

Hans Zimmermann : Musik ist empfundene, verzeitlichte, hörbare Mathematik  
 - zum Problem der Ableitung von Subdominante und Mollskala aus der Obertonreihe

**Orpheus-Musikverzeichnis \* Quintenzirkel (Jordan) \* Was ist eine Melodie?**

**www.harmonik.de \* Harmonikales System, Hans Kayser**

**Sphärenklang (Cicero) \* Weltharmonik (Platon) \* So klingen die Planeten**

**Boethius: De institutione musica: Sphärenharmonie als musica mundana (Weltenmusik)**

**Ovid: Metamorphoses 15: Die Lehren des Pythagoras**

**Raffael: Philosophenschule von Athen (Pythagoras) \* Labyrinth in Chartres**

**Rheingold-Travestie \* Tannhäuser-Roman \* Parsifal-Kommentar**

**Hat der goldene Schnitt in der musikalischen Harmonik eine Funktion?**

**Zeitstruktur des Universums und Senfkornvergleich**

**Musikstücke \* Lyrik \* domum/ Index \* emaille?!**

~ ~ ~ ~ ~

**Partiturseiten aus Richard Wagners Tristan (Isoldes Liebestod, Schluß):**

**in dem wogenden Schwall, in dem tönenden Schall, in des**

**Weltatems wehendem All**

**ertrinken, versinken, unbewußt,**

**höchste Lust**

*Hans Zimmermann, Görlitz 1998*

# Musik

*ist empfundene,*

*verzeitlichte,*

**hörbare Mathematik**

*- zum Problem der Ableitung von Subdominante und Mollskala aus der Obertonreihe*

In welchen Dimensionen erlebt sich Musik?

Wissen wir, was Musik ist?

Vielleicht die Ordnung und ordnende Überformung von Schwingungen, von periodischen Spannungsausgleich im Spektrum der Klänge und Metren?

Denn zunächst sind Töne Schwingungen, bei denen immer die Vielfachen der jeweiligen Frequenzen mitschwingen, also deren Doppeltes, Dreifaches usw. Und interessanterweise sind eben dies die grundlegenden Intervallverhältnisse, in denen sich unsere Leitern und Harmonien ordnen: Die Zweierpotenzen - das Zweifache, Vierfache, Achtfache usw. der Frequenz des zugrundegelegten Tons - klingen als Oktavierungen; in den Dreierpotenzen ist der Quintenzirkel angelegt; die Dreierreihe - dritter, sechster, neunter usw. Teilton - wiederholt das ganze System der Teiltonreihe in der oberen Quinte, also in der Dominante des zugrundegelegten Tons, der schon selbst in den ersten sechs Teiltönen einen sauberen und stabil geschichteten tonikalen Dreiklang entfaltet, dessen Grundton dreimal - erster, zweiter, vierter Teilton - und dessen Quint zweimal - dritter und sechster Teilton - vorkommt; die Terz dieses Durdreiklangs wird durch den fünften Teilton beigebracht; der vierte und fünfte Oktavraum über dem Ausgangston gibt reichliches Ableitungsmaterial für verschiedene siebenstufige Skalen und die chromatische Leiter.

Die Verhältnisse erscheinender Töne zueinander können selbst wiederum dem Prinzip kleinster gemeinsamer Nenner ihrer Frequenzen folgen und dabei ihre "Atomhüllen", ihre mitschwingenden Teiltöne, zur Deckung bringen. Harmonien erscheinen wie molekulare Verbindungen. Welch eine Chemie tut sich da auf!

