

Geometrie und Philosophie – Zur Visualisierung metaphysischer Konzepte durch räumliche Darstellungen in der pythagoreischen Philosophie

David Engels

1. Einleitung

Ein repräsentativer Überblick über das komplexe Thema der Visualisierung intellektueller Konzepte durch optisch erfassbare Darstellungen¹ kann, jedenfalls im Rahmen der europäischen Geistesgeschichte, kaum je zufrieden stellend erarbeitet werden, ohne die Wurzeln eben jener intellektuellen Entwicklung des Abendlandes in der klassischen Antike zu berücksichtigen. Tatsächlich stellt diese keineswegs nur etwa als „Vormoderne“ einen vielleicht antiquarisch interessanten, verständnisgeschichtlich aber zu vernachlässigenden „Vorlauf“ dar;² sie bildet vielmehr den unverzichtbaren Grundstein der späteren geistigen Entwicklung unseres Kontinents, präfiguriert sie doch einen Großteil des im Mittelalter Verlorenen und erst in der Neuzeit mühsam Neuerarbeiteten und muss daher imperativ ihre Berücksichtigung bei der Untersuchung eines jeden geschichtlichen Themas fordern.³

Dies trifft umso mehr auf das Thema der Visualisierung zu, welches eine ganz besonders innige Beziehung zur Lebenswelt der klassischen Antike besitzt, die wohl mehr als jede andere menschliche Kultur in hohem Maße eine Kultur des Körperlichen, unmittelbar optisch und plastisch Erfassbaren war, in welcher Sehen und Tasten zu den wichtigsten und anspruchsvollsten Sinnen auch des geistigen Verständnisses gehörten, ließ doch die gleißende Sonne der klassischen Landschaften Griechenlands und Italiens keine bloße Skizze, keine versuchsweise Annäherung, kein nebelhaftes Errahnen zu, sondern verlangte von allen Objekten materielle wie ästhetische Perfektion. Durchaus zu Recht formulierte Spengler einmal, dass die *„Seele der antiken Kultur [...] den sinnlich-gegenwärtigen Einzelkörper zum Idealtypus des Ausgedehnten wählte“*;⁴ im Gegensatz zur abendländischen, deren Ursymbol vielmehr die in den grenzenlosen Raum gerichtete Dynamik, der „faustische Drang“ sei. Diese Besonderheit antiker Körperlichkeit musste auch die Ausarbeitung geistiger Konzepte prägen, und es ist kein Wunder, wenn die Bestimmung des philosophischen Urgrunds, welcher Essenz alles Seienden sei, der ἀρχή, meist ausschließlich im Körperlichen unternommen wurde⁵ und nacheinander Thales

¹ Vgl. als einführende Literatur zum Thema „Visualisierung“ – freilich ohne Berücksichtigung metaphysischer Konzepte – Card/Mackinley/Shneiderman (1999); Bederson/Shneiderman (2003); Chen (2004).

² Zum mehr als zweifelhaften Begriff der „Vormoderne“, dessen pauschale Subsumierung all dessen, was jenseits des jeweils vergegenwärtigten zeitlichen Horizonts der „Moderne“ und „Postmoderne“ liegt, letztlich einen unerklärlichen Rückschritt gegenüber der v. a. im 19. Jh. gelungenen Ausdifferenzierung und inneren Würdigung einzelner Kulturepochen darstellt, vgl. jetzt auch Latour (1993).

³ Zur Vermittlung antiker mathematischer Wissenschaften an das Abendland vgl. Juschkevitch (1964); Folkerts (1992) und ders. (2001).

⁴ Spengler (1923/1997), S. 234. Vgl. zur Problematik antiker Körperlichkeit jetzt Sennett (1995); Davidson (1997); Groppe (2000).

⁵ Zur Theorie der ἀρχή vgl. Gigon (1968); Schadewaldt (1978).

(624-546 v. Chr.) das Wasser (ὕδωρ)⁶, Anaximander (610-545 v. Chr.) das körperhaft verstandene Unbestimmte (das ἄπειρον)⁷ und Anaximenes (585/4-528/4 v. Chr.) die Luft (πνεῦμα)⁸ jeweils als Ursachen des weltlich Präsenten interpretierten und diese Deutung auch naturwissenschaftlich zu untermauern suchten. Im Folgenden soll nun ein kurzer Überblick über die innige Verbindung von Metaphysik und Geometrie in der Philosophie des Pythagoras und der Pythagoreer gegeben werden, wobei der Schwerpunkt des Beitrags eher auf dem wechselseitigen Bezug metaphysischer Spekulation und den entsprechenden geometrischen, also visuellen Umsetzungen liegen soll als auf einer mathematikhistorischen Kritik einzelner Theoreme und deren Entstehung.

2. Zum methodischen Ansatz frühen griechischen Philosophierens

Pythagoras eignet sich in diesem Kontext ganz besonders als Thema, da – mit Ausnahme Platons – wohl kein anderer Philosoph der Antike in solchem Maß logische Konstruktion mit philosophischer Spekulation verbunden hat. Tatsächlich zählte es zu den Grundkonstanten frühen griechischen Spekulierens, die in späteren Zeiten entstandene und besonders im Hellenismus hoch entwickelte Scheidelinie zwischen den einzelnen Disziplinen des Denkens⁹ bewusst zu überschreiten und den Akt des Denkens als nicht fachlich begrenzt, sondern vielmehr allumfassend zu imaginieren. Allein der – später fälschlicherweise Pythagoras zugeschriebene¹⁰ – Begriff der φιλοσοφία,¹¹ des Freundseins mit dem Wissen, zeigt sowohl die Bescheidenheit des Denkers, der das Epithet eines echten σοφός nur der Gottheit vorbehält,¹² als auch die Einheit frühzeitlichen Denkens, in welcher die heute leider oft hervorgehobene, scheinbar fundamentale Trennung zwischen so genannten „exakten“ und so genannten „geisteswissenschaftlichen“ Disziplinen transzendiert wurde und die metaphysische Spekulation Hand in Hand ging mit der empirisch-exakten Analyse des greifbar Seienden.¹³ Philosophie ist daher von Anfang an das Streben nach Wissen um das „Ganze“ und hat somit als Tätigkeit des Geistes ihren Zweck in sich selbst.¹⁴ So ist es denn auch kein Wunder, wenn die großen Denker der Frühzeit gleichzeitig Naturwissenschaftler und Mathematiker waren – ein Zustand, der ja bis zu Kant auch die mittelalterliche und neuzeitliche Philosophie bestimmen sollte – und so etwa Thales die Höhe der Pyramiden durch die

⁶ Arist. Metaph. 1,3,983 b 22 (DK 11 A 12); Diog. Laert. 1,27 (DK 11 A 1). Zu Thales vgl. Colli (1992). Allg. zur Schule von Milet Lahaye (1966).

⁷ Simplic. Phys. 24,18 (DK 12 B 1); vgl. auch Diog. Laert. 2,1 (DK 12 A 1). Zum ἄπειρον vgl. Seligman (1974); Kahn (1994); Couprie/Hahn/Naddaf (2003).

⁸ Aet. 1,3,4 (DK 13 B 2); vgl. auch Diog. Laert. 2,3 (DK 13 A 1).

⁹ Zur Spezialisierung von Wissen in der Antike vgl. Hadot (1979).

¹⁰ Diog. Laert. 1,12 (= Herakleides Fr. 87 Wehrh.). Laut Cic. Tusc. 5,3,4 soll Pythagoras zudem als erster Denker φιλοσοφία und σοφία explizit miteinander kontrastiert haben. Zum Ursprung des Begriffs, der zuerst bei Heraklit (DK 22 B 35) belegt ist, vgl. Burkert (1960).

¹¹ Zur Definition der φιλοσοφία vgl. etwa Jaeger (1928); Chroust (1947); Malingrey (1961); Burkert (1962); Krämer (1964); de Vogel (1970); Bien (1982); Mansfeld (1985); Hadot (1991).

¹² So Plat. Phaidr. 278d; Aristot. Metaph. 982b 17 ff.

¹³ Hierzu Koyré (1968); Knorr (1981); Zhmud (1994).

¹⁴ Aristot. Protrepticus fr. 6; Plot. 3,8.

