

## Brunelleschis Domkuppel, Pythagoras und Fibonacci



1. Florenz, Dom von Süden

»Il cupolone«, die große Kuppel, wie die von 1420 bis 1436 erbaute Vierungskuppel des Florentiner Domes S. Maria del Fiore als Mutter aller nachantiken Großkuppeln genannt wird, gilt noch heute als ein Wunderwerk (Abb. 1). Wenn man bedenkt, über welche beschränkte technische Möglichkeiten ihr Architekt und Konstrukteur Filippo Brunelleschi (1377–1446) nach heutigen Maßstäben verfügen konnte, sucht ihre bauliche Kühnheit in der Tat ihresgleichen.<sup>2</sup> Mit ihren 45 m im Durchmesser und 88 m Scheitelhöhe<sup>3</sup> ist sie überdies die größte jemals aus Stein gemauerte Kuppel. Ihre Entstehung ist eines der aufregendsten Kapitel der Ar-

chitekturgeschichte, das von der Verwirklichung eines seit 1367 geträumten Traumes kündigt und die Fachwelt in Atem hielt und hält.<sup>4</sup> Denn nach wie vor ist ihre Er-

<sup>2</sup> Mein herzlicher Dank an dieser Stelle an Dr. Christof Hangkofer, München, für die zahlreichen Gespräche über die Kuppel, insbesondere über die Bedeutung von Loten und den Einsatz mathematischer Vermessungsmethoden.

<sup>3</sup> Im Folgenden werden nur ungefähre Maße genannt, da in der Forschungsliteratur die Angaben teilweise erheblich differieren. S. dazu u. a. Howard Saalman, *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*, London 1980 (mit Angabe der älteren Literatur), S. 244.

3676 pdf  
SCHEDLER, U.  
2005

## Brunelleschis Domkuppel, Pythagoras und Fibonacci



1. Florenz, Dom von Süden

»Il cupolone«, die große Kuppel, wie die von 1420 bis 1436 erbaute Vierungskuppel des Florentiner Domes S. Maria del Fiore als Mutter aller nachantiken Großkuppeln genannt wird, gilt noch heute als ein Wunderwerk (Abb. 1). Wenn man bedenkt, über welch beschränkte technische Möglichkeiten ihr Architekt und Konstrukteur Filippo Brunelleschi (1377–1446) nach heutigen Maßstäben verfügen konnte, sucht ihre bauliche Kühnheit in der Tat ihresgleichen.<sup>\*</sup> Mit ihren 45 m im Durchmesser und 88 m Scheitelhöhe<sup>1</sup> ist sie überdies die größte jemals aus Stein gemauerte Kuppel. Ihre Entstehung ist eines der aufregendsten Kapitel der Ar-

chitekturgeschichte, das von der Verwirklichung eines seit 1367 geträumten Traumes kündigt und die Fachwelt in Atem hielt und hält.<sup>2</sup> Denn nach wie vor ist ihre Er-

<sup>\*</sup> Mein herzlicher Dank an dieser Stelle an Dr. Christof Hangkofer, München, für die zahlreichen Gespräche über die Kuppel, insbesondere über die Bedeutung von Loten und den Einsatz mathematischer Vermessungsmethoden.

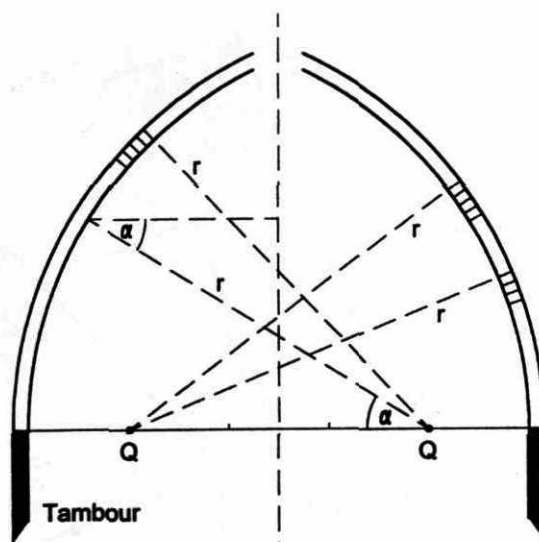
<sup>1</sup> Im Folgenden werden nur ungefähre Maße genannt, da in der Forschungsliteratur die Angaben teilweise erheblich differieren. S. dazu u. a. Howard Saalman, *Filippo Brunelleschi. The Cupola of Santa Maria del Fiore*, London 1980 (mit Angabe der älteren Literatur), S. 244.

bauung von Geheimnissen umgeben, zentrale Fragen sind immer noch unbeantwortet. Bis heute sind die Verfahren nicht bekannt, mit denen Brunelleschi die Kuppel während ihrer Entstehung vermaß, auch wenn hierzu mehrere Hypothesen vorgestellt wurden.<sup>3</sup> Je mehr es gilt, solch ein im wörtlichen wie übertragenen Sinne herausragendes Bauwerk zu schützen, und für die Florentiner Domkuppel trifft dies in besonderem Maße zu, desto mehr sollte indes über Art und Weise ihrer Entstehung bekannt sein.

### I. Vorgeschichte

Dimensionen und Form waren im Wesentlichen durch ein Modell aus dem Jahr 1367 festgelegt. Der Tambour sollte bei einer Höhe von 89 *braccia* (52 m, 1 *braccia* = 0,584 m) enden, die Kuppel dann 55 *braccia* (32 m) aufsteigen, so dass sich vom Vierungsboden bis zum Kuppelscheitel eine Gesamthöhe von 144 *braccia* ergab (84,1 m). Diese Maße wurden dann allerdings nicht eingehalten. Die Oberkante des Tambours liegt bei 54,3 m; die Kuppelhöhe misst 33,7 m und die Gesamthöhe 88 m. Die Abweichungen wurden hauptsächlich durch den zu hoch geratenen Tambour verursacht, der statt 9,9 m im Modell 13 m Höhe erreicht. Das Modell sah kein Rundgewölbe, sondern ein achteckiges Klostergewölbe vor, das eine eingeschriebene Halbkugel deutlich überragen sollte. Zur Ausführung kam das schon 1367 vorgesehene Profil des so genannten *quinto acuto*, eine in der Gotik häufig verwendete geometrische Figur, die folgendermaßen entsteht (Abb. 2, 3): Der Gewölbedurchmesser, bei der Florentiner Domkuppel durch die Ecken gemessen (45 m), wird in fünf gleiche Teile geteilt. Vier dieser Teile bilden den Radius der Kreisbögen, auf denen bei »il cupolone« die Eckrippen liegen. Der Radius des *quinto acuto* bei der lichten Kuppelweite beträgt also 36 m ( $45 : 5 = 9$ ;  $9 \times 4 = 36$ ), und der Abstand vom Mittelpunkt der Kuppel zu den Konstruktionspunkten des *quinto acuto* beträgt 13,5 m ( $45 : 2 = 22,5$ ;  $22,5 - 9 = 13,5$ ).<sup>4</sup>

Sodann präferierte man schon 1367 eine Kuppel ohne äußere Stützen (Strebe Pfeiler) und offenbar auch aus berechtigten Gründen der Gewichtsersparnis statt einer massiven eine zweischalige Bauweise.



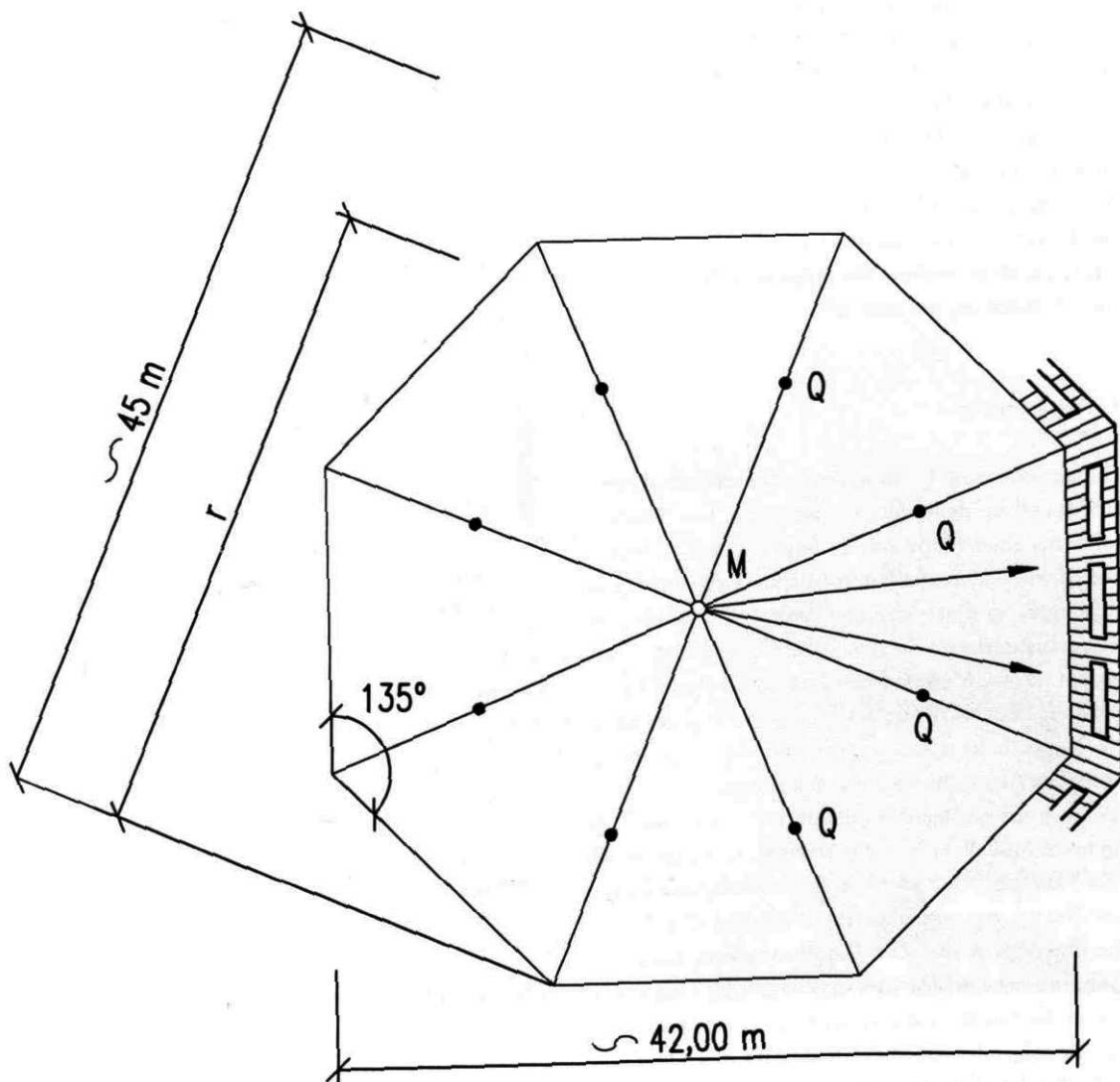
2. Florenz, Schnitt der Domkuppel durch die Ecken des oktogonalen Klostergewölbes und mit offenem Scheitel für die spätere Laterne (Dieses Schema wird im Folgenden beibehalten). In fünf Teile geteilter Durchmesser mit Konstruktionspunkten des *quinto acuto* (Q). Bei den Kuppelschalen Ausrichtung der Bauglieder nach dieser Krümmung.  $r$  = Radius des *quinto acuto* (= 36 m).  $a$  = zum Kuppelscheitel hin kontinuierlich ansteigender Neigungswinkel der Kuppelschalen, identisch mit dem Anstiegswinkel zwischen Radius des *quinto acuto* und Basislinie der Kuppel

Den Modellentwerfern dürfte jedoch bewusst gewesen sein, dass der Plan für ihre Möglichkeiten utopisch war. Sie setzten auf Gottvertrauen und hofften auf die

<sup>2</sup> Die Geschichte über die Kuppel und ihren Architekten Brunelleschi wurde jüngst sogar zum Bestseller. Ross King, *Brunelleschi's Dome*, London 2000. Zitiert wird im Folgenden nach der deutschen Ausgabe (R. King, *Das Wunder von Florenz. Architektur und Intrige: Wie die schönste Kuppel der Welt entstand*, München 2001).

<sup>3</sup> Diese sind zusammengefasst in: Thomas Krämer, *Die große Kuppel von Florenz*, Stuttgart 2001, S. 76ff., sowie in: Andrea Chiarugi, *La Cupola del Brunelleschi: problemi di tracciamento e costruzione; il modello dell' AC-MAR*, in: INARCOS. Ingegneri Architetti Costruttori, Juni–September 1984; Demore Quilghini, *La Cupola del Brunelleschi: la geometria*, in: ebd.

