es die Bewegung der eigentlichen Planeten im Modell des Eudoxos anbelangt, ist die Arbeit Schiaparellis das Standardwerk geworden.

HEGLMEIER, Friedrich. – *Die griechische Astronomie zur Zeit des Aristoteles: ein neuer Ansatz zu den Sphärenmodellen des Eudoxos und des Kallippos.* Antike Naturwissenschaft und ihre Rezeption. 6 (→ 67-13568) 51-71. [67-13035

¹ Fragmente der astronomischen Schriften des Eudoxos sind in F. Lasserre, *Die Fragmente des Eudoxos von Knidos*, Berlin 1966, 67-73 gesammelt.

² Aristoteles, *Metaphysik* XII, 1073b17ff.

³ Ideler, L., *Über Eudoxos*. Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Hist.-Philol. Klasse, 1828, 189-212 und 1830, 49-88.

⁴ Schiaparelli, G. V., *Memoria letta nell'adunanza del 26 nov. 1874*. Memorie del Reale Istituto Lombardo, Classe di scienze matematiche, vol. XIII, ser. 3, vol. 4. Deutsche Übersetzung von W. Horn, *Die homocentrischen Sphären des Eudoxus, Kallippus und Aristoteles*, Leipzig 1877. (Hierauf beziehen sich auch die ang. Seitenzahlen).

Die Kritik an seiner Rekonstruktion der Sonnen- und Mondbewegung habe ich in meiner Dissertation weitgehend widerlegt.⁵

Das eudoxische Sphärensystem hat durch Kallippos von Kyzikos entscheidende Verbesserungen erfahren. Die Rekonstruktion dieses kallippischen Modells ist allerdings weder Schiaparelli selbst noch seinen Kritikern gelungen.⁶

Hier soll ein neuer Ansatz zum Sphärenmodell des Kallippos versucht werden, der zu überraschenden Ergebnissen führt. Dazu kann ich an dieser Stelle die Lösungswege nur skizzieren und die wichtigsten Ergebnisse angeben. Ich stütze mich dabei auf eine Reihe von graphischen Darstellungen und kann so auf die explizite Ausführung mathematischer Herleitungen weitgehend verzichten.⁷

2. Der Auftrag Platons

2.1 Kosmologie zu Beginn des vierten Jahrhunderts

Den Textstellen von Platon in seiner *Politeia*, im *Timaios* und im *Phaidon* entnehmen wir das große Interesse der griechischen Philosophie des 4. Jahrhunderts an der Struktur des Kosmos. Vor Eudoxos hatten sich schon die Pythagoreer mit der Planetenbewegung beschäftigt. Geminus berichtet:

Die Pythagoreer waren die ersten, welche an derartige Untersuchungen herantraten und für die Sonne, den Mond und die fünf Planeten kreisförmige und gleichförmige Bewegungen annahmen. Konnten sie doch für die göttlichen und ewigen Himmelskörper nicht eine derartige Unregelmäßigkeit annehmen, vermöge welcher sich dieselben bald schneller, bald langsamer bewegen, bald gar stillstehen sollten (...).⁸

⁵ Heglmeier, Friedrich, Die homozentrischen Sphären des Eudoxos und des Kallippos und der Irrtum des Aristoteles. Diss. in der Phil. Fakultät I, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg, 1988.

⁶ S. die Erklärungsvorschläge von P. Tannery in: *Seconde note sur le système astronomique d'Eudoxe*. *Mem. de la Soc. des Sciences phys. et nat. de Bordeaux*, 2^e ser., t. V, 1883, 129-147.

⁷ Zum näheren Studium mathematischer Herleitungen verweise ich auf meine Dissertation (wie Anm. 5).

⁸ Geminus, *Elementa astronomiae*. Ed. C. Manitius, Stuttgart 1974 (Nachdruck der Ausgabe von 1898).

Das platonische System – dargestellt in der *Politeia*, im *Timaios* und im *Phaidon* – ist wohl im wesentlichen pythagoreisch.“

2.2 Die Rettung der Phänomene

Als besonders unzugänglich für mathematische Erklärungen erwies sich dabei der Mechanismus der Planetenbewegung. Nach dem Kommentar des Simplicius zu Aristoteles' *De Caelo*⁹ hat Platon – wohl unzufrieden mit den ihm verfügbaren Weltmodellen – den Mathematikern die Problemstellung gegeben, durch welche gleichförmigen, kreisförmigen und geordneten Bewegungen die Phänomene bezüglich der Planeten gerettet werden könnten.¹⁰

Eudoxos sei der erste gewesen, der die Lösung durch seine Hypothese der sogenannten „aufrollenden“ Sphären gefunden habe.¹¹ Diese wurden von Schiaparelli die „homozentrischen Sphären“ genannt.

3. Die Sphärentheorie des Eudoxos von Knidos

3.1 Quellen

Aristoteles beschreibt im XII. Buch der *Metaphysik* das Modell des Eudoxos so:

Eudoxos nahm nun an, daß die Ortsbewegung der Sonne und des Mondes in drei Sphären vor sich gehe; hiervon sei die erste die Sphäre der Fixsterne, die zweite habe ihre Richtung mitten durch den Tierkreis, die dritte verlaufe in geneigter Richtung durch die Breite des Tierkreises. Die Bewegung der Planeten erfolge in vier

⁹ B. L. van der Waerden, *Die Astronomie der Pythagoreer*, Amsterdam 1951, 25.

¹⁰ *Simplicii in Aristotelis De caelo commentaria*. Ed. I. L. Heiberg, Academia Litterarum Regia Borussica, Berlin 1894, 495-497.

¹¹ Zur Frage, ob Platon selbst oder Eudoxos es war, der die Problemstellung zur Rettung der Phänomene erfand, vgl. Saltzer, W. G., *Theorien und Ansätze in der griechischen Astronomie*, in: *Collection des travaux de l'Académie Internationale d'Histoire des Sciences*, No. 23, Wiesbaden 1976, S. 10 Anm. 16. Saltzer mißt der Frage nach der Urheberchaft keine fundamentale Bedeutung zu: „In Wirklichkeit kommt es nur auf den Nachweis an, daß das Bedürfnis bestand, die manifesten Anomalien bei den fünf Planeten, d.h. ihre Rückläufigkeiten und die evidenten Helligkeitsschwankungen bei Venus, Mars und Jupiter mit Hilfe einer geordneten periodischen Kinematik zur Darstellung zu bringen, und das ist für die Akademie unbestreitbar“.

