

4094
FRANCIOSI, F.
1979

Filippo Franciosi

SULLE ORIGINI DEL METODO ASSIOMATICO-DEDUTTIVO
NELLA MATEMATICA GRECA

Dopo quanto è stato scritto da v. Fritz e da Szabó, penso che tranquillamente possiamo attribuire ai Greci la creazione del metodo assiomatico-deduttivo nella scienza.¹ Del resto, se esso avesse avuto origine presso qualche altro popolo, il problema di come esso sia nato sarebbe soltanto spostato. Ritengo dunque di aver giustamente limitato ai Greci questa indagine. Le difficoltà di essa sono ben note, perché se ammettiamo che il metodo assiomatico-deduttivo si venne costituendo in un tempo più o meno lungo, sono perdute le opere da cui noi potremmo vedere il tratto iniziale di una simile evoluzione; se invece, come a me sembra vero, riteniamo che esso nacque in seguito a un' improvvisa e rapida svolta del pensiero antico, nessuno ci dice esplicitamente quando e per opera di chi questa sia avvenuta.

E' noto che il primo autore che ebbe un interesse storico per il pensiero scientifico a lui precedente è Aristotele. Due sono i suoi testi che potrebbero dirci qualche cosa. L' uno è il primo libro della Metafisica, dove abbiamo in certo

senso il primo saggio di una storia della filosofia. Ma, come è noto - e si potrebbe illustrarlo con esempi - la filosofia e la scienza precedenti vengono viste da Aristotele attraverso le categorie del suo stesso sistema filosofico, e il pensiero dei vari autori viene classificato e descritto da lui in base alla corrispondenza con questa o quella di tali categorie.²

Più vicine al nostro tema sembrano le osservazioni che Aristotele fa negli Analitici Posteriori, precisamente nel secondo capitolo del primo libro /71 b 20 - 72 a 25/, dove egli studia i fondamenti di ogni scienza dimostrativa e quindi elenca i requisiti che i relativi assiomi devono avere. Ma è stato giustamente osservato da diversi studiosi³ che Aristotele nel fare questo non tanto considera il modo con cui le scienze furono elaborate prima di lui o anche ai tempi suoi, quanto le presenta come apprivano attraverso i principi della sua filosofia, e in particolare della sua logica. Così, per esempio, quando egli dice che gli assiomi da cui muove un ragionamento scientifico devono essere "veri" /71 b 21 ss./, questa affermazione si spiega benissimo nel quadro del pensiero di Aristotele, ma non sappiamo se alcuno degli scienziati precedenti, nel fissare un "principio" /assioma, postulato, ecc./, avesse in mente di dargli un tale requisito.

Ciò riduce, anche se non annulla certo - 1' utilità di Aristotele per la nostra indagine, e pone ulteriori difficili problemi, come per esempio quello dei rapporti tra dimostrazione sillogistica e dimostrazione matematica.⁴

Per comodità premettiamo che scienza assiomatica vuol dire scienza fondata su principi non dimostrati e proposizioni da dimostrare, come dice Proclo nel suo Commento al I libro degli Elementi di Euclide /pag. 75 Fried./, in un passo che a sua volta riecheggia Aristotele;⁵ o per lo meno ci occupiamo del problema di come nacque la matematica intesa in tale senso.

Nessuno ci dice come nacque la dimostrazione, né in filosofia né in matematica. Per quanto riguarda quest' ultima, è ben nota la ricerca di Szabó su $\delta\epsilon\lambda\epsilon\gamma\mu\alpha\tau\iota$,⁶ ed è parimenti noto come già il matematico e storico Kurt Reidemeister avesse colto il passaggio da uno stadio visivo-empirico della conoscenza matematica a uno puramente teoretico, nel quale nacque la dimostrazione nel senso scientifico della parola.⁷ Si potrà discutere su quando e su come un tale passaggio sia avvenuto, ma sul fatto che esso sia realmente avvenuto non ci possono essere dubbi, altrimenti non ci sarebbe la matematica come scienza.

