

UN FRAGMENT DE SPEUSIPPE

La compilation intitulée *Τὰ θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς* renferme (éd. Ast. Leipzig, 1817, p. 61) un fragment de Speusippe qui présente un certain intérêt pour l'histoire des mathématiques, et que j'ai déjà eu l'occasion de signaler dans ce recueil (1). Le texte de ce fragment se trouve corrompu en quelques endroits; mais les corrections me semblaient si faciles à apporter que je n'aurais point songé à les indiquer si je ne venais pas de rencontrer tout le passage reproduit sans améliorations par Mullach, dans le troisième volume des *Fragmenta philosophorum graecorum*, édité par Didot, 1881, p. 63, note 59.

N'ayant plus le texte d'Ast sous les yeux, je me référerai à celui de Mullach, et commencerai par donner une traduction complète du fragment.

« Speusippe, fils de Potone, sœur de Platon, auquel il succéda à l'Académie avant Xénocrate (1), ne cessa d'étudier » tout particulièrement les leçons des pythagoriciens et surtout » les écrits de Philolaos; il composa un très joli petit livre » qu'il intitula : *Sur les nombres pythagoriques* (2). Du commen-

cement à la moitié, il y traite avec une rare élégance :

a. » Des nombres *linéaires, polygones, plans* et *solides* de » toutes sortes (3);

b. » Des cinq figures qu'on attribue aux éléments du monde, » de leurs propriétés particulières et corrélatives (4);

c. » De la proportion continue et de la discontinue (5).

» Après quoi, la seconde moitié du livre est directement » consacrée à la *décade*, Speusippe montre qu'elle est au plus » haut degré naturelle et initiatrice dans les choses; qu'elle » est comme une idée organisatrice des effets cosmiques, et

(1) Année 1881, p. 104. Sur l'âge du pythagoricien Thymaridas.

4371
TANNERY, P.
1882

UN FRAGMENT DE SPEUSIPPE

La compilation intitulée *Τὰ θεολογούμενα τῆς ἀριθμητικῆς* renferme (éd. Ast. Leipzig, 1817, p. 61) un fragment de Speusippe qui présente un certain intérêt pour l'histoire des mathématiques, et que j'ai déjà eu l'occasion de signaler dans ce recueil ⁽¹⁾. Le texte de ce fragment se trouve corrompu en quelques endroits; mais les corrections me semblaient si faciles à apporter que je n'aurais point songé à les indiquer si je ne venais pas de rencontrer tout le passage reproduit sans améliorations par Mullach, dans le troisième volume des *Fragmenta philosophorum græcorum*, édité par Didot, 1881; p. 63, note 59.

N'ayant plus le texte d'Ast sous les yeux, je me référerai à celui de Mullach, et commencerai par donner une traduction complète du fragment.

« Speusippe, fils de Potone, sœur de Platon, auquel il succéda à l'Académie avant Xénocrate (1), ne cessa d'étudier » tout particulièrement les leçons des pythagoriciens et surtout » les écrits de Philolaos; il composa un très joli petit livre » qu'il intitula : *Sur les nombres pythagoriques* (2). Du comment » cement à la moitié, il y traite avec une rare élégance :

a. » Des nombres *linéaires, polygones, plans et solides* de » toutes sortes (3);

b. » Des cinq figures qu'on attribue aux éléments du monde, » de leurs propriétés particulières et corrélatives (4);

c. » De la proportion continue et de la discontinue (5).

» Après quoi, la seconde moitié du livre est directement » consacrée à la *décade*, Speusippe montre qu'elle est au plus » haut degré naturelle et initiatrice dans les choses; qu'elle » est comme une idée organisatrice des effets cosmiques, et

(1) Année 1881, p. 104. *Sur l'âge du pythagoricien Thymaridas.*

» cela par elle-même, sans qu'il y ait là rien qui dérive de
 » nos opinions, du hasard ou de la fantaisie; enfin qu'elle a
 » été, pour le Dieu auteur de l'Univers, comme un modèle
 » accompli de tous points. Voici, au reste, comment il en
 » parle (6).