¹² Simplicius (wie Anm. 10) 492.

Sphären, und davon seien die erste und die zweite dieselben wie die ersten beiden Sphären von Sonne und Mond (denn die Sphäre der Fixsterne führe alle anderen herum, und die Sphäre, die unter ihr angeordnet ist und die in der Richtung der Mittellinie des Tierkreises bewegt wird, sei allen gemeinsam; die Pole der dritten Sphäre jedes Planeten befänden sich in der Mittellinie des Tierkreises; die Bewegung der vierten Sphäre verlaufe aber nach der Richtung eines gegen die Mitte der dritten Sphäre schrägen Kreises (...).¹³

Überraschend an dieser Darstellung ist zunächst, daß der Sonne drei Bewegungen zugeordnet werden. Simplicius kommentiert sie so, daß sich die erste Sphäre mit dem Fixsternhimmel täglich um ihre Achse drehe, die zweite bewege die Sonne durch den Tierkreis, und die dritte trage die Sonne in einer weit langsameren Drehung längs eines zum Tierkreis schrägen Großkreises.¹⁴

Die Sonne bewegt sich demnach also nicht genau in der Ebene der Ekliptik. Die dritte Sphäre mit ihrer langsamen Umdrehung bewirkt, daß die Sonne sich über mehrere Jahre oberhalb bzw. unterhalb der Ekliptik aufhalten würde. Schiaparelli hat deshalb wohl zu Recht einen Irrtum des Aristoteles in der Zuteilung der Sphärgeschwindigkeiten angenommen.

Der analoge Fehler bei der eudoxischen Mondtheorie müßte – wegen der größeren Neigung der Mondbahn gegen die Ekliptik – zu noch offensichtlicheren Abweichungen führen.¹⁵ Auch hier nimmt Schiaparelli einen Irrtum bei Aristoteles an. Vertauscht man auch hier wieder die Geschwindigkeiten der zweiten und dritten Sphäre des Mondmechanismus, erhält man ein sehr brauchbares Modell der Mondbewegung.¹⁶

¹³ Aristoteles, *Metaphysik* XII, 1073b17ff.

¹⁴ Simplicius (wie Anm. 10) 493.

¹⁵ Vgl. Heglmeier (wie Anm. 5) 126-139.

¹⁶ Schiaparelli (wie Anm. 4) 117-119.

Für die Planeten gibt Simplicius die folgenden synodischen Umlaufzeiten an:¹⁷

Planet	Tabelle der Umlaufzeiten ¹⁸			
	Zodiakale Umlaufzeit (Jahre)		Synodische Umlaufzeit (Tage)	
	Simplicius	Moderner Wert	Simplicius	Moderner Wert
Saturn	30	29,458	390	378
Jupiter	12	11,862	390	399
Mars	2	1,881	260	780
Merkur	1	1	110	116
Venus	1	1	570	584

3.2 Die Rekonstruktion durch Schiaparelli

Schiaparelli zeigt in seiner Arbeit, daß es Eudoxos möglich gewesen ist, mit den Prinzipien der elementaren Geometrie die Planetenbewegungen nach seinem Sphärenmodell zu konstruieren.¹⁹

In Figur 1 sind die Äquatorkreise und die Rotationsachsen der zweiten, dritten und vierten Sphäre eingezeichnet. Die vierte Sphäre schließt mit der dritten den Inklinationwinkel i ein, der als Winkel zwischen den Rotationsachsen und den Äquatorkreisen in der Figur erscheint. Die dritte Sphäre rotiert um die x -Achse, die vierte um die x_4 -Achse mit dem Neigungswinkel i gegen die x -Achse. Die Ebene der Ekliptik wird von der x - und z -Achse aufgespannt.

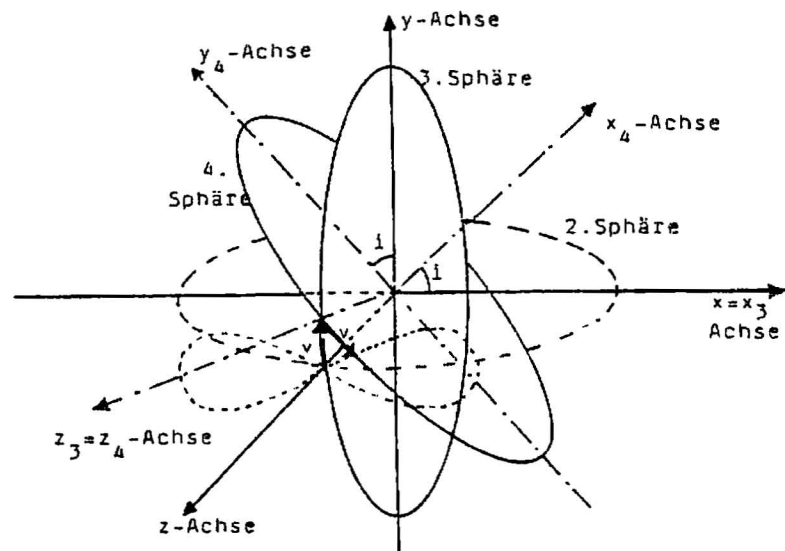
Während der Planet in der x_4 - y_4 -Ebene, der Äquatorebene der vierten Sphäre, um den Winkel v_4 gedreht wird, rotiert der Schnittpunkt der dritten und vierten Sphäre um den Winkel v_3 in der Äquatorebene der dritten Sphäre. Da die beiden Drehungen entgegengesetzt orientiert sind, entfernt sich der Planet nie zu weit von der Ekliptik (s. Figur 1: Sphärenmodell des Eudoxos).²⁰

¹⁷ Simplicius (wie Anm. 10).

¹⁸ Vgl. Lasserre (wie Anm. 1) 206. Die modernen Werte entnehme ich A. Unsöld, *Der neue Kosmos*, Berlin 1981, 28 Tab 5.1 für die äußeren Planeten, für die inneren nach Umrechnung Herrmann, *dtv-Atlas zur Astronomie*, München 1993, 55.