Messung ihrer Schattenhöhe, die Vorbestimmung der Sonnenfinsternis vom 28.5.585 v. Chr. durch das Studium der babylonischen Sarosperiode und die Konstruktion eines ozeanischen Distanzmessers gelungen sein soll,¹⁵ während etwa die Lehre vom Freischweben der Erde und der Bahn der Planeten erstmals von Anaximander gefasst wurde, der auch eine Sonnenuhr, einen Himmelsglobus und eine Erdkarte entwarf,¹⁶ und schließlich Anaximenes bewies, dass der Mond sein Licht nur von der Sonne habe, und damit auch Sonnen- und Mondfinsternisse zu erklären vermochte, wobei er neben der Erde auch Sonne und Mond erstmals als planetenartige Körper erfasste.¹⁷

Es ist also nicht erstaunlich, dass sich in einem solchen geistigen Klima auch die Geometrie breit entfalten¹⁸ und hierbei von den regen Kontakten der kleinasiatischen Griechenstädte zur hoch entwickelten Kultur der vorderasiatischen Reiche profitieren konnte.¹⁹ Die Geometrie ist, wie der Begriff selbst nahelegt, direkt aus der Feldvermessung entstanden²⁰ und wurde später als Bestandteil der Mathematik aufgefasst, zusammen mit der Arithmetik als einer theoretischen und der Mechanik, Astronomie, Optik und Geodäsie als praktischen Nachbardisziplinen.²¹ Schon Aristoteles verstand die Geometrie im 4. vorchristlichen Jahrhundert als präzise, axiomatisch aufgebaute Wissenschaft,²² so dass wir davon ausgehen können, dass sie sich schon sehr früh von spekulativen Versuchen in die Richtung einer exakten Disziplin entwickelt hat. Geometrische Erkenntnisse fanden dann auch in allen anderen exakten Wissenschaften Anwendung und wurden zur visuellen Untermauerung logischer Argumentation²³ und zum Beweis algebraischer Problemata verwendet, so dass Spengler nicht zu Unrecht formulierte: „*Alle antike Mathematik ist im letzten Grunde Stereometrie.*“²⁴ Erkenntnisse wie etwa die von der Rechtwinkligkeit eines Dreiecks, welches solcherart in einen Kreis eingeschrieben ist, dass eine Seite gleichzeitig auch den Kreisdurchmesser darstellt und jede Ecke den Kreisumfang berührt, sind daher einem frühen Denker wie Thales von Milet sicherlich nicht akzidentell zugeschrieben worden,²⁵ wenn der Satz auch – und dies ist kaum ein Zufall – später einerseits dem Pythagoras angedichtet wurde,²⁶ andererseits behauptet werden konnte, Thales habe seine geometrischen Erkenntnisse bei seinen

¹⁵ Diog. Laert. 1,23 und 27 (DK 11 A 1); Hdt 1,74 (DK 11 A 5).

¹⁶ Abstand, Größe und Bahn der Gestirne: Hippol. Ref. 1,6,1-7; Aet. 2,13,7; Simpl. de caelo 471,1 (DK 12 A 11, 18, 19); Zylinder bzw. Kugelgestalt: Aet. 5,19,4 (DK 12 A 30); Sonnenuhr: Diog. Laert. 2,1 f. (DK A 1); Erdkarte und Himmelsglobus: Diog. Laert. 2,1 f.; Suid. s.v. Anaximandros; Agathemer 1,1 (DK 12 A 1, 2 und 6).

¹⁷ Diog. Laert. 2,3 (DK 13 A 1).

¹⁸ Zum Beginn der antiken Geometrie vgl. Allman (1889); Heath (1921); van der Waerden (1956); Becker (1957a); Neugebauer (1957) und (1964); van der Waerden (1978).

¹⁹ Lloyd (1991).

²⁰ Vgl. etwa Aristoph. Nub. 202.

²¹ Proklos in Eucl. El. 1 p. 38,4-12 Fr.

²² Aristot. Metaph. B 2,997 b 26.

²³ Proklos in Eucl. El. 1 p. 211,18 ff. Fr.; hierzu auch Bochenski (1956), S. 330.

²⁴ Spengler (1923/1997), S. 87.

²⁵ Zum Thalesatz vgl. Diog. Laert. 1,24 (DK 11 A 1). Hierzu ausführlich Krafft (1971), S. 90 f.

²⁶ Diog. Laert. 1,25 (DK 11 A 1).

Reisen aus der ägyptischen Geodäsie übernommen,²⁷ die ja bereits lange vorher ähnliche geometrische Sätze entwickelt hatte, so dass der Automatismus, mit dem die Griechen ihren großen Denkern (wie ja etwa auch Solon und Pythagoras)²⁸ zuschrieben, ihr Wissen aus ägyptischen Quellen geschöpft zu haben, nicht erstaunt.

3. Pythagoras von Samos

Pythagoras von Samos (um 570 - um 480 v. Chr.)²⁹ und seine Schüler spielen im Rahmen der griechischen Philosophie bei der Entstehung der engen Wechselwirkung zwischen Metaphysik und Geometrie und damit zwischen philosophischer Abstraktion und geometrischer Visualität eine zentrale Rolle. So sagt etwa Aristoteles explizit, dass sie die ersten waren, die sich systematisch mit der Mathematik beschäftigten und diese bedeutend weiterentwickelten, da sie der Überzeugung waren, dass die mathematischen Grundsätze auch alle anderen Bereiche des Lebens regeln.³⁰ Nur wenig ist über Leben und Werk des Pythagoras bekannt, so dass Zeller zu Recht schreibt, „daß wir nur einen gigantischen Schatten seiner Person durch die Geschichte schreiten sehen.“³¹ Pythagoras hat im Gegensatz zu den meisten anderen Vorsokratikern offenbar keine Schriften hinterlassen, jedoch eine Schule gegründet, welche sein Andenken in höchsten Ehren hielt und auf die Verbindlichkeit seiner oft nur den Eingeweihten zugänglichen Lehrsätze achtete. Letztere verlangten, mit dem Attribut $\alpha\upsilon\tau\omicron\varsigma\ \acute{\epsilon}\phi\alpha$ versehen, absolute Unterordnung³² und waren eben deshalb aber auch späteren Fälschungen gegenüber besonders anfällig. Dementsprechend kursierten schnell zahlreiche Pseudopythagoreica,³³ und wir wissen meist nicht, welche philosophischen Erkenntnisse bereits von Pythagoras gelehrt wurden und für uns nur noch bei seinen Schülern fassbar sind, oder was ihm umgekehrt nur um seiner Autorität willen zugeschrieben wurde. Wenn auch Aristoteles³⁴ den Pythagoreern eine eigene, heute verlorene Schrift widmete, stammen unsere Hauptquellen erst aus der Zeit des Neupythagoreismus,³⁵ also zwischen dem 1. Jahrhundert v. Chr. und dem 3. Jahrhundert n. Chr., und sind mit den Lehren zahlreicher anderer Philosophenschulen vermischt, wie etwa die Zeugnisse Ciceros zeigen.³⁶ Zwar fasste Diogenes Laertios alles ihm Bekannte in seinen Philosophenbiografien zusammen,

²⁷ Diog. Laert. 1,24 (DK 11 A 1).

²⁸ Solon: Plat. Tim. 24a; Krit. 113b; Plut. Sol. 31; Diog. Laert. 1,50; Pythagoras: Diog. Laert. 8,3 Allg. vgl. Griffiths (1952); Froidefond (1971).

²⁹ Zu Pythagoras vgl. Delatte (1922); Lévy (1927); Morrison (1956); von Fritz (1963); Cuccioli Melloni (1969); Demand (1973); Gorman (1979).

³⁰ Arist. Metaph. 986 a 12.

³¹ Zeller/Nestle (1928), S. 36.

³² Cic. nat. deor. 1,10; Diog. Laert. 8,46.

³³ Burkert (1961); Thom (1995).

³⁴ Arist. Metaph. 1,5,986a 29 (Fr. 191 Rose) (DK 14 A 7). Hierzu Gilbert (1909); Philip (1959) und ders. (1963).

³⁵ O'Meara (1989).

