

3754 PAF
TANNERY, P.
1891

W. R. E. G. 4
P. 377-282

SUR UNE ÉPIGRAMME ATTRIBUÉE A DIOPHANTE

Dans les *Arithmétiques* de Diophante, l'énoncé du problème V, 33 est en vers que Bachet de Méziriac, dans son édition de 1621, a donnés sous la forme suivante (1) :

Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χοῆας τις ἔμιξε,
τοῖς προπολοῖσι πιεῖν χρῆσι' ἀποταξάμενος,
καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετραγώνων,
τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενον μονάδας
3 καὶ ποιῶντα πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετραγώνων
κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοῆων ·
ὥστε διάσπειλον τοὺς ὀκταδράχμους πόσοι ᾔσαν
καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

Les leçons des manuscrits, y compris ceux de Madrid et de Venise, d'où dérivent tous les autres, concordent pour donner :

Vers. 1 : χοῆας au lieu de χοῆας. — 2. τοῖς ὀβολοῖς ποιεῖν χρηστὸν ἐπι-
τεταγμένος. — 4. δεξάμενος. — 7. ποιήσον au lieu de πόσοι ᾔσαν.

Les corrections du texte édité, que Bachet déclare au reste avoir faites d'accord avec Saumaise, ne souffrent pas de difficulté, sauf celles du second vers, dont la restitution laisse évidemment à désirer.

(1) Voici la traduction de ces vers, en tenant compte de la correction que je propose plus loin :

« S'embarquant avec des compagnons qui l'ont chargé de se rendre utile, quelqu'un a mélangé des conges (de vin), les uns à 8 drachmes, les autres à 5 drachmes. Pour le tout, il a payé un (nombre) carré qui, augmenté du nombre d'unités qui te sera prescrit, fera que tu auras un autre carré ayant pour racine le nombre total des conges. Distingue donc combien il y en avait à 8 drachmes, et dis aussi, mon enfant, combien il y en avait à 5 drachmes. »

SUR UNE ÉPIGRAMME ATTRIBUÉE A DIOPHANTE

Dans les *Arithmétiques* de Diophante, l'énoncé du problème V, 33 est en vers que Bachet de Méziriac, dans son édition de 1621, a donnés sous la forme suivante (1) :

Ὀκταδράχμους καὶ πενταδράχμους χοάς τις ἔμιξε,
Τοῖς προπολοῖσι πιεῖν χρῆσ' ἀποταξάμενος,
Καὶ τιμὴν ἀπέδωκεν ὑπὲρ πάντων τετράγωνον,
Τὰς ἐπιταχθείσας δεξάμενον μονάδας
Ὡ καὶ ποιοῦντα πάλιν ἕτερόν σε φέρειν τετράγωνον
Κτησάμενον πλευρὰν σύνθεμα τῶν χοάων ·
Ὡστε διάστειλον τοὺς ὀκταδράχμους πόσοι ᾔσαν
Καὶ πάλι τοὺς ἑτέρους, παῖ, λέγε πενταδράχμους.

Les leçons des manuscrits, y compris ceux de Madrid et de Venise, d'où dérivent tous les autres, concordent pour donner :

Vers. 1 : χοάς au lieu de χοάς. — 2. τοῖς ὀβολοῖς ποιεῖν χρηστὸν ἐπιταγμένος. — 4. δεξάμενος. — 7. ποιήσον au lieu de πόσοι ᾔσαν.

Les corrections du texte édité, que Bachet déclare au reste avoir faites d'accord avec Saumaise, ne souffrent pas de difficulté, sauf celles du second vers, dont la restitution laisse évidemment à désirer.