Klänge, Schwingungsverhältnisse interferierend in kleinsten gemeinsamen Nennern, in Harmonien akustisch transparent, so wie Kristalle makroskopisch ihre Atomgitter repräsentieren; dann die niedrigeren Frequenzen unterhalb des tonalen Spektrums, etwa in der Bandbreite unserer Herzschläge, Schritte und sprachlich artikulierten Silben, die Metren verdichtet zu rhythmischer Gestalt; schließlich die Periodik strophischer und noch weiter gespannter Gliederung; - aber ist damit schon das Reizvolle gelungener Melodien erklärt? Oder braucht es dazu nicht zumindest den Schritt von der anorganischen zu einer Art organischen

HANS  
ZIMMERMANN  
1998

## **Chemie des fließend-offenen dynamischen Klangspannungs-Ausgleichs?**

Das Kulturphänomen der "tönenden Form" hat an der Teiltonreihe eine Naturseite von solch physikalisch-mathematischer Grundsätzlichkeit, daß der staunende Analytiker die menschliche Tätigkeit leicht vergißt, die diese Naturgesetzmäßigkeiten nutzt und zu einer neuen, der Sinnenwelt nicht physikalisch vorgegebenen Welt aufschließt.

Interessanterweise geschieht dieses Aufschlüsseln schon im Sinn des Analytikers, überhaupt bei jedem Musikhörenden, wie noch zu zeigen ist.

Man vergleiche, wie die Stoffwechsel- und Nahrungskreisläufe und vor allem die raffinierten Selbstentfaltungen und Reproduktionen der Organismen die chemisch-elektrische Spannung der Atomhüllen in ihrer Molekülsprache nutzen und den zweiten Hauptsatz der Thermodynamik, daß alles im Chaos zu stranden strebe, mit klügeren Prinzipien überformen. Leben bahnt sich seine Wege durch Totes, Sterben ist als mitwirkende, ja notwendige Ursache dem organischen Gesamtsystem der Organismen immanent. Das fließende Ungleichgewicht nimmersatter Lebensgier dreht sich durch die befriedigende Auflösung ins unbeschreiblich-All-Eine, und dieses wiederum erfährt sich durch jenes Werden als dessen Identitätsachse und Erfüllung.

Ähnliches, nur auf anderer Ebene, scheint sich in "der Musik" zu vollziehen. Zwar nicht mit der Erfahrung geologischer Zeiträume (aber man beachte den großen Sphärenakkord der Planeten), also noch nicht so vielschichtig überarbeitet, verselbständigt und konzentriert wie das sich fortpflanzende Leben - oder welche Engel, welche Musen mögen bereits in der Organik der Harmonien-Chemie ihre singenden Schwingen öffnen und ihre apollinische Nervenharfe stimmen? -, aber für uns Menschen zumindest ist die musikalische Struktur der Organisation der ebenfalls recht jungen Sprachen vergleichbar, von denen wir auch nicht wissen, wie sie entstanden sind.

Sprachen basieren auf Klängen hinsichtlich deren Artikulierbarkeit in Silben; diese wiederum sind nach grammatisch-syntaktischen Regeln durchformt, in deren Gesetzmäßigkeit dann gedachte Inhalte zum Ausdruck gebracht und mitgeteilt werden können.

Sofern Tönen eine Art der Mitteilung an Wesen ist, die Ohren haben zu hören, hat Musik mit den Sprachen gemeinsam, die sich mitteilende Form zu sein. Nur, daß sich bei Sprachen eine intentionale Inhaltsebene über die der grammatischen Form lagert bzw. die Kongruenz der Syntax mit der logischen Form des Gedankens zur allgemeinen Verständlichung innerhalb der Sprachgemeinschaft nutzt. Und das bedeutet, daß die geformten Klänge der sprachlichen Sätze anderes meinen und mitteilen, während sie in der Musik sich selbst darreichen, eine ihnen immanente Ordnung ausfalten. Doch was ist dieses Innenleben der sich selbst offenbarenden Klangwelt? Und welche lebendigen Kräfte falten die dem akustischen Material innewohnende Form aus?

Das innere Wesen der Schwingungen ist, so möchten wir vermuten - die Zeit.

Aber was ist Zeit?

Eben durch "Musik" wird Zeit offenbar als Feld, Dimension ihrer Gestaltung, ihrer Erwartungs- und Erfüllungs-Spannungen und -Lösungen; insofern Musik per se offenbart, was "Zeit" ist, bekommt sie einen kosmisch-umgreifenden Charakter. In dem Sinne setzen wir zunächst eine phänomenologisch-metaphysische Erörterung der "Zeit" der weiteren Untersuchung voraus.