<sup>4</sup> Auch diese Maße sind nur als ungefähre Angaben zu verstehen.

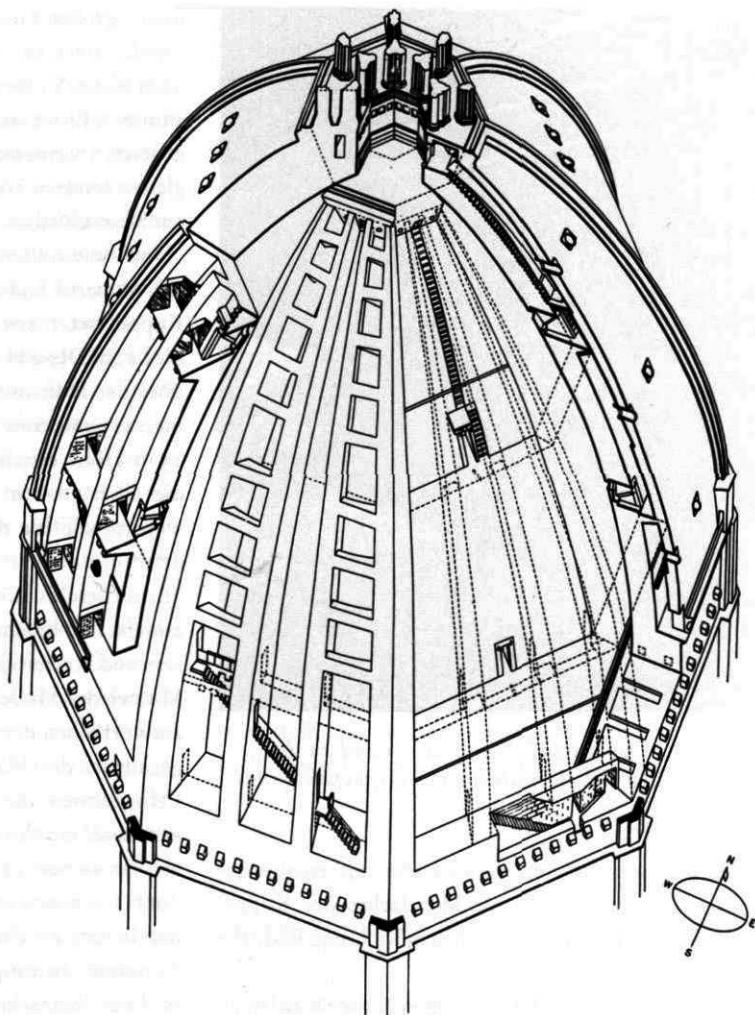


3. Florenz, Domkuppel. Grundriss mit radialer Ausrichtung der Stoßfugen und Bauglieder bei den zwei Kuppelschalen. Q = Konstruktionspunkte des quinto acuto. Achtstrahliger Stern, Mittelpunkt (M) und Konstruktionspunkte des quinto acuto (Q) waren im Vierungsboden markiert.  $r$  = Radius des quinto acuto ( $= 36 \text{ m}$ ). Nach Krämer 2001.

Ankunft eines Architekten, der ihr Modell zu realisieren vermochte. Im Jahr 1418 schrieb die Dombauhütte, die Domopera, einen Wettbewerb aus, um den Traum von der Kuppel endlich Wirklichkeit werden zu lassen, oder pragmatisch ausgedrückt: um das riesige Loch im Dom endlich schließen zu können. Nach zahlreichen und hitzigen Debatten konnte sich Brunelleschi

schließlich durchsetzen. Mit seinen exzeptionellen Vorschlägen, die er auch in einem Modell präsentierte, stellte er alles, was vorher für die Ausführung angedacht worden war, in den Schatten. Die Frage, welche die kunsthistorische Forschung ernsthaft lange Zeit hauptsächlich umgetrieben hat, ob die Kuppel noch gotisch ist oder doch schon der Renaissance angehört,

4. Florenz, Domkuppel. Stereometrischer Schnitt durch die zweischalige Kuppel in Saalman 1980 nach Hans Siebenhüner: Schnitt durch die Ostwange. Südostwange (in gestrichelten Linien) mit Aufstieg bis zur Laterne. Südwestwange mit Treppenanlagen, den Zwischenrippen und den Reihen der Horizontalbögen. Südwestwange mit den Durchgängen durch die Rippen auf verschiedenen Ebenen.



sollte angesichts dieser Leistung ein für alle Mal abgehakt werden.

## II. Grundzüge der Kuppelstruktur und der Ausfüh­rungs­voraussetzungen

Brunelleschi sah ein durchdachtes System aus Vertikal- und Horizontalverstre­bungen für die bis zur Laterne begehbare, zweischalige Kuppel vor (Abb. 4), ein System, das zu Baubeginn im Jahr 1420 in einem 12-Punkte-Bauprogramm schriftlich fixiert wurde.

Insgesamt 24 Rippen, acht Hauptrippen in den Ecken und je zwei Nebenrippen pro Gewölbewange, bilden das vertikale Skelett beider Kuppelschalen. Die acht Haupt- oder Eckrippen treten an der Außenschale plastisch hervor und wurden mit Platten aus weißem Marmor verblendet (Abb. 1). Der horizontalen Verfestigung dienen bei der inneren Schale in das Mauerwerk eingebettete Ketten aus Sandsteinbalken und ein hölzerner Ringanker und bei der äußeren Schale kompakt gemauerte, horizontale Ziegelsteinbögen. Die mit Eisenklammern verbundenen Sandsteinbalken sind – Eisenbahngleisen vergleichbar – längs und quer verlegt,



5. Florenz, Domkuppel. Fischgrätverband an der inneren Kuppelschale seitlich eines Treppenaufgangs

wobei die quer verlegten wie auch alle anderen quer gesetzten Elemente radial zur Mittelachse der Kuppel ausgerichtet sind, so wie Speichen in Richtung Radnabe (Abb. 3).<sup>5</sup>

Um die innere Stabilität der beiden Kuppelschalen zu gewährleisten, revolutionierte Brunelleschi die Mauertechnik. In den oberen Partien, ab 14 m Kuppelhöhe, kam der so genannte Fischgrätverband zum Einsatz (Abb. 5). Hierbei fungieren vertikal gemauerte Ziegelsteine wie Buchstützen für die horizontal gemauerten Lagen zu beiden Seiten. Vor allem aber ist das Mauerwerk, das bis zur Höhe von 14 m aus Sandsteinen und darüber aus Gründen der Gewichtsersparnis aus Ziegelsteinen besteht, nicht horizontal gesetzt. Die Steine der Kuppelwände sind vielmehr nach unten gekippt, und zwar in einem Winkel, den die geometrische Figur des *quinto acuto* diktiert (Abb. 2). Dies hatte zur Folge, dass der mit dem ansteigenden Winkel zwischen *quinto acuto*-Radius und Basislinie identische Winkel  $\alpha$  zwischen Radius und aktuellem Kuppeldurchmesser

immer größer wurde. Die höchsten Ziegelschichten der *cupola* neigen sich in einem steilen Winkel von 60 Grad nach innen. So abenteuerlich dieses Vorgehen zunächst anmutet: Es ist von großem Vorteil, da die nach unten geneigten Steine sich gegenseitig abstützen und am Abgleiten hindern können. Die auf diese Weise gemauerten Steinschichten halten sich also selbst.

Doch wie sollten die fraglos entscheidend verbesserten Mauertechniken zur Anwendung kommen? Die Kuppel setzt erst bei Schwindel erregenden 54,3 m Höhe an! Diese Höhe war mit Abschluss des Tambours über der Domvierung erreicht worden, der von 1410 bis 1413 mit einer Mauerstärke von 4,5 m und knapp 13 m Höhe errichtet worden war. Und – wie sollten die über 20000 Tonnen Material hinaufbefördert werden, die für den Bau der Kuppel benötigt wurden?<sup>6</sup>

Brunelleschis Lösungsvorschläge irritierten zunächst zutiefst und brachten ihm sogar den Ruf eines Schwätzers und Narren ein. Ganz selbstverständlich waren die Meister des Modells von 1367 und mit ihnen die Verantwortlichen der Domopera im Jahr 1420 davon ausgegangen, dass die Kuppel mit Hilfe von hölzernen Lehrgerüsten, die auf dem Boden der Vierung verankert sind, errichtet werden sollte. Brunelleschi hingegen sah keinerlei Lehrgerüste vor (*«sanza alcuna armadura»*), sondern stattdessen Arbeitsplattformen, die an den bereits errichteten Mauerringen – zuerst also am Tambour – befestigt wurden. Von ihnen aus wurden die nächsten Steinschichten gemauert, die dann wieder den

<sup>5</sup> Das Konstruktionssystem wird im Folgenden nur so weit resümiert, wie es für die Argumentation erforderlich ist. Grundlegend hierzu wie auch zu Vorgeschichte, Bauorganisation, Logistik, zur praktischen Umsetzung, Rezeption, etc.: Saalman (wie Anm. 1) sowie jüngst Salvatore di Pasquale, *Brunelleschi. La costruzione della cupola di Santa Maria del Fiore*, Venedig 2002 und Giovanni Fanelli, Michele Fanelli, *Die Kuppel Brunelleschis. Geschichte und Zukunft eines großen Bauwerks*, Florenz 2004. Auf die Laterne der Kuppel wird nicht eingegangen. Beabsichtigt ist lediglich eine Beschreibung der Prinzipien von Brunelleschis Messverfahren beim Bau der Kuppel.

<sup>6</sup> Frank D. Prager u. Giustina Scaglia, *Brunelleschi. Studies in his technology and inventions*, Cambridge/Mass./London 1970, S. 89. Ihre Studien über die Florentiner Domkuppel hat Giustina Scaglia zusammengefasst in: *Der Bau der Florentiner Domkuppel*, in: *Spektrum der Wissenschaft*, 1991, Heft 3, S. 106–112.

nach oben geschobenen Arbeitsplattformen Halt gaben.

Trotz massiven Widerstands setzte sich Brunelleschi durch und baute die Kuppel ohne Lehrgerüste. So irrwitzig sein Vorschlag den Zeitgenossen vorkommen musste, er war nicht nur realisierbar, sondern auch pragmatisch und ökonomisch gedacht. Hölzerne Lehrgerüste für solche Dimensionen waren technisch ebenso fragwürdig wie logistisch und finanziell kaum machbar. Durch das gewaltige Eigengewicht bei diesen Höhen hätten Lehrgerüste kaum die erforderliche Stabilität garantieren können, und die lange Bauzeit hätte zu zusätzlichen destabilisierenden Deformationen des Holzes geführt. Außerdem war Holz rar und fast so teuer wie Marmor, und man hätte nicht weniger als 700 große Baumstämme benötigt, die von weit her mit immensem Aufwand nach Florenz hätten transportiert werden müssen.<sup>7</sup>

Mit der Entscheidung gegen ein Lehrgerüst musste die Entwicklung von neuartigen, tragfähigen Hebevorrichtungen einhergehen, die Tonnen schweres Material auch bis zur Scheitelhöhe von 88 m hinaufbefördern konnten. Wieder war es Brunelleschi, der einen außerhalb des Domchores und dicht neben diesem aufgestellten Lastenaufzug mit ausgeklügelter Mechanik konstruierte. Für die Verteilung des Materials auf der werdenden Kuppel erfand er zudem Kräne mit Auslegern, die gehoben, gesenkt und gedreht werden konnten. Diese Apparaturen wurden zu den meistbewunderten mechanischen Geräten der Renaissance, die von nachfolgenden Architekten und Ingenieuren, darunter Leonardo da Vinci und Giuliano da Sangallo, immer wieder studiert und nachgezeichnet wurden.

Mit Brunelleschis ›Maschinen‹ konnte die Kuppel endlich in Angriff genommen werden und die gut dokumentierten Arbeiten schritten voran.<sup>8</sup> Die Maurer mussten allerdings stets so lange warten, bis der Mörtel der zuletzt gemauerten Schicht der in der Höhe anscheinend genormten Ziegelsteine<sup>9</sup> die erforderliche Festigkeit erreicht hatte, bevor die nächste Lage gemauert werden konnte. Der verwendete, schnell bindende Mörtel erlaubte eine durchschnittliche Geschwindigkeit von circa einer fertig gemauerten Ziegelsteinlage pro Woche.<sup>10</sup> Auch wenn der Entstehungsprozess detailliert nachvollzogen werden kann,

gibt die Konstruktion der Kuppel immer noch Rätsel auf, und Kardinalfragen konnten bisher nicht überzeugend beantwortet werden.