» Dix est parfait, et c'est à juste titre et conformément à la
 » nature que les Hellènes se sont, sans préméditation aucune,
 » rencontrés avec tous les hommes de tous les pays, pour
 » compter suivant ce nombre; aussi possède-t-il plusieurs pro-
 » priétés qui conviennent à une telle perfection (7).

» En premier lieu, il devait être pair, pour renfermer autant
 » d'impairs que de pairs, sans prédominance d'une des deux
 » espèces; comme en effet l'impair précède toujours le pair, si
 » le nombre limite n'est pas pair, il se trouve un impair en
 » excédent (8).

» En outre de cette égalité, il convenait qu'il en existât une
 » autre entre les nombres *premiers* ou non composés et les
 » nombres *seconds* ou composés (9); cette égalité existe pour le
 » nombre 10, tandis qu'aucun nombre inférieur ne la pré-
 » sente : pour les nombres supérieurs, on peut la rencontrer,
 » comme dans 12 et quelques autres (10); mais 10 est leur fon-
 » dement ($\pi\alpha\theta\mu\eta\nu$), le premier qui ait cette propriété, le plus
 » petit de ceux qui la possèdent; c'est ainsi une certaine per-
 » fection qui lui est spéciale, que de renfermer le premier en
 » nombre égal les non composés et les composés (11).

» Il offre encore une troisième égalité entre les multiples et
 » les sous-multiples de ces multiples; les sous-multiples allant
 » jusqu'à 5, et leurs multiples de 6 à 10. Car si 7 n'est multi-
 » ple d'aucun nombre et doit être retranché, 4 est à ajouter (12)
 » comme multiple de 2; en sorte que l'égalité est rétablie.

» Dix renferme de plus tous les rapports, d'égalité, de supé-
 » riorité, d'infériorité; ceux de *quantième en sus* (13) et des
 » autres espèces; aussi bien que les *nombre*s linéaires, plans et
 » solides; car 1 est point, 2 est ligne, 3 triangle, 4 pyra-
 » mide (14), et chacun de ces nombres est dans son genre le
 » premier et le principe de ses pareils. Or ils présentent entre
 » eux la première des *progressions* (15), celle par égalité de
 » différence, et cette progression a pour somme totale le
 » nombre 10.

» Dans les figures planes et solides (16), les premiers éléments

» sont de même le point, la ligne, le triangle, la pyramide,
» qui renferment encore le nombre 10 et y trouvent leur
» achèvement.

» Ainsi la pyramide (17) a 4 angles ou faces et 6 arêtes, ce
» qui fait 10. Les intervalles et limites du point et de la ligne
» donnent encore 4, les côtés et les angles 6, c'est-à-dire tou-
» jours 10 (18).

» On le rencontre aussi dans les figures, si l'on en considère
» le dénombrement. En effet le premier triangle est l'équi-
» latéral qui n'a en quelque sorte qu'un seul côté et qu'un seul
» angle; je dis un seul, à cause de l'égalité des côtés ou des
» angles, et parce que l'égal est toujours indivisible et uni-
» forme.

» Le second triangle est le *demi-carré*: car ne présentant
» qu'une seule différence dans les côtés ou dans les angles, il
» correspond par là à la *dyade*.

» Le troisième est l'*hémitrigone*, moitié de l'équilatéral; car
» il n'y a aucune égalité entre les éléments et leur nombre est
» donc 3 (19).

» Pour les solides, en procédant de la sorte, on arrivera à 4,
» de façon par conséquent à rencontrer aussi la *décade*.

» En effet la première pyramide est en quelque sorte *unité* (20)
» n'ayant pour ainsi dire, en raison de l'égalité, qu'une seule
» arête ou qu'une seule face. *La seconde pyramide sera de la*
» *même façon une dyade* (21), ses angles à la base étant formés
» par trois plans, et l'angle au sommet par quatre, en sorte que
» cette différence l'assimile à la dyade. La troisième pyramide
» sera une *triade*, construite sur le *demi-carré*; avec la diffé-
» rence que nous avons vue dans le *demi-carré* comme figure
» plane, elle en présente une autre correspondant à l'angle du
» sommet; il y a donc rapport entre la triade et cette pyramide,
» dont le sommet est d'ailleurs supposé sur la perpendiculaire
» au milieu de l'hypoténuse (22) de la base. Enfin de la même
» façon, on verra une *tétrade* dans la quatrième pyramide,
» construite sur une base *hémitrigone* (23).