(1) Voici la traduction de ces vers, en tenant compte de la correction que je propose plus loin :

« S'embarquant avec des compagnons qui l'ont chargé de se rendre utile, quelqu'un a mélangé des conges (de vin), les uns à 8 drachmes, les autres à 5 drachmes. Pour le tout, il a payé un (nombre) carré qui, augmenté du nombre d'unités qui te sera prescrit, fera que tu auras un autre carré ayant pour racine le nombre total des conges. Distingue donc combien il y en avait à 8 drachmes, et dis aussi, mon enfant, combien il y en avait à 5 drachmes. »

Dans l'édition Firmin-Didot de l'*Anthologie grecque*, où cette épigramme a été recueillie, chap. VII, 3 de l'*Appendix nova* (vol. III), M. Cougny a adopté, pour le second vers, la leçon :

Τοῖς προπόλοις (1) ποιεῖν χρηστὸν ἐπιστάμενος,

avec la traduction : *famulis facere bonum (vinum) doctus*.

Cette nouvelle tentative, quoique plus heureuse, ne me paraît pas encore satisfaisante ni quant au sens, ni au point de vue paléographique.

« Quelqu'un a mélangé deux espèces de vin, valant l'une huit drachmes, l'autre cinq drachmes le conge » ; la question (v. 7-8) sera de déterminer la quantité de conges de chaque sorte d'après les conditions énoncées dans les vers 3 à 6. Le second vers doit uniquement expliquer le but supposé du mélange en question.

Or, d'après ce que l'on sait sur les cours du vin dans l'antiquité, les prix de 8 et 5 drachmes le conge (3 litres 1/4 environ) sont absolument excessifs pour du vin d'office ; d'autre part, les corruptions du texte : προπόλοις en ὀβολοῖς, ἐπιστάμενος en ἐπιτεταγμένος, seraient difficiles à expliquer.

Je proposerai de lire :

Τοῖς ὁμοπλοῖς ποιεῖν χρῆστ' ἐπιταπτόμενος,

« navigationis sociis facere utilia jussus ».

Si l'on considère que, dans le manuscrit archétype, le β devait affecter la forme du μ, comme cela a lieu dans le *Matritensis* 48, qui paraît une fidèle reproduction de cet archétype, la première corruption ne suppose plus guères que la chute d'une lettre ; quant à la seconde, la substitution du parfait au présent était naturelle pour un copiste qui n'a pas vu qu'il avait affaire à des vers ou qui n'était pas capable de les mettre sur leurs pieds.

Je ne pense pas qu'on doive s'attacher à conserver le χρηστὸν des manuscrits ; il est constant en effet que, sur l'archétype, les abréviations de l'original ont été d'ordinaire résolues de la façon la plus fautive et qu'en particulier les terminaisons casuelles ont été très fréquemment altérées.

(1) La leçon προπόλοις a été proposée en premier lieu par Viète (*Zetetic.*, V, 14).

J'adopte enfin ἐπιταττόμενος plutôt qu'ἐπιτασσόμενος, parce que je crois que, surtout si les voyelles ont été écrites au-dessus des consonnes, l'erreur de la leçon ἐπιτεταγμένος est ainsi plus explicable.

Dans l'édition Didot de l'Anthologie, le texte de Bachet a subi d'autres modifications qui me paraissent au contraire peu admissibles.

Au vers 4, on lit δεῖξάμενον au lieu de δεξάμενον, avec l'interprétation : *coordinatas monstrantem unitates* ; ce serait un vers de pur remplissage.

Mais d'une part, dans Diophante, ἐπιταχθεὶς ἀριθμὸς signifie toujours « nombre proposé », et d'autre part dans l'explication en prose de l'énoncé en vers (1), il est formellement dit qu'au nombre carré que doit former le prix de l'ensemble des conges de vin (v. 3), il faut ajouter un nombre déterminé, qui est 60, pour former un second carré (v. 5). Il convient évidemment de s'en tenir au sens adopté par Diophante, qu'il soit d'ailleurs ou non l'auteur de l'épigramme, et dès lors la leçon des manuscrits, avec la légère correction de Bachet, doit être conservée.