Prima tuttavia di parlare dell' aspetto storico, voglio soffermarmi sui rapporti tra dimostrazione e "principi", cioè premesse non dimostrate. E' stato detto⁸ che una teoria matematica è un insieme organico di proposizioni, ognuna delle quali viene dimostrata sulla base di deduzioni logiche da altre già associate. Non si vede, del resto, che cosa si potrebbe intendere per teoria matematica, sia pure semplice e primitiva, senza dimostrazione. Gli stessi Pitagorici, se

mai ci fu un tempo in cui soltanto contemplarono i loro numeri figurati senza fare dimostrazioni, non si può dire che in quel tempo facessero della matematica. E' anche evidente che una catena di proposizioni ognuna delle quali viene dimostrata in base alle precedenti già dimostrate, deve avere un anello fisso iniziale, che può essere la definizione più o meno felice⁹ degli enti su cui vertono le proposizioni da dimostrare e la precisazione delle loro proprietà, o/e proposizioni preliminari non dimostrate. E' d'altra parte una pura astrazione pensare a definizioni, postulati o assiomi senza che questi siano stabiliti per dedurre dimostrazioni di proposizioni successive. Chiedersi dunque se siano nate prima le proposizioni iniziali indimostrate o le dimostrazioni è questione non solo difficile, ma probabilmente oziosa e irrilevante.¹⁰ Tuttavia, poiché solo con la presenza di entrambe la matematica si venne a costituire come scienza deduttiva,¹¹ cerchiamo di vedere se in qualche modo sia possibile illuminare la fase iniziale di questo processo.

Una volta accettato che la matematica come scienza deduttiva ebbe origine presso i Greci, bisogna cercare se essa sia stata frutto di un processo graduale che occupò una certa epoca, o se sia apparsa all'improvviso per opera di qualcuno /come tante volte è accaduto nella storia nei riguardi di tante teorie matematiche/, a seguito di una repentina trasformazione nella visione degli enti matematici, se non addirittura delle cose in senso generale, cioè nel quadro di una nuova "Weltanschauung".

Finché i numeri furono usati come mezzi per esprimere quantitativamente misure di oggetti o di distanze per le esigenze della vita pratica quotidiana, non o' era bisogno di dimostrazioni: bastava seguire procedimenti più o meno antichi, più o meno ingegnosi, senza dimostrarli. Lo stesso vale per le figure geometriche: è chiaro che per gli scopi pratici /misurare un campo, un pozzo di stoffa/ l'unità di misura comune al lato e alla diagonale del quadrato si può sempre trovare,¹² e forse finché si rimane su quel livello nemmeno viene il sospetto che essa non esista. E' anzi noto come siano in sostanza falliti i tentativi di alcuni studiosi anche recenti /v. Fritz, Heller/ di spiegare la scoperta dell'incommensurabilità supponendo che gli scopritori fossero stati mossi da suggerimenti provenienti dalla vita pratica /squadra ad angolo retto, metodo dell' $\delta\psi\upsilon\alpha\iota\rho\epsilon\alpha\varsigma$ usato empiricamente dagli artigiani, osservazione in natura dei cristalli pentagonododecaedri di pirite/.¹³

Se la dimostrazione non poté venire dalla vita pratica, anche perché in effetti essa non aiuta a facilitare il soddisfacimento di nessuna delle esigenze di quest'ultima, nemmeno nacque per aiutare la trasmissione - cioè l'insegnamento - degli accorgimenti pratici di questo o quel mestiere, perché a ciò basta mostrare una o più volte come si fa; e addirittura nell'insegnamento scolastico, ancora ai giorni nostri, fino a una certa età ci si limita per l'aritmetica all'insegnamento dei procedimenti pratici di calcolo /eseguire le diverse operazioni/, mentre per la geometria si rimane al

livello intuitivo, facendo vedere sulle figure come stanno le cose, esattamente come nel Menone platonico /82 b - 85 e/ Socrate fa con lo schiavo.¹⁴

Poiché dunque riesce difficile pensare che la dimostrazione abbia avuto origine dal campo pratico, o da quello didattico, o dall'osservazione, bisogna pensare che ad essa si arrivò per via teoretica, cioè che essa provenne dalla filosofia. Ciò sembra a prima vista confermato dalla tradizione, che pone agli inizi della scienza matematica il nome di Pitagora,¹⁵ anche se, come vedremo, la sua opera non dovette essere sufficiente a spiegare la nascita di essa come scienza deduttiva. Due altri fatti messi in rilievo da Szabó confermano questa tesi: molti termini indicanti i procedimenti e i principi della matematica provengono dalla dialettica; inoltre dalla filosofia vennero i principi logici che stanno alla base del ragionamento matematico /identità, non contraddizione, ecc./.¹⁶ Rimane però da vedere come tutto ciò contribuì alla nascita della matematica come scienza assiomatico-deduttiva.