¹⁹ Schiaparelli (wie Anm. 4) 139.

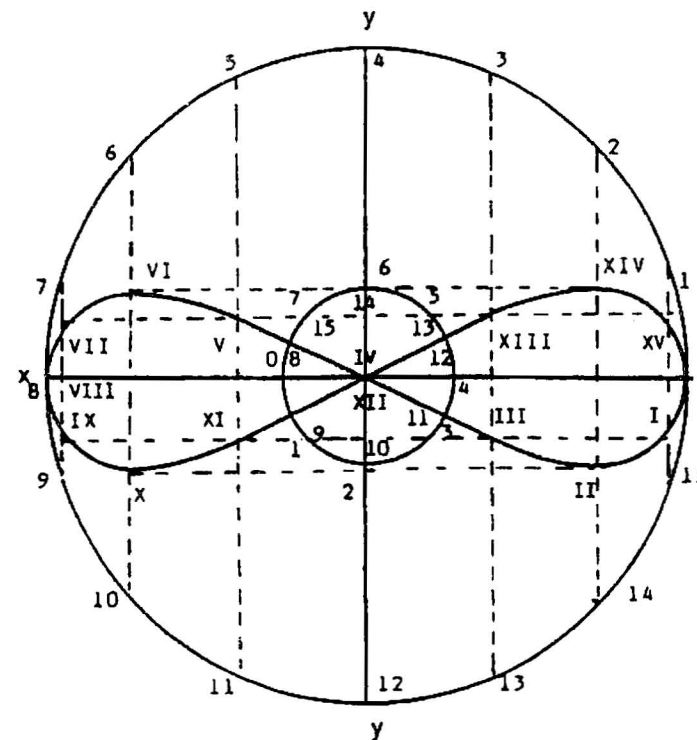
²⁰ Heglmeier (wie Anm. 5) 176.



Figur 1: Sphärenmodell des Eudoxos

Zentrales Element dieses Modells ist die sogenannte Hippopede. Diese Kurve entsteht allein durch die Bewegungen der dritten und vierten Sphäre. Der Planet benötigt zum Durchlaufen dieser Kurve die synodische Periode. Die Form der Hippopede wird durch die Wahl des Inklinationswinkels zwischen der dritten und vierten Sphäre festgelegt. Dadurch wird gleichzeitig die Bewegung nach Breite bestimmt. Der Mittelpunkt der Hippopede wird nun auf der zweiten Sphäre mit der zodiakalen Umlaufgeschwindigkeit transportiert. Die zweite Sphäre (und mit ihr natürlich auch die dritte und vierte) wird zusammen mit dem Fixsternhimmel einmal täglich (entsprechend der täglichen Erdrotation) um die durch den Himmelspol laufende Achse gedreht (s. Figur 2: Hippopede).²¹

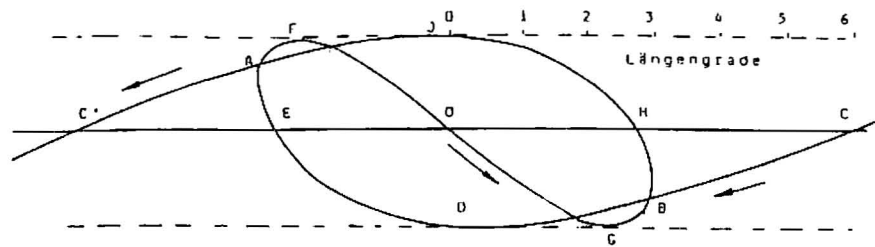
²¹ Schiaparelli (wie Anm. 4) Tafel I, Fig. 7.



Figur 2: Konstruktion der Hippopede nach Schiaparelli

Für die Planeten Saturn, Jupiter und Merkur liefert das Modell des Eudoxos hinreichende Übereinstimmung mit der Beobachtung. Es treten Rückläufe und Stillstände in der Größenordnung der beobachteten Größen ein. Auch die dabei auftretenden Breitenabweichungen bleiben innerhalb der tatsächlich beobachtbaren Größenordnungen (s. Figur 3: Saturnbahn des Eudoxos).²²

²² Schiaparelli (wie Anm. 4) Tafel II, Fig. 14.



Figur 3: Bahn des Saturn

3.3 Die analytische Rekonstruktion

Die Ortskoordinaten des Planeten, der sich auf dem Äquator der 4. Sphäre befindet, lassen sich nach einer geeigneten Koordinatentransformation mit Hilfe von Drehmatrizen so darstellen:

$$\begin{aligned} x &= \sin i \cdot \sin v \\ y &= \sin 2v \cdot \sin^2 i/2 \\ z &= 1 - 2\sin^2 v \cdot \sin^2 i/2 \end{aligned} \quad (***)$$

Die ekliptische Länge des Planeten beschreibt folgender Term:

$$\begin{aligned} L &= L_2 + L^* \\ \text{mit } L_2 &= \mu_2 t \quad i \\ \text{und } L^* &= \arctan x/z \end{aligned}$$

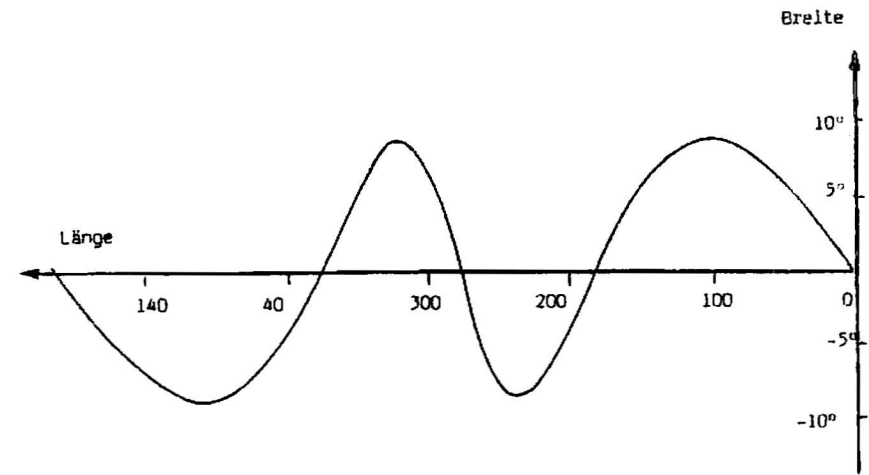
Dabei ist μ_2 die Winkelgeschwindigkeit der 2. Sphäre, L^* ist der durch die Hippopede erzeugte Anteil der ekliptischen Länge.