Jeder wache Mensch ist - jetzt: Bewußtsein im immerwährenden Nun. Zugleich ist Inhalt seines Bewußtseins etwas, das in Vergangenheitsrichtung den Keimpunkt des immer gegenwärtigen Jetzt verläßt, durchaus individuell im Schriftzug seines tätigen und erfahrenen Lebens, seiner Biographie, aber wiederum lesbar dem nachschreibenden Verstand. Gegenwärtiges Bewußtsein richtet sich dabei immer auf Vergangenheit, auch dann, wenn es durch die bewußten Inhalte nur hindurchgeht, um deren logischen Zusammenhang mitformend oder nachformend zu verstehen, wo es also durch das Vergangene hindurch sich eigentlich auf sich selbst richtet, auf die sinnstiftende Einheit seines Begreifens.

In dieser Weise liegt Zeit allen Weltinhalten zugrunde, allen Erfahrungen, Vorstellungen und

Imaginationen noch bis an den feinsten Quellpunkt der Inspiration im Jetzt heran. In ihr sind die Inhalte als Erinnerung bewahrt.

Sobald die zeitliche Matrix alles Erfahrenen selbst in Augenschein genommen wird, zeigt sich diese Erinnerungsqualität, diese Bewußtseinsimmanenz aller vergangenen Ereignisse, denn wo sonst sollen sie ihre Wirklichkeit bewahren, wo nur das Jetzt als unleugbare Wirklichkeit gegenwärtig ist? Und doch begreifen wir nur Vergangenes als "wirklich", während das Ich sich selbst nicht als Inhalt faßt, wie das Auge nicht sich selbst sieht.

Das heißt, Zeit ist die Dimension der Selbsterinnerung, Selbstidentifikation aller inhaltlichen Welt in einem jeden Bewußtsein. Zeit ist das Sichbewußtwerden aller Dinge, aller Wesen. Das Selbstverhältnis einer jeden Bewußtseinswelt, Wandlung ihrer Tätigkeit in Erfahrung.

Und wie inneres Sprechen und Verstehen im Denken die Form mit sich selbst verständigen läßt, geschieht dies auch im inneren Singen und Hören. Schon hier zeigt sich eine Ordnung oder ordnende Intelligenz, die auf Instrumente ihrer Versinnlichung nicht angewiesen zu sein scheint. "Empfundene Mathematik", sagt unsere Tradition und meint damit das harmonisch transparente Schwingungsspiel in der Bewußtseinsmatrix aller Erfahrung.

Folglich wäre Musik Geist. Und es ist ein altes Motiv, daß die Erfinder tönender Formen Menschenseelen dem Weg alles Vergänglichen zu entreißen vermögen, solange sie furchtlos vorwärtsschreiten und nicht in der rückblickenden Erinnerung der Vergangenheit verfallen. Oder warum konnte Orpheus zwar das Herz der Todesgötter menschlich rühren, so daß sie sich überwunden gaben, seine Geliebte aber nur bis an den Rand der Unterwelt hinaufführen?

Oder meint dies, daß die Analyse sich verbiete, weil gerade sie es ist, die auf Ereignisse, Phänomene, auf zu Vergangenheiten geschichtete Ausscheidungen des Lebens zurückschaut? Oder zeigt der Mythos nicht vielmehr, wie wir uns immer im Rahmen des toten Verstandesreiches bewegen, selbst dann, wenn wir einem Orpheus folgen? Die Analyse kann doch die Musikschöpfung nicht ersetzen oder per se hervorbringen.

Aber all das ist eine Sache der Ausführung. Wer weiß - am Ende zeigt sich ein wenig mehr vom erzeugenden Akt der tönenden und sich hörend vernehmenden Form? Oder aber, wenn nicht, warum dann nicht? Das bliebe begründungsbedürftig. Wir sollten uns nicht hier schon durch Vorbegriffe das Begreifen verstellen.

Wir kehren also zu unserer Frage zurück:

Wodurch wird es möglich, daß schon im Hören das Kristallin der harmonikal vernetzten Tonmoleküle aufgeschlossen wird?