Dalle fonti, che pure sul suo conto sono in gran parte confuse e favolose, ricaviamo questo con certezza: Pitagora non solo seppe sollevarsi da una considerazione degli enti matematici, numeri e figure, quale si ha nella vita pratica, ma anche seppe vedere numeri e figure non più come simboli di qualche cosa d'altro, ma come cose in sé da studiare in quanto numeri e figure; anzi, in tutte le cose vide il numero perché esso ne era l'essenza. In tal modo egli fece sì che gli enti

matematici divenissero oggetto di scienza, mentre prima non lo erano.

E' noto infatti che Pitagora non fu il primo scienziato. Ci furono prima di lui i "fisiologi" ionici, tra cui soprattutto Anassimandro, di cui Pitagora conosceva l'opera.¹⁷ Essi rivolsero la loro indagine /σκοπή / alla natura, al nascere /φύσις / delle cose dal principio che le genera /ἀρχή /. Questo principio, come scrive Carlo Diano,¹⁸ "primo anche nel tempo, abbraccia senza lasciare nulla fuori di sé tutte le cose, le quali invece nascono e muoiono". Ma contro la tendenza metafisica che esso riflette, c'è l'altra, rappresentata dall'σκοπή, cioè dall'indagine positiva, "per la quale le cose sono quelle che appaiono, dispiegate nelle due dimensioni delle aree fisiche e geografiche, e la causalità che le determina, uscendo dall'unità indistinta del divino, diventa successione e meccanismo". Di qui il carattere di questi filosofi, che appaiono sì come mistici, ma anche come razionalisti: con loro nascono la storiografia, nella direzione che culminerà in Erodoto, la geografia, e riceve grande impulso l'astronomia, in dipendenza della quale si usano gli strumenti della geometria e della trigonometria.¹⁸ Ma si tratta di scienze in cui si prende atto di quanto si "vede" /σκοπή dalla radioe-
Fid-/, o in cui, come nel caso dell'astronomia, si può anche prevedere che cosa succederà perché ci si è resi conto che le orbite dei corpi celesti li portano a rioccupare periodicamente le stesse posizioni. Manca ancora la capacità di "vedere" fuori dello spazio fisico-geografico e del tempo scandito dalla re-

golarità dei movimenti degli astri o retto dall' irregolarità degli accadimenti umani. Quindi presso gli Ionici la matematica non si costituisce ancora come scienza astratta e deduttiva: le proprietà - e si tratta di proprietà geometriche più che aritmetiche, per la ragioni or ora dette - si riconoscono e si usano, ma non si dimostrano ancora in modo generale e rigoroso. Ciò è stato ben chiarito sia nel caso di Talete, sia in quello di Anassimandro.¹⁹

Con Pitagora l' opposizione sopra accennata presente nella filosofia ionica viene avvertita per la prima volta coscientemente, ma, come dice ancora C. Diano,²⁰ "i termini mutano segno, perché l' infinito, che per Anassimandro era il positivo, per Pitagora è il negativo, e la positività passa al limitato e al finito. L' $\delta\phi\chi\eta$ infatti è il numero /finito/, che si rivela in tutte le cose come loro essenza, e così può diventare oggetto del pensiero riflesso". Principio di ogni numero e di ogni figura è la "monade", l' unità-punto: un insieme di unità-punto in una determinata disposizione è numero, figura e cosa. Il numero e figura più semplice è la diade, dove però tra le due monadi c' è il vuoto, "l' infinito che si insinua nel mondo."²¹ Per tale ragione in ogni cosa c' è l' opposizione tra finito e infinito; monade e diade sono i principi di tutto il reale, e da esse discendono il pari e il dispari, a cui si riporta tutta una serie di opposizioni notissime. Con le osservazioni sui numeri figurati, la $\delta\eta\sigma\sigma\phi\alpha$ /"Arithmetik der Rechensteine" del Becker/, e la dottrina del pari e del dispari i Pitagorici posero le prime basi per la

nascita della matematica.²² La terza è già una teoria così solida, da resistere all' urto della scoperta dell' irrazionale: fornisce anzi lo strumento per dimostrare che l' irrazionale è e non può non essere, altrimenti lo stesso numero sarebbe pari e dispari,²³ e meriterà di essere conservata da Euclide nel libro IX degli Elementi. Essa, attestata per la prima volta da Epicarmo,²⁴ è essenzialmente pitagorica, fondandosi sui punti fermi di carattere ontologico di: uno, due, pari, dispari, con predominio dell' uno, che aggiunto al pari lo fa diventare dispari, aggiunto al dispari lo fa diventare pari.