³⁶ Zum römischen Neupythagoreismus und der Gestalt des Nigidius Figulus vgl. etwa Legrand (1930); Della Casa (1962); Engels (2007), S. 126 f. Zu Ciceros Glaubwürdigkeit als Quelle zur pythagoreischen Philosophie vgl. Gigon (1973).

während die Neoplatoniker Porphyrios³⁷ und Jamblich³⁸ jeweils eine Biografie des Pythagoras kompilierten, doch ist letztlich kaum Glaubwürdiges über den historischen Pythagoras oder dessen Lehre überliefert, deren Umfassendheit jedenfalls sprichwörtlich gewesen sein muss, richtete doch etwa Heraklit gegen ihn den Vorwurf der Vielwissenheit.³⁹

Von seinem Leben wissen wir nur, dass er eines Tages vor der Tyrannis des Polykrates aus dem heimatlichen Samos nach dem unteritalischen Kroton flüchtete und hier einen sowohl philosophisch als auch politisch ausgerichteten Bund gründete, bevor er schließlich auf der Flucht vor politischen Anfeindungen nach Metapont umsiedeln musste, wo er um 480 v. Chr. starb.⁴⁰ Dieser Pythagoreerbund⁴¹ war durch eine besondere Art der Lebensführung gekennzeichnet⁴² und strebte danach, die Reinigung des Geistes und des Körpers (κάθαρσις) zu erreichen, indem er strenge Lebenshaltungsvorschriften (ἀκούσματα) berücksichtigte. Zu diesen zählten neben einer Novizenzeit mit Schweigegebot⁴³ auch die Verpflichtung zu geistiger Arbeit, Gymnastik und Musik⁴⁴ sowie strenge Speisevorschriften.⁴⁵ Dies sollte ermöglichen, aus dem Kreis der Wiedergeburt auszubrechen⁴⁶ – ein ursprünglich ungr echisches Konzept, welches für die Ethik des Pythagoras von höchster Bedeutung war und das der Philosoph einer falschen Legendentradi tion gemäß wie so vieles andere aus Ägypten übernommen haben soll,⁴⁷ höchstwahrscheinlich aber eher der orientalisch geprägten Orphik zu verdanken hatte.⁴⁸ Der Pythagoreerbund war streng hierarchisch gegliedert, da die Pythagoreer, wie später Platon, eine arithmetische Gleichheit der Menschen zugunsten einer geometrischen, also proportionalen ablehnten.⁴⁹ Dies führte dann zum Versuch des Bundes, in die Politik Großgriechenlands einzugreifen, wobei es ihm zeitweise gelang, von Kroton aus auch Metapont, Lokri, Rhegion und Zankle zu kontrollieren und hier eine Art

³⁷ Jäger (1919).

³⁸ Zu Jamblichs Pythagoras-Vita vgl. Rohde (1901); Festugière (1938); Boyancé (1939).

³⁹ Diog. Laert. 9,1 (DK 22 B 40). Herodot 4,95 nennt ihn allerdings anerkennend „nicht den schwächsten Sophisten der Hellenen“.

⁴⁰ Iust. 20,4,17.

⁴¹ Zum Pythagoreismus vgl. Delatte (1915); Cornford (1922/1923); Maddalena (1954); Thesleff (1961); Burkert (1962); De Vogel (1966); Philip (1966); Burkert (1972); Kahn (1974); van der Waerden (1979); Mattéi (1993).

⁴² Plat. Pol. 10, 600b.

⁴³ Plat. Phaid. 64a ff.

⁴⁴ Zum Tagesablauf der Pythagoreer vgl. Iambl. Vita Pyth. 96-100.

⁴⁵ Vgl. etwa Hdt. 2,81 (Verbot wollener Kleidung); Plat. Nom. 8,840a (geschlechtliche Enthaltsamkeit); Diog. Laert. 8,20 (Enthaltung von Fleisch und Bohnen). Hierzu allg. Scarborough (1982).

⁴⁶ Diog. Laert. 8,36 (DK 21 B 7). Empedokles (bei Porph. Vita Pyth. 30; DK B 129) zufolge soll Pythagoras sein außergewöhnliches Wissen der Tatsache verdanken, dass er sich an all das erinnerte, was er in seinen letzten 10 oder 20 Einkörperungen gelernt habe. Pythagoras galt seinen Anhängen dementsprechend wohl auch als eine Art Halbgott; vgl. Arist. de Pyth. fr. 2 Ross; Iambl. vit. Pyth. 143 f. Vgl. allg. Rougier (1933); Long (1948).

⁴⁷ Hdt. 2,123. Dies ist natürlich Unsinn, da die Ägypter nicht an die Seelenwanderung glaubten. Zu Pythagoras und Ägypten vgl. Kingsley (1994).

⁴⁸ Hierzu etwa Kerényi (1950); Casadio (1991); Parker (1995).

⁴⁹ Plat. Pol. 8,558c; Gorg. 507e und 508a; vgl. auch Plat. Nom. 6,757b.

Geistesaristokratie einzusetzen, die dann Ende des 5. Jahrhunderts von ihren politischen Feinden blutig niedergeschlagen wurde.⁵⁰

4. Zur Philosophie des Pythagoras und der frühen Pythagoreer

Zentral für die pythagoreische Metaphysik war der Satz, dass das Wesen aller Dinge die Zahl (ἀριθμός) sei,⁵¹ wenn auch umstritten ist, inwieweit jene Erkenntnis in solcher Deziertheit bereits bei Pythagoras zu vermuten ist oder vielmehr erst sekundär in seiner Schule entwickelt wurde.⁵² Hierbei mag die ausgiebige Beschäftigung mit der Musiktheorie⁵³ Auslöser für diese fundamentale Annahme gewesen sein, erkannten die Pythagoreer doch, dass die Tonhöhe von der Länge der Seite des Monochords⁵⁴ abhängig war und somit der musikalischen, sinnlich fassbaren Harmonie strenge mathematische, also nicht-sinnliche Prinzipien zugrunde liegen. Diese Erkenntnis vereinte sich nahtlos mit dem vielleicht auf persische Einflüsse zurückgehenden,⁵⁵ aus der Orphik übernommenen strengen Dualismus von Leib und Seele und der hierauf basierenden Seelenwanderungslehre und wurde als Gegensatz zwischen Stoff und Form bzw. in der pythagoreischen Terminologie zwischen Unbegrenztem (ἄπειρον) und Begrenztem (πέρας) zum kosmischen Gesetz erhoben, wobei beide Prinzipien zwar als gleichermaßen ursprünglich galten, das Begrenzende aber offensichtlich als das gute Prinzip verstanden wurde.⁵⁶ Die Zahl als Inbegriff mathematischer Abstraktion wurde demnach nicht etwa zur einzigen ἀρχή des Seienden gemacht, sondern als gestaltendes Prinzip betrachtet, das erst die Existenz der Welt, welche Pythagoras wohl als einer der ersten als κόσμος,⁵⁷ also Schmuck bezeichnete, als Synthese des sinnlich wie intellektuell Fassbaren ermöglichte. Hieraus ergab sich eine besondere Bedeutung der mathematischen Wissenschaften,⁵⁸ deren Ausarbeitung einem Gottesdienst gleichkam, da jede einzelne Zahl spekulativ einem Weltprinzip zugeordnet wurde.⁵⁹ Vor allem die ersten zehn Zahlen, welche (im dekadischen Zahlensystem) die Bausteine aller weiteren bilden, wurden besonders verehrt. So stellte die Eins die Einheit dar,⁶⁰ die Zwei das Prin-

⁵⁰ Pol. 2,39,1 f.; Iust. 20,4,17; Iambl. vita Pyth. 248 f.; Porph. 54; Diog. Laert. 8,1,3. Vgl. Corssen (1912); von Fritz (1940); Minar (1942) und (1944); Musti (1989) und (1990).

⁵¹ Etwa bei Arist. Metaph. 987 b 27-29: καὶ ἔτι ὁ μὲν τοὺς ἀριθμοὺς παρὰ τὰ αἰσθητά, οἱ δ' ἀριθμοὺς εἶναι φασιν αὐτὰ τὰ πράγματα, καὶ τὰ μαθηματικά μεταξὺ τούτων οὐ τιθέασιν.