Nein, schärfer gefaßt: Was macht es notwendig, schon im Hören, ja schon im inneren Hören, das aller äußeren Musikrezeption zugrundeliegt, die Mathematik und Chemie der Teilton-Verhältnisse im Sinne einer neuen Ordnung aufzuarbeiten?

Der Sachverhalt, so lautet die erste Antwort, daß die Intervalle und die konsonante Schachtelung der Teiltonreihe nur gewissermaßen eine Hälfte der harmonischen Ordnung darbieten. Wesentliches fehlt, nämlich die ganze funktionale Seite der Gegenspannung zum selbstgenügsamen Spiel des ewigen tonikalen Durdreiklangs mit seiner eingelagerten Dominante: Wir müssen zugeben, daß wir die Subdominante zum gegebenen Ausgangston nicht aus seiner natürlichen Teiltonreihe unmittelbar ableiten können. Zum zweiten, daß wir keine unmittelbare Ableitung des Moll-Tongeschlechts in ihr finden bzw. des tonikalen Moll-Dreiklangs, der gut der Hälfte aller möglichen Skalen zugrundeliegt.

Denn wir müssen deutlich unterscheiden zwischen natürlicher Gegebenheit und schematischer Ableitung. Das heißt, daß wir zwar am abstrahierten Schema Ableitungen in mittelbarer Weise vornehmen können, daß diese aktiven Vorgehensweisen jedoch der unmittelbaren Gegebenheit nicht unterstellt werden dürfen. Vielmehr ist eben dies genau zu beachten: Was vollziehen wir, wenn wir mittelbare - ja eben nur über rechtfertigte Einzelschritte vermittelte - Ableitungen der Subdominante, des Quartenzirkels, des Molldreiklangs vornehmen? Diese drei Dinge hängen durchaus so zusammen, wie Dominante, Quintenzirkel und Dur-Tonikalität in der Teiltonreihe.

Das wird sofort deutlich, wenn wir den scheinbar einfachsten Ableitungsweg benennen: Die Spiegelung der Teiltonreihe an ihrem Ausgangston.

Denn unbestreitbar erscheint dann die Subdominante als die Spiegelung der Dominante am tonikalen Grundton; der Quartenzirkel als Umkehr des Quintenzirkels, einfach: als dessen andere Kreisrichtung; der Molldreiklang - wenn auch merkwürdigerweise subdominantisch - als die Spiegelfigur des tonikalen - nicht des dominantischen! - Durdreiklangs.

Man nehme etwa das Beispiel des Ausgangstones c. Die Reihe der potentiell mitschwingenden Teiltöne ist dann:

|                         |                |                |                |                      |                |                      |                |                |                |                   |                |                  |                 |                |                |         |
|-------------------------|----------------|----------------|----------------|----------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|----------------|------------------|-----------------|----------------|----------------|---------|
| 1.                      | 2.             | 3.             | 4.             | 5.                   | 6.             | 7.                   | 8.             | 9.             | 10.            | 11.               | 12.            | 13.              | 14.             | 15.            | 16.            | Teilton |
| c                       | c <sup>1</sup> | g <sup>1</sup> | c <sup>2</sup> | e <sup>2</sup>       | g <sup>2</sup> | -b <sup>2</sup>      | c <sup>3</sup> | d <sup>3</sup> | e <sup>3</sup> | -fis <sup>3</sup> | g <sup>3</sup> | +as <sup>3</sup> | -b <sup>3</sup> | h <sup>3</sup> | c <sup>4</sup> |         |
| 1. - 2.                 |                | - 3.           |                | - 4. Oktave aufwärts |                |                      |                |                |                |                   |                |                  |                 |                |                |         |
| - Tonika-Durdreiklang - |                |                |                |                      |                | - "Lydische" Skala - |                |                |                |                   |                |                  |                 |                |                |         |