Ma per giungere al punto in cui siamo, quello della scoperta e dimostrazione dell' irrazionale /in matematica i due momenti si implicano a vicenda/, erano stati necessari altri passi. Si tratta dell' idea stessa di dimostrazione, che da un primitivo $\delta\epsilon\lambda\lambda\alpha$ ben illustrato da Szabó anche sulla base degli studi del Becker,²⁵ era passata ad un procedimento indiretto per assurdo, quale ci è conservato in Elem. X, App. 27 Heiberg.²⁶ Vi è poi l' insieme dei principi logici che tale dimostrazione richiede /identità, non contraddizione ecc., procedimento della "Fallunterscheidung"/²⁷, i quali non possono venire usati se non si fondano su una base ontologico-metafisica adeguata.

Il pitagorismo primitivo non era sufficiente a procurare tutto questo, perché tra un' unità-punto e l' altra si insinuava il vuoto, che non era il nulla,²⁸ ma l' infinito, il non-numero, sede di tutte le contraddizioni inerenti ai con-

getti di spazio, di movimento, contro le quali ebbe buon gioco la ferrea logica di Zenone. Egli voleva sostenere il suo maestro Parmenide contro i Pitagorici che ancora non volevano accogliere le sue innovazioni. Queste partono da una: togliere l'esistenza al non-essere, che non è nemmeno pensabile, perché è non, e non è non / τὸ γὰρ αὐτὸ νοεῖν ἐστίν τε καὶ εἶναι. Vorg. 28 B 3/.²⁹ Ma l'essere è costretto dalla Necessità nel parag / κριταρὴ γὰρ Ἀνάγκη περὶ τοῦ ἐν ὁμοιοῖσιν ἔχει. 28 B 8, 30-31/, per cui l'ansiron che Pitagora manteneva non esiste. Ben contenuti invece nel κῆρας e quindi nell' ἐόν sono gli enti matematici, che sono perciò νοητοί e quindi oggetto di scienza secondo la prima via di Parmenide. La matematica diventa così per eccellenza scienza dell' essere, fondata sul principio di identità, che è l'amanazione logica del principio ontologico di Parmenide, e sulla dimostrazione indiretta, la quale non fa che applicare l'altra proposizione di Parmenide: non è non è, e deve non essere / 28 B 2, 5/, quindi se alla fine di un ragionamento si trova non è, o è e non è insieme /la famosa "terza via"/, vuol dire che era sbagliata la premessa di partenza. Perciò la matematica si trova in pieno nella sfera dell' ἀλήθεια la conoscenza che è περὶ τὸ ὄν,³⁰ e le sue dimostrazioni forniscono esempi di verità che per la prima volta sono al di fuori e al di sopra dello spazio e del tempo. Di questi, che insieme ai nostri sensi e alla problematicissima "materia" costituiscono ciò che chiamiamo "il mondo", c'è l'altra forma di conoscenza, la δόξα, dalla quale la matematica per le ragioni ora dette esula completamente. Riusciamo così a spiegarci il

carattere astratto e puramente teoretico della matematica greca delle origini, e solo tenendo presenti queste radici parmenidee possiamo capire il posto che la matematica avrà nel pensiero platonico.

Solo dopo che il Pitagorismo fece propri risultati di Parmenide ora esposti la matematica poté veramente prendere il volo, sollevandosi dalle osservazioni sui numeri figurati e aggiungendo alla dottrina del pari e del dispari altre costruzioni teoriche. Il momento in cui l'apporto parmenideo si innesta sul pitagorismo è probabilmente quello già ricordato della dimostrazione dell'esistenza di segmenti incommensurabili: dimostrazione che non ha niente di empirico, niente di visivo, al punto che resterà per il futuro come esempio di certezza logica incontrovertibile, e Aristotale se ne serve almeno 25 volte³¹ in tale senso.

Da tutto ciò risulta che la nascita della matematica come scienza assiomatica non poteva avvenire per lenta emanazione dalla vita pratica e da conoscenze empiriche più o meno raffinate, né per graduale evoluzione dall'indagine precedente, cioè dall'ιστορίη ionica. Fu per opera di tre uomini, Pitagora, Parmenide, e secondariamente Zenone, sul quale tornerò nel paragrafo seguente, che si ebbe un salto, una nuova visione della realtà, la quale determinò il nascere della scienza /ἐπιστήμη, μαθηματά/.