Wie konnte die geometrische Figur des *quinto acuto* auf die riesige Kuppel übertragen werden? Wie konnte diese Krümmung kontrolliert werden, und zwar nicht nur bei der inneren, sondern auch bei der äußeren Kuppelschale? Überdies wird die Neigung jeder einzelnen Steinlage von der Figur des *quinto acuto* bestimmt. Kurzum: Wie konnten acht Maurertrupps, von denen je einer an den acht Seiten des Klostergewölbes arbeitete, die nach dem *quinto acuto* geneigten Mauern so aufeinander abstimmen, dass sie an der Spitze der Kuppel zusammentrafen? Eine unkontrollierte Abweichung im unteren Bereich von Zentimetern bei einer einzigen Gewölbewange gegenüber den anderen hätte am Scheitel der Kuppel katastrophale Folgen nach sich gezogen, da die Abweichung sich mit zunehmender Höhe vervielfacht hätte.

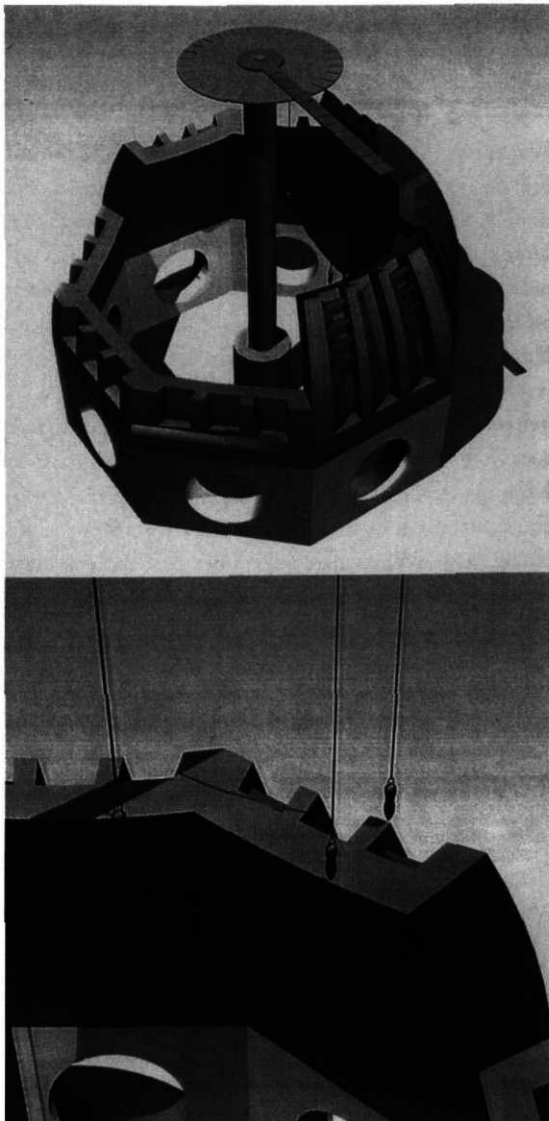
Im Folgenden werden Antworten auf diese Fragen vorgestellt, die überlieferte Dokumente und die gestellte Aufgabe des Kuppelbaus selbst nahe legen.

<sup>7</sup> Roland J. Mainstone, Brunelleschi's Dome, in: *The Architectural Review*, CLXII, September 1977, S. 158–166, hier: S. 159.

<sup>8</sup> Margaret Haines (The Harvard University Center of Italian Renaissance, Villa I Tatti, Florenz) hat in jahrelanger Arbeit die mehr als 20000 Dokumente der »anni della cupola« (1417–1436) transkribiert. Sie werden in Zusammenarbeit mit dem Max-Planck-Institut für Wissenschaftsgeschichte Berlin im Internet zugänglich gemacht. URL: <http://duomo.mpiwg-berlin.mpg.de>. Die hier zur Diskussion stehenden Dokumente stehen allerdings noch nicht im Netz, weswegen sie nach Saalman (wie Anm. 1) u.a. zitiert werden.

<sup>9</sup> S. hierzu weiter unten.

<sup>10</sup> Rowland J. Mainstone, Brunelleschi's Dome of S. Maria del Fiore and some Related Structures, in: *Transactions of the Newcomen Society*, 42, 1969–79, S. 107–126, hier: S. 114. Dies ist durchaus eine beachtliche Leistung. Schließlich besitzt die innere Kuppelschale unten eine Mauerstärke von knapp 3 m und oben von 1,8 m und die äußere unten eine Mauerstärke von knapp 1 m und oben ca. 40 cm. Außerdem mussten im Unterschied zu einer gerade hochgezogenen Mauer laufend aufwändige Messungen durchgeführt werden.



6. Modell der Domkuppel (virtuelle Darstellung) in Salvatore di Pasquale 2002 (Abb. 54) mit schlotartiger Konstruktion bis zum Kuppelscheitel als Mittelachse. Die Konstruktion endet mit einer hölzernen Plattform, an der ein schwenkbarer Ausleger mit Loten befestigt ist. Diese treffen auf die aktuell gemauerte Steinlage auf.

### III. Erste Vermessungsmethode: das empirische Verfahren

Die radiale Ausrichtung der Bauglieder, aber ebenso die Kontrolle des *quinto acuto*-Kreisbogens an allen acht Wangen setzten die präzise Bestimmung der Mittelachse der Kuppel voraus.<sup>11</sup> Doch wie lässt sich diese gewinnen? Zu denken wäre zunächst an einen in der Mitte der Domvierung aufgepflanzten Mastbaum. Bäume, die eine Höhe von 88 m erreichen, wachsen im gesamten Mittelmeerraum natürlich nicht.<sup>12</sup> Selbst wenn man einen kalifornischen Mammutbaum zur Verfügung gehabt hätte, der bis zu 100 m hoch werden kann – auch dieser wäre unbrauchbar gewesen. Höhenwinde und Erschütterungen mittleren Ausmaßes am Boden, die sich durch das Transportieren des Tonnen schweren Baumaterials zwangsläufig ergaben, hätten die Baumspitze beständig zum Ausschwingen gebracht. Ein exaktes Messen wäre unmöglich gewesen. Diese Einschränkung gilt auch für die schlotartige Konstruktion an Stelle eines bis zum Kuppelscheitel hinaufreichenden Mastbaumes, mit deren Hilfe nach dem Modell Salvatore di Pasquales aus dem Jahr 2002 (Abb. 6) die Kuppel vermessen worden sei. Die Konstruktion, die in den Archivalien nicht einmal andeutungsweise ermittelbar ist, schließt mit einer Plattform

<sup>11</sup> Giovanni di Gherardo da Prato, neben Lorenzo Ghiberti der Hauptkritiker Brunelleschis beim Bau der Kuppel, unterstellte Brunelleschi Ende 1425, er errichte die Kuppel angeblich nicht im Profil des *quinto acuto*, sondern des »mezzo acuto«, also halbrund, vgl. Saalman (wie Anm. 1), S. 124f. Giovanni ignorierte dabei, dass der *quinto acuto* gleichwohl eingehalten wurde. Gherardo da Prato warf Brunelleschi letztlich vor, dass er die Kuppel von ihrer Mittelachse aus vermaß, er bestätigte deren Einsatz also ausdrücklich. Sein Vorwurf ist jedoch insofern absurd, als die Mittelachse für die Konstruktion des *quinto acuto* im Kuppelschnitt zwar nicht benötigt wird, um aber zu garantieren, dass alle acht Wangen exakt dieser Krümmung folgen, war die Kenntnis der Mittelachse hingegen unbedingt erforderlich. Räumliches Denken war demnach Gherardo da Pratos Sache nicht.

<sup>12</sup> Der höchste Baum im Mittelmeerraum ist im Übrigen die auf Korsika, Sizilien und in Kalabrien wachsende Schwarzkiefer, *Pinus nigra Subspecies laricio* Poir. Sie hat in der Regel einen geraden Stamm und kann eine Höhe von bis zu 45 m erreichen. Herzlichen Dank für diese Auskünfte an Herrn Prof. Dr. Herbert Hurka, Fakultät für Biologie, Universität Osnabrück.

ab, an der ein schwenkbarer Ausleger mit Loten befestigt ist.<sup>13</sup> Wie folgeschwer beständig anhaltende Vibrationen am Boden sein können, belegt die Tatsache, dass nicht Erdbeben der Kuppel bedrohlichen Schaden zufügten, wohl aber der inzwischen verbannte Massen- und Schwerlastverkehr in unmittelbarer Nähe von S. Maria del Fiore. Ihm ist hauptsächlich anzulasten, dass in den 70er Jahren des 20. Jahrhunderts als Dehnungsfugen beabsichtigte Risse in der Kuppel sich alarmierend vergrößert hatten.<sup>14</sup>

Brunelleschi hatte noch ein weiteres Problem zu lösen. Der Tambour, auf dem er seine Kuppel errichten musste, bildet kein gleichseitiges Achteck. Die Längen seiner acht Seiten schwanken zwischen 16,40 m und 17,40 m, sie differieren also bis zu einem Meter.<sup>15</sup> Das Tambourachteck besitzt folglich keinen geometrisch exakten Mittelpunkt, der beim Kuppelbau jedoch für die Festlegung der Mittelachse zur radialen Ausrichtung der Bauelemente wie auch zur Bestimmung der Konstruktionspunkte des *quinto acuto* unerlässlich war (Abb. 2, 3).

### III. A. Der Einsatz von Loten, der Kettenstern und die »cientine«

Dieser Mittelpunkt konnte bei 54,3 m Höhe am Kuppelfuß nicht gefunden werden,<sup>16</sup> wohl aber am Boden der Vierung. Da auch das Vierungsoktagon keineswegs regelmäßig ist, existierten auf dem Boden außer dem Mittelpunkt aller Wahrscheinlichkeit nach weitere Kontrollmarkierungen, und zwar: der Grundriss der Kuppel in Form eines achtstrahligen Sterns, der außer dem Mittelpunkt die Rippen der acht Wangen des Klostergewölbes widerspiegelte und auch die Konstruktionspunkte des *quinto acuto* enthielt (Abb. 3). Weitere entscheidende Instrumente waren Lote, die alle am Seil exakte Maßeinteilungen aufwiesen und mit Senkbleien endeten. Mit Hilfe dieses Grundrisssterns und von Loten konnte Gewissheit darüber erlangt werden, ob die Steinlagen der Kuppel im Grundriss immer kleiner werdende gleichseitige Oktogone bilden, die jenem am Kuppelfuß konzentrisch eingeschrieben sind. Wurden die Lote von ein und derselben Steinlage, also in (mittels Loten messbarer) identischer Höhe in den acht

Ecken heruntergelassen und stimmte unten am Vierungsboden der Abstand der Lote zum dort fixierten Mittelpunkt der Kuppel jeweils überein, entstand automatisch ein gleichseitiges Oktogon. Selbstverständlich reagierten auch, oder vielmehr: gerade die Lote auf Erschütterungen. Nur – und dies ist ihr Vorteil: Sie zeigen jede Erschütterung unmittelbar an. Pendelten die Lote, gab es Vibrationen, und auf der Baustelle mussten für den kurzen Moment der Vermessung die Arbeiten eingestellt werden. Trafen sie in ruhigem Fall den vorgesehenen Punkt, war buchstäblich alles im Lot.

Der Einsatz von Loten mit Maßeinteilungen lässt sich im Übrigen aus dem 12-Punkte-Bauprogramm von 1420 erschließen. In Punkt 8 wurde festgelegt, dass nach Erreichen einer Kuppelhöhe von 24 *braccia* (= 14 m) aus Gründen der Gewichtsersparnis entweder Ziegelsteine oder Tuffsteine benutzt werden sollten. (Man entschied sich dann für Ziegelsteine.) Wie aber hätte man die 24 *braccia* messen können, wenn nicht mittels Loten mit Maßeinteilungen? Letztere mussten bei dieser Kuppelhöhe 68,3 m (= 117 *braccia*) anzeigen; die Meterzahl resultiert aus 14 m Kuppelhöhe plus 54,3 m vom Vierungsboden bis zur Oberkante des Tambours.