On peut s'étonner sans doute que l'énoncé versifié du problème ne soit pas complet et qu'il fallût y ajouter une donnée, comme celle du nombre 60. Mais il est très possible que l'énoncé ait primitivement été fait pour un autre nombre et que, par exemple, le vers ait été conçu sous la forme :

Ἐξ δεκάδας καὶ τρεῖς δεξάμενον μονάδας,

si le nombre à ajouter était 63, qui permet une solution en nombres entiers. Diophante, pour rendre le problème plus difficile, aura donné à l'énoncé une forme générale et il aura d'ailleurs choisi un nombre comme 60 qui ne le laisse résoudre qu'en nombres fractionnaires.

La seconde condition, exprimée par les vers 5 et 6, est, d'après

(1) Voici la traduction littérale de cette explication :

« La signification de cette épigramme est la suivante : Quelqu'un a acheté deux parties de vin, l'une à 8 drachmes le conge, l'autre à 5 drachmes le conge et, pour le tout, il a payé comme prix un nombre carré qui, augmenté de 60 unités, fait un carré ayant pour racine le nombre des conges. Distingue donc les conges à 8 drachmes et les conges à 5 drachmes. »

l'explication en prose de Diophante, que le premier carré, formé par le prix des conges, doit, après addition du nombre 60, donner un second carré dont la racine (πλευρά) soit égale à la somme des conges (σύνθεμα τῶν χοείων). Cette explication est parfaitement conforme au texte des manuscrits, texte dont, à la vérité, l'élégance est loin d'être parfaite et où la locution ποιοῦντά σε φέρειν (faisant que tu as un autre carré) n'est guères d'accord avec les formes habituelles à ce genre d'épigrammes.

Dans l'édition Didot de l'Anthologie, au lieu de σε φέρειν, on lit σφαῖρον avec la note :

« Nemo nescit numerum sphaericum esse qui per se ipsum quotiescumque velis multiplicatus semper eundem unitatem numerum refert, quales sunt numeri 5 et 6... Ex praestitutis quæsita assequere si sumpseris 15 congios 8 drachimis et 21 congios 5 drachmis, unde fit :

$$\begin{aligned} & \text{« } 8 \times 15 + 5 \times 21 = 225 = (15)^2 \\ & \text{« } \quad 15 + 21 \quad = 36 = (6)^2. \text{ »} \end{aligned}$$

Mais Diophante ne connaît nullement cette condition que les carrés à former appartiennent à ceux que produisent les nombres appelés *sphériques* par Nicomaque et par ses imitateurs. D'ailleurs cette appellation n'a jamais eu un caractère scientifique et elle n'appartient nullement à la langue mathématique ; enfin Nicomaque lui-même n'a jamais été jusqu'à se servir d'une expression aussi singulière que celle de σφαῖρον τετράγωνον.

L'explication proposée par M. Cougny pêche à d'autres égards : ποιοῦντα au vers 5 serait employé à tort, car le premier carré ne sert plus en rien à la formation du second ; κτησάμενον πλευράν deviendrait une cheville maladroite, puisque ce serait ce second carré, et non pas sa racine, qui serait égal à la somme des conges.

Ajouterai-je que, dans cette explication, le problème devient, au point de vue mathématique, d'une facilité qui le met tout à fait au-dessous de l'ordre de ceux que traite Diophante, puisque les carrés pourraient être choisis sans aucune condition pour la rationalité des inconnues?

En fait, tel que l'arithméticien grec l'a posé et résolu, ce problème qui couronne son livre V, un des plus difficiles, est d'une assez grande complication, en raison surtout du choix du nom-

bre 60 comme $\epsilon\pi\iota\alpha\chi\theta\epsilon\iota\varsigma$. Ainsi que je l'ai déjà indiqué, une solution en entiers n'est possible que si le nombre en question a certaines valeurs bien déterminées, dont les plus faibles sont 15, 57, 63. Avec ce dernier nombre, par exemple, on aura 7 pour le nombre des conges à 8 drachmes, 5 pour celui des conges à 5 drachmes. En effet, le prix total est alors $7 \times 8 + 5 \times 5 = 56 + 25 = 81$, c'est-à-dire le carré de 9. Si à ce carré on ajoute 63, on a 144, carré de 12, c'est-à-dire de la somme $7 + 5$ des conges.