» Ainsi ces figures prennent leur achèvement dans le
» nombre 10. Le résultat est le même pour la génération;
» car pour la grandeur, le premier principe est le point; le
» second, la ligne; le troisième, la surface; le quatrième, le
» solide (24). »

Les numéros intercalés entre parenthèses dans le texte se rapportent aux observations qui vont suivre.

En somme, ce long fragment est passablement futile, et ne fait pas plus d'honneur à Speusippe comme philosophe que comme mathématicien. L'intérêt qu'il offre consiste d'une part, en ce qu'il permet de constater l'ancienneté d'expressions techniques et de théories qu'on aurait pu être disposé à regarder comme plus récentes; d'un autre côté, en ce qu'on y trouve des traces d'une nomenclature de figures géométriques présentée comme classique, et qui a complètement disparu dans Euclide.

(1) διάδοχος δὲ ἀκαδημίας, πρὸ Ξενοκράτους ἐξαιρέτως σπουδασθεισῶν ἀπὸ Πυθαγορικῶν ἀκροάσεων. La virgule doit être placée après Ξενοκράτους, sans quoi ἀπὸ demeure inexplicable. Au reste Xénocrate, suivant l'exemple de Speusippe, écrivit deux livres : *Sur les nombres* et *Théorie des nombres* (Diogène Laërce, IV, 13).

(2) Περὶ πυθαγορικῶν ἀριθμῶν. Ce titre marque l'origine des théories arithmétiques et géométriques que suppose l'ouvrage de Speusippe. J'ajoute géométriques, car toute la fin (16-24) de la citation du neveu de Platon a ce caractère, et des trois parties de la première moitié de son livre, la seconde au moins (b), relative aux cinq polyèdres réguliers, n'était pas davantage arithmétique, et ne devait contenir que des indications semblables à celles que donne Platon dans le *Timée* sur la théorie de ces polyèdres, déjà traitée au reste, en dehors des pythagoriciens, par Théétète (Suidas) et sans doute aussi par Eudoxe. A tout le moins, si les anciens ont dénommé des nombres comme *pyramides* (tétraèdres) ou *cubes* (hexaèdres), ils ne semblent nullement en avoir dénommé comme octaèdres, icosaèdres ou dodécaèdres.

(3) L'antiquité de ces dénominations, et par conséquent des théories figuratives qui leur ont donné naissance, est attestée d'ailleurs pour les termes *plans* et *solides*, par des textes de Platon, et pour celui de *polygones*, par le titre d'un ouvrage de Philippe d'Oponte (περὶ πολυγώνων ἀριθμῶν) qu'a conservé Suidas (V. φιλόσοφος). Le fragment de Speusippe est au contraire unique pour l'expression *linéaires* (γραμμικοί) désignant les nombres déjà dits autrement *premiers* (πρώτοι) ou non-composés (9), et pour celle de nombre *pyramide* (14), qui rentre ici dans le terme général : *solides de toutes sortes*. Je rappelle que l'emploi du mot γραμμικοί nous a servi, dans la note précitée, à déterminer l'âge du pythagoricien Thymaridas.

(4) ἰδιότητος αὐτῶν πρὸς ἄλληλα καὶ κοινότητος. Il semble que καὶ devrait être transposé avant πρὸς.

(5) ἀναλογίας τε καὶ ἀνακολουθίας. Avant ἀναλογίας on pourrait désirer περὶ pour mieux marquer la division en trois parties de la première moitié du livre de Speusippe. En tout cas, il me semble impossible d'expliquer ces deux termes d'*analogie* et d'*anacolutie*, en les rapportant aux cinq polyèdres réguliers.

Le second, comme expression technique, n'est pas connu d'ailleurs. *Analogie* désigne au contraire d'habitude la proportion (géométrique en général) entre trois ou quatre termes. Mais plus loin (15) Speusippe l'emploie pour désigner une progression (par différence). Il doit donc entendre ici par *analogie* une progression sans limitation du nombre des termes, soit d'ailleurs arithmétique, comme :

$$\div 1 . 2 . 3 . 4 . \text{etc.}$$

soit géométrique, comme :

$$\div\div 1 : 2 : 4 : 8 : \text{etc.}$$

La progression arithmétique était d'ailleurs pour lui la *première*, donc la géométrique la *seconde*.