Ora voglio considerare quel particolare sistema assiomatico-deduttivo che troviamo negli Elementi di Euclide e

che si fonda sulle proposizioni premesse al libro I. Che queste proposizioni siano definizioni, postulati o assiomi è secondario, sicché bene fecero gli antichi a chiamarle tutte insieme "principi", ἀρχαί.³² Tale sistema è stato sottoposto all' esame della critica soprattutto nei secoli XIX e XX, ma non solo in questi, e, per quanto riguarda alcuni punti, anche nell' antichità.³³ A parte le famose questioni sollevate dal V postulato, tutti hanno osservato che talune proposizioni sembrano superflue, e non vengono utilizzate nel seguito della trattazione. Ciò non si spiega se non ammettendo che quelle proposizioni fossero contenute in sistemazioni della materia precedenti a Euclide, la cui esistenza è confermata dalle fonti, quando dicono che altri prima di lui scrissero Elementi.³⁴ Ma dopo quanto abbiamo detto nel precedente paragrafo possiamo ben capire come Szabó risalga ancora più indietro, affermando che almeno parte dei "principi" discendano dalla filosofia eleatica insieme alla dimostrazione indiretta, oppure siano stati formulati in qualche caso come reazione e difesa nei confronti di certe posizioni eleatiche.

Prima di esprimere un parere più approfondito su questo argomento, premetto alcune osservazioni. Alle origini la geometria dovette essere ancora più lontana dall' aritmetica di quanto appaia a noi oggi. Abbiamo detto prima quale concezione stesse alla base dei numeri figurati pitagorici e quale vuoto metafisico separasse due unità-punto. Il concetto stesso della linea /sia retta che circolo/ riflette un punto di vista del tutto diverso da quello pitagorico, e senza

alcuna di provenienza ionica, che culminerà in Enopide ed Ippocrate di Chio. Nello spazio "positivo" di Anassimandro la retta poteva estendersi fin dove l' occhio spingeva la $\sigma\lambda\alpha\mu\epsilon\nu\alpha$, senza che fosse avvertita l' esigenza di misurarne la lunghezza in un numero /è noto che in astronomia, specialmente nel mondo antico, non si misurano rette, ma angoli/. Il pitagorismo poté accettare la retta solo dopo che essa scorse il numero, e questo avvenne indubbiamente attraverso la musica, nello studiare le lunghezze delle corde in rapporto ai suoni che si volevano ottenere.³⁵ Ma non molto tempo dopo, la scoperta dell' irrazionale, alla quale si giunse anche attraverso la constatazione dell' impossibilità di dividere l' ottava in parti uguali,³⁶ rendeva del tutto inadatte le concezioni pitagoriche più primitive: solo la filosofia eleatica, fornendo, come si è visto, gli strumenti per fare accettare come affatto ragionevole l' esistenza dell' irrazionalità, toglieva nei matematici ogni diffidenza nei confronti della retta, e rendeva definitivamente possibile la geometria come scienza. Non è il caso di riassumere le sottili e precise argomentazioni con cui Szabó ha dimostrato la derivazione dalla filosofia eleatica di buona parte dei "principi" premessi al libro I degli Elementi e dei lemmi con cui sono formulati.³⁷ Solo a proposito di Zenone il mio parere è un po' diverso. Szabó ritiene che matematici abbiano formulato alcuni dei "principi" per prendere posizione contro il discepolo di Parmenide /sarebbe il caso per esempio dell' assioma VIII, "il tutto è maggiore della par-

te"/.³⁸ Secondo me, Zenone con i suoi argomenti, comunque essi vengano intesi, aveva rivelato nella retta la continuità, grazie anche alla scoperta dell' irrazionale avvenuta prima riusciva contraddittoria la concezione della retta come insieme numerabile di punti, e ciò fu un grande passo innanzi. Non venne però inteso nel suo senso: forse, specialmente in ambiente ionico, anche a causa della distanza geografica, si rimase colpiti dall' aspetto eristico dei ragionamenti di Zenone, e probabilmente contro questo i geometri reagirono enunciando i principi di cui Szabó parla.