Die analytische Methode hat gegenüber den geometrischen Konstruktionen Schiaparellis den Vorteil, daß sich die Koordinaten des Planeten leichter erschließen, nicht nur für Sonderfälle nachrechnen und auch in ein Computerprogramm übertragen und dort auswerten lassen.

3.4 Die Planetenbahnen des Mars und der Venus nach Eudoxos

Weniger zufriedenstellend als bei Saturn, Jupiter und Merkur arbeitet das eudoxische Modell für die Planeten Venus und Mars (s. Figur 4: Venusbahn nach Eudoxos).²³

²³ Heglmeier (wie Anm. 5) 192 Fig. 21.



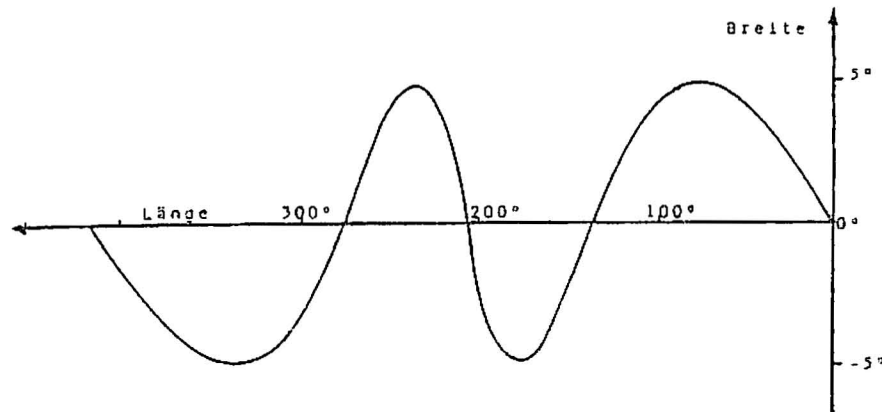
Figur 4: Venusbewegung nach Eudoxos

Die auffälligste Erscheinung ist dabei das Fehlen von Rückläufen oder Stillständen in diesem Modell – legt man realistische Werte für die synodische Umlaufzeit zugrunde.

Auffallend an den von Simplicius überlieferten Werten ist die viel zu kurze synodische Periode des Mars mit nur 260 Tagen (moderner Wert 780 Tage). Schiaparelli sieht diese falsche Periode als eine Hilfskonstruktion des Eudoxos, um einen rückläufigen Bogen zu bekommen. Da diese Perioden jedoch mit den Beobachtungen überhaupt nicht übereinstimmen – außerdem hat das auch Konsequenzen im Hinblick auf die Häufigkeit der Ekliptikdurchgänge – halte ich Experimente mit Bewegungen dieser Art für wenig erfolgversprechend. Die falsche Periode bei Mars könnte durchaus auch ein Übertragungsfehler sein, wie Lasserre²⁴ vermutet (s. Figur 5: Marsbahn nach Eudoxos).²⁵

²⁴ Lasserre (wie Anm. 1) 206. Nach Hinzufügen von „eikosin“ ergäbe sich die synodische Periode zu 28 Monaten und zwanzig Tagen, also insgesamt 860 Tagen, was der Wirklichkeit von 780 Tagen nahekäme.

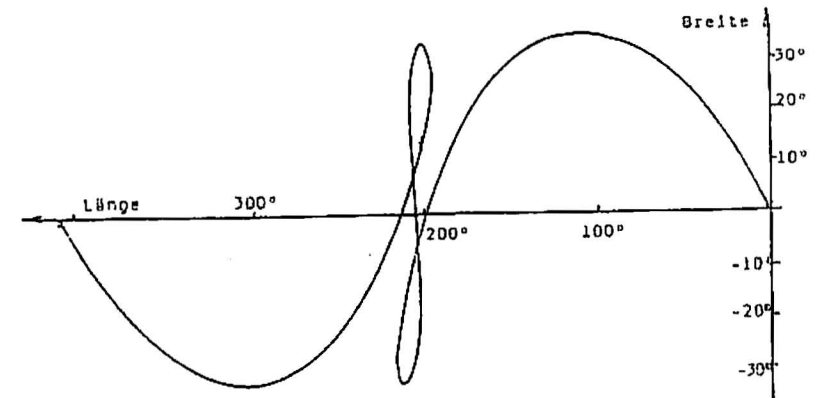
²⁵ Heglmeier (wie Anm. 5) 199 Fig. 25.



Figur 5: Marsbahn nach Eudoxos mit $T_3=840$ d, $i=34^\circ$

Als Schlüssel zu dem Modell des Kallippos erscheint mir jedoch der Versuch interessant, das Verhalten des Modells mit den korrekten Perioden, dafür aber mit überhöhten Inklinationen zu verfolgen. So zeigt sich bei der Marsbewegung ($T_3 = 840$ d) – wählt man eine Inklination von 95° – eine rückläufige Phase. Der große Inklinationswinkel führt allerdings zu einer Breitenbewegung des Planeten (bis zu 33°), die völlig indiskutabel ist (s. Figur 6: Marsbahn mit überhöhtem Neigungswinkel).²⁶

²⁶ Heglmeier (wie Anm. 5) 203 Fig. 27.



Figur 6: Marsbewegung nach Eudoxos mit $T_3=840$ d, $i=95^\circ$

Offensichtlich waren es die Unzulänglichkeiten der mangelnden Rückläufe bei annehmbaren Breiten bzw. zu großer Breitenbewegung beim Auftreten rückläufiger Bogen, die dem Modell des Eudoxos Kritik eintrugen.