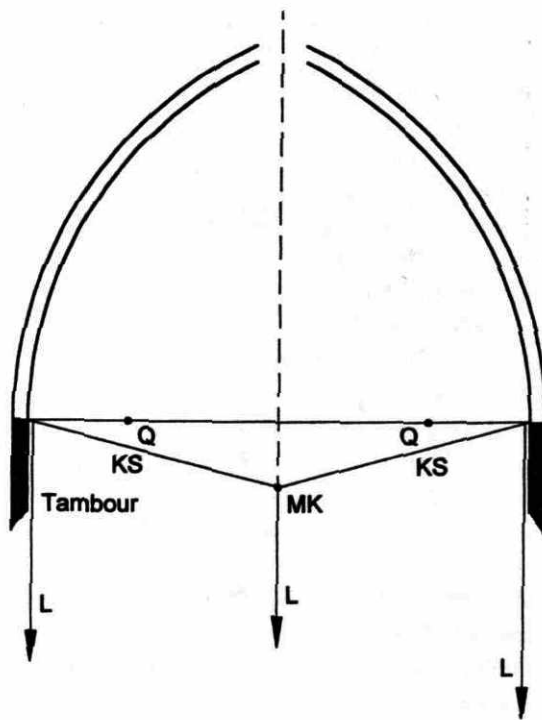
Auch die Bestimmung der Mittelachse erfolgte durch ein Lot, das am Vierungsboden den Mittelpunkt an-

<sup>13</sup> Di Pasquale (wie Anm. 5), Abb. 54. Abgesehen von dem gewaltigen materiellen und finanziellen Aufwand, der für diese schlotartige Konstruktion nötig gewesen wäre, stellt sich die Frage, ob sie damals angesichts der Höhe von knapp 90 m technisch überhaupt machbar gewesen wäre. Aus dem Modell ist zu erschließen, dass der Ausleger mit seinen Loten ab circa 14 m Kuppelhöhe eingesetzt werden sollte, also beim Materialwechsel von Sand- zu Ziegelsteinen. Dort maß der halbe Durchmesser immer noch circa 20 m. Ein Ausleger mit 20 m Reichweite erscheint indes reichlich illusorisch. Hervorzuheben sind in di Pasquales Modell aber die Lote, die auch bei den hier vorgestellten Vermessungsverfahren eine gewichtige Rolle spielen.

<sup>14</sup> Mainstone (wie Anm. 10), S. 121 f.

<sup>15</sup> Krämer (wie Anm. 3), S. 50.

<sup>16</sup> Um den Mittelpunkt zu eruieren, wäre an eine durchgehende Plattform zu denken, die jedoch in 54,3 m Höhe und bei 45 m im Durchmesser auszuschließen ist. Theoretisch möglich wären auch von den Ecken zu den jeweils gegenüberliegenden Ecken gespannte Seile, die aber bei 45 m Durchmesser zum einen erheblich durchhängen würden und zum anderen käme wegen der Unregelmäßigkeit des Tambouroktogons kein Mittelpunkt zustande.



7. Florenz, Schnitt der Domkuppel mit Kettenstern (KS) an der Basis der Kuppel und mit Loten (L). Diese sind an den Aufhängungshaken des Kettensterns und eines am Mittelpunkt des Kettensterns (MK) befestigt. Q = Konstruktionspunkte des quinto acuto.

peilte und die Mittelachse der Kuppel bildete. Wo aber war es befestigt? Einen entscheidenden Hinweis liefert ein zu Baubeginn erstelltes, vom 20. Mai 1420 datiertes Dokument, in dem von einem Stern der großen Kuppel, einer »stella della Chupola grande«, und seiner ersten Eisenkette (»1° Chatena di ferro«) die Rede ist.<sup>17</sup> Dieser Stern wies demnach mehrere Eisenketten auf.

Eine *stella di catene di ferro*, ein eiserner Kettenstern, würde sich in der Tat für die Anbringung eines Lotes zur Bestimmung der Mittelachse hervorragend eignen (Abb. 7). Er wies acht Arme auf, die zunächst in den Ecken der Kuppelbasis befestigt waren. Diese Arme verliefen radial zur Mittelachse der Kuppel. Dort zusammengefasst, markierten sie einen Punkt, der über das Lot mit dem Mittelpunkt der Vierung am Boden

problemlos in Kongruenz gebracht werden konnte.<sup>18</sup> Die Überprüfung der Deckungsgleichheit ließ sich jederzeit durchführen. Ob die Kettenarme in identischer Höhe eingehängt waren, konnte ebenfalls mittels Loten auf den Zentimeter genau gemessen werden. Waren die Lote, die an der für die Befestigung der Kettenarme vorgesehenen Stelle heruntergelassen wurden, jeweils gleich lang, war die Höhe identisch. Der eiserne Kettenstern hing aber stets deutlich unterhalb der gerade entstehenden Steinlage. Sein sicher beträchtliches Gewicht hätte sonst zu einer Destabilisierung oder gar zum Herausbrechen frisch vermauerter Steine geführt.

Die Bestimmung der Mittelachse genügte für die Vermessung der Kuppel selbstverständlich nicht. Ihre Krümmung wie auch die Neigung sämtlicher Steinschichten werden schließlich vom *quinto acuto* determiniert. Dessen Mittelpunkt liegt aber nicht auf der Mittelachse der Kuppel, sondern im vierten Punkt des in fünf Teile geteilten, von Ecke zu Ecke gemessenen Durchmessers der Kuppel (Abb. 2, 3). Für die Übertragung der Krümmung des *quinto acuto* auf den Kuppelbau musste also ein weiteres Messgerät angewendet werden.

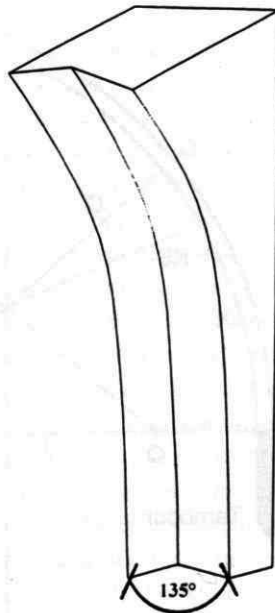
Abermals helfen in diesem Zusammenhang die Quellen weiter. Wie beim Kettenstern gleich zu Baubeginn im Juni 1420, werden mehrmals acht »cientine« erwähnt. Gemeint sind Lehrbögen (*centine*), die nach der *quinto acuto*-Krümmung gebogen waren und für diese als Schablonen dienten (Abb. 8).<sup>19</sup> Sie bestanden aus Fichtenholz und waren etwa 2,60 m lang und 60 cm

<sup>17</sup> Saalman (wie Anm. 1), S. 254.

<sup>18</sup> Einen vergleichbaren Kettenstern schlagen auch Wolfgang Braunfels und Volker Hoffmann vor, ohne jedoch ein Lot als Mittelachse zu thematisieren: Wolfgang Braunfels, Drei Bemerkungen zur Geschichte und Konstruktion der Florentiner Domkuppel, in: *Mitteilungen des kunsthistorischen Instituts in Florenz*, 11, 1963–1965, S. 203–225; Volker Hoffmann, Filippo Brunelleschi: Kuppelbau und Perspektive, in: *Saggi in Onore di Renato Bonelli*, a cura di C. Bozzoni, G. Carbonara, G. Viletti, vol. 1, S. 317–326, Rom 1992 (Quaderni dell'Istituto di Storia dell'Architettura. Dipartimento di Storia dell'Architettura, Restauro e Conservazione dei Beni Architettonici, Nuova Serie, Fascicoli 15–20, 1990–92).

<sup>19</sup> Saalman (wie Anm. 1), S. 254; vgl. dazu auch Hoffmann (wie Anm. 18), S. 320.

8. Florenz, Domkuppel. Schema einer der acht Schablonen (centine) für die Einhaltung der quinto acuto-Krümmung. Angebracht an den acht plastisch vortretenden Eckrippen an der Außenseite der Kuppel (Abb. 1). Die Lehrbögen dienten der Kontrolle der Krümmung und wurden entlang der Eckrippen wie auf Schienen nach oben geschoben.



breit.<sup>20</sup> An der gebogenen Seite wurden die *centine* mit Blechplatten versteift, so dass sie sich nicht verbiegen oder verziehen konnten. Befestigt wurden die Lehrbögen an der Außenseite der äußeren Kuppelschale,<sup>21</sup> und zwar – ihrer Bezeichnung »cientine deglangholj«<sup>22</sup> zufolge – an den Eckrippen. Hier wurden sie auch belassen und waren an der gebogenen, mit Blechplatten beschlagenen Seite wohl V-förmig gebildet.<sup>23</sup> Der Winkel zwischen den beiden Schenkeln des V entsprach dem Innenwinkel des Kuppeloktogens, d.h. dem Innenwinkel eines jeden regelmäßigen Oktogons, ob groß oder klein: es sind 135 Grad. Erleichtert wurde der Einsatz der Lehrbögen durch das plastische Vortreten der Eckrippen an der Außenseite der Kuppel (Abb. 1), wodurch die Eckrippen wie Schienen für die Schablonen fungieren konnten. Die Schablonen wiederum kontrollierten die Einhaltung der *quinto acuto*-Krümmung an den Eckrippen und trugen maßgeblich dazu bei, dass sie in der Höhe schließlich zusammentrafen. Um diese Kontrolle verlässlich durchführen zu können, ist anzunehmen, dass die *centine* nach jeder frisch gemauerten Steinlage für die nächste Steinlage um deren Höhe an den Eckrippen nach oben geschoben wurden. Brunelleschi bemühte sich offenbar um eine 100 %ige Wiedergabe der *quinto acuto*-Krüm-

mung an den *centine*. Er ließ laut Giovanni Battista Gelli ein Stück abwärts von Florenz am Ufer des Arno eine Fläche von ungefähr 800 m<sup>2</sup> ebnen, um dort anschließend einen Aufrissplan der Kuppel im Maßstab 1:1 in den Sand zu ritzen.<sup>24</sup> Anhand dieses riesigen geometrischen Entwurfs dürften der Durchmesser an der Basis der Kuppel, ihr Mittelpunkt, der Radius des *quinto acuto* (= 36 m) und damit der Schnitt und Grundriss der Kuppel inklusive der Konstruktionspunkte des *quinto acuto* sowie die präzise Form der Lehrbögen ermittelt worden sein.

### III. B. Der »gualandrino con tre corde«

Ab 1426 wurde noch ein weiteres Messinstrument eingesetzt. Die Kuppel hatte eine Höhe von circa 14 m erreicht, und ihre Neigung kam in die kritische Phase. Für die Arbeiter wurde deshalb – Ergänzungen zum 12-Punkte-Bauprogramm von 1420 zufolge – an der Innenseite der Kuppel »per piu loro sicurtà« eine Brüstung aus Holz gezimmert. Darüber hinaus heißt es an dieser Stelle in den Ergänzungen von 1426: »E murisi con gualandrino con tre corde, faccia dentro e si di fuori«.<sup>25</sup> Die innere und äußere Kuppelschale sollten demnach mit einem in seiner Funktion noch zu klärenden »gualandrino« mit drei Seilen gemauert werden. »Gualandrino con tre corde« ist zu Recht als Begriff für ein Messinstrument gedeutet worden.<sup>26</sup> Wie kam es mit seinen drei Seilen zum Einsatz? Optimale Ergebnisse lassen sich folgendermaßen erzielen (Abb. 9):

<sup>20</sup> Die Länge entsprach 4,5 *braccia* und die Breite 1 *braccia*. Saalman 1980 (wie Anm. 1), S. 254.

<sup>21</sup> Ebd.

<sup>22</sup> Ebd.

<sup>23</sup> Ebd., S. 125 ff.

<sup>24</sup> Quelle für diese wichtigen Angaben ist der im 16. Jahrhundert entstandene Bericht von Giovanni Battista Gelli in den *Brevi vite di artisti fiorentini*, nach King (wie Anm. 2), S. 121 und Anm. 50. Solche Zeichnungen im Maßstab 1:1 auf speziellen »Zeichenböden« waren durchaus schon zuvor geläufig, ebd.

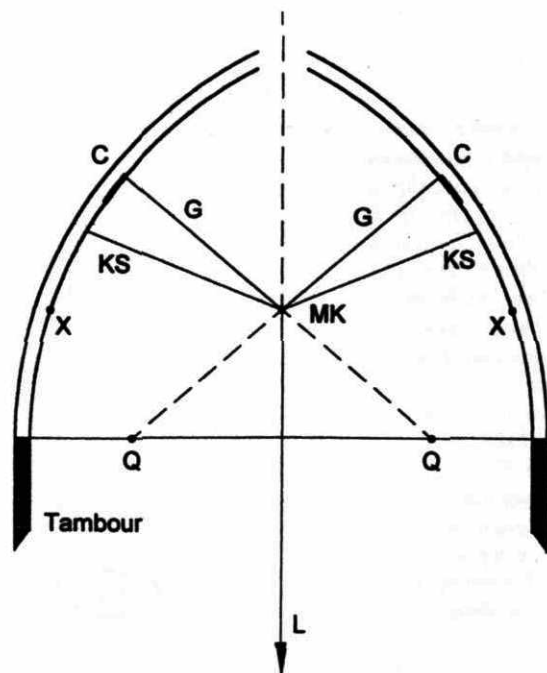
<sup>25</sup> »E da lato della volta dentro si pongha per parapetto assi che tenghino la veduta a' maestri, per piu loro sicurtà. E murisi con gualandrino ...«. Saalman (wie Anm. 1), S. 76.