⁵² So die Quintessenz bei Zhmud (1997).

⁵³ Porph. Comm. ad Harm. Ptol. p. 31,1 Düring. Hierzu Becker (1957b); Schumacher (1958); Levin (1975); Barbera (1982); Bowen (1982); Izzo (1987).

⁵⁴ Wantzloeben (1911).

⁵⁵ Vgl. Hippol. Ref. 1,2,12; Clem. Alex. Strom. 1,69; Apol. flor. 15; hierzu ausführlich Guthrie (1962), S. 253 ff.

⁵⁶ Arist. Eth. 1106 b 29.

⁵⁷ Arist. Metaph. 987 a 13; 1080 b 16. Zu Pythagoras' Verwendung des Begriffs Kosmos für das Weltganze vgl. Aet. 2,1,1; Diog. Laert. 8,48.

⁵⁸ Heidel (1940).

⁵⁹ Van der Waerden (1947–1949); Michel (1958); Zhmud (1989).

⁶⁰ Eine Behandlung der komplexen Frage, inwieweit die Eins selbst bereits aus zwei noch ursprünglicheren Prinzipien (στοιχεῖα), nämlich „Gerade“ und „Ungerade“ zusammengesetzt sei, kann hier nicht geliefert werden (Arist. Metaph. 1091 a 15–35 mit Phys. 203 a 7 f.; de Pyth. fr. 13 Ross).

zip der Dualität, die Drei die erste ungerade Zahl und gleichzeitig das reduktive Symbol für Anfang, Mitte und Ende,⁶¹ die Vier die erste exponentielle Größe und damit das Symbol der Gerechtigkeit, da durch die doppelte Zweiheit das Prinzip gleichberechtigter Gegenseitigkeit verkörpert wurde, und die Fünf das Symbol der Schöpfung und der Hochzeit, da hier sowohl die Zwei als Symbol des Paares wie die Drei als Symbol der Familie vereint seien, usw. Diese Zahlenmystik ermöglichte auch die Definition komplexer sittlicher und sozialer Begriffe mittels scheinbar mathematischer Terminologie.⁶² Vor allem die ersten vier Zahlen galten als heilig, da ihre Addition zugleich die Zahl zehn bildete;⁶³ eine spekulative Zahlenmystik, die sich auch kultisch niederschlug, wurden doch die pyramidal untereinander angeordneten Gruppen $1 + 2 + 3 + 4$ unter der Bezeichnung Tetraktys (τετρακτύς) ikonografisch dargestellt und terminologisch in einer Schwurformel als Äquivalent zum Weltprinzip ausgedrückt.⁶⁴

Diese Art optischer Visualisierung von Zahlen führte dann zur systematischen Umsetzung philosophischer Probleme in geometrische,⁶⁵ konnten aus zwei Punkten doch eine Linie, aus drei eine Fläche und aus vier bereits ein pyramidalen Körper mit vier Flächen und sechs Kanten gebildet werden,⁶⁶ während aus dem schrittweisen Aufbau von 1, 2, 4 und 8 quadratische Körper entstanden.⁶⁷ So fand die fundamentale Frage der Vorsokratik und letztlich einer jeden Philosophie, wie aus dem Einen das Viele, aus einem monistischen metaphysischen Prinzip die offenbare Vielheit der Dinge der Welt werden konnte,⁶⁸ scheinbar eine Antwort, die zudem visuell ebenso elegant wie eingängig dargestellt werden konnte. In dieser Hinsicht trat der Pythagoreismus auch durch eine zunehmend problembewusste Suche nach korrekten Definitionen geometrischer Körper hervor, referiert doch etwa Aristoteles, sie hätten abgelehnt, Kreis oder Dreieck durch die Anordnung der diese Formen umgebenden Linien zu definieren,⁶⁹ und bevorzugt, diese geometrischen Figuren durch Reduktion auf zentrale Punkte und damit auf Zahlenverhältnisse zu beschreiben.⁷⁰ Betrachtet man die Möglichkeit zur Konstruktion komplexer Körper im Pythagoreismus, wird auch die besondere Verehrung der Kugelgestalt verständlich, welche in Anbetracht der Frage nach der Quadratur des Kreises gleichzeitig höchste Komplexität mit ursprünglicher Einheit zu verbinden schien und daher auch von Pythagoras spekulativ der körperlichen Form der Erde zugrunde gelegt wurde.

⁶¹ Arist. Cael. 268 a 10.

⁶² Vgl. etwa Arist. Metaph. 985 b 29; 987 a 19 ff.; 1078 b 21; MM 1182 a 11.

⁶³ Arist. Metaph. 986 a 8.

⁶⁴ Ps. Iambl. Theol. Arithm. 18, p. 22 de Falco; Aet. 1,3,8; Porph. Vit. Pyth. 20; Iambl. Vit. Pyth. 150. Zur Tetraktys vgl. etwa Delatte, La tétractys pythagoricienne, in: ders. (1915), S. 249-268; zur Unterscheidung bzw. Parallele mit der Tetrade vgl. Kucharski (1952).

⁶⁵ Vogt (1909).

⁶⁶ Ps.-Iambl. Theol. Arith. pp. 84 f. de Falco.

⁶⁷ Sext. Emp. adv. Math. 10,282.

⁶⁸ Stokes (1971).

⁶⁹ Arist. Metaph. 1036 b 8.

⁷⁰ Alex. in Met. 512. 20 Hayduck.

Es ist nicht erstaunlich, dass die Aufzeichnung eines Dreiecks mit dem Seitenverhältnis $3/4/5$ zur Entwicklung des pythagoreischen Lehrsatzes führte,⁷¹ dass in allen ebenen rechtwinkligen Dreiecken die Summe der Flächeninhalte der Kathetenquadrate gleich dem Flächeninhalt des Hypotenusenquadrates ist. Dieser Satz kann zwar in dieser Form durchaus Pythagoras selbst zugeschrieben werden, geht aber letztlich bereits auf ähnliche Formeln der babylonischen Mathematik zurück,⁷² welche Pythagoras durch seine Reisen kennen gelernt haben soll.⁷³ Ähnlich führte seine Beschäftigung mit der Musik zur Aufdeckung mathematischer Proportionen,⁷⁴ bewies das Experimentieren an Saiteninstrumenten doch, dass ein Verhältnis von $1/2$ bei der Saitenlänge ein Intervall von einer Oktave ergab, $3/2$ eine reine Quinte und $4/3$ eine reine Quarte, so dass das durch Intervallschichtung hieraus ableitbare restliche musikalische Universum letztlich ebenfalls auf den Zahlen der Tetraktys aufbaut.⁷⁵ Dies erklärt auch die Theorie des pythagoreischen Kommas, welches daraus entsteht, dass nach Schichtung von 12 reinen Quinten wider Erwarten nicht etwa derselbe Ton entsteht wie der, der sich durch Schichtung von 7 reinen Oktaven vom Ausgangston ergibt, sondern ein eben um das pythagoreische Komma leicht in die Höhe differierender Ton (die Intervallbeziehung nach Quintschichtung ist $4096/531441$ [also $1/129,74337890625$], nach Oktavschichtung aber $1/128$; die Frequenzabweichung beider Töne entspricht ungefähr dem Verhältnis $1/1,01364$).

Ob Pythagoras selbst bewusst war, dass neben den ganzen Zahlen und den Brüchen ganzer Zahlen auch mathematische Größen bestehen, die sich zwar in ganz einfachen Körpern finden und visualisieren lassen, aber inkommensurabel sind,⁷⁶ oder diese Entdeckung erst Hipposos zugeschrieben werden muss, ist unsicher,⁷⁷ mag diese Erkenntnis doch ganz organisch aus den Untersuchungen zum Pythagorassatz entstanden sein. Jedenfalls stellte die genauere Definition dieses Phänomens, welches etwa geometrisch anhand der Bestimmung der Seite eines Quadrats mit Flächeninhalt 2 ⁷⁸ oder anhand eines regelmäßigen Fünfecks exemplifiziert wurde, ein beliebtes Problem griechischer Mathematik dar, wobei die Untersuchung der Inkommensurabilität mittels geometrischer Formen zeigt, dass man die optische Visualisierbarkeit und damit auch

⁷¹ Das erste griechische Zeugnis für den Satz, dass im rechtwinkligen Dreieck der Flächeninhalt des Quadrats über der Hypotenuse genauso groß wie die Summe der Flächeninhalte der beiden Kathetenquadrate ist, findet sich bei Arist. Anal. Pr. 41 a 26. Weiter vgl. Plut. mor. 1094 b; Diog. Laert. 8,12. Zum Pythagorassatz vgl. Naber (1908).