Assai recentemente Knorr, pur ammettendo l' impronta eleatica nel sistema assiomatico euclideo, attribuisce la formazione di esso a un eleatismo secondario, espressosi nell' ambito dell' Accademia, durante la vecchiaia di Platone e dopo la sua scomparsa.³⁹ L' elemento eleatico in Platone è presente in tutte le fasi del suo pensiero, ma che esso si faccia più rilevante nella fase tarda è innegabile. Ma è lecito pensare che sia questo eleatismo a determinare la costituzione del sistema assiomatico euclideo? Io non trovo prove convincenti che alcuno dei principi di esso sia stato pensato ed espresso così tardi, tanto meno la dimostrazione indiretta. Ci sono certo negli Elementi parti più recenti di altre, ci sono dimostrazioni che probabilmente sono opera di Euclide stesso; la scelta e la distribuzione della materia sono sicuramente in parte opera sua, anche la scelta delle proposizioni iniziali non dimostrate, tant' è vero che egli per ragioni storiche incluse proposizioni che avrebbe potuto tralasciare; o' è il

l' postulato che egli decise una volta per tutte di includere come postulato e non come teorema, e molti non capirono la cosa /che fu dimostrata, del resto solo nello scorso secolo/, come non l' aveva capita prima Aristotele.⁴⁰ Ma, ripeto, non ci sono prove che alcuno di tali principi sia apparso così tardi, anzi, ce ne sono che siano apparsi prima.

Lo stesso Platone si richiama più volte, anche in dialoghi della prima maturità, ai ragionamenti dei matematici come esempio di rigore che deve essere imitato nella dialettica.⁴¹ Questo non sarebbe stato possibile se il metodo assiomatico-deduttivo non fosse già stato completamente costituito. Ma se esso già c' era, i principi su cui si reggeva dovevano essere gli stessi che troviamo in Euclide, perché di altri non abbiamo notizia, o addirittura sono, per quei tempi, difficilmente pensabili. Ma allora, se nei "principi" dei matematici o' è la presenza eleatica, questa non può essere venuta da un eleatismo posteriore.

Non si deve inoltre dimenticare che le tesi fondamentali di Parmenide non passano invariate in Platone: esse vi subiscono anzi rilevanti modificazioni, che R. Falus ha descritto con molta chiarezza.⁴² Il non-essere viene, in un certo senso, ad avere esistenza nell' idea di alterità, e la rigida e reciproca esclusione parmenidea tra essere e non-essere viene ad ammorbidirsi con il riconoscimento, per l' essere delle sue "Erscheinungsformen" di movimento e quiete. Ma enti matematici e concetto di movimento sono incompatibili, come osserva Proclo nel più volte ricordato Commento.⁴³ Non è

quindi possibile pensare che i principi del sistema assiomatico-deduttivo euclideo siano potuti derivare dalle tesi parmenidee così trasformate.

Solo della tendenza alla sistemazione si può dire che sia propria dell'età di Euclide, ma la sistemazione presuppone qualche cosa che ci sia già: quando, per esempio, Aristotele nella Poetica dà la sua "sistemazione" della tragedia, questa c'era già stata da un pezzo. E' vero che nel caso della matematica è più difficile distinguere tra creazione e sistemazione, ma proprio per questo ci fu chi scrisse Elementi anche molto tempo prima di Euclide.

NOTE

- 1 Entrambi polemizzano con il Neugebauer, il grande studioso delle scienze presso i popoli orientali /Egizi, Babilonesi/, incline ad attribuire ad essi la fondazione di parti della matematica, in particolar modo l'algebra geometrica. Scrive il v. FRITZ, Die APXAI in der griechischen Mathematik, Archiv für Begriffsgeschichte 1, 1955, p. 13-14: "Nirgends hat sich ein Zeichen dafür gefunden, dass die Babylonier oder gar die Ägypter jemals den Versuch gemacht hätten, alle mathematischen Sätze streng logisch von ersten Prinzipien abzuleiten". Dello stesso parere è A. SZABÓ, Anfänge der griechischen Mathematik, Budapest 1969, p. 243 ss.
- 2 Precisamente Aristotele cerca se i filosofi precedenti avessero individuato altre "cause" oltre alle quattro fondamentali che egli distingue. Su questo aspetto della trattazione aristotelica nel I libro della Metafisica

è molto chiaro M. GENTILE, Se e come è possibile la storia della filosofia, Padova 1966, p. 26 ss.

