

3700 12 f
TANNERY, P.
1892
P. 41-45

Historisch-literarische Abtheilung.

PSELLUS SUR DIOPHANTE.

Par

PAUL TANNERY.

Le fragment grec, publié ci après pour la première fois, se trouve:

1. A la bibliothèque de l'Escorial, dans le manuscrit T—III—12, f° 73 suiv., sous le titre: *Ἀπὸ τῆς Διοφάντου ἀριθμητικῆς*;
2. A Florence, dans le Laurentianus LVIII, 29, f° 196 suiv., où il est au contraire intitulé: *Προλαβανόμενα τῆς κατ' ἀριθμητικὴν αἰγυπτιακῆς μεθόδου τοῦ Ψέλλου*.

Ces deux manuscrits, dont je désignerai respectivement les leçons au moyen des lettres *E* et *F*, sont indépendants l'un de l'autre. Ils paraissent provenir d'un archétype relativement fautif et difficile à lire en certains passages; ils semblent à peu près du même âge (vers le XIV^e siècle) et aucun d'eux ne mérite une préférence marquée sur l'autre.

Je dois la copie du texte de Florence à l'obligeance du savant philologue H. Vitelli; j'ai pris moi-même celle du manuscrit de l'Escorial.

Ce fragment forme le début d'un extrait d'une lettre adressée à l'un de ses correspondants par le polygraphe byzantin Michel Psellus (1020—1105?), auquel on attribue* d'ordinaire un traité *De quatuor mathematicis scientiis*, plusieurs fois édité au XVI^e siècle. Dans la suite de l'extrait, se trouve une copie littérale (avec les fautes grossières des manuscrits du XVI^e siècle, Parisini (1642 et 2361) de divers problèmes de stéréométrie du recueil *Heronis mensurae*.** Psellus termine sa lettre en refusant au contraire de renseigner son correspondant sur les

* Cette attribution, mise en doute par le premier éditeur. Arsénios de Monembasie (Venise, 1532), ne peut guères se soutenir, ce traité étant expressément daté, dans la partie astronomique, de l'an du monde 6516, soit 1008 après J.-C.

** *Heronis Alexandrini Geometricorum et Stereometricorum Reliquiae*. Ed. Hultsch, Berlin, Weidmann, 1864, pages 188 et suiv.

Periodical

Zeitschrift für Mathematik und Physik

in: Zeitschrift für Mathematik und Physik | Periodical

898 page(s)

Terms and Conditions

The Göttingen State and University Library provides access to digitized documents strictly for noncommercial educational, research and private purposes and makes no warranty with regard to their use for other purposes. Some of our collections are protected by copyright. Publication and/or broadcast in any form (including electronic) requires prior written permission from the Goettingen State- and University Library. Each copy of any part of this document must contain there Terms and Conditions. With the usage of the library's online system to access or download a digitized document you accept there Terms and Conditions. Reproductions of material on the web site may not be made for or donated to other repositories, nor may be further reproduced without written permission from the Goettingen State- and University Library

For reproduction requests and permissions, please contact us. If citing materials, please give proper attribution of the source.

Contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek
Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen
Germany
Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Purchase a CD-ROM

The Goettingen State and University Library offers CD-ROMs containing whole volumes / monographs in PDF for Adobe Acrobat. The PDF-version contains the table of contents as bookmarks, which allows easy navigation in the document. For availability and pricing, please contact:

Niedersächsische Staats- und Universitätsbibliothek Goettingen - Digitalisierungszentrum
37070 Goettingen, Germany, Email: gdz@sub.uni-goettingen.de

Historisch-literarische Abtheilung.

PSELLUS SUR DIOPHANTE.

Par

PAUL TANNERY.

Le fragment grec, publié ci après pour la première fois, se trouve :

1. A la bibliothèque de l'Escorial, dans le manuscrit γ —III—12, f° 73 suiv., sous le titre: *Ἀπὸ τῆς Διοφάντου ἀριθμητικῆς*;
2. A Florence, dans le Laurentianus LVIII, 29, f° 196 suiv., où il est au contraire intitulé: *Προλαμβάνόμενα τῆς κατ' ἀριθμητικὴν αἰγυπτιακῆς μεθόδου τοῦ Ψέλλου*.