4. Die Verbesserungen durch Kallippos von Kyzikos

4.1. Quellen

Die notwendige Reform des eudoxischen Sphärensystems nahm Kallippos von Kyzikos in Angriff, ein Schüler des Polemarchos, der wiederum ein Freund und Schüler des Eudoxos war.²⁷ Aristoteles beschreibt die Reform des Kallippos im 12. Buch der *Metaphysik* so:

Kallippos nahm dieselbe Anordnung der Sphären an wie Eudoxos, das ist dieselbe Reihenfolge, und gab für Jupiter und Saturn dieselbe Anzahl an; aber bei der Sonne und beim Mond, meinte er, müsse man noch je zwei Sphären hinzufügen, um von den Erscheinungen Rechenschaft zu geben, für die übrigen Planeten je eine.²⁸

²⁷ Kallippos ist nach A. Böckh im Jahre 370 v. Chr. geboren, seine Ankunft in Athen datiert er auf 334; s. Böckh, A., Ueber die vierjährigen Sonnenkreise der Alten, vorzüglich den Eudoxischen, Berlin 1863, 155.

²⁸ Aristoteles, *Metaphysik* XII, 1072b32ff.

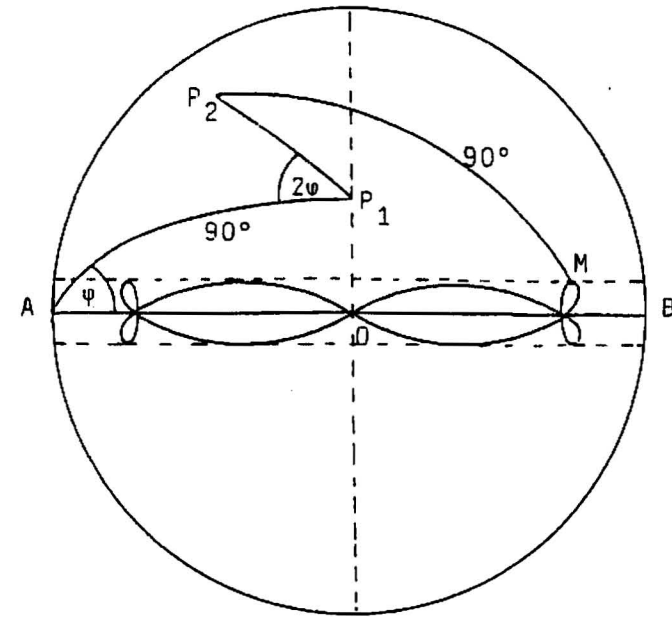
Simplicius beruft sich in seiner Beschreibung des kallippischen Modells auf Eudemos von Rhodos:²⁹

Er (Eudemos) erzählt, jener (Kallippos) habe erklärt, wenn die Zeiten zwischen den Solstitien und den Äquinoktien so große Unterschiede aufwiesen wie Methon und Euktemon sie annehmen, so genügten für jeden Planeten jene drei Sphären nicht, um die Erscheinungen zu retten, da offenbar bei den Bewegungen der Planeten diese Ungleichförmigkeit mit in die Erscheinung trete. Weshalb er weiter bei den drei Planeten Mars, Venus und Merkur eine Laufbahn hinzugesetzt hat, hat Eudemos knapp und klar dargestellt.

Die Darstellung des Eudemos von Rhodos ist uns nicht überliefert.

4.2 Der Rekonstruktionsversuch von Schiaparelli

Schiaparelli hat versucht, das Modell des Kallippos dahingehend zu deuten, daß die zusätzliche Sphäre zwischen die dritte und fünfte eingeschaltet werde und mit doppelter Winkelgeschwindigkeit rotiere. Tannery folgt ihm in dieser Hypothese. Schiaparelli erhält diese Kurve durch geometrische Konstruktion (s. Figur 7: Rekonstruktion nach Schiaparelli³⁰).



Figur 7: Rekonstruktion nach Schiaparelli

Durch die Wiedergabe dieser These durch Tannery³¹, Heath³², Dreyer³³ und Dicks³⁴ erfuhr sie eine gewisse Kanonisierung.

Unterzieht man diesen Ansatz Schiaparellis einer mathematischen Analyse, so erhält man eine Marsbewegung, die einen zu kleinen rückläufigen Bogen aufweist. Unübersehbar führt dieses Modell aber auch zu einer überhöhten Anzahl von Ekliptikdurchgängen. Entsprechend erreicht der Planet in zu kurzen Abständen seine Breitenmaxima und -minima (s. Figur 8: Schiaparellis Rekonstruktion der Marsbahn des Kallippos³⁵).

²⁹ Simplicius (wie Anm. 10) 497. Übers. von H. Balss, *Antike Astronomie*, München 1949, 121.

³⁰ Schiaparelli (wie Anm. 4) Tafel II Fig. 19.

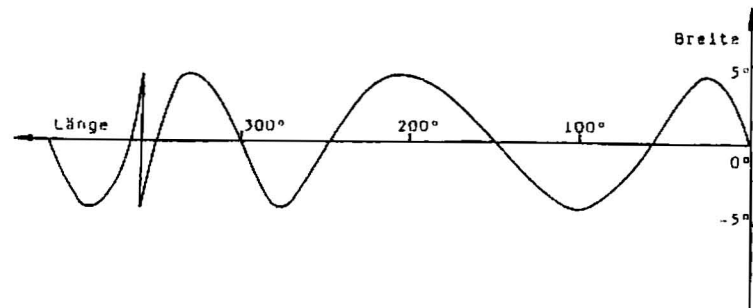
³¹ Tannery, P., *Note sur le système astronomique d'Eudoxe*. Mem. de la Soc. des Sciences phys. et nat. de Bordeaux, 2e sér. t. I, Bordeaux 1876, 441-449.

³² Heath, Sir Thomas, *Aristarchus of Samos*, Oxford 1913, 213-215.

³³ Dreyer, J.L.E., *A History of Astronomy from Thales to Kepler*, New York 1953, 104-106.

³⁴ Dicks, D.R., *Early Greek Astronomy to Aristotle*, Ithaca 1970, 191-193.