- 1 Per esempio K. v. FRITZ, Die APXAI, p. 21.
- 4 Ritengo con Szabó che la matematica si sia costituita come scienza assiomatico-deduttiva in modo del tutto indipendente da Aristotele, ma che più tardi l'influenza dello Stagirita sia divenuta molto forte: v. il capitolo Die Grundlagen und Aristoteles in SZABÓ, Anfänge p. 302-310.
- 5 Su questo passo di Proclo vedi Á. SZABÓ, Quelques problèmes fondamentaux des mathématiques grecques au temps d'Aristote et la prise de position par le Stagirite, /"preprint"/ p. 9-10.
- 6 In "Maia" 10, 1958, p. 106-131.
- 7 K. REIDEMEISTER, Das exakte Denken der Griechen, Hamburg 1949, p. 10-11.
- 8 J. MITTELSTRASS, Die Entdeckung der Möglichkeit von Wissenschaft, Arch. for Hist. of Exact Sc. 2, 1962-66, p. 411: si può intendere per teoria matematica "eine Reihe von Sätzen, die z.B. in bestimmter geordneter Weise voneinander logisch abhängig sind und auf diese Weise.... ein Satzsystem darstellen. Bewiesen werden Sätze eines solchen Satzsystems in der Regel, indem man gewisse Sätze als logische Folgerungen anderer bereits gesicherter Sätze aufweist" /i corsivi sono dell'autore/.
- 9 Questi argomenti vengono trattati sul piano generale nell'eccellente libro di E. AGAZZI, Introduzione ai problemi dell'assiomatica, Milano 1961.
- 10 Il problema è forse un po' diverso al momento della sistemazione di un complesso assiomatico-deduttivo, ma di questo parlerò poi.
- 11 Vedi la trattazione di Á. SZABÓ, Wie ist die Mathematik

- zu einer deduktiven Wissenschaft geworden? AAHung. 4, 1956, p. 109-151.
- 12 SZABÓ, Anfänge, p. 281-282.
- 13 K. v. FRITZ, Die Entdeckung der Inkommensurabilität durch Hippasos von Metapont, in Zur Geschichte der griechischen Mathematik hrsg. von O. Becker, /Wege der Forschung XXXIII/, Darmstadt 1965, p. 294 ss.
- S. HELLER, Die Entdeckung der stetigen Teilung durch die Pythagoreer, in Zur Geschichte, p. 325 ss.
- 14 Su questo celebre passo, oltre all' articolo già citato in nota /6/, vedi SZABÓ, Anfänge, p. 122-123, e W. R. KNORR, The evolution of the euclidean Elements, Dordrecht - Boston 1975, p. 26-27.
- 15 PROCL. Comm. in I Eucl. elem. librum p. 65 Fr.
- 16 Sul primo fatto v. SZABÓ, Zur Geschichte der Dialektik des Denkens, AAHung 2, 1954, p. 17-57, in particolare l' ultima parte; sul secondo fatto tornerò più avanti.
- 17 R. E., s.v. Pythagoras, XXIV, col. 180 e 186.
- 18 C. DIANO, Studi e saggi di filosofia antica, Padova 1973, p. 1-2.
- 19 Per Talete e il senso che bisogna dare alle sue "dimostrazioni" vedi A. FRAJESE, Attraverso la storia della matematica, Firenze 1969, p. 35-41. Sulla natura delle ricerche scientifiche di Anassimandro vedi SZABÓ, Der Schattenzeiger, Budapest 1977 /preprint/.
- 20 C. DIANO, Studi e saggi, p. 25-26.
- 21 Ibidem, p. 26.
- 22 O. BECKER, Die Lehre vom Gerade und Ungerade im Neunten Buch der Euklidischen Elemente, in Zur Geschichte der gr. Math., p. 125-145. Su come questi tre elementi della primitiva scienza pitagorica /gli altri saranno la geometria