Le groupe de trois termes consécutifs d'une progression, qu'on a plus tard proprement appelé *analogie* (proportion continue) entre trois termes, devait alors recevoir la désignation spéciale de μεσότης (*médiété*).

Les anciens considéraient dès lors plusieurs autres sortes de médiétés, notamment l'harmonique; mais elles ne se prêtent point également à l'établissement de progressions, et il reste donc douteux que Speusippe les ait traitées comme *analogies*. Quant au terme *anacolutie*, il peut recevoir une explication très simple, par opposition à celle du mot *analogie*. Ce sera une proportion arithmétique ou géométrique entre quatre termes (ou une suite de proportions entre un plus grand nombre de termes) ne formant point progression. Ainsi les proportions discontinues :

$$\begin{array}{l} \div 1 . 2 : 5 . 6 \\ \div\div 1 : 2 :: 16 : 32 \end{array}$$

appelées plus tard *analogies* entre quatre termes, auraient été appelées *anacoluties* par Speusippe.

(6) Toute cette phrase, qui précède le commencement de la citation textuelle de Speusippe, a un caractère néo-platonicien très accusé, sur lequel il est inutile d'insister.

(7) Le texte ajoute ici une phrase que les éditeurs ont reconnue pour une glose. « Plusieurs de ces propriétés ne lui appartiennent pas exclusivement; mais en tant que parfait, il doit les posséder. »

(8) Les trois premières propriétés que Speusippe signale dans le nombre 10, c'est que parmi les nombres de 1 à 10, il y en a autant :

1° de pairs que d'impairs, ce qui est évident du moment que 10 est pair; 2° de nombres premiers 1, 2, 3, 5, 7, que de composés 4, 6, 8, 9, 10; 3° de nombres sous-multiples 1, 2, 3, 4, 5, que de multiples 4, 6, 8, 9, 10. Pour cette dernière proposition, il est singulier, du moment où 1 est compté comme sous-multiple, que tous les autres nombres ne soient pas comptés comme multiples.

(9) L'expression technique de nombre *second* (δεύτερος) pour composé, par opposition à *premier*, expression maintenant hors d'usage, se retrouve chez les auteurs grecs postérieurs, ex. Nicomaque.

(10) Il est singulier qu'après 12, quelques autres nombres soient dits jouir de cette propriété de renfermer autant de premiers que de composés. Il est en effet bien facile de voir que 10, 12, 14, sont les seuls à la posséder; la phrase καὶ ὁ ἰβ' καὶ ἄλλοι τινές me semble donc suspecte.

(11) Les répétitions fatigantes qu'offre ce passage peuvent être en partie considérées comme la définition du terme πρῶτον « le plus petit nombre qui possède une propriété donnée ». Ce terme était déjà au reste employé par Platon avec une signification analogue. Il a eu dans l'antiquité une autre acception qui peut également remonter aux pythagoriciens; celui de reste de la division d'un nombre par 9 (S. Hippolyte, Apollonius dans Pappus).

(12) Ces mots à *ajouter* ne se trouvent pas dans le texte grec qui présente peut-être une lacune; mais le sens n'est pas douteux.

(13) ἐπιμορίον, rapport de deux nombres entiers consécutifs ($\frac{n+1}{n}$); Speusippe veut dire ici que si l'on considère les rapports des nombres de 1 à 10, on les trouve égaux entre eux, ou plus grands ou plus petits de toutes les façons possibles. Ces façons correspondent évidemment à la nomenclature passablement complexe des rapports, telle qu'on la trouve dans Nicomaque, et l'ancienneté de cette nomenclature est attestée par là même.

(14) Voir la note (3).

(15) καὶ ἀναλογιῶν δὲ πρώτῃ. Voir la note (5). Au reste Speusippe énonce ici la composition de la *tétractys* pythagoricienne.

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10$$

d'après laquelle il substituera plus loin 10 à 4.

(16) C'est-à-dire en géométrie plane et en géométrie dans l'espace. Point, ligne, triangle, pyramide ne vont plus désigner des nombres comme tout à l'heure (14), mais bien des figures ou éléments de figures géométriques.