³⁵ Heglmeier (wie Anm. 5) 216 Fig. 30



Figur 8: Marsbahn nach Schiaparellis Ansatz

Tannerys Verbesserungsversuche führen noch weiter von den Beobachtungen weg.³⁶ Eine wirkliche Verbesserung des eudoxischen Systems wäre mit dieser Lösung nicht gelungen. Daß Kallippos damit gearbeitet haben könnte, ist wohl auszuschließen.

4.3 Ein neuer Ansatz

Ein neuer Ansatz führt zu einem völlig neuen Modell des Kallippos. Zunächst gehe ich davon aus, daß Kallippos die wesentlichen Fehler des eudoxischen Planetenmodells beheben wollte. Simplicius erwähnt in seinem Kommentar die Kritik am eudoxischen Modell: „Die Breite derselben (der Hippopede) ist genau der Breitenbewegung des Gestirns gleich; dieses gab Veranlassung, Einwürfe gegen Eudoxos vorzubringen.“³⁷

Eudoxos konnte bei Mars und Venus Rückläufigkeit nur dadurch herstellen, daß er die Inklinationen weit überhöhte. Die Digression wurde dementsprechend zu groß. Dann nehme ich die Bemerkung des Aristoteles sehr ernst, daß Kallippos die zusätzliche Sphäre angefügt – also eine fünfte Sphäre als letzte an die bestehenden vier eudoxischen angehängt – hat. Kallippos muß nun nach einem Mechanismus gesucht haben, der mit einer fünften angefügten Sphäre diese überhöhte Breitenbewegung zurücknehmen konnte.

Die mathematische Analyse stellt sehr deutlich klar, wo die Schwierigkeit beim eudoxischen Modell auftritt: Durch die Wahl des Parameters i wird außer der Breitenabweichung gleichzeitig auch die Länge des rückläufigen Bogens festgelegt. Der Term für die Abweichung nach Breite ist

$$y = \sin 2v \sin^2 i / 2.$$

Legt man mit der Wahl des Inklinationswinkels i die Länge der rückläufigen Bewegung fest, so muß die Breitenbewegung durch einen geeigneten Term auf ein vertretbares Maß reduziert werden. Dieser Term muß im Sphärensystem durch die Rotation einer Sphäre mit der Frequenz $2v$ bewirkt werden (s. Gleichungen *** S. 58), also mit der doppelten Rotationsgeschwindigkeit der eudoxischen 3. und 4. Sphäre.

Legt man nun den Planeten auf den Äquator dieser 5. Sphäre, wird die beachtete Korrektur zu groß. Befestigt man diesen Planeten aber in einem frei wählbaren Winkelabstand vom Pol auf der 5. Sphäre, läßt sich auch die Größe der Digression frei festlegen – und im Gegensatz zum eudoxischen Modell unabhängig vom gewählten Inklinationswinkel zwischen seiner 3. und 4. Sphäre.

Zu den ekliptischen Koordinaten, die schon für die Bewegung der Hippopede errechnet wurden, wird der durch die Rotation des Planeten auf der fünften Sphäre im Winkelabstand j von deren Pol erzeugte Beitrag addiert. Die ekliptische Breite ergibt sich als Summe aus der eudoxischen Hippopedenbewegung β und dem Anteil β_s aus der Drehbewegung der fünften Sphäre:

$$\sin \beta_s = - \sin j \sin 2v$$

Zur ekliptischen Länge des eudoxischen Modells wird noch der Anteil L_s addiert, den die fünfte Sphäre liefert:

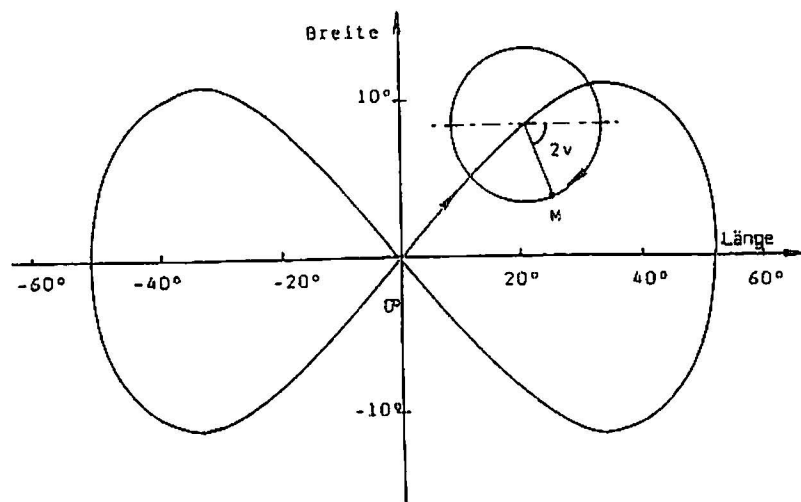
$$\tan L_s = \tan j \cos 2v$$

Allein aus den Bewegungen der dritten, vierten und fünften Sphäre ergibt sich die „kallippische Hippopede“ (s. Figur 9a: Planetenbewegung nach Kallippos und Figur 9b: Hippopede des Kallippos)³⁸.

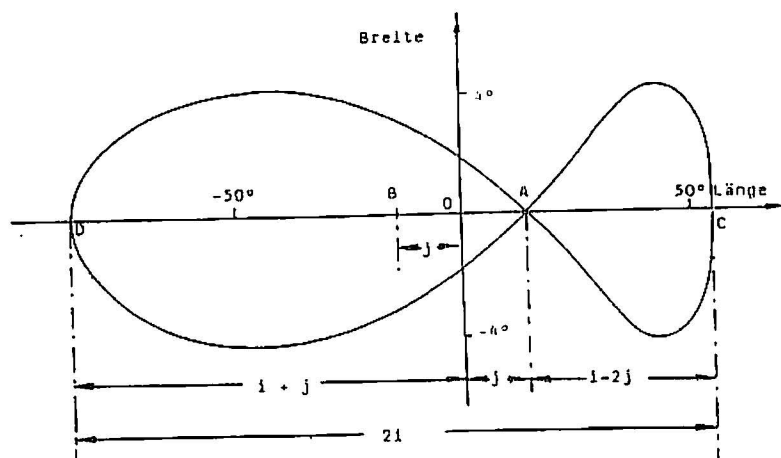
³⁶ Vgl. Heglmeier (wie Anm. 5) 218 Fig. 32c.