Die schematische Spiegelung dieser Reihe ergibt:

|                           |    |                |                |                     |                |                      |                |                |                 |                   |                |                 |                 |                  |                |
|---------------------------|----|----------------|----------------|---------------------|----------------|----------------------|----------------|----------------|-----------------|-------------------|----------------|-----------------|-----------------|------------------|----------------|
| 1.                        | 2. | 3.             | 4.             | 5.                  | 6.             | 7.                   | 8.             | 9.             | 10.             | 11.               | 12.            | 13.             | 14.             | 15.              | 16.            |
| c                         | C  | F <sub>1</sub> | C <sub>2</sub> | As <sub>3</sub>     | F <sub>3</sub> | +D <sub>3</sub>      | C <sub>3</sub> | B <sub>4</sub> | As <sub>4</sub> | +Ges <sub>4</sub> | F <sub>4</sub> | -E <sub>4</sub> | +D <sub>4</sub> | Des <sub>4</sub> | C <sub>5</sub> |
| 1. - 2.                   |    | - 3.           |                | - 4. Oktave abwärts |                |                      |                |                |                 |                   |                |                 |                 |                  |                |
| - Subdom.-Molldreiklang - |    |                |                |                     |                | - "Phrygische" Skala |                |                |                 |                   |                |                 |                 |                  |                |

Nun könnten wir uns darüber freuen, daß sich hier zusätzlich noch ein schwerlastiges phrygisches oder gar hypolydisches Moll anbahnt (11., auch 15. Teiltonspiegelung), während die entsprechende vierte Oktave des (natürlichen) Teiltonreihenausschnitts die angelegte Durtonalität mit Erhöhung der Quartstufe ins Lydische "übertreibt" (gleichfalls 11. Teilton) und jede Subdominantik peinlich vermeidet.

Aber diese Ableitung ist nichts als eine schematische Spiegelung, kommt in der Natur nicht vor - und bildet gleichwohl die Grundlage unseres gesamten tonalen Systems, über die Symmetrie der Kadenz weit hinaus.

Andrerseits ist ihr argumentativer Wert zur Lösung gleich dreier Ableitungsprobleme auf einen Schlag so bestechend, daß nichts uns dazu bewegen könnte, wieder zur allseits beliebten Erklärung des Moll-Dreiklangs als eines in der Terz ein wenig "getrübten" Dur-Dreiklangs zurückzukehren. Und woher nāme die Tendenz zur Trübung ihre Kraft und Ursache? Selbst diese "Erklärung" ist begründungsblind.

Nur ist in weit stärkerem Maße diese Begründungsblindheit auch der Mangel unserer unmittelbaren Teiltonreihen-Spiegelung. Deren Schematismus kann nicht auf gleicher Ebene liegen wie das Faktum der mitschwingenden Frequenz-Vielfachen, der sogenannten Obertöne. Diese scheinbare "Untertonreihe" ist zunächst einmal bloß hypothetisch, und träfe sie auch mehr als die genannten drei "Fliegen" auf einen Streich.

Da Subdominantik, Quartenzirkel und Moll-Tonalität nicht Erfindungen der Musiktheoretiker, sondern zumindest im neuzeitlichen Abendland und allen folgenden Nachtländern eine funktional unentbehrliche Hälfte des faktisch genutzten harmonischen Systems sind, suchen wir also etwas, das aus der bloß schematischen Spiegelung eine faktische macht.

Auf jeden Fall wird diese Spiegelung wirklich vollzogen, nur eben nicht von der Natur allein in ihren schwingenden Materien, sondern im Hörer, besonders auch im innerlich singenden Hörer, dem Verwirklichungsorgan der Musik "im Geist und in der Wahrheit". Es ist ein deutender Akt, ein umdeutender Vollzug seitens desjenigen, der harmonische Verhältnisse zu verstehen sucht.

Und das heißt: Diese großangelegte Spiegelung ist nicht so simultan gegeben und gegenwärtig

wie der stabile Durdreiklang der Teiltonreihe und dessen Auffüllung mit der immanenten Dominante - jeder dritte Teilton - und der "lydischen" Skala im vierten Oktavfeld. Sie wird Schritt für Schritt in einem Akt von Umdenken, Uminterpretieren, Basiswechseln vollzogen.