Ces deux manuscrits, dont je désignerai respectivement les leçons au moyen des lettres *E* et *F*, sont indépendants l'un de l'autre. Ils paraissent provenir d'un archétype relativement fantif et difficile à lire en certains passages; ils semblent à peu près du même âge (vers le XIV^e siècle) et aucun d'eux ne mérite une préférence marquée sur l'autre.

Je dois la copie du texte de Florence à l'obligeance du savant philologue H. Vitelli; j'ai pris moi-même celle du manuscrit de l'Escorial.

Ce fragment forme le début d'un extrait d'une lettre adressée à l'un de ses correspondants par le polygraphe byzantin Michel Psellus (1020—1105?), auquel on attribue* d'ordinaire un traité *De quatuor mathematicis scientiis*, plusieurs fois édité au XVI^e siècle. Dans la suite de l'extrait, se trouve une copie littérale (avec les fautes grossières des manuscrits du XVI^e siècle, Parisini (1642 et 2361) de divers problèmes de stéréométrie du recueil *Heronis mensurae*.** Psellus termine sa lettre en refusant au contraire de renseigner son correspondant sur les

* Cette attribution, mise en doute par le premier éditeur. Arsénios de Monembasie (Venise, 1532), ne peut guères se soutenir, ce traité étant expressément daté, dans la partie astronomique, de l'an du monde 6516, soit 1008 après J.-C.

** Heronis Alexandrini Geometricorum et Stereometricorum Reliquiae. Ed. Hultsch, Berlin, Weidmann, 1864, pages 188 et suiv.

absurdes procédés divinatoires de la lettre de Petosiris à Necepso et du Πλινθίδιον de Pythagore.*

Dans le texte que je publie, on reconnaîtra facilement les passages littéralement copiés ou fidèlement transcrits, quant au sens, des Arithmétiques de Diophante (Livre I, déf. 1, 2, 3). J'ai fait d'autre part ressortir, en espaçant les caractères, certaines additions faites par Psellus et dont l'importance pour l'histoire des mathématiques est considérable; je considère comme très-probable que Psellus a emprunté ces additions à des scholies marginales de l'exemplaire de Diophante qu'il avait sous les yeux. L'auteur de ces scholies avait, de son côté, dû utiliser sur écrit sur l'arithmétique (ou plutôt la logistique) d'Anatolius d'Alexandrie, lequel vivait dans la seconde moitié du III^e siècle de notre ère.**

L'existence d'un manuscrit de Diophante portant de pareilles scholies est d'ailleurs prouvée par le fait qu'une annotation marginale, dérivant d'une nomenclature due à Anatolius, a, par suite d'une confusion, passé dans le texte de Diophante et entraîné une corruption que permet de corriger sûrement l'extrait de Psellus (voir les notes f et l du texte).

Γλαφυρωτάτην παρέχεται χρείαν τῇ κατὰ τοὺς ἀριθμοὺς οἰκονομία καὶ ἡ κατ' Αἰγυπτίους τῶν ἀριθμῶν^{a)} μέθοδος, δι' ἧς οἰκονομεῖται τὰ κατὰ τὴν ἀναλυτικὴν^{b)} προβλήματα. Δεῖ δὲ σε πρῶτον κατανοῆσαι τὰ τῶν παρ' αὐτοῖς ἀριθμῶν ὀνόματα καὶ τίνα δύναμιν ἕκαστον κέκτηται· ἔστι γὰρ παρ' αὐτοῖς, ὡς δὲ καὶ^{c)} παρ' ἡμῖν, μονὰς καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται^{d)}. ἀριθμὸς δὲ παρ' αὐτοῖς ἰδιαίτερον λέγεται ὁ μὴδὲν μὲν^{e)} ἰδίωμα κτησάμενος, ἔχων δὲ ἐν ἑαυτῷ πλήθος μονάδων ἀόριστον^{f)}. καλεῖται δὲ αὐτοῖς^{g)} ὁ ἀριθμὸς οὗτος καὶ πλευρά.

Δύναμις δὲ ἐστὶν ὅταν ἀριθμὸς ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇ· τοῦτο δὲ καλεῖται καὶ τετράγωνος ἀριθμός· εἰ οὖν ὑπεθέμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων β , ἡ δύναμις ἔσται μονάδων δ .