⁷² Zur Rückführung des pythagoreischen Dreiecks auf babylonische Lehren, welche auf keilschriftlichen Tafeln der Zeit Hammurabis gefunden wurden, vgl. Neugebauer (1935-1937), Bd. 1, S. 180; Bd. II, S. 53; Bd. III, S. 22.

⁷³ Str. 14,683; Iambl. Theol. Arithm. p. 53 de Falco.

⁷⁴ Theo Smyrn. Math. p. 57 Hiller; Diog. Laert. 8,12.

⁷⁵ Hierzu Barbera (1977), S. 294 f.

⁷⁶ Stamatis (1977).

⁷⁷ Es besteht die fromme Legende, der Entdecker der Inkommensurabilität sei von den Göttern für diesen Frevel gestraft worden und im Meer umgekommen; Schol. Eucl. 5, p.417 ed. Heiberg.

⁷⁸ Vgl. die Eingangssituation bei Plat. Theait.

geometrische Lösbarkeit des Problems rein algebraischer Abstraktion vorzog;⁷⁹ ein weiterer Beweis dafür, dass die Zahl für die Antike im Prinzip „nicht ein Denken räumlicher Beziehungen, sondern für das leibliche Auge abgegrenzter, greifbarer Einheiten [ist].“⁸⁰

Harmonielehre und Zahlenmystik gingen dann in der pythagoreischen Astronomie eine seltsame Verbindung ein. So vertrat vielleicht schon Pythagoras parallel zur Tetraktys-Verehrung die Existenz von zehn Planetensphären, deren Zahl er durch Addition (von außen nach innen) des Fixsternhimmels, der fünf klassischen Planeten (Saturn, Jupiter, Mars, Venus und Merkur), von Sonne, Mond, Erde und schließlich einer „Gegen-erde“ zusammenbrachte,⁸¹ und deren Kreisbahnen um ein universelles Zentralfeuer er seiner mystischen Zahlenlehre entsprechend zu formulieren suchte. Da Pythagoras zudem beobachtet hatte, dass schwere Körper beim Fallen ein Geräusch erzeugten, resultierte für ihn daraus, dass auch die Planeten bei ihrer Umdrehung eine Art Sphärenharmonie bewirken,⁸² die der Mensch allerdings aufgrund seiner Gewöhnung an diesen Ton nicht wahrnehmen kann.⁸³

Diese philosophischen Überzeugungen, welche lange als Geheimlehren behandelt wurden (ἄπορρητοι λόγοι),⁸⁴ konnten dann von seinen Schülern wie Alkmaion, Hipposos und Philolaos⁸⁵ weiterentwickelt werden, welche das Doppelideal asketischer Lebensführung und wissenschaftlicher Forschung streng beibehielten. Spätestens im jüngeren Pythagoreismus trat allerdings eine Spaltung der Schule dergestalt ein, dass die so genannten Ἀκουσματικοί oder Pythagoristen v. a. an den alten Lebensregeln festhielten, die philosophische Tiefe der Lehre aber zunehmend verkommen ließen und zu einem flachen, pseudowissenschaftlichen System verformten, während der innere Gehalt des Pythagoreismus von den Μαθηματικοί weiterentwickelt wurde.⁸⁶ Als deren Haupt gilt Archytas von Tarent, der auch den zerschlagenen Pythagoreerbund erneuerte und v. a. als Mathematiker hervortrat; ihm kann die Entwicklung der Stereometrie und die Entdeckung des Infinitesimalen und Irrationalen zugeschrieben werden.⁸⁷ Xenophilos von Chalkis systematisierte vor allem die pythagoreische physikalische Zahlenlehre,⁸⁸ während Eurytos, ein Schüler des Philolaos, so weit ging, die Umrisse einzelner Weltkörper geometrisch zu visualisieren und zu berechnen und jedem Welt Ding somit

⁷⁹ Dies widerspricht nicht dem von Reidemeister (1942) festgestellten Übergang vom bloß Anschaulichen zum Begrifflichen im 5. und 4. Jahrhundert, sondern entspringt dem Bedürfnis nach der Lösung des Problems.

⁸⁰ Spengler (1923/1997), S. 87. Zur Analyse der Einschätzung irrationaler Zahlen in der Antike vgl. auch S. 87 f.

⁸¹ Arist. Phys. 293 a 20; Metaph. 986 a 6-13; de Pyth. fr. 16 Ross. Zur Frage, inwieweit diese Lehre nicht eher Philolaos zuzuschreiben ist, vgl. van der Waerden (1951); Pérez Sedeño (1986).

⁸² Arist. Cael. 290 b 12-29; Arist. de Pyth. fr. 13 Ross.

⁸³ Nur Pythagoras selbst vermochte der späteren pythagoreischen Hagiografie zufolge die Sphärenharmonie aufgrund seiner eigenen Halbgöttlichkeit zu vernehmen (Porph. vit. Pyth. 30 f.; Iambl. vit. Pyth. 65 f.). Hierzu allg. Junge (1947).

⁸⁴ Plat. Phaid. 62b.

⁸⁵ Huffman (1988); ders. (1993).

⁸⁶ Iambl. Vita Pyth. 81,87; Porph. Vita Pyth. 37; von Fritz (1960).

⁸⁷ Zeller/Nestle (1928), S. 91.

⁸⁸ Diog. Laert. 8,24 ff.

eine Zahl zuzuweisen.⁸⁹ Es sollte dann in der Folge aber vor allem Platon sein, der in Tarent Philolaos und Archytas kennen gelernt hatte,⁹⁰ der zahlreiche Lehren des Pythagoreismus in sein eigenes philosophisches System eingliederte.⁹¹ Platons Wertschätzung der mathematischen Disziplinen, welche in der Politeia zum Curriculum der Philosophenherrscher gehören, ist wohlbekannt⁹² und geht wahrscheinlich direkt auf pythagoreische Einflüsse zurück. Auch lehrte Platon im Timaios, dessen Hauptpart nicht ohne Grund einem Fremden aus dem süditalischen Lokri in den Mund gelegt ist (in welchem man unschwer einen Pythagoreer erkennen kann), dass die sichtbare Welt mittels Formen und Zahlen (εἶδεσί τε καὶ ἀριθμοῖς) konstruiert sei, da die vier Elemente jeweils einem geometrischen Körper entsprächen, so die Erde dem Würfel, das Feuer der Pyramide, die Luft dem Oktaeder, das Wasser dem Ikosaeder, während das Weltganze die Form eines Dodekaeders aufweise.⁹³

5. Schlussbemerkungen

Die Geschichte der mathematischen Wissenschaften ist mit der der philosophischen Spekulation seit jeher aufs innigste verbunden gewesen. Wenn auch in der Mathematik ein systematisches Aufbauen jüngerer Generationen auf dem Wissen der vorherigen möglich ist, so ist doch die Frage nach dem tieferen Verständnis dessen, was nun Zahl, Körper und Raum ihrer Essenz nach tatsächlich sind und wie sie sich kategoriell zum empirisch fassbaren Weltganzen verhalten, nur durch die Anwendung philosophischer Vermutungen möglich, wie auf der anderen Seite die Ausformulierung philosophischer Postulate mit einem gewissen Wahrheitsanspruch ohne Berufung auf die Grundsätze elementarer Logik und damit auf den aktuellen mathematischen Forschungsstand unmöglich ist. Geistes- wie Naturwissenschaften erweisen hier, in der Transzendierung scheinbarer Disziplinengrenzen, ihre Untrennbarkeit bzw. ihre Reziprozität. Spengler hat einmal formuliert, dass es „keine Mathematik, [sondern] nur Mathematiken“⁹⁴ gibt, und hat richtig erkannt, dass der jeweilige mathematische wie philosophische Wissensstand keineswegs nur als eine Art Momentaufnahme bei der Nachvollziehung eines scheinbar linearen Fortschritts zu deuten ist, sondern vielmehr Grundaussagen über Wesen und Gehalt einer jeden Kultur ermöglicht und von zeitgleichen politischen und kunstgeschichtlichen Entwicklungen kaum zu trennen ist. Diese Erkenntnis gilt auch und in besonderem Maße für die pythagoreische Philosophie, deren Grundlinien in ihrer Weitläufigkeit und sprichwörtlichen Allumfassung hier nur oberflächlich angedeutet werden konnten.