Also, um mit dem ersten potentiellen Schritt dieser Art anzufangen: der Ausgangston wird als zweiter Teilton einer tieferliegenden Reihe aufgefaßt. Das bringt scheinbar nicht viel, in Wirklichkeit erklärt es aber die große Bedeutung der einfachen Quinte, eben nicht Duodezime, also die praktikable Einpassung dieser Dominantengrundlage und tonikalen Dreiklangsumrahmung in den grundtonnahen Oktavraum, wie auch alle weiteren Oktavtranspositionen, etwa der skalar anmutenden Sekundintervalle der Teiltonreihe, hinab in die Nachbarschaft des Grundtons. Nun gut, wir wollen es nicht hier schon komplizieren.

Der nächste Schritt ist in all seiner Schlichtheit bedeutsamer: Umdeutung des Ausgangstons zum dritten Teilton bzw. harmonisch vereinfacht (oktaviert) zur Quinte eines tiefergelegenen, also zum Basiston der Subdominante.

Wesentlich ist zunächst, daß diese nach der Quinte zum Grundton wichtigste funktionale Stufe an den unteren Oktavenstockwerken der Teiltonreihe nicht teilhat, durch das interpretierende Umhören der vormaligen Tonika in die Dominante eines ideellen Basistons allerdings lokalisiert wird und in Funktion tritt. Daß dies tatsächlich ein epochenbildender Hürdensprung ist, zeigt der Sachverhalt, daß nur die abendländische Musik und die von ihr beeinflussten Musikkulturen die Subdominante harmonisch nutzen. Man vergleiche besonders die indische Musik, die bei aller melodischen Reichhaltigkeit zum einen keine Modulationen kennt, in denen ja solche Basistonwechsel notwendig wären, zum andern den Grundton mit der Tanbura immer durchtönen läßt, in der Regel mit dem dominantischen Bordun - eine deutliche Teiltonreihen-Fixierung, die allerdings von der Skalen- und Melodieführung der Ragas spannungsreich kontrapunktiert wird. Die melodieimmanente Harmonik versucht also die Naturlastigkeit des ewigen Borduns und des bekannten breiten, obertonüberreichen Klangbildes nach allen Regeln der Kunst auszugleichen.

Ähnliche Tendenzen sind im Blues bestimmend, sofern er tonikal fixiert ist. Ansonsten, in der strophischen Schematik und in den Klauseln, nutzt er allerdings die Rameausche Kadenz weidlich aus, wobei die Subdominante in der Regel auf der "dorischen" Blues-Skala nach Dur klingt.

Die Funktion der Oktavierung für das "Zusammenschieben" der weiten Intervalle und die Nutzung der Sekundschritte in der harmonischen Begründung der Skalen, nun mit der Umdeutung des Ausgangstons zum vierten Teilton einer ideellen Basis wieder wirksam, wurde bereits erläutert.

Für die Dreiklangsbildung ist dann noch die Ableitung der Terz aus dem fünften Teilton von Interesse, das heißt für unseren spiegelnden Modulationsschritt: Der Ausgangston wird als Durdreiklangs-Terz aufgefaßt, so daß nun der Grundton der unteren großen Medianten "beigehört" wird, die zwischen dem fünften Teilton - unserem Ausgangston - und der entsprechenden Basis auch zur Gänze als Dur-Dreiklang entwickelt ist. Und zwar erscheint diese wesentlich deutlicher und in der Ableitung schlichter, als die obere große Medianten, die wir, angeregt durch diesen Fund, nun in der naturalen Teiltonreihe aufsuchen: Dort ist sie durch die Vielfachen des fünften Teiltönen eingelagert, versinkt allerdings im chromatischen Cluster der höheren Oktavbereiche und deren Unscheinbarkeit, ganz anders als die ungestörte Fülle der unteren großen Medianten im Funktionswechsel des Ausgangstones. Das eigentlichere Entsprechungsbild in der Teiltonreihe "oben" ist die große Terz vom 5. auf den 4. Teilton, so wie das Entsprechungsintervall für die Umdeutung der Tonika in eine Subdominante die Quart vom 4. zurück auf den 3. Teilton darstellt. Nur eben mit dem Unterschied zu deren simultaner Präsenz im tonikalen Durdreiklang, daß sie als eigenständige Schritte aus dem tonikalen Gefüge isoliert werden müssen, um funktional gewendet und sogar mit Bezug auf ihren Grundton moduliert zu werden: Wir könnten also überhaupt, statt den Ausgangston festzuhalten, genauso gut einen seiner wesentlichen ersten Teiltöne fixieren und kämen zu dem gleichen Ergebnis.