Κύβος δὲ ἐστὶν ὅταν ἀριθμὸς ἐπὶ τὴν δύναμιν πολλαπλασιασθῇ· οἷον ὑποθώμεθα τὸν ἀριθμὸν μονάδων β · ἡ δύναμις αὐτοῦ τὰ δ ἐὰν ἐπὶ τὴν πλευρὰν τὰ β πολλαπλασιασθῇ, γενήσεται ὁ η ἀριθμός^{h)}, ὅς δὲ κύβος ἐστί.

Δυναμοδύναμις δὲ ἐστὶν ὅταν ἡ δύναμις ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθῇ· οἷον ἡ δ ἐφ' ἑαυτήνⁱ⁾ καὶ γίνεται ὁ^{j)} $\iota\varsigma$.

Δυναμόκυβος δὲ ἐστὶν^{k)} ὅταν ἡ δύναμις ἐπὶ κύβον πολλαπλασιασθῇ· ὥσπερ ὁ δ ἐπὶ τὸν η καὶ γίνεται $\lambda\beta$ · καὶ καλεῖται ἄλογος^{l)} πρῶτος

* Voir ma Notice sur des fragments d'onomatomancie arithmétique (Not. et Extr. des mss. XXXI, 1885).

** Je considère comme un même personnage le maître de lambligue et l'évêque de Laodicée; voir mon ouvrage: La Géom. grecque etc. (Paris, Gauthier-Villars 1887).

a) κατ' αἰγυπτίους τῶν ἀριθμῶν F αἰγυπτιακή E b) ἀνάλυσιν F c) καὶ F ἔστι E d) cf Euclide, VII déf. 1. F écrit ἕκαστα et omet ἐν· E omet τῶν ὄντων e) μὲν om. F f) Mot du texte de Diophante, auquel est substitué dans les manuscrits de cet auteur celui d'ἄλογος (von Note l) g) αὐτὸς E h) ἀριθμὸς om. F i) ἐφ' (avant ἑαυτήν) om. F j) ὁ om. F k) ἐστὶν om. E l) F a en marge le glos-

(οὔτε γὰρ τετράγωνός ἐστιν οὔτε κύβος) καὶ ἀριθμὸς πέμπτος· πρῶτος^m γὰρ ἀπλοῦςⁿ) ἀριθμὸς· δεύτερος δύνάμεις· τρίτος κύβος· τέταρτος δυναμοδύνάμεις· καὶ πέμπτος οὗτος ὁ δυναμόκυβος.

Κυβόκυβος δὲ ἐστὶν ὅταν κύβος ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῇς ἀριθμὸν ποιήσῃ.

Ἄλογος δὲ δεύτερος ἀριθμὸς ἐστὶν ὅταν δύνάμεις ἐπὶ ἄλογον πρῶτον πολλαπλασιασθῇ· τῆς γὰρ δυνάμεως οὔσης μονάδων δ', ὡς ἐῴρηται, τοῦ δὲ πρώτου ἀλόγου μονάδων λβ', τὸ ἐπ' αὐτῶν ἔσται μονάδων ρκη, ὅπερ καλεῖται ἄλογος δεύτερος· καλεῖται δὲ ὁ^o) αὐτὸς καὶ ἀριθμὸς ἔβδομος.

Τετραπλῇ δὲ δύνάμεις ἐστὶν ὅταν δύνάμεις ἐπὶ κυβόκυβον πολλαπλασιασθῇ.

Κύβος δὲ ἐξελικτός ἐστὶν ὅταν δύνάμεις ἐπὶ ἄλογον δεύτερον πολλαπλασιασθῇ.

Τῶν δὲ τοιούτων ἀριθμῶν^p) καὶ τὰ ὁμώνυμα μόρια ὁμοίως τούτοις κληθήσεται· τοῦ μὲν ἀριθμοῦ ἀριθμοστόν· τῆς δὲ δυνάμεως δυναμοστόν· τοῦ δὲ κύβου κυβοστόν· τῆς δὲ δυναμοδυνάμεως δυναμοδυναμοστόν· τοῦ δὲ δυναμοκύβου δυναμοκυβοστόν· τοῦ δὲ κυβοκύβου κυβοκυβοστόν.