- e la teoria delle proporzioni/ siano stati la base per la scoperta dell' irrazionale, v. il mio lavoro: F. FRANCHIOSI, L' irrazionalità nella matematica greca arcaica, Boll. Ist. Fil. Gr., suppl. 2, Roma 1977, p. 19 ss.
- 23 Per esempio ARIST. An. Pr. 41 a 26-28; An. Pr. 50 a 26-38, oltre, naturalmente, alla dimostrazione in EUCL. 10. App. 27 sotto menzionata.
- 24 SZABÓ, Eleatica, AAHung. 3, 1955, p. 79, seguendo la tesi di Reinhardt, ritiene che il personaggio di Epicarmo scherzi sul pensiero degli Eleati. Invece R. FALUS, Analyse der Fragmente 1. und 2. von Epicharm, AAHung. 16, 1968, p. 139-148, vede piuttosto un riferimento ad Eraclito e, indirettamente, proprio ai Pitagorici.
- 25 SZABÓ, Anfänge, p. 254 ss.; O. BECKER, Das mathematische Denken der Antike, Göttingen 1957, p. 40 ss.; e Die Lehre vom Geraden und Ungeraden, in Zur Gesch. d. gr. Math., p. 130.
- 26 K. v. FRITZ, Die Entdeckung der Inkommensurabilität, in Zur Gesch. d. gr. Math., p. 293, ritiene che questa dimostrazione sia più recente, o almeno modernizzata nella forma. Non sono di questo parere: vedi BECKER, Die Lehre p. 125-126 e FRANCHIOSI, L' irrazionalità, p. 24-25.
- 27 BECKER, Die Lehre, p. 137-138; SZABÓ, Eleatica, p. 81.
- 28 C. DIANO, Studi e saggi, p. 26 e 36.
- 29 Tra i molti commenti a questa frase parmenidea mi riferisco soltanto a quelli di due illustri storici della matematica greca. K. v. FRITZ, NOUS NOEIN and their Derivates in Pre-Socratic Philosophy, Class. Phil. 40, 1945, p. 237, scrive: "The meaning of the sentence is..., that there can be no νοεῖν without its object, the εἶναι in which it unfolds itself". In termini analoghi si esprime SZABÓ, Zum Verständnis der Eleaten, AAHung. 2, 1954, p. 278. Ma R. FALUS, Parmenides-Interpretationen,

- AAHung. 8, 1960, p. 277-278, giustamente pensa che il senso della frase non si riduce ad affermare che non ci può essere pensiero senza un oggetto, e aggiunge: "Das Denken lässt sich von dem "Seienden" nicht trennen, es ist in ihm eingeschlossen Auf der anderen Seite: das Denken richtet über alles, ein jedes Ding bekommt dadurch Existenz, dass es sich denken lässt".
- 30 SIMPL. d. chel. 557. 20 = Vors. 28 B 1, 15.
- 31 H. BONITZ, Index aristotelicus, p. 185.
- 32 Vedi il secondo capitolo, già citato all' inizio, del libro I degli Analitici Posteriori di Aristotele e PROCL. In I Eucl. p. 179 Fr.
- 33 I. TÓTH, Geometria more ethico, in Prismata, Festschrift für Willy Hartner, Wiesbaden 1977, p. 395-415.
- 34 PROCL. In I Eucl. p. 66-67 Fr.
- 35 P. TANNERY, Du rôle de la musique grecque dans le développement de la mathématique pure, in Mémoires scientifiques, III, p. 68-69, Toulouse - Paris 1915.
- 36 Vedi tutta la seconda parte degli Anfänge, in partio. p. 231 ss., ma anche p. 129-130 della I parte.
- 37 Vedi, oltre ai lavori dello studioso ungherese già citati e alla III parte degli Anfänge, anche l' articolo Anfänge des euklidischen Axiomensystems, in Zur Gesch. d. gr. Math., p. 354 ss.
- 38 SZABÓ, Anfänge, p. 394 ss.
- 39 W. R. KNORR, On the early history of axiomatics, contributo alla "II Conference of the International Union of the History and Philosophy of Science" tenutasi in Pisa, settembre 1978, p. 17 e passim, "preprint", /citaz. consentita dall' Autore/.
- 40 Aristotele rimprovera ai geometri dei suoi tempi di intro-

- dure, una petitio principii /cioè, in sostanza un postulato/, riguardo alle parallele /An. Pr. 66 a 11-15/; Euclide invece capì che il postulato era inevitabile, ed ebbe il coraggio di introdurlo senz' altro.
- 41 Per es. PLAT. Phaidon 100 a; Resp. 510 c-d.
- 42 R. FALUS, Parmenides-Interpretationen, p. 292 ss.: si tratta del terzo paragrafo dell' articolo, intitolato appunto Die Modifizierung der parmenideischen Grundthese Platon.
- 43) PROCL. In I Eucl. p. 185 Fr. Tutt' al più, secondo lui, si potrebbe parlare di un movimento fittizio, κίνησις ταντακινή; su questo punto vedi SZABÓ, Quelques problèmes fondamentaux, p. 15.
1092. FRANCIOSI F., Sulle origini del metodo assiomatico-deduttivo nella matematica greca: Homonoia I 1979 37-57.
- La méthode axiomatique-déductive, que les Grecs sont les premiers à utiliser, n'est pas issue de la mathématique empirique: comme d'autres notions mathématiques, elle trouve son origine dans la dialectique, particulièrement celle qui caractérise le Pythagorisme, i.e. le Pythagorisme plus récent qui s'est inspiré de Parménide et de Zénon.