<sup>26</sup> U.a. von Cornel von Fabriczy, *Filippo Brunelleschi. Sein Leben und seine Werke*, Stuttgart 1892, S. 538 f., Anm. 2; und Hoffmann (wie Anm. 18), S. 320.

Die drei Seile waren am Mittelpunkt des Kettensterns befestigt und gleich lang, etwa 30 m. Damit hätte man über den Radius der lichten Kuppelweite von 22,5 m hinaus noch genügend Spielraum für die Mauerstärken der inneren und äußeren Kuppelschale gehabt.<sup>27</sup> Bei der Anwendung des »gualandrino con tre corde« sollten ja beide berücksichtigt werden. Die Seile, die ebenso wie die Lote mit genauen Maßeinteilungen versehen waren, wurden zu den *centine*, den Schablonen mit ihrem *quinto acuto*-Profil, geleitet. Mittels der Schablonen an den Eckrippen und den vom Mittelpunkt des Kettensterns und damit von der Mittelachse der Kuppel ausgehenden Seilen konnte der Neigungswinkel der Mauerschichten festgelegt und zugleich deren radiale Ausrichtung überprüft werden. Die Seile fungierten also gleichsam wie materialisierte Vektoren oder präziser: Sie mussten Teilstrecken des *quinto acuto*-Radius sein (vgl. Abb. 9). Zu diesem Zweck mussten sie allerdings gespannt werden.

Die für die Einhaltung der *quinto acuto*-Krümmung an den Eckrippen benötigten, für die neu zu mauernde Steinlage immer ein wenig herausragenden Schablonen konnten einer Zugkraft nicht ausgesetzt werden. Gespannt wurden die Seile vermutlich über hölzerne Ständer, die auf den Arbeitsplattformen an der äußeren Kuppelschale postiert waren. An diesen Ständern waren Winden angebracht, mit denen die Seile aufgewickelt, gespannt und fixiert wurden. Anzunehmen ist überdies, dass alle drei Seile gleichzeitig festgezurt wurden, um leichter und schneller eine gleichmäßige Spannung herzustellen. Die Gleichmäßigkeit konnte dabei jederzeit überprüft werden: durch die Mittelachse alias das Lot am Mittelpunkt des Kettensterns, das auf den Mittelpunkt in der Vierung auftreffen musste.

Brunelleschis bisher beschriebene, jedoch keineswegs schon vollständig vorgestellte Verfahren zur Gewinnung des richtigen Neigungswinkels werden im Wesentlichen bestätigt durch den Historiker, Dichter und Humanisten Bartolomeo Scala. Er schreibt in der zwischen 1492 und 1497 entstandenen *Historia Florentinorum*: »Als die Mitte [der Kuppel] bestimmt und markiert worden war, spannte Filippo ein Seil von der Mitte bis zur Kuppelwandung, um mit diesem Seil dann einen vollständigen Kreis zu ziehen und auf diese Weise



9. Florenz, Schnitt der Domkuppel mit Kettenstern (KS), »gualandrino con tre corde« (G) und centine (C). L = Lot am Mittelpunkt des Kettensterns (MK). Q = Konstruktionsebene des quinto acuto. X markiert in etwa die Höhe, bei der zum ersten Mal der »gualandrino con tre corde« eingesetzt wurde.

zu bestimmen, in welcher Anordnung und Neigung die Ziegel und der Mörtel vermauert werden mussten.«<sup>28</sup>

Außer der prinzipiellen Bestätigung der hier vorgestellten Messmethoden liefert Scala einen weiteren bedeutsamen Hinweis: Mit dem Seil sei ein vollständiger Kreis gezogen worden. Dies wäre ohne Schwierigkeit möglich gewesen und hätte sogar neben der Bestimmung des richtigen Neigungswinkels und der radialen Ausrichtung noch eine weitere Überprüfung zugelassen. Die Seile wären in diesem Fall am Mittelpunkt des Kettensterns an einem Drehgelenk befestigt gewesen, und die Ständer mit den Seilwinden konnten auf Rädern bewegt werden. Geführt von den Seilen hätte man

<sup>27</sup> Vgl. Anm. 10.

<sup>28</sup> Nach Saalman (wie Anm. 1), S. 13 f. u. S. 164.

mit den Ständern tatsächlich kreisförmige Bahnen ziehen und zugleich die korrekte Aufmauerung der zahlreichen Ziegelsteinbögen (Abb. 4) kontrollieren können.<sup>29</sup> Der von Rowland J. Mainstone und Salvatore di Pasquale nach intensiven Untersuchungen in den 70er Jahren des 20. Jahrhunderts gewonnene Eindruck, das oktagonale Klostergewölbe der Kuppel sei wie eine Rundkuppel konstruiert, die man um die Mittelachse rotieren lassen kann (»Rotationskuppel«), lässt sich dadurch plausibel begründen.<sup>30</sup> Die Eigenschaft einer Rotationskuppel erhält die Kuppel aber bezeichnenderweise erst ab einer Höhe von circa 14 m, als der »gualandrino con tre corde« zum Einsatz kam. Bei dieser Höhe wurde auch die erste Reihe von Horizontalbögen gemauert (Abb. 4). In dieser Höhe wurde zudem das Material von Sand- zu Ziegelsteinen gewechselt und begonnen, im Fischgrätverband zu mauern. In diesem Zusammenhang lässt sich auch die Funktion des »gualandrino« klären. Er war dieses am Mittelpunkt des Kettensterns fixierte Drehgelenk, an dem die als Winkelmaße für die geometrische Figur des *quinto acuto* fungierenden drei Seile befestigt waren und unabhängig voneinander einzeln bewegt werden konnten.<sup>31</sup> Ob man dabei zwei oder alle drei Seile kreisen ließ oder nur eines, was sich aus Scalas Angaben erschließen lässt und was bei korrekter Ausrichtung und Spannung des Seiles gleichfalls zu verlässlichen Ergebnissen geführt hätte, bleibt offen. Das Drehgelenk des »gualandrino« wies allerdings drei Seile auf. Denn wie hätte mit einem einzigen Seil eruiert werden können, ob es schon genügend gespannt ist oder noch durchhängt? Und wie hätte der für die Kontrolle erforderliche Stillstand des am Kettenstern befestigten Mittellotes, eine der wichtigsten Messinstanzen überhaupt, gewahrt werden können, wenn mit diesem einen Seil Kreise gezogen worden wären? Die Kontrollanforderungen verlangten vielmehr ein sich selbst korrigierendes Messsystem, das nur über drei gleichmäßig gespannte Seile möglich war, so wie es sich aus der Quelle zum »gualandrino con tre corde« erschließen lässt.<sup>32</sup>

Aufschlussreiche Angaben zur Kuppelvermessung liefert auch der Biograph Brunelleschis, Antonio di Tuccio Manetti. Er behauptet, Brunelleschi habe die Messmethoden der Domkuppel beim Bau der Kuppel der im 18. Jahrhundert zerstörten Ridolfi-Kapelle in

S. Jacopo oltr'Arno erprobt. Bei dieser habe er als Messinstrument für die radiale Ausrichtung der Ziegel und für die Kreislinien der Ziegelschichten einen Mess-

<sup>29</sup> Vgl. hierzu die in den Quellen in diesem Zusammenhang geforderte »perfectione del cerchio che gira intorno la Cupola di fuori«, Saalman (wie Anm. 1), S. 75.

<sup>30</sup> Mainstone (wie Anm. 7), S. 164; Salvatore di Pasquale, *Primo rapporto sulla Cupola di Santa Maria del Fiore*, Florenz 1977. Angesichts der hier vorgestellten neuen Vermessungsverfahren bedürfte es allerdings neuer Untersuchungen. Vgl. dazu auch Marvin Trachtenberg, der für diese Konstruktionsweise die Kuppel des Pantheon in Rom als Inspirationsquelle in Erwägung zieht: Marvin Trachtenberg, *On Brunelleschi's Choice: Speculations on Medieval Rome and the Origins of Renaissance Architecture*, in: *Architectural studies in memory of Richard Krautheimer*, hrsg. v. Cecil L. Striker u. a., Mainz 1996, S. 169–173, hier: S. 171.

<sup>31</sup> Der »gualandrino con tre corde« war also in der Tat ein dreiarmliges Winkelmaß, wie Fabriczy diese Formulierung übersetzte: Fabriczy (wie Anm. 26), S. 538f. Und er ist vom Aufbau her identisch mit dem schon in der Antike gebräuchlichen »triquetrum« (Hoffmann [wie Anm. 18]; vgl. dazu weiter unten Anm. 32) und dem späteren »calandrino« mit drei über ein Gelenk drehbaren Armen; Fabriczy (wie Anm. 26), S. 538f. Das Gerät des »calandrino« ist nur erheblich kleiner geworden und die Arme bestehen nicht aus Seilen, sondern aus festem Material, aus Holz oder Metall. Demnach ging der Begriff »gualandrino« für das Drehgelenk auf das ganze Instrument über. Generell ist eine noch zu begründende etymologische Herkunft des Wortes »gualandrino« vom Monte Gualandro am Trasimener See in Erwägung zu ziehen. Der Monte Gualandro war Ort einer ebenso berühmten wie vernichtenden Niederlage der Römer gegen die Truppen Hannibals 217 v. Chr. im zweiten Punischen Krieg.

<sup>32</sup> Auch Hoffmann (wie Anm. 18) und Mainstone (wie Anm. 7), S. 164, sowie Saalman (wie Anm. 1), S. 162–164, sehen im »gualandrino« eine Messvorrichtung. Ihre Deutungen erlauben hingegen nicht annähernd die Genauigkeit, die mit der hier vorgestellten Methode möglich ist. Bei Mainstones bzw. Saalmans Rekonstruktion werden die Seile in komplizierten Dreiecksformationen horizontal durch die Kuppel gespannt. Das Verfahren ist jedoch ebenso aufwändig (und letztlich nicht durchweg nachvollziehbar) wie unpräzise für die erforderlichen Messungen an beiden Kuppelschalen; vgl. dazu auch Hoffmann (wie Anm. 18), S. 320. Hoffmann glaubt im *gualandrino* ein schon in der Antike gebräuchliches »triquetrum« zu erkennen. Das Instrument »besteht aus drei Stäben, von denen zwei gegeneinander bewegt werden können; der eine ist mit einer Skala versehen, der andere mit einem Diopter, also einer Peilvorrichtung, besetzt. Das Gerät dient zu Erd- und Himmelsbeobachtungen und kann für Winkelmessungen, folglich auch für trigonometrische Höhen- und Entfernungsmessungen verwendet werden.«

stab benutzt, der »in Kreisen nach oben bewegt wurde, wobei er nach und nach verkürzt wurde, je nachdem, wie er mit seiner unbefestigten Seite gegen das Mauerwerk der Kuppel drückte.«<sup>33</sup> Die »befestigte Seite« konnte sich nur an einer Stange, sozusagen einem vermutlich aus Holz konstruierten Stativ befinden, das die Mittelachse der Kuppel bildete. Mit der Stange war der Messstab mittels eines Drehgelenks verbunden und entlang dieser wurde er horizontal Steinlage für Steinlage nach oben geschoben. Die Ridolfi-Kapelle unterschied sich jedoch in wesentlichen Punkten von »il cupolone«. Sie war von kleinem Format mit circa 4 × 4 m Grundfläche und besaß kein Klostergewölbe, sondern nach Manetti eine Sonderform der Pendentifkuppel, eine Schirmkuppel mit halbkreisförmigem Schnitt. Bei ihr war ein »Mastbaum« als Mittelachse ebenso möglich wie ein stabiler, schwenkbarer Ausleger, der im rechten Winkel zur Mittelachse kontinuierlich nach oben geschoben wurde. Die Domkuppel hingegen hat nicht nur gigantische Dimensionen, sondern die Konstruktionspunkte ihrer Krümmung liegen obendrein nicht auf ihrer Mittelachse. Bei der Domkuppel konnte weder mit einem Mastbaum noch mit horizontalen Auslegern operiert werden, sondern nur mit Loten und den Seilen des »gualandrino«, die zwar in der Mitte befestigt waren, aber wegen der Krümmung des *quinto acuto* nicht horizontal kreisen konnten.