Περὶ δὲ τῆς αἰγυπτιακῆς μεθόδου ταύτης Διόφαντος μὲν διέλαβεν ἀκριβέστερον, ὁ δὲ λογιώτατος Ἀνατόλιος τὰ συνεκτικώτατα μέρη τῆς κατ' ἐκείνους ἐπιστήμης ἀπολεξάμενος, ἐτέρως Διοφάντου^q) συνοπτικώτατα^r) προσεφώνησε· καὶ εἴ τις τὰς ἐντεῦθεν μεθόδους εἰδείῃ, τὰ προβαλλόμενα ἐνίοις ἐν τοῖς ἐμμέτροις ἐπιγράμμασιν ἀριθμητικὰ προβλήματα σαφέστατα διαλύσει· τὰ μὲν γὰρ τούτων διαλύεται διὰ τοῦδε τοῦ θεωρήματος τῆς αἰγυπτιακῆς ἀναλύσεως, τὰ δὲ δι' ἑτέρου· δεῖ γὰρ τὸν προβεβλημένον ἀριθμὸν διελεῖν ἢ ἐν ἐπιτρίτῳ λόγῳ ἢ ἐν ἐπιτετάρτῳ ἢ ἐν ἐτέρῳ τοιούτῳ· καὶ ἀπὸ τῆς τοιαύτης διαιρέσεως εὐσύνοπτον τὸ προβεβλημένον γενήσεται. Καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοσοῦτόν σοι^s).

Je crois inutile de donner une traduction de ce texte très-facile à comprendre. Je me bornerai donc à quelques remarques sur les points essentiels.

1. Les expressions ἢ κατ' Αἰγυπτίους μέθοδος, ἢ αἰγυπτιακὴ ἀνάλυσις, appliquées à ce que nous appelons la méthode algébrique de Diophante, soulignent un problème d'autant plus grave qu'on ne peut guères les croire forgées par Psellus.

sème ἀνάτιος. m) F a πρώτον et ensuite δεύτερον, τρίτον, τέταρτον, πέμπτον (καὶ étant omis). E a de même τρίτον et τέταρτον n) ἀπλῶς EF o) ὁ om. E p) τὸν δὲ τοιοῦτον F, τῶν δὲ κατὰ τῶν E q) ἐτέρῳ Διοφάντῳ EF, comme si Anatolius avait dédié son ouvrage à un second Diophante, sens que je crois peu admissible; mais on pourrait peut être conserver Διοφάντῳ, en faisant régir ce mot par πρὸς, qui marquerait une addition (à Diophante) r) συνεκτικώτατα E (comme à la ligne précédente s) σοι om. E.

Dans la scholie mathématique sur le Charmide de Platon, que je crois empruntée à Anatolius*, on lit sur la logistique: μέρη δὲ αὐτῆς αἱ Ἑλληνικαὶ καὶ Αἰγυπτιακαὶ καλούμεναι μέθοδοι ἐν πολλαπλασιασμοῖς καὶ μερισμοῖς κ.τ.ε. Mais il semblerait qu'il s'agit là de tout autre chose, c'est-à-dire de différents procédés de calcul pour les opérations élémentaires.

Faut-il, d'après le fragment de Psellus, entendre que la méthode égyptienne pour les multiplications et divisions de la scholie du Charmide consiste essentiellement dans la distinction et la nomenclature des diverses puissances successives de l'inconnue et de leurs inverses, et dans les relations qui subsistent entre elles pour leurs produits et leurs quotients? Mais on peut opposer à cette hypothèse le grave témoignage d'un auteur certainement antérieur à Anatolius et très probablement à Diophante. Les Philosophumena** attribuent en effet à Pythagore la série des sept degrés de l'unité au cubocube (sixième puissance), c'est à dire la seule série que reconnaisse Diophante.

Je suis donc porté à croire que le commentateur de Diophante qui aura compilé Anatolius, a fait quelque confusion sur le sens dans lequel ce dernier a pu employer l'expression de méthode égyptienne.

2. Quoiqu'il en soit à cet égard, le fragment de Psellus nous prouve clairement que la série des sept degrés de Pythagore et de Diophante avait été prolongée jusqu'à dix par Anatolius et que celui-ci avait soit proposé soit au moins mentionné une nomenclature différant essentiellement, sur certains points, de la seule que nous connaissions d'après Diophante.