⁸⁹ Arist. Metaph. 1092 b 8.

⁹⁰ Plat. 7. Brief 338c ff.

⁹¹ Zur Beziehung zwischen Platon und dem Pythagoreismus vgl. Frank (1923); Boyancé (1966); van der Waerden (1969).

⁹² Plat. Pol. 525d; 527b; 529d. Hierzu Barbera (1981).

⁹³ Plat. Tim. 53b ff. Proklos in Eucl. o. 65,11 Friedlein schreibt diese fünf Körper Pythagoras selbst zu; dies ist aber laut Heidel (1940), S. 17 wenig glaubhaft. Zu diesen fünf Formen vgl. Sachs (1917); Stenzel (1924); Roman (1987); Adam/Wyss (1994).

⁹⁴ Spengler (1923/1997), S. 82.

Pythagoras hat weder als erster komplexe mathematische Theoreme formuliert, sind doch die Parallelen zu babylonischen Vorläufern zu offensichtlich, noch war er der einzige oder wichtigste Grieche, der im 6. Jahrhundert mathematisch tätig war, lag doch das Zentrum der griechischen Mathematik auch nach der Zeit der milesischen Naturphilosophen immer noch in Ionien,⁹⁵ dem der aus Samos gebürtige Pythagoras ja auch selbst entstammte. Doch ist es das Verdienst des Pythagoras gewesen, sich weder auf die vor allem handlungsorientierte Beschäftigung mit der Mathematik zu begrenzen, wie dies viele seiner Zeitgenossen taten, noch, wie die babylonischen Forscher, das Zahlendenken rein als Sammlung von Aufgaben und Lösungen zu betreiben, sondern hieraus ein System von aufeinander aufgebauten Lehrsätzen und Beweisen erstellt zu haben, welches die Grenzen reinen Rechnens zu überschreiten versuchte und erstmals systematisch auf Metaphysik, Harmonielehre, Astronomie und Ethik angewandt werden konnte. Die Erkenntnis der Zahl als Wesen aller Dinge bedeutete letztlich die Öffnung des später nicht ohne Grund gerade von Platon vermessenem Ideenkosmos durch die systematische Zugrundelegung abstrakter, zwar weltimmanenter, aber gleichzeitig übersinnlicher Prinzipien, also den Durchbruch von der reinen Körperhaftigkeit der noch im Theogonischen verhafteten milesischen Naturphilosophie hin zur nur noch geometrisch visualisierbaren Abstraktion mathematischen Denkens. Hierbei unterstreicht die geometrische Umsetzung der abstrakten Zahlenmystik die originelle Position des Pythagoras und seiner Zeitgenossen, wurde doch der algebraische Ansatz der babylonischen Mathematik systematisch zu einem geometrischen umgewandelt,⁹⁶ dies aber nicht nur zum Zwecke der Visualisierung, sondern aus der Notwendigkeit des philosophisch gewonnenen Postulats einer nicht aufzubrechenden Abhängigkeit von Metaphysik und Raumstruktur heraus, wie sie nach Pythagoras wohl erst wieder Platon, Plotin und Cusanus in solcher Intensität empfunden haben mochten.⁹⁷

Literatur

1. Adam/Wyss (1994): Paul Adam, Arnold Wyss, Platonische und Archimedische Körper, ihre Sternformen und polaren Gebilde, Stuttgart 1994
2. Allman (1889): George Johnston Allman, Greek Geometry from Thales to Euclid, Dublin 1889
3. Barbera (1977): Andre Barbera, Arithmetic and Geometric Divisions of the Tetrachord, *Journal of Music Theory* 21 (1977), pp. 294 f.
4. Barbera (1981): Andre Barbera, Republic 530C-531C: Another Look at Plato and the Pythagoreans, *American Journal of Public Health* 102 (1981), pp. 395-410

⁹⁵ So die Quintessenz bei Heidel (1940).

⁹⁶ Vgl. van der Waerden (1963), S. 287.

⁹⁷ Daher ist auch das bekannte Diktum Giordano Brunos keineswegs unberechtigt: „Wo findet sich ein Mann vergleichbar jenem Cusaner, der je größer um so weniger zugänglich ist? Hätte nicht das Priesterkleid sein Genie da und dort verhüllt, ich würde zugestehen, daß er dem Pythagoras nicht gleicht, sondern bei weitem größer ist als dieser.“ Zum Versuch, die philosophiezyklische Notwendigkeit dieser offensichtlichen Parallelen zu demonstrieren, vgl. Höhle (1984).

5. Barbera (1982): Charles Andre Barbera, *The Persistence of Pythagorean Mathematics in Ancient Musical Thought*, Chapel Hill 1982
6. Becker (1957a): Oscar Becker, *Das mathematische Denken der Antike*, Göttingen 1957
7. Becker (1957b): Oscar Becker, *Frühgriechische Mathematik und Musiklehre*, *Archiv für Musikwissenschaft* 14 (1957), S. 156-164
8. Becker (1964): Oscar Becker, *Grundlagen der Mathematik*, Freiburg 1964
9. Bederson/Shneiderman (2003): Benjamin B. Bederson, Ben Shneiderman, *The Craft of Information Visualization. Readings and Reflections*, San Francisco 2003
10. Bien (1982): Günther Bien, *Himmelsbetrachter und Glücksforscher. Zwei Ausprägungen des antiken Philosophiebegriffs*, *Archiv für Begriffsgeschichte* 26 (1982), S. 171-178
11. Bochenski (1956): Joseph Maria Bochenski, *Formale Logik*, Freiburg 1956.
12. Bowen (1982): Alan C. Bowen, *The Foundations of Early Pythagorean Harmonic Science: Archytas, Fragment 1*, *Ancient Philosophy* 2 (1982), pp. 79-104
13. Boyancé (1939): Pierre Boyancé, *Sur la „Vie pythagoricienne“ de Jamblich*, *Revue des études grecques* 52 (1939), pp. 36-50
14. Boyancé (1966): Pierre Boyancé, *L'influence pythagoricienne sur Platon*, in: *Filosofia e scienze in Magna Grecia. Atti del quinto convegno di studi sulla Magna Grecia (Taranto, 10-14 ottobre 1965) (ACSMG 5)*, Napoli 1966, pp. 73-113
15. Burkert (1960): Walter Burkert, *Platon oder Pythagoras? Zum Ursprung des Wortes „Philosophie“*, *Hermes* 88 (1960), S. 159-177
16. Burkert (1961): Walter Burkert, *Hellenistische Pseudopythagorica*, *Philologus* 105 (1961), S. 16-43 und 226-246
17. Burkert (1962): Walter Burkert, *Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon*, Nürnberg 1962
18. Burkert (1972): Walter Burkert, *Lore and Science in Ancient Pythagoreanism*, Cambridge 1972
19. Card/Mackinley/Shneiderman (1999): Stuart K. Card, Jock D. Mackinley, Ben Shneiderman (Hrsg.), *Readings in Information Visualization. Using Vision to Think*, San Francisco 1999
20. Casadio (1991): Giovanni Casadio, *La Metempsicosi tra Orfeo e Pitagora*, in: Philippe Borgeaud (ed.), *Orphisme et Orphée*, Genf 1991, pp. 119-155
21. Chen (2004): Chaomei Chen, *Information Visualization. Beyond the Horizon*, London 2004
22. Chroust (1947): Anton-Herrmann Chroust, *Philosophy. Its Essence and Meaning in the Ancient World*, *Philosophical Review* 56 (1947), pp. 19-58
23. Colli (1992): Giorgio Colli, *Sagesse grecque*, Bd. II, *Épiménide, Phérécyde, Thalès, Anaximandre*, Paris 1992
24. Cornford (1922/1923): Francis M. Cornford, *Mysticism and Science in the Pythagorean Tradition*, *Classical Quarterly* 16 (1922), pp. 137-150 und 17 (1923), pp. 1-12
25. Corssen (1912): Peter Corssen, *Die Sprengung des pythagoreischen Bundes*, *Philologus* 71 (1912), S. 332 ff.
26. Couprie/Hahn/Naddaf (2003): Dirk L. Couprie, Robert Hahn, Gerard Naddaf, *Anaximander in Context*, Albany 2003