Les nombres donnés par Bachet comme représentant la solution de Diophante sont 59/12 et 79/12. Exactes au point de vue mathématique, ils ne sont point conformes aux leçons des manuscrits.

Le *Marcianus* donne pour les conges à 8 drachmes $\chi\omicron\epsilon\omega\nu\ \delta\ \mu\omicron\nu\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma\ \overline{\alpha}$, pour les conges à 5 drachmes $\chi\omicron\epsilon\omega\nu\ \acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omega\nu\ \overline{\alpha}\overline{\zeta}$. Les leçons du *Matritensis* sont les mêmes, sauf que $\mu\omicron\nu\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$ est remplacé par une lettre que l'on peut à première vue confondre avec le μ (par conséquent avec l'abréviation ordinaire de $\mu\omicron\nu\acute{\alpha}\delta\epsilon\varsigma$, car elle est précisément suivie de l'° caractéristique en exposant), mais où l'on doit reconnaître un α .

Il est aisé de voir que cette abréviation α° est celle de la fraction douzième du conge, le $\kappa\acute{o}\tau\upsilon\lambda\omicron\varsigma$. La quantité de vin à 8 drachmes est donc de 4 conges et de 11 cotyles, soit 59 cotyles ou douzièmes de conge. Quant à la quantité de vin à 5 drachmes, il est clair que $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omega\nu$ est une mauvaise résolution de la lettre numérale $\overline{\zeta}$ et que au lieu de $\overline{\alpha}\overline{\zeta}$, il faut lire $\alpha^\circ\ \overline{\zeta}$, c'est-à-dire restituer 6 conges 7 cotyles, soit 79 cotyles ou douzièmes de conges, conformément à la solution rétablie par Viète et par Bachet et sur la valeur de laquelle aucun doute ne peut s'élever.

La constatation de la résolution fautive de $\overline{\zeta}$ en $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\omega\nu$ a une grande importance pour l'histoire des notations de Diophante. Le symbole qu'il employait pour le mot $\acute{\alpha}\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$, et qui n'était de fait qu'un $\epsilon\pi\iota\sigma\eta\mu\omicron\nu\ \varsigma$ sous une forme quelque peu obsolète, est, dans nos manuscrits, régulièrement doublé, lorsque le mot est au pluriel. Cet usage, tout à fait conforme aux habitudes des copistes byzantins, est contraire aux principes de la notation de Diophante (chez lequel par exemple $\Delta^{\vee}\Delta$ ne signifie pas $\delta\upsilon\nu\acute{\alpha}\mu\epsilon\iota\varsigma$, mais bien $\delta\upsilon\nu\alpha\mu\omicron\delta\acute{\omicron}\nu\alpha\mu\iota\varsigma$). Nous avons d'ailleurs des indices assez nombreux qui nous montrent que le copiste de l'archétype de nos manus-

crits n'a nullement respecté le système de notations de l'original; dans la moitié du texte, il a résolu presque constamment l'abréviation d'ᾱριθμός (ce qu'on reconnaît à ses erreurs sur les désinences casuelles); il l'a fait parfois d'une façon très fautive, en la confondant avec le signe tachygraphique de $\alpha\alpha'$. Dans la seconde moitié du texte, la forme du symbole est complètement altérée et se rapproche de celle du *coppa*, parfois du signe tachygraphique pour $\pi\rho\acute{o}\varsigma$, mot avec lequel les confusions deviennent alors fréquentes. Mais les occasions de constater que dans l'original le symbole n'était pas redoublé au pluriel sont assez rares; la résolution de $\bar{\varsigma}$ en $\alpha\rho\iota\theta\mu\acute{\omega}\nu$, telle que je l'ai signalée, est une des preuves les plus convaincantes d'un fait à propos duquel j'ai longuement hésité.

Paul TANNERY.