Cette nomenclature, incomplètement rapportée par Psellus, est la suivante:

Anatolius.	Diophante.
0 Μονάς.	μονάς.
1 πρῶτος ἀριθμός — ἀριθμός (ἀπλοῦς) — πλευρά. — ἀριθμός.	ἀριθμός.
2 δεύτερος ἀριθμός — τετραγώνος-δύναμις.	δύναμις.
3 τρίτος ἀριθμός — κύβος.	κύβος.
4 τέταρτος ἀριθμός. — δυναμοδύναμις.	δυναμοδύναμις
5 πέμπτος ἀριθμός — ἄλογος πρῶτος.	δυναμόκυβος
6 ἕκτος ἀριθμός. — ?	κυβόκυβος.
7 ἑβδομος ἀριθμός. — ἄλογος δεύτερος	
8 (ὀγδοος ἀριθμός) — τετραπλῇ δύναμις.	
9 (ἐννατος ἀριθμός) — κύβος ἑξελικτός.	

Cette nouvelle nomenclature est d'ailleurs elle-même double; sous une forme, elle exprime aussi nettement que possible la notion des puissances successives, classées d'après leur degré. Il eût suffi de traduire cette notion par un symbole approprié pour obtenir la notation exponentielle.

* Voir ma Géométrie Grecque, p. 4, 8.

** Doxographi Graeci éd. Diels, p. 557, 4.

Sous la seconde forme, la nomenclature d'Anatolius a une singulière relation avec celle des algébristes italiens de la renaissance qui *dénommaient* les puissances d'après la composition en facteurs de leurs exposants (et non, comme Diophante, d'après la composition additive de ces exposants). Le rapprochement s'impose particulièrement pour la dénomination des puissances à exposant premier; $\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma \pi\rho\omega\tau\omicron\varsigma$ = *relato primo*; $\alpha\lambda\omicron\gamma\omicron\varsigma \delta\epsilon\upsilon\tau\epsilon\rho\omicron\varsigma$ = *relato secundo*. Il y aurait évidemment à rechercher si entre ces deux nomenclatures, il n'y a pas en un intermédiaire arabe, encore inconnu.

3. Il semble ressortir inéluctablement, tant du témoignage du scholiaste copié par Psellus, que de la différence des nomenclatures dont nous venons de parler, que Diophante a composé son ouvrage avant qu'Anatolius ait rédigé le sien. Le fait a son importance, puisque l'époque de Diophante n'est déterminée par des preuves suffisantes qu'entre Hypsiclès (II^e siècle avant notre ère) et Théon d'Alexandrie (IV^e siècle de notre ère).

J'estime d'ailleurs que si Diophante avait vécu assez longtemps avant Anatolius pour que sa réputation ait été assise comme elle l'était par exemple dès le temps de Théon d'Alexandrie et d'Hypatia, les fragments sur la logistique que nous possédons de l'évêque de Laodicée et où il est fait mention de problèmes du genre de ceux que traitent les Arithmétiques, contiendraient une allusion plus nette à cet ouvrage. Je considérerais donc Diophante comme à peu près contemporain d'Anatolius, mais tandis qu'avant de découvrir le fragment de Psellus, je l'aurais plutôt regardé comme postérieur, je dois aujourd'hui affirmer son *antériorité*.

4. La fin du fragment, dans laquelle Psellus explique, comme il la conçoit, l'usage que l'en peut faire de la méthode de Diophante, semble devoir être laissée à son compte et non attribuée au scholiaste, comme ce qui précède. Il ne s'élève pas de fait au delà du problème 1, 2. Nous savons que Léonard de Pise a trouvé à Constantinople au moins un arithméticien qui gardait encore la tradition des problèmes d'analyse indéterminée. L'ignorance dont fait preuve Psellus n'était donc pas générale parmi ses contemporains, quoique le mauvais état du texte de Diophante et le fait que les manuscrits actuels dérivent tous d'un même exemplaire du VIII^e ou IX^e siècle très-fautif, prouvent assez que cet auteur était absolument négligé chez les Byzantins.

En résumé, le fragment que j'ai publié ci dessus me paraît soulever des problèmes historiques nouveaux sur lesquels j'ai indiqué mon opinion, mais que je ne prétends nullement avoir résolus définitivement. Je serais heureux que leur discussion apportât quelque nouvelle lumière, dont je pourrais profiter pour l'édition de Diophante que je prépare et dont, je l'espère, l'apparition ne sera désormais plus retardée.