27. Cuccioli Melloni (1969): Rita Cuccioli Melloni, *Richerche sul Pitagorismo*, Bd. 1, Biografia di Pitagora, Bologna 1969
28. Davidson (1997): James N. Davidson, *Courtisans and Fishcakes. The Consuming Passions of Classical Athens*, London 1997
29. Delatte (1915): Armand Delatte, *Études sur la littérature pythagoricienne*, Paris 1915
30. Delatte (1922): Armand Delatte, *La Vie de Pythagore de Diogène Laërce*, Brüssel 1922
31. Della Casa (1962): Adriana Della Casa, *Nigidio Figulo*, Rom 1962
32. Demand (1973): N[] Demand, *Pythagoras, Son of Mnesarchos*, *Phronesis* 18 (1973), p. 91-96
33. De Vogel (1966): Cornelia Johanna De Vogel, *Pythagoras and Early Pythagoreanism*, Assen 1966
34. De Vogel (1970): Cornelia Johanna De Vogel, *Philosophia. Studies in Greek Philosophy*, Bd. I, Assen 1970, p. 78-91
35. Engels (2007): David Engels, *Das römische Vorzeichenwesen (753–27 v. Chr.). Quellen, Terminologie, Kommentar, historische Entwicklung*, Stuttgart 2007
36. Festugière (1938): André-Jean Festugière, *Sur la „Vita Pythagorica“ de Jamblique*, Paris 1937
37. Folkerts (1992): Menso Folkerts, *Zur Überlieferungsgeschichte mathematisch-naturwissenschaftlicher Texte im Westen*, in: Eva Horváth (Hrsg.), *Testimonia mathematica et geographica*, Egelsbach 1992, S. 1-32
38. Folkerts (2001): Menso Folkerts, s. v. *Mathematik*, *Encyclopedic Dictionary of Polymers* 15 (2001), 1, pp. 314-321
39. Frank (1923): Erich Frank, *Plato und die so genannten Pythagoreer*, Halle 1923
40. von Fritz (1940): Kurt von Fritz, *Pythagorean Politics in Southern Italy*, New York 1940
41. von Fritz (1960): Kurt von Fritz, *Mathematiker und Akusmatiker bei den alten Pythagoreern*, München 1960
42. von Fritz (1963): Kurt von Fritz, s. v. *Pythagoras*, in: August F. Pauly (Begr.), *Paulys Realencyclopädie der Classischen Altertumswissenschaft*, Bd. 24,1, Stuttgart 1963, Sp. 171-203
43. Froidefond (1971): Christian Froidefond, *Le mirage égyptien dans la littérature grecque d'Homère à Aristote*, Paris 1971
44. Gigon (1968): Olof Gigon, *Der Ursprung der griechischen Philosophie. Von Hesiod bis Parmenides*, Basel, Stuttgart 1968
45. Gigon (1973): Olof Gigon, *Cicero und die griechische Philosophie*, in: Wolfgang Haase et al. (Hrsg.), *Aufstieg und Niedergang der römischen Welt (ANRW)*, I, 4, Berlin 1973, S. 226-261
46. Gilbert (1909): O[] Gilbert, *Aristoteles' Urteile über die pythagoreische Lehre*, *Archiv für Geschichte der Philosophie* 22 (1909), S. 22-48 und 145-165
47. Gorman (1979): Peter Gorman, *Pythagoras: A Life*, London 1979
48. Griffiths (1952): John Gwyn Griffiths, *Herodotus and Aristotle on Egyptian Geometry*, *Classical Review* 2 (1952), pp. 10 f.
49. Groppe (2000): Carola Groppe, s. v. *Körperkultur*, in: Manfred Landfester (Hrsg.), *Der Neue Pauly*, Bd. 14, Stuttgart, Weimar 2000, Sp. 1042-1054

50. Guthrie (1962): William Keith James Guthrie, *The earlier Presocratics and the Pythagoreans*, Cambridge 1962
51. Hadot (1979): Pierre Hadot, *Les divisions des parties de la philosophie dans l'Antiquité*, in: *Museum Helveticum* 36 (1979), S. 202-223
52. Hadot (1993): Pierre Hadot, *Philosophie als Lebensform*, Berlin 1991
53. Heath (1921): Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics*, Oxford 1921
54. Heidel (1940): William Arthur Heidel, *The Pythagoreans and Greek Mathematics*, *American Journal of Philology* 61 (1940), pp. 1-33
55. Höhle (1984): Vittorio. Höhle, *Wahrheit und Geschichte. Studien zur Struktur der Philosophiegeschichte unter paradigmatischer Analyse der Entwicklung von Parmenides bis Platon*, Stuttgart 1984
56. Huffman (1988): Carl A. Huffman, *The Role of Number in Philolaus' Philosophy*, *Phronesis* 33 (1988), pp. 1-30
57. Huffman (1993): Carl A. Huffman, *Philolaus of Croton. Pythagorean and Presocratic*, Cambridge 1993
58. Izzo (1987): A[] Izzo, *Musica e numero da Ippaso ad Archita*, in: A[] Capizzi, G[] Casertano (eds.), *Forme del sapere nei presocrati*, Rom 1987, pp. 137-168
59. Jäger (1919): Hans Jäger, *Die Quellen des Porphyrius in seiner Pythagoras-Biographie*, Zürich 1919 (Diss.)
60. Jaeger (1928): Werner Jaeger, *Über Ursprung und Kreislauf des philosophischen Lebensideals*, Sitz.-Ber. Berlin, philosophisch-historische Klasse (1928), S. 390-421
61. Junge (1947): G[] Junge, *Die Sphären-Harmonie und die pythagoreisch-platonische Zahlenlehre*, *Classica et Mediaevalia* 9 (1947), S. 183-194
62. Juschkevitch (1964): A[] P[] Juschkevitch, *Geschichte der Mathematik im Mittelalter*, Leipzig 1964
63. Kahn (1974): Charles H. Kahn, *Pythagorean Philosophy before Plato*, in: Alexander Mourelatos (ed.), *The Presocratics*, New York 1974, pp. 177-184
64. Kahn (1994): Charles H. Kahn, *Anaximander and the Origins of Greek Cosmology*, London 1994
65. Kerényi (1950): Karl Kerényi, *Pythagoras und Orpheus*, Zürich 1950
66. Kingsley (1994): Peter Kingsley, *From Pythagoras to the „Turba Philosophorum“*. *Egypt and Pythagorean Tradition*, *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes* 57 (1994), pp. 1-5
67. Kucharski (1952): Paul Kucharski, *Étude sur la doctrine pythagoricienne de la tétrade*, Paris 1952
68. Koyré (1968): Alexandre Koyré, *Metaphysics and Measurement. Essays in Scientific Revolution*, Cambridge 1968
69. Knorr (1981): Wilbur Richard Knorr, *On the Early History of Axiomatics. The Interaction of Mathematics and Philosophy in Greek Antiquity*, in: Jaakko Hintikka (ed.), *Theory Change*, Bd. V, Dordrecht 1981, pp. 146-186
70. Krämer (1964): Hans J. Krämer, *Der Ursprung der Geistesmetaphysik*, Amsterdam 1964
71. Krafft (1971): Fritz Krafft, *Geschichte der Naturwissenschaften*, Bd. I, Freiburg i. Br. 1971