#### IV. Die mathematischen Vermessungsverfahren nach Pythagoras und Fibonacci

Überzeugend ist Manettis Information, wonach beim Kuppelbau der Ridolfi-Kapelle der Messstab Steinlage für Steinlage entlang der Stange als Mittelachse nach oben geschoben wurde. Auch der Kettenstern in der wachsenden Domkuppel mit dem daran befestigten Mittellot und dem »gualandrino con tre corde« wurde hinaufgezogen. Dies geschah allerdings nur alle paar Höhenmeter.<sup>34</sup> Überdies konnte er wegen seines Gewichts an den frisch vermauerten Steinlagen ohnedies nicht befestigt werden. Außerdem sorgten nicht die Ketten für die Einhaltung des *quinto acuto*-Kreisbogens, sondern die *centine* an den Eckrippen und die Seile des »gualandrino«. Sie waren es, die den *quinto*

*acuto*-Radius über den Mittelpunkt des Kettensterns auf die Kuppelwandung übertrugen: Die Seile mussten deshalb vom Mittelpunkt des Kettensterns an Teilstrecken des Radius sein und stetig in Richtung Kuppelscheitel wandern. Sollten die Seile bei den neuen Steinlagen Teilstrecken des Radius bleiben, musste auch der Mittelpunkt des Kettensterns kontinuierlich ansteigen, wofür es eine einfache Methode gab.

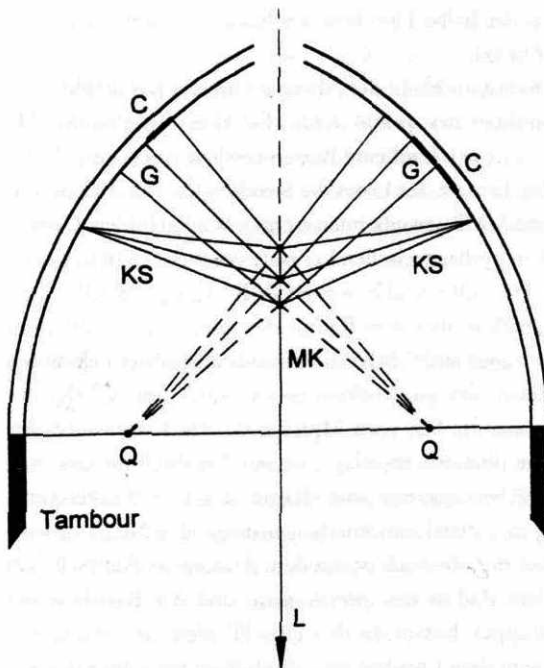
Die *stella di catene* bestand, wie der Name sagt, aus Ketten, deren Glieder mit Sicherheit in der Größe genormt waren. Jeder der acht Arme wurde um die gleiche Anzahl von Kettengliedern verkürzt und an dem vorhandenen Haken in den Ecken des wachsenden Klostergewölbes wieder eingehängt, wodurch der Mittelpunkt des Kettensterns automatisch entlang der Mittelachse nach oben rückte (Abb. 10). Über die Anzahl der ausgehängten Kettenglieder konnte die Anstiegshöhe gesteuert werden. Mit dem Mittelpunkt des Kettensterns rückte zugleich der »gualandrino« mit seinen drei Seilen nach oben.

Des Weiteren war die Höhe der nächsten Steinlage bekannt. So wurde selbstverständlich kein beliebiges Bau-

Das Instrument erlaubt mehr oder weniger genaue Anpeilungen von Punkten, was für den Bau der Kuppel jedoch wenig dienlich sein konnte. Benötigt wurden vielmehr sozusagen materialisierte Vektoren, wie sie in den gespannten Seilen realisiert waren, die jederzeit und überall einsetzbar waren und Teilstrecken des *quinto acuto*-Radius darstellten (s. dazu weiter unten). Außerdem vergisst Hoffmann die Beifügung »con tre corde«, die ein *triquetrum* ausschließt. Hoffmanns Verdienst ist es jedoch, auf die Absurdität einer materialisierten Mittelachse in Form eines Mastbaums hingewiesen zu haben, und dies schließt auch die Pasquales Konstruktion eines »Fabrik-schlots« mit ein. Unzutreffend ist des Weiteren die Annahme Battistis, der *gualandrino* sei kein Messinstrument gewesen, sondern ein Sicherheitsgurt, der von den Mauern getragen wurde: Eugenio Battisti, *Brunelleschi. The Complete Work*, London 1981, S. 361. Sicherheitsgurte waren nicht erforderlich; im Satz vor der Erwähnung des *gualandrino* werden ausdrücklich Holzbrüstungen »per la sicurezza« der Arbeiter erwähnt, s. o.

<sup>33</sup> Manetti/Saalman, nach Howard Saalman (Hrsg.), *The life of Brunelleschi by Antonio di Tuccio Manetti*, The Pennsylvania State University Press, University Park/London 1970, Zeile 665 ff.

<sup>34</sup> Genauer hierzu lässt sich nicht sagen, da bekannt sein müsste, wie weit der Kettenstern bei der jeweils erstmaligen Einhängung nach unten sackte. Die beabsichtigte Computer-Simulation dürfte mehr Klarheit bringen.



10. Florenz, Schnitt der Domkuppel mit Kettenstern (KS), dessen Ketten dreimal verkürzt werden (bei gleich bleibenden Aufhängungshaken), wodurch der Mittelpunkt (MK) und damit auch der »gualandrino con tre corde« (G) nach oben rückt. C = centine. Q = Konstruktionspunkte des quinto acuto.

material verwendet. In Florenz waren die *mattoni*, die Ziegelsteine, gemäß eines Statuts von 1325 in ihrer Größe genormt. Ihre Länge musste circa 29 cm betragen, ihre Tiefe die Hälfte davon (14,5 cm) und ihre Höhe davon noch einmal die Hälfte (7,25 cm). Nur mit einem Gütesiegel versehen, das ihre korrekte Größe garantierte, durften sie von den Ziegeleien ausgeliefert werden.<sup>35</sup> Zwar wurde beim Kuppelbau dieses Basismodell offenbar kaum und stattdessen in Form, Länge und Tiefe sehr unterschiedliche Ziegel (dreieckige, geknickte für die Oktogonecken oder Ziegel mit Verzahnungen) verwendet, doch die Höhe von 5 cm<sup>36</sup> wurde anscheinend beibehalten, was den komplizierten Messbedingungen nur dienlich sein konnte. Selbst wenn von dieser Höhe abgewichen wurde, geschah dies mit Bedacht und kontrolliert. Manetti berichtet, Brunelleschi habe jeden einzelnen Ziegelstein persönlich begutachtet.<sup>37</sup> Angesichts der etwa vier Millionen Ziegel, die für den

Bau der Kuppel benötigt wurden, übertreibt Manetti sicherlich. Doch waren für Brunelleschi Form und Qualität des verwendeten Baumaterials offenbar sakrosankt.

Die *centine* waren fraglos funktionstüchtige Richtmaße für die Einhaltung der *quinto acuto*-Krümmung an der Außenseite der Hauptrippen. Doch sich ausschließlich auf diese Schablonen zu verlassen, wäre viel zu riskant gewesen. Wie leicht konnte es passieren, dass eine Schablone nur wenige Zentimeter von der Krümmung abwich. Die Folgen wären verheerend gewesen, weil sich die Abweichung nach oben potenziert hätte. Diese Gefahr verlangte es vielmehr, auch die Lage der *centine* immer wieder zu kontrollieren.

Es wird daher noch auf anderem, nämlich mathematischem Wege ermittelt worden sein, dass

1. die *centine* präzise sitzen,
2. die Seile im richtigen Winkel zur neu entstehenden Steinlage aufsteigen und somit ein Teilabschnitt des *quinto acuto*-Radius von 36 m sind (nur als solche Teilabschnitte konnte man sie dann mittels der Ständer kreisen lassen),
3. folglich auch der Kettenstern-Mittelpunkt, dessen Höhe über die Anzahl der ausgehängten Kettenglieder steuerbar war, exakt auf diesem Radius lag.

Der Einsatz von Loten, des Kettensterns und Drehgelenks des »gualandrino«, dessen Seile an der obersten Steinlage über die Eckrippen gespannt wurden, legte die Anwendung mathematischer Methoden zur Überprüfung des vom *quinto acuto* diktierten Neigungswinkels sogar nahe (Abb. 11). Und so wurde ein Systemwechsel vollzogen – von der schlichten Aufmauerungstechnik hin zur Mathematik, zur angewandten Geometrie.

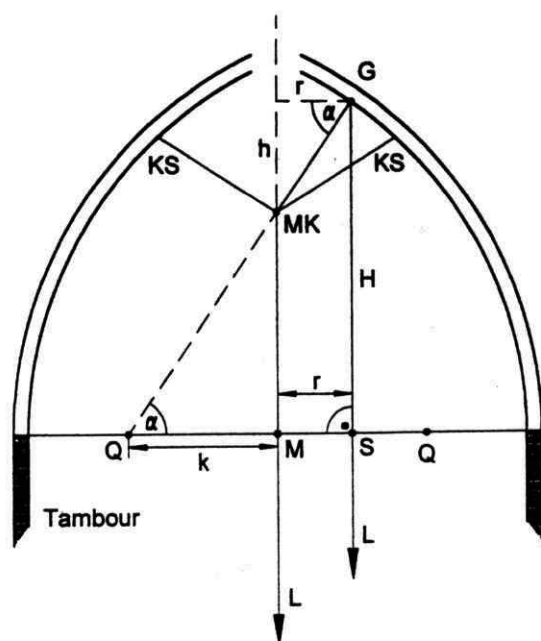
#### IV. A: Nach dem pythagoreischen Lehrsatz

Zur Durchführung des ersten Verfahrens bedurfte es zum einen der Kenntnis des pythagoreischen Lehrsatzes

<sup>35</sup> Alle Angaben nach Richard A. Goldthwaite, *La costruzione della Firenze rinascimentale. Una storia economica e sociale*, Bologna 1984, S. 295 f.

<sup>36</sup> Vgl. dazu Fanelli (wie Anm. 5), S. 18 ff.

<sup>37</sup> Manetti/Saalman (wie Anm. 33), Zeile 1033–1041.



11. Florenz, Schnitt der Domkuppel: Q = Konstruktionspunkte des quinto acuto, M = Mittelpunkt der Kuppel, markiert im Kuppelgrundriss am Vierungsboden, G = Anschlagstelle der Seile des »gualandrino« an oberster Steinlage, MK = Mittelpunkt des Kettensterns mit Drehgelenk, dem »gualandrino« für die drei Seile (»gualandrino con tre corde«), L = Lote, KS = Kettenstern, S = Schnittpunkt von Basislinie und Lot bei G, H = über das Lot ermittelte aktuelle Kuppelhöhe (= Gesamthöhe bei G vom Vierungsboden, davon abgezogen die 54,3 m Höhe des Unterbaus mit Tambour), h = Gesamthöhe H minus MKM (über Lot ermittelt, davon abgezogen die 54,3 m Höhe des Unterbaus mit Tambour), r = über das Lot ermittelter halber Durchmesser (durch die Ecken gemessen) bei der aktuellen Kuppelhöhe, k = konstant bleibender Abstand von Q zu M (= 13,5 m), a = Neigungswinkel

zes, die man bei Brunelleschi und seinem Beraterstab<sup>38</sup> voraussetzen kann.<sup>39</sup> Zum anderen waren ein konstantes Maß sowie zwei leicht ermittelbare Maße erforderlich (Abb. 11):

1. 36 m. Das ist der vorgegebene Radius des *quinto acuto* (in der Zeichnung die Strecke QG)
2. die jeweils aktuelle Höhe der Kuppel (H)

3. der halbe Durchmesser bei der aktuellen Kuppelhöhe (r)

Konstant bleibt der Abstand von den Konstruktionspunkten des *quinto acuto* (Q) zum Mittelpunkt (M) (= 13,5 m). Und eine Binsenweisheit ist es, dass durch den Einsatz des Lotes die Strecken k + r und H bzw. k und MMK jeweils einen rechten Winkel bilden. Gemäß dem pythagoreischen Lehrsatz ergeben folglich  $(k + r)^2 + H^2 = QG^2$  und  $h^2 + r^2 = GMK^2$ . Entsprechend  $QG^2$  dem Quadrat über dem Radius des *quinto acuto* von 36 m (= 1296) und  $GMK^2$  dem Quadrat über der bekannten Länge des *gualandrino*-Seiles, stand fest: GMK, das gespannte Seil vom Mittelpunkt des Kettensterns bis zur obersten Steinlage, ist ein Teilabschnitt des vorgegebenen *quinto acuto*-Radius. Und der Winkel  $\alpha$  entsprach dem kontinuierlich ansteigenden Neigungswinkel, der identisch ist mit dem Anstiegswinkel zwischen dem Radius des *quinto acuto* und der Basislinie der Kuppel. Entsprechend  $(k + r)^2 + H^2$  nicht  $36^2$  und  $h^2 + r^2$  nicht dem Quadrat über der bekannten Länge des Seiles, gab es nur eine Größe, die korrigiert werden muss-

<sup>38</sup> Darunter der angesehene Mathematiker Giovanni dell'Abaco. Er wird zusammen mit Brunelleschi am 19. Mai 1417 für Ratschläge bezüglich der Kuppelwölbung bezahlt: vgl. Fabriczy (wie Anm. 26) S. 543f. Zu den Beratern ist auch einer der berühmtesten Gelehrten der Florentiner Frührenaissance, Paolo dal Pozzo Toscanelli (1397–1482), zu zählen, der nach Manetti u.a. mit Brunelleschi befreundet war: vgl. Manetti/Saalmann (wie Anm. 33), Zeile 409ff.