³⁷ Simplicius (wie Anm. 10) 497. Übers. von Balss (wie Anm. 29) 111.

³⁸ Heglmeier (wie Anm. 5) 225 Fig. 34 und 226 Fig. 35.



Figur 9a: Planetenbewegung nach Kallippos

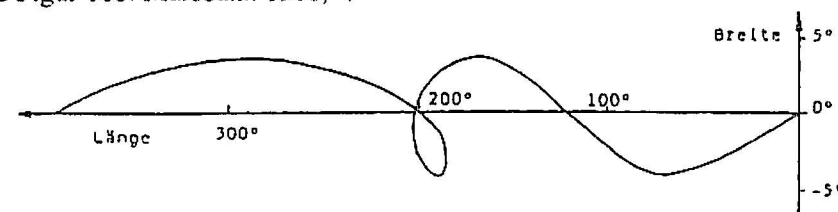
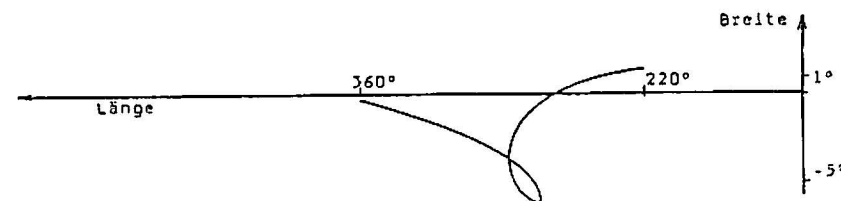


Figur 9b: Die Hippopede des Kallippos

4.4 Die Planetenbahnen von Venus und Mars

Wendet man diesen Ansatz auf die Bahnen der Planeten Venus und Mars an, so lassen sich Bahnen finden, die qualitativ den tatsächlich beobachteten Bahnen

sehr nahekommen. Die Rückläufe und die Breitenbewegungen bleiben innerhalb beobachtbarer Grenzwerte, die heikle Frage der Ekliptikdurchgänge löst sich im großen und ganzen zufriedenstellend (s. Figur 10a: Marsbahn nach Kallippos, und Figur 10b: Marsbahn 1986)³⁹.

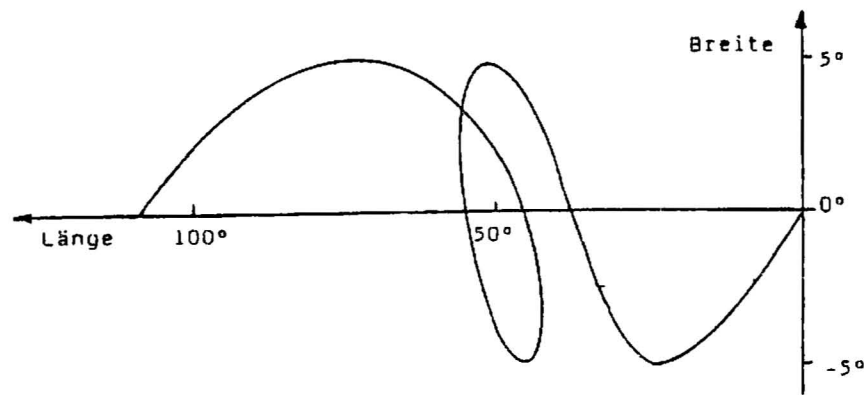
Figur 10a: Marsbahn nach Kallippos ($i=64^\circ$, $j=20^\circ$)

Figur 10b: Marsbahn 1986

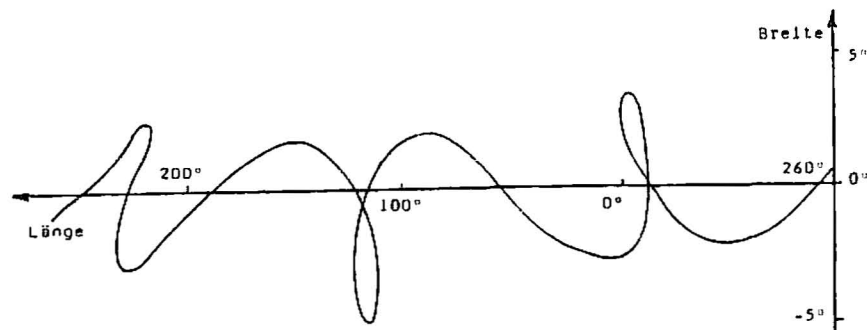
Bei geeigneter Wahl der Parameter i und j beträgt die Abweichung von der Ekliptik $3,7^\circ$ bei Mars, die Länge des Rücklaufs ist 16° . Ähnliche Ergebnisse zeigen sich bei Venus und Merkur (s. Figur 11a: Merkurbahn nach Kallippos, und 11b: Merkurbahn 1986)⁴⁰.

³⁹ Heglmeier (wie Anm. 5) 230 Fig. 36 und 37.

⁴⁰ Heglmeier (wie Anm. 5) 233 Fig. 38 und 234 Fig. 39.



Figur 11a: Marsbahn nach Kallippos



Figur 11b: Merkurbahn 1986

Variationen innerhalb gewisser Grenzen sind denkbar und führen zu qualitativ ähnlichen Ergebnissen.

Neben den oben dargelegten Gründen, mangels einer brauchbaren Alternative und wegen der ersichtlichen Effektivität der vorgestellten Lösung spricht auch eine bestechende Einfachheit dafür, daß Kallippos mit diesem Modell gearbeitet haben könnte.

4.5 Die Sonnenbahn nach Kallippos

Daß Kallippos das Sonnenmodell des Eudoxos durch die Hinzufügung zweier zusätzlicher Sphären verbessert hat, gibt ihm die Möglichkeit, die unter-

schiedliche Dauer der Jahreszeiten im Modell zum Ausdruck zu bringen. Kallippos kannte ja die Dauer der Jahreszeiten besser als alle seine Vorgänger:⁴¹

Unter der Annahme einer Inklination der beiden zusätzlichen Sphären von 2° erhält Schiaparelli damit eine Hippopede von 4° Länge auf der Ekliptik bei einer zu vernachlässigenden Breitenbewegung von nur 1'. Damit lassen sich nun auch Variationen in der Länge der Elongationen von Merkur- und Venusbahn erklären.