(17) Pyramide est ici pris dans le sens de tétraèdre; les angles sont les angles solides.

(18) La façon dont Speusippe retrouve une seconde fois le nombre 10

dans ces rapprochements puérils est assez obscure. Il considère probablement un point et une ligne, à cette ligne 2 extrémités, et du point à ces deux extrémités, 2 intervalles; puis dans un triangle, 3 côtés et 3 angles.

(19) Dans ce qui suit, le nombre 10 n'apparaît plus que comme donné indirectement par le quaternaire des pyramides. Mais il semble qu'il y ait au fond de cet exposé une conception pythagoricienne mal développée.

Le point, monade, est nécessairement simple; la ligne, dyade, doit avoir deux espèces, droite et courbe; le triangle, triade, trois espèces; la pyramide, tétrade, quatre espèces; en tout dix.

Les trois espèces du triangle sont d'ailleurs évidemment l'équilatéral, l'isocèle et le scalène, où le nombre des éléments différents reproduit d'ailleurs la progression 1.2.3. Seulement à l'isocèle et au scalène sont substitués, comme types des espèces, deux triangles particuliers, les mêmes que l'on retrouve avec l'équilatéral, dans le *Timée* de Platon. C'est d'une part le demi-carré (ἡμιτετράγωνον) ou le triangle rectangle isocèle; d'autre côté, ce que Speusippe appelle ἡμιτρίγωνον, le triangle rectangle obtenu en divisant l'équilatéral par la perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le milieu de la base.

(20) τριάς γὰρ πῶς ἢ μὲν πρώτη πυραμὶς μίαν πῶς γραμμὴν τε καὶ ἐπιφανείαν ἐν ἰσότητι ἔχουσα. Le premier mot τριάς ne peut être défendu; c'est la troisième pyramide, ἢ δὲ τρίτη τριάδι, qui est une triade; la première ne peut être qu'une monade. Il faut donc sûrement restituer μονάς. Cette première pyramide est d'ailleurs évidemment le tétraèdre régulier.

(21) Les mots en italique correspondent à une lacune du texte qui continue comme suit après la phrase citée dans la note précédente. παρὰ τῆς ἐπὶ τῆς βάσεως γωνίας ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένη, τὴν κατὰ κορυφὴν ὑπὸ τεττάρων συγκλειομένη, ὥστε ἐκ τούτου δυάδι εἰκέναι. La lacune, avant παρὰ, peut être comblée par δυάς δὲ ἢ δευτέρα. Cette seconde pyramide est évidemment à base carrée et d'ailleurs régulière, c'est-à-dire que les quatre arêtes du sommet à la base sont égales.

(22) πλεονᾶ, mot à mot « côté ». Mais le sens ne peut être douteux. Cette troisième pyramide, qui a pour base un demi-carré ou triangle rectangle isocèle, est obtenue en coupant la seconde pyramide par un plan passant par le sommet et par une diagonale de la base carrée.

(23) τετράδι δὲ ἢ τετάρτη κατὰ ταῦτα, ἐπὶ ἡμιτετραγώνῳ βάσει συνισταμένη. Il est certain qu'ici ἡμιτρίγωνῳ doit être substitué à ἡμιτετραγώνῳ puisque c'est la troisième pyramide qui est construite sur une base demi-carrée, ἐπὶ ἡμιτετραγώνῳ βεβηχυῖα. Cette quatrième pyramide a pour base le demi-triangle équilatéral classé plus haut comme type du triangle scalène, et on peut d'ailleurs encore supposer que les arêtes allant du sommet à la base sont égales.

Ce classement des pyramides est purement arbitraire et est loin d'avoir la valeur du classement des triangles. On eût dû se borner, dans l'ordre d'idées où l'on se plaçait, à des pyramides tétraèdres, c'est-à-dire à base triangle. Il eût été facile de constituer quatre classes, suivant que tous les angles solides, trois ou deux seulement, sont égaux, ou enfin tous inégaux.

(24) Le fragment tourne court. Il est clair que Speusippe a dû continuer longtemps sur le même ton.

Paul TANNERY,

Ingénieur des Manufactures de l'État. — Paris.