<sup>39</sup> Vitruv beschreibt im 9. Buch seiner *De Architectura Libri Decem* (Vorrede, 214, 6ff., Edition von Curt Fensterbusch, Darmstadt 1981) ausführlich den pythagoreischen Lehrsatz (inklusive des klassischen Modells  $3^2 + 4^2 = 5^2$ ), sogar mit der Empfehlung, ihn etwa beim Treppenbau praktisch umzusetzen. In Florenz war Vitruv seit Mitte des 14. Jahrhunderts gut bekannt. Sowohl Petrarca als auch Boccaccio besaßen eine Vitruv-Handschrift, und Lorenzo Ghiberti, Brunelleschis schärfster Konkurrent beim Bau der Domkuppel, rezipierte den Traktat ausgiebig in seinen *Commentarii*: vgl. u.a. Hanno-Walter Kruft, *Geschichte der Architekturtheorie*, München 1986, S. 42. Bei Evers und Thoenes findet die Vitruv-Rezeption vor Alberti keine Erwähnung: vgl. Bernd Evers und Christof Thoenes u.a., *Architekturtheorie von der Renaissance bis zur Gegenwart*, Köln u.a. 2003. Außer der Domkuppel verweisen auch Brunelleschis andere Bauten auf eine Auseinandersetzung mit Vitruvs *De Architectura Libri Decem*, worauf an dieser Stelle jedoch nicht weiter eingegangen werden kann.

te: GMK. Denn  $k$  blieb konstant ( $= 13,5$  m) und  $r$  war ebenso gegeben wie die aktuelle Kuppelhöhe  $H$ . In diesem Fall musste für die korrekte Lage der nächsten Ziegelschichten der Mittelpunkt des Kettensterns über das Aushängen der entsprechenden Anzahl von Kettengliedern so lange austariert werden, bis er an der Stelle saß, die zur richtigen Länge der gespannten *gualandrino*-Seile führte.

#### IV. B: Mit Hilfe geometrischer Figuren Fibonacci

Auf Theoremen des Pythagoras aufbauend entwickelte Euklid in seinen *Elementen* die Geometrie über Streckenverhältnisse, deren Anwendung auf anderem Wege, aber mindestens genauso einfach, die Bestimmung der richtigen Position des Mittelpunkts des Kettensterns ermöglichte. Die hierfür erforderliche Strahlensatzfigur war gegeben (Abb. 11): Der Radius des *quinto acuto* (36 m) und die Basislinie der Kuppel schneiden sich in  $Q$  und das Mittellot verläuft parallel zu  $H$ .

Die Kenntnis von Euklids Geometrie der Streckenverhältnisse dürfte Brunelleschi allerdings indirekt vermittelt worden sein – über den vielleicht bedeutendsten Mathematiker des Mittelalters, Leonardo da Pisa, besser bekannt als Leonardo Pisano Fibonacci (ca. 1170–ca. 1240).<sup>40</sup> Fibonacci erlernte im heutigen Algerien indische Zahlenzeichen einschließlich des Zeichens 0 und arabische Berechnungsmethoden. Die Einführung sowohl der indischen Zahlen als auch der arabischen Berechnungsmethoden im Abendland ist maßgeblich ihm zu verdanken. Er entdeckte sodann eine nach ihm benannte und im Folgenden noch bedeutsame Zahlenfolge, bei der eine beliebige Zahl dieser Folge sich durch die Addition der beiden vorausgehenden Zahlen ergibt – also 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, etc. Zum Komplex dieser Zahlenfolge gehört die von Fibonacci gleichfalls beispielhaft theoretisch fundiert erklärte geometrische Proportion des Goldenen Schnitts. Sein *Liber abaci* von 1202 (1228 ergänzt) galt in der Toskana lange Zeit als das Lehrbuch der Rechenkunst schlechthin.<sup>41</sup> Dies hatte zur Folge, dass gerade in Florenz das Rechnungswesen von den in den zahlreichen Abaci-Schulen ausgebildeten Kaufleuten auf höchstem Niveau und mit einem legendären ökonomischen Erfolg

praktiziert wurde. In seinem gegen 1220 verfassten Werk *Practica geometriae* setzt sich Fibonacci ausgiebig mit Euklids *Elementen* auseinander und liefert u.a. einen weiteren Beweis für den pythagoreischen Lehrsatz. Außer geometrischen Theoremen behandelt Fibonacci darin aber auch praktische Fragen zur Landvermessung, zur Berechnung von Polygonen oder zur Höhenberechnung hoher Objekte mit Hilfe ähnlicher Dreiecke. Deren Basisdefinition lautet: Zwei Dreiecke heißen ähnlich, wenn man sie durch Kongruenzabbildungen zu einer Strahlensatzfigur ergänzen kann. Nichts anderes gilt für die Dreiecke QMKM und QGS. Dass Brunelleschi Fibonacci's *Practica geometriae* zu Rate zog, als er es sich in den Kopf gesetzt hatte, das knapp 90 m hohe Objekt der Kuppel ohne Lehrgerüste zu hauen, liegt auf der Hand. Fibonacci's Schriften waren in Florenz schon seit dem Ende des 13. Jahrhunderts bestens bekannt.<sup>42</sup> Zwischen 1389 und 1443 übertrug Cristofano di Gherardo di Dino die *Practica geometriae* in die italienische Sprache und fügte zum besseren Verständnis auch geometrische Figuren hinzu.<sup>43</sup> Die Zeichnung Nr. 141 zeigt eine gleichfalls auf ähnlichen Dreiecken basierende Figur mit  $acb / ade$  (Abb. 12),<sup>44</sup> die der Strahlensatzfigur QMS / QMKG

<sup>40</sup> Marcello Morelli und Marco Tangheroni (Hrsg.), *Leonardo Fibonacci. Il tempo, le opere, l'eredità scientifica*, Pisa 1994.

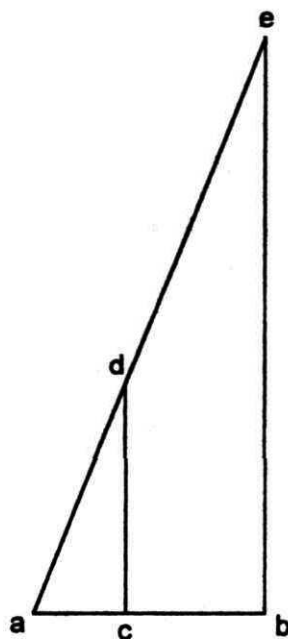
<sup>41</sup> Vgl. hierzu Heinz Lüneburg, *Leonardo Pisani Liber Abaci oder Lesevergnügen eines Mathematikers*, Mannheim 1992.

<sup>42</sup> Vgl. dazu Diane Finiello Zervas, The trattato dell'Abaco and Andrea Pisano's Design for the Florentine Baptistery Door, in: *Renaissance Quarterly*, 28, 1976 (Winter), S. 483–503. Darin wird u.a. auch eine bisher offenbar kaum näher beachtete Handschrift in italienischer Sprache von circa 1290 mit dem Titel *Aritmetica e geometria di Leonardo Fibonacci* in der Florentiner Biblioteca Riccardiana (Codex 2404) erwähnt: ebd., S. 486.

<sup>43</sup> Gino Arrighi (Hrsg. u. Einführung), *Leonardo Fibonacci: la pratica di geometria. Volgarizzata da Christofano di Gherardo di Dino, cittadino pisano. Dal codice 2186 della Biblioteca Riccardiana di Firenze* (Testimonianze di Storia delle Scienze, 3), Pisa 1966, hier: S. 95.

<sup>44</sup> Ebd., S. 95: »Se vuoi sapere la latitudine d'alcuno fiume, o d'altra cosa, piglia uno legnio che ti giungha in fine agli occhj et abbine un altro che sia minore uno ghovito. Et pone lo primo legnio, cioè lo maggiore, alla riva dell'acqua et tu sta' presso a lluj et sia lo legnio a.b.. Et or pone l'altro legnio diricto dal lato .a., sì come tu vedi questo

12. Figur 141 aus *Fibonacci's Practica geometriae* nach der Fassung von Cristofano di Dino aus Pisa (entstanden zwischen 1389 und 1443) mit den Proportionen gemäß dem erläuterten Text:  $ac : cd = acb : be$ . Die Figur ist zum besseren Verständnis in diesem Zusammenhang um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn gedreht.



entspricht (Abb. 11); man muss Figur 141 nur um  $90^\circ$  gegen den Uhrzeigersinn drehen, wie es in Abbildung 12 geschehen ist.

Fibonacci gibt hierfür folgende Proportionen an:  $ac : cd = acb : be$ . Auf die Strahlensatzfigur zur Kuppelvermessung übertragen, heißt dies:  $k : MMK = (k + r) : H$  oder  $13,5 \text{ m} : MMK = (13,5 \text{ m} + r) : H$ .

Für die Einhaltung des *quinto acuto*-Radius (QG) bei den nächsten Steinschichten musste lediglich eine Strecke bestimmt werden: MMK, denn H und r waren über das Lot leicht zu ermitteln. Mit dieser Gleichung konnte die gesuchte Höhe MMK »sansa dubbio«<sup>45</sup> errechnet werden und damit auch die Position des Mittelpunktes des Kettensterns (MK) auf dem *quinto acuto*-Radius sowie die Länge GMK. Es mussten dann nurmehr so viele Kettenglieder ausgehängt werden, wie es die neue Höhe MMK erforderte.

Figur 141 war für die Ermittlung der Breite eines Flusses gedacht – allerdings auch für »d'altra cosa«. So spricht auch nichts gegen ihre Verwendung beim Kuppelbau. In Erinnerung gerufen sei, dass Brunelleschi nach Informationen Giovanni Battista Gellis am Ufer des Arno einen Aufrissplan der Kuppel im Maßstab 1 : 1 in den Sand einritzen ließ. Anhand dieses riesigen geo-

metrischen Entwurfs dürften alle erforderlichen Vorgaben für den Kuppelbau bestimmt worden sein: der Durchmesser an der Basis der Kuppel, ihr Mittelpunkt, der Radius des *quinto acuto* (= 36 m), dessen Konstruktionspunkte, die Form der *centine* und damit der Schnitt der Kuppel sowie deren achteckiger Grundriss. Auch für die Konstruktion eines gleichseitigen Oktogons großen Ausmaßes liefert Fibonacci nach Gherardo di Dino im Kapitel über »Ragione della tersa parte della misura delle terre che anno più latj« im Übrigen eine verlässliche Methode (Fig. 54, 55).<sup>46</sup> Was und wieviel Brunelleschi von Schnitt und Grundriss der Kuppel bei der Vermessungsaktion am Arnouer in den Sand einritzen ließ, könnte ohne Weiteres im Versuch eruiert werden. Dabei sollte auch eine Art Vorform des Theodoliten eingesetzt werden – hölzerne Stangen als Distanzmesser, wie sie Fibonacci empfahl: »Se vuoj sapere la latitudine d'alcuno fiume, o d'altra cosa, piglia uno legnio che cti giungha in fine agli occhj et abbine un altro che sia minore uno ghovito. ...«<sup>47</sup>

Fibonacci war keineswegs nur dem Konstrukteur der Domkuppel bekannt. Dokumentiert ist dies im Jahr 1436 und abermals für kein anderes Objekt als den Florentiner Dom und seine soeben fertig gestellte Kuppel. Wie schon erwähnt, waren 1367 144 *braccia* als Maß für die Gesamthöhe vorgesehen. Auf die Distanz vom Vierungsboden bis zum Tambour sollten 89 *braccia* entfallen und auf die Kuppel selbst 55 *braccia*. 55, 89 und 144 stellen aufeinander folgende Fibonacci-Zahlen dar. Welche Bedeutung der Zahlenfolge beigemessen wurde, zeigt in frappanter Weise die eigens für die Domweihe am 25. März 1436 von Guillaume Dufay (ca. 1400–ca. 1474) im Auftrag Papst Eugens IV. komponierte Festmotette *Nuper rosarum flores*. Dufay, führender Musiker und Komponist seiner Zeit, nimmt im

.c.d., et or considera di vedere per .a.d. infine al'altra ripa del fiume segnata .e.. Inperciò ch'io ti pognio che lo .b.e. sia la larghessa del fiume et lo .a.e. è lo verso indirecto. Et però considera quant'è lo .a.c. al .c.d., ch'è così come è lo .a.c. al .c.d. così è lo .a.c.b. al .b.e.; pensa: se'l .c.d. è doppio del'.a.c. che 'l .b.e. è doppio del .b.c.a. et s'è tre tanto l'uno, tre tanto l'altro et se tanto, tanto. Et questo è sansa dubbio.«

<sup>45</sup> »... Et questo è sansa dubbio«. S. Anm. 44.