Diese Genauigkeit kommt fast derjenigen gleich, die später mit Hilfe der exzentrischen Kreise erlangt wurde.

4.6 Aristoteles und seine reagierenden Sphären

Zusammen mit der verbesserten Sonnentheorie hätte damit Kallippos ein Modell gefunden, das überraschend elegant und effektiv sein konnte. Aristoteles übernahm das System des Kallippos, allerdings nicht unverändert. Eudoxos und Kallippos hatten sich ein System ausgedacht, in dem jedem Planeten ein eigenes Untersystem an Sphären zukam, die diese einzelnen Planeten zu transportieren hatten. Auf die Bahnen der übrigen Planeten hatte dieses Untersystem keinen Einfluß. Aristoteles verbindet in seinem Sphärensystem die Bewegungen aller Sphären miteinander.

Damit nun aber durch gleichzeitige Kombination aller (Sphären) von den Erscheinungen Rechenschaft abgelegt werden könne, ist es notwendig, daß für jeden Planeten (außer den vorigen) ebenso viele Sphären, weniger eine, angenommen werden, welche die erste Sphäre des unmittelbar darauf folgenden Gestirns immer in dieselbe Stellung zurückführen, weil es nur auf diese Weise möglich ist, daß sich die Bewegungen der Planeten vollziehen können. Da nun die Anzahl der Sphären, welche sich bewegen, einerseits 8 und andererseits 25 ist, so werden von diesen nur diejenigen nicht zurückgedreht werden müssen, von welchen die Bewegung des untersten aller dieser Gestirne abhängt. Für die beiden ersten Gestirne werden also 6 reagierende (Sphären) bestehen, und für die vier folgenden

	Frühjahr	Sommer	Herbst	Winter
Kallippos:	94	92	89	90
Wahrer Wert:	94,17	92,08	88,57	90,44

Vgl. Rehm, Albert, Parapegmastudien. Abhandlungen der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Abteilung. Neue Folge, H. 19, München 1941, 40.

16; die Gesamtzahl wird also 55 betragen. Wenn man bei der Sonne und beim Mond die Bewegungen, von denen wir sprachen, nicht hinzufügt, wird die Gesamtzahl 47 betragen.⁴²

Um nicht die Wirkungen der äußeren Planeten auf die innenliegenden Sphärensysteme zu summieren, benötigt er reagierende Sphären, die die Drehungen der Untersysteme der weiter außen liegenden Planeten neutralisieren. Insgesamt kommt Aristoteles so auf eine Anzahl von 55 Sphären, eine Zahl die umstritten und offensichtlich falsch ist.⁴³ In dieser Zahl sind nämlich die jeweils äußeren Sphären eines jeden Planeten, die täglich mit der Fixsternsphäre rotieren, noch enthalten. Auf eine geringere Sphärenzahl kommt Schiaparelli⁴⁴, der auf sechs der sieben äußersten Sphären, die jeweils die tägliche Umdrehung bewirken, verzichten möchte und damit eine Gesamtzahl von 49 Sphären errechnet. Dieser Ansicht schließen sich auch Neugebauer⁴⁵ und Ross⁴⁶ an. Auch Hanson stellt fest, daß ein System von 55 Sphären nicht funktionsfähig sein kann. Entweder werde die Rotation der Fixsterne von der äußersten Saturnsphäre auf alle inneren übertragen, indem die jeweils äußersten der einzelnen Planeten weggelassen werden, oder die Drehung dieser äußersten Sphäre eines jeden Planeten werde jeweils durch eine reagierende Sphäre aufgehoben. Im ersten Fall ergebe das eine Summe von 49 Sphären, im zweiten Fall von 61, was Hanson für angemessener hält.⁴⁷

Man muß Aristoteles aber zugute halten, daß es ihm hier wohl nicht auf astronomische Details ankam, sondern eher auf die Idee, mit Hilfe dieses Mechanismus mit einer einzigen, von außen einwirkenden Bewegung alle Himmelskörper ihre Bahnen ziehen zu lassen.

⁴² Aristoteles, *Metaphysik* XII 8, 1073b38ff. Übers. Horn (wie Anm. 4) 181.

⁴³ Zweifel sind bereits bei Sostigenes erkennbar (s. Simplicius [wie Anm. 9] 502), der eine reagierende Sphäre für die äußerste Saturnsphäre für nötig hält, diese dann aber doch mit der äußersten Jupitersphäre zusammenfallen läßt.

⁴⁴ Schiaparelli (wie Anm. 4) 176.

⁴⁵ Neugebauer, O., *A History of Mathematical Astronomy*. Bd. I - III., Berlin - Heidelberg - New York 1975, 685.

⁴⁶ Ross, W. D., *Aristotle's Metaphysics*, Oxford 1975, 392.

⁴⁷ Hanson, N. R. *Constellations and Conjectures*. Boston 1973, 66-70.

5. Conclusio

Schon den Alten waren Defekte des eudoxisch-kallippischen Systems aufgefallen. Der schwerwiegendste Einwand galt den unterschiedlichen scheinbaren Größen der Planeten, besonders deutlich bei Mars und Venus. Simplicius kommentiert das so:

Aber es ist gewiß, daß auch von folgendem (Phänomen) keiner derselben (gemeint sind Eudoxos und Kallippos) vor Autolykos aus Pitane eine Erklärung durch Hypothesen zu geben versuchte, welche überdies auch keine Erklärung davon geben konnte (...): nämlich von der Tatsache, daß die Sterne uns manchmal nahe zu sein scheinen, manchmal entfernt, was bei einigen derselben auf den ersten Blick auffällt.⁴⁸

Hier vermag ein homozentrisches System naturgemäß keine Lösung anzubieten. Dennoch wurde durch dieses System – wie Schiaparelli meint – „dem Bau der Welt doch eine Eleganz bewahrt, (...) welche bis zu den Zeiten Keplers ihresgleichen nicht wieder fand.“⁴⁹

⁴⁸ Simplicius (wie Anm. 10) 504, 22-27. (Übers. wie Anm. 4, 194-195).

⁴⁹ Schiaparelli (wie Anm. 4) 114.