72. Lahaye (1966): Robert Lahaye, *La philosophie ionienne*. L'École de Milet, Paris 1966
73. Latour (1993): Bruno Latour, *We Have Never Been Modern*, Cambridge 1993
74. Legrand (1930): Louis Legrand, P. Nigidius Figulus, philosophe pythagoricien orphique, Paris 1930
75. Levin (1975): Flora Levin, *The Harmonics of Nicomachus and the Pythagorean Tradition*, University Park 1975
76. Lévy (1927): Isidore Lévy, *Recherches sur les sources de la légende de Pythagore*, Paris 1927
77. Lloyd (1991): Geoffrey Ernest Richard Lloyd, *The Debt of Greek Philosophy and Science to the Near East*, in: ders. (ed.), *Methods and Problems in Greek Science*, Cambridge 1991, pp. 278-298
78. Long (1948): Herbert A. Long, *A Study of the Doctrine of Metempsychosis in Greece from Pythagoras to Plato*, Princeton 1948
79. Maddalena (1954): Antonio Maddalena, *I Pitagorici*, Bari 1954
80. Malingrey (1961): Anne-Marie Malingrey, „Philosophia“. Étude d'un groupe de mots dans la littérature grecque, Paris 1961
81. Mansfeld (1985): Jaap Mansfeld, *Myth, Science, Philosophy: A Question of Origin*, in: William M. Calder III et al. (eds.), *Hypatia. Essays presented to H. C. Barnes*, Boulder 1985, pp. 45-64
82. Mattéi (1993): Jean-Francois Mattéi, *Pythagore et les Pythagoriciens*, Paris 1993
83. Michel (1958): Paul-Henri Michel, *Les nombres figurés dans l'arithmétique pythagoricienne*, Paris 1958
84. Minar (1942): Edwin Minar, *Early Pythagorean Politics in Practice and Theory*, Baltimore 1942
85. Minar (1944): Edwin Minar, *Pythagorean Communism*, *Transactions of the American Philological Association* 75 (1944), pp. 34-46
86. Morrison (1956): J[] S[] Morrison, *Pythagoras of Samos*, *Classical Quarterly* 50 (1956), pp. 135-156
87. Musti (1989): Domenico Musti, *Pitagorismo, storiografia e politica tra Magna Grecia e Sicilia*, *Aion* 11 (1989), pp. 34-39
88. Musti (1990): Domenico Musti, *Le rivolte antipitagoriche e la concezione pitagorica del tempo*, *Quaderni Urbinati* 65 (1990), pp. 62-65
89. Naber (1908): Henri Adrien Naber, *Das Theorem des Pythagoras*, Haarlem 1908
90. Neugebauer (1935-1937): Otto Neugebauer, *Mathematische Keilschrifttexte*, Bd. I-III, Berlin 1935-1937
91. Neugebauer (1957): Otto Neugebauer, *The Exact Sciences in Antiquity*, Providence 1957
92. O'Meara (1989): Dominic J. O'Meara, *Pythagoras Revived. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, Oxford 1989
93. Parker (1995): Robert Parker, *Early Orphism*, in: Anton Powell (ed.), *The Greek World*, London, New York 1995, pp. 500-504
94. Pérez Sedeño (1986): Eulalia Pérez Sedeño, *El rumor de las estrellas. Teoría y experiencia en la astronomía griega*, Madrid 1986

95. Philip (1959): James A. Philip, Aristotle's Monograph on the Pythagoreans, Transactions of the American Philological Association 90 (1959), pp. 185-194
96. Philip (1963): James A. Philip, Aristotle's Sources for Pythagorean Doctrine, Phoenix 17 (1963), pp. 251-265
97. Philip (1966): James A. Philip, Pythagoras and Early Pythagoreanism, Toronto 1966
98. Reidemeister (1942): Kurt Reidemeister, Mathematik und Logik bei Plato, Leipzig, Berlin 1942
99. Rohde (1901): Erwin Rohde, Die Quellen des Iamblichus in seiner Biografie des Pythagoras, in: ders. (Hrsg.), Kleine Schriften, Bd. II, Tübingen 1901, S. 102-172
100. Roman (1987): Tiberiu Roman, Reguläre und halbreuläre Polyeder, Berlin 1987
101. Rougier (1933): Louis Rougier, L'Origine astronomique de la croyance pythagoricienne en l'immortalité céleste des âmes, Kairo 1933
102. Sachs (1917): Eva Sachs, Die fünf platonischen Körper, Berlin 1917
103. Scarborough (1982): John Scarborough, Beans, Pythagoras, Taboos, and Ancient Dietetics, Classical Weekly 75 (1982), pp. 355-358
104. Schadewaldt (1978): Wolfgang Schadewaldt, Die Anfänge der Philosophie bei den Griechen. Die Vorsokratiker und ihre Voraussetzungen, Frankfurt a. M. 1978
105. Schumacher (1958): Joseph Schumacher, Musik als Heilfaktor bei den Pythagoreern, in: Hildebrandt Richard Teirich (Hrsg.), Musik in der Medizin, Stuttgart 1958, S. 1-17
106. Seligman (1974): Paul Seligman, The apeiron of Anaximander, A Study in the Origin and Function of Metaphysical Ideas, London 1974
107. Sennet (1993): Richard Sennett, Fleisch und Stein. Der Körper und die Stadt in der westlichen Zivilisation, Berlin 1995
108. Spengler (1923/1997): Oswald Spengler, Der Untergang des Abendlandes, Umriss einer Morphologie der Weltgeschichte, München ¹³1997 (als überarbeitete Gesamtausgabe zuerst erschienen München 1923; vorher Bd. I, Wien 1918; Bd. II, München 1922)
109. Stamatis (1977): E[] S[] Stamatis, Die Entdeckung der Inkommensurabilität durch Pythagoras, Platon 29 (1977), S. 187-190
110. Stenzel (1924): Julius Stenzel, Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles, Leipzig 1924
111. Stokes (1971): Michael C. Stokes, One and Many in Presocratic Philosophy, Cambridge 1971
112. Thesleff (1961): Holgar Thesleff, An Introduction to the Pythagorean Writings of the Hellenistic Period, Åbo 1961
113. Thom (1995): Johan C. Thom, The Pythagorean Golden Verses, Leiden, New York, Köln 1995
114. van der Waerden (1947-1949): Bartel Leendert van der Waerden, Die Arithmetik des Pythagoras, Mathematische Annalen 120 (1947-1949), S. 680 ff.
115. van der Waerden (1951): Bartel Leendert van der Waerden, Die Astronomie der Pythagoreer, Amsterdam 1951
116. van der Waerden (1956): Bartel Leendert van der Waerden, Erwachende Wissenschaft, Basel 1956

117. van der Waerden (1963): Bartel Leendert van der Waerden, s. v. Pythagoreer, in: August F. Pauly (Begr.), *Paulys Realencyclopädie der Classischen Altertumswissenschaft*, Bd. 24,1, Stuttgart 1963, Sp. 209-300
118. van der Waerden (1969): Bartel Leendert van der Waerden, *Platon et les sciences exactes des Pythagoriciens*, *Bulletin de la Société Mathématique de Belgique* 21 (1969), pp. 120-122
119. van der Waerden (1978): Bartel Leendert van der Waerden, *Die Postulate und Konstruktionen in der frühgriechischen Geometrie*, *Archive for history of exact sciences* 18 (1978), pp. 343-357
120. van der Waerden (1979): Bartel Leendert van der Waerden, *Die Pythagoreer. Religiöse Bruderschaft und Schule der Wissenschaft*, Zürich 1979
121. Vogt (1909): Heinrich Vogt, *Die Geometrie des Pythagoras*, *Bibliotheca mathematica* 19 (1909), S. 15-54
122. Wantzloeben (1911): Sigfried Wantzloeben, *Das Monochord als Instrument und als System*, Halle 1911.
123. Zeller/Nestle (1928): Eduard Gottlob Zeller, *Grundriß der Geschichte der Griechischen Philosophie*, Leipzig ¹³1928 (zuerst 1883; Neubearbeitet durch Wilhelm Nestle)
124. Zhmud (1989): Leonid Zhmud, „All is Number?“ „Basic Doctrine“ of Pythagoreanism Reconsidered, *Phronesis* 34 (1989), pp. 270-292
125. Zhmud (1994): Leonid Zhmud, *Die Beziehungen zwischen Philosophie und Wissenschaft in der Antike*, *Sudhoffs Archiv* 78 (1994), S. 1-13
126. Zhmud (1997): Leonid Zhmud, *Wissenschaft, Philosophie und Religion im frühen Pythagoreismus*, Berlin 1997