<sup>46</sup> Arrighi (wie Anm. 43), S. 62 f.

<sup>47</sup> Vgl. Anm. 44.

Aufbau dieser Motette vielfach Bezug auf die Architektur und spielt in der Anzahl der den einzelnen Stimmen zugeteilten Tönen, in der Tonhöhenstatistik und selbst in der Anzahl der Textbuchstaben unverkennbar auf die Fibonacci-Zahlenfolge und den mit dieser eng verbundenen Goldenen Schnitt an.<sup>48</sup> Die Festlegung von 55, 89 und 144 *braccia* als Maße für die zu erbauende Kuppel bereits im Jahr 1367 klärt zudem, dass schon damals Fibonaccis Zahlenfolge bekannt war. Insofern verwundert es nicht, dass auch der tatsächliche Architekt und Konstrukteur der Kuppel Brunelleschi auf die mathematischen Erkenntnisse des Leonardo da Pisa zurückgriff, zumal da Brunelleschi den Eid auf das Modell von 1367 leisten musste, wie es in den Statuten der Domopera festgeschrieben war.<sup>49</sup> Dass die Maße dann nicht eingehalten wurden, ist weniger Brunelleschi als vielmehr den Baumeistern des Tambours zuzuschreiben.

#### V. Die Domkuppel und die zentralperspektivische Konstruktion

Mit den vorgestellten Messmethoden konnte die Kuppel dreifach kontrolliert erbaut werden. Die empirische Methode lieferte die Basis, d. h., sie lieferte mit dem Grundriss der Kuppel im Vierungsboden, dem Kettenstern, den Loten, den »cientine« und dem »gualdrino con tre corde« die erforderlichen Instrumente für die mathematischen Verfahren nach Pythagoras und Fibonacci. Vor allem Letzterer dürfte mit seinem Lehrbuch über angewandte Geometrie für die Berechnung des Neigungswinkels entscheidend gewesen sein. Diese bestätigt Brunelleschis schon zu Lebzeiten gerühmten außerordentlichen Fähigkeiten nicht nur als Architekt und Ingenieur, sondern auch als Mathematiker auf den Spuren des großen Pisaners, wobei die kunsthistorischen Forschungen zur Rezeption der angewandten Geometrie Fibonaccis allerdings generell noch am Anfang stehen.<sup>50</sup> Beabsichtigte computergestützte Simulationen über die hier abgebildeten schematischen Darstellungen hinaus sollen Brunelleschis Vermessungsverfahren noch deutlicher und anschaulicher demonstrieren. Einhergehen müsste angesichts der divergierenden oder fehlenden Maßangaben (Radius des *quinto*

*acuto* = ca. 36 m, k = ca. 13,5 m) in der bisherigen Forschungsliteratur eine neue Vermessung, die, was bisher kaum geschehen ist, vor allem den Unterbau, die Vierung, einbeziehen sollte.<sup>51</sup> Es wurden in jüngerer Zeit zwar mehrere neue Kuppelmodelle vorgestellt,<sup>52</sup> doch sagen diese trotz erkenntnisreicher Detailinformationen aus fotogrammetrischen Kurvenanalysen u. a. wenig über die angewandten grundsätzlichen Vermessungsverfahren aus. Zudem gerät dabei die Kuppel als eine Ganzheit, als der krönende Abschluss des archi-

<sup>48</sup> Rolf Dammann, Die Florentiner Domweihmotette Dufays (1436), in: Wolfgang Braunfels, *Der Dom von Florenz*, Olten 1964, S. 73–85. Hans Ryschawy, *Guillaume Dufay*, München 1988 (edition + text), passim. Aufnahme/CD Sampler »The Hilliard Ensemble« EMI reflexe CDZ 767118-2. Zu Dufay s. a. die jüngst erschienene umfangreiche Monographie von Peter Gülke, *Guillaume Du Fay. Musik des 15. Jahrhunderts*, Stuttgart 2004.

<sup>49</sup> Saalman (wie Anm. 1), S. 45 ff.

<sup>50</sup> Leon Battista Alberti konsultierte Fibonaccis *Practica geometriae* offenbar für sein Malereitraktat, der gegen 1436, im Jahr der Domweihe entstand; vgl: Leonardo Olshki, *Die Literatur der Technik und der angewandten Wissenschaft. Geschichte der neusprachlichen wissenschaftlichen Literatur vom Mittelalter bis zur Renaissance*, Heidelberg 1919, Bd. 1, S. 67. Zur Fibonacci-Rezeption Albertis in seinen »Mathematischen Spielen« siehe Pierre Souffrin, La geometria practica dans Les ludi rerum mathematicarum, in: *Albertiana*, 1, 1998, S. 87–104. In der Brunelleschi-Forschung spielte Fibonacci bisher keine Rolle. Trachtenberg hält bei der Domkuppel die Fibonacci-Zahlenfolge (55, 89, 144) für zufällig, und bei der Motette Dufays wird die Zahlenfolge nicht erkannt: Marvin Trachtenberg, *Architecture and Music Reunited. A New Reading of Dufay's Nuper Rosarum Flores and the Cathedral of Florence*, in: *Renaissance Quarterly*, LIV/3, 2001, S. 741–775. Auf Trachtenbergs überzogenen ikonologischen Deutungen des Domes wird an anderer Stelle eingegangen. Friedman hat einen Einfluss der *Practica geometriae* Fibonaccis auf Florentiner Stadtgründungen im 14. Jahrhundert erwogen (David Friedman, *Florentine New Towns. Urban Desings in the Late Middle Ages*, Cambridge/London 1988, S. 125–130). Zu Andrea Pisanos Auseinandersetzung mit Fibonaccis *liber abaci* s. Zervas (wie Anm. 42). Eine aufschlussreiche Grundlage besonders für Pisaner Bauten des Mittelalters ist Luigi A. Radicati di Brozolos (Hg.) Aufsatzband (*Fibonacci tra arte e scienza*, Pisa 2002).

<sup>51</sup> Die Neuvermessung erscheint auch geboten im Hinblick auf das von Margaret Haines und anderen zur Zeit durchgeführte Projekt einer Präsentation aller Dokumente zum Kuppelbau der Jahre 1417 bis 1436 im Netz. URL: <http://duomo.mpiwg-berlin.mpg.de>.

<sup>52</sup> Vgl. dazu di Pasquale (wie Anm. 5), Abb. 21 ff.

tektonischen und liturgischen Zentrums des Domes, der Vierung, ins Hintertreffen. Welche Bedeutung gerade die Vierung für den Bau der Kuppel hatte, belegen die angewandten Messmethoden.

Der im Vierungsboden markierte Kuppelgrundriss mit den Konstruktionspunkten des *quinto acuto*, der vielfältige Einsatz von Loten und nicht zuletzt die mathematischen Methoden zeugen von einem Denken in Projektionen, wie es zu Beginn des 15. Jahrhunderts nur dem Erfinder der mathematisch entwickelten zentralperspektivischen Konstruktion zuzutrauen war.<sup>53</sup> Diese steckt auch hinter Brunelleschis Vorgehen – allerdings in umgekehrter Anwendung: Ein dreidimensionales Objekt wird nicht auf eine zweidimensionale Oberfläche projiziert, sondern die Projektion, der Grundriss der Kuppel im Vierungsboden von S. Maria del Fiore, dient der Errichtung des dreidimensionalen Körpers, der Kuppel. Projektion und Kuppel haben allerdings – im Unterschied zu den verkleinerten Scheinwelten zentralperspektivisch angelegter Bilder – ein und denselben Maßstab. Seit sich Brunelleschi spätestens 1409 aktiv in das Geschehen um die Kuppel einmischte,<sup>54</sup> dürften Kuppelkonstruktion und zentralperspektivische Konstruktion in seinen Überlegungen deshalb parallel geschaltet gewesen sein, oder vielmehr: Die Überlegung von der zweidimensionalen Projektion, aus welcher der dreidimensionale Körper der Kuppel entstehen sollte, war die Voraussetzung für den Bau der Kuppel. Dass die Erfindung der zentralperspektivischen Konstruktion auch die Malerei revolutionieren würde, war Brunelleschi selbstverständlich bewusst, doch für ihn anscheinend von geringerem Interesse als das Gelingen der Kuppel. So schuf er zwar gegen 1413 zwei nur durch Beschreibungen bekannte Bildtafeln mit dem Florentiner Baptisterium respektive dem Palazzo Vecchio, bei denen er u. a. durch den Einsatz von Spiegeln alle erdenklichen Register illusionistischer Möglichkeiten eines zentralperspektivischen Bildaufbaues zog. Doch die experimentelle, auf optische Täuschung angelegte Anwendung der Zentralperspektive legt nahe, dass sich Brunelleschi bei diesen

Tafeln nicht wie ein Maler mit der verkleinerten Abbildung der Wirklichkeit begnügte. Ihm ging es vielmehr um die totale Illusion mit der zugegeben provokanten Vermutung: Brunelleschi hätte bewegte Bilder, den Film, schon erfunden, wenn er gekonnt hätte. Weil er es nicht konnte, ließ er Malerei Malerei sein und beschäftigte sich spätestens ab 1418 nicht mehr mit illusionistischer, sondern nur mehr mit der wahrhaften Raumkunst, der Architektur.

## VI. Nachtrag

Um die Leistung der ohne Lehrgerüste erbauten Kuppel von S. Maria del Fiore ermessen zu können, möge man die 1945 zerstörte, inzwischen wieder hergestellte Frauenkirche in Dresden, dem Elbflorenz, besuchen. Ihre konstruktionstechnisch gleichfalls höchst anspruchsvolle, aber deutlich kleinere Kuppel als jene des Florentiner Domes wurde beim Wiederaufbau mit immensem Hightech-Aufwand, mit Hilfe spezieller Computerprogramme aus dem Flugzeugbau einschließlich 3-D-Simulationen errichtet – und: mit Lehrgerüsten, die vom Fußboden der Frauenkirche bis zum Kuppelscheitel reichten.

<sup>53</sup> Vgl. hierzu Manetti/Saalman (wie Anm. 33), Zeile 143 f., 149, 167 f., 204 f. Giorgio Vasari, *Le vite de' più eccellenti pittori, scultori e architettori*, (1568) Nachdruck hg. v. Paola della Pergola, Luigi Grassi und Giovanni Previtali, 9 Bde., Novara 1967, hier: Bd. 2, S. 245 ff. Auch für Brunelleschis Perspektivexperimente dürften Euklids Lehrsätze (vgl. hierzu Samuel Y. Edgerton, *Die Entdeckung der Perspektive*, München 2002, S. 124 ff.) im Übrigen über Fibonacci vermittelt worden sein. Dazu ist eine eigene Untersuchung in Bearbeitung. Auch Hoffmann (wie Anm. 18) sieht einen Zusammenhang zwischen Kuppelbau und zentralperspektivischer Konstruktion, jedoch in einem vollkommen anderen Verständnis.

<sup>54</sup> Saalman (wie Anm. 1), S. 246. Zusammen mit Ghiberti und anderen erstellte Brunelleschi schon 1404 ein Gutachten betreffs eines Fehlers, der bei der Aufmauerung der Strebemauern der Chortribunen des Domes begangen worden sein soll, vgl. Fabriczy (wie Anm. 26), S. 541.

### Summary

Up to now it is not understood, how the Cupola of Florence cathedral was surveyed while construction was in progress. This thesis postulates that Brunelleschi used mathematical procedures according to Pythagoras and above all Fibonacci. His surveying instruments were a chain-star hung across the cupola to converge at the centre, a pivot joint fastened to this central point with three ropes leading to the course of brick being laid and stretched taut there, as well as plumb

lines and templates pushed upwards along the ribs on the outside of the cupola. The ropes were made to describe a circle at the uppermost course of brick, thus creating in effect a ›rotation cupola‹. Similar triangles were generated with ropes and plumb lines, by which means the essential measurements could be monitored: the 36-metre radius of the *quinto acuto*, the geometric figure prescribed in 1367, and, therefore, the increase in the angle of inclination of both rising shells as well as the radial alignment of the building elements and their downwards tilt.

### Abbildungsnachweis:

1: Archiv der Verfasserin. – 2, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11: Krämer (wie Anm. 3). – 4: Saalman (wie Anm. 1). – 6: Di Pasquale (wie Anm. 5), Abb. 54. – 12: Arrighi (wie Anm. 43), Fig. 141.