Mit Umdeutung des Ausgangstons zu einer Dreiklangsquinte wird wieder die subdominantische Basis erreicht. Aber wie läßt sich damit der Molldreiklang ableiten, der bei der schematischen Spiegelung der gesamten Teiltonreihe so deutlich präsent war, in der schrittweisen, Schritt für

In der Tat ist der Weg wieder frei, der durch das Phantom eines subdominantischen Molldreiklangs in der "Untertonreihe" verstellt war. Wir sind davon entlastet, die Spiegelung der Teiltonreihe in der gleichen Absolutheit bzw. in gleichgewichtiger Symmetrie zu deren harmonischem Kristallin festzuhalten. Sobald einmal die Möglichkeit der modulierenden Umwendung der fundamentalen Teiltonintervalle freisteht, dürfen wir uns induktiv am Gegebenen orientieren: Welche Molldreiklänge sind uns vielleicht schon mit der Teiltonreihe selbst ermöglicht? Es ist ja nicht notwendig, deren Basis auf den "ersten Teilton" festzulegen; ganz im Gegenteil haben wir in diesem Verfahren ja die Basistöne aus der funktionalen Wertigkeit erst rückwirkend "erschlossen".

10

9

8

7

6

5

4

3

2

1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

11

12

13

14

15

16

17

18

19

20

21

22

23

24

25

26

27

28

29

30

31

32

33

34

35

36

37

38

39

40

41

42

43

44

45

46

47

48

49

50

51

52

53

54

55

56

57

58

59

60

61

62

63

64

65

66

67

68

69

70

71

72

73

74

75

76

77

78

79

80

81

82

83

84

85

86

87

88

89

90

91

92

93

94

95

96

97

98

99

100

|    |    |     |    |    |    |     |    |    |    |       |    |       |     |    |    |      |    |      |    |
|----|----|-----|----|----|----|-----|----|----|----|-------|----|-------|-----|----|----|------|----|------|----|
|    |    |     |    |    |    |     |    | e3 |    |       |    |       |     |    |    |      |    |      | e4 |
|    |    |     |    |    |    |     | d3 |    |    |       |    |       |     |    |    |      |    | d4   |    |
|    |    |     |    |    | c3 |     |    |    |    |       |    |       |     | c4 |    |      |    |      |    |
|    |    | -b2 |    |    |    |     |    |    |    |       |    |       | -b3 |    |    |      |    |      |    |
|    |    |     | g2 |    |    |     |    |    |    | g3    |    |       |     |    |    |      |    | d4   |    |
|    |    |     |    | e2 |    |     |    | e3 |    |       |    |       |     | h3 |    |      |    |      | e4 |
|    |    | c2  |    |    |    |     | c3 |    |    | g3    |    |       |     | c4 |    |      |    |      | e4 |
|    | g1 |     |    |    | g2 |     |    | d3 |    | g3    |    |       |     | h3 |    |      |    | d4   |    |
| c1 | c2 |     |    | g2 |    | c3  |    | e3 |    | g3    |    |       | -b3 | c4 |    |      |    | d4   | e4 |
| c  | c1 | a1  | c2 | e2 | a2 | -b2 | c3 | d3 | e3 | -fis3 | a3 | +ais3 | -b3 | h3 | c4 | cis4 | d4 | dis4 | e4 |

|             |  |  |  |  |  |  |     |  |    |  |    |    |  |    |  |      |    |      |     |     |      |     |      |     |     |    |
|-------------|--|--|--|--|--|--|-----|--|----|--|----|----|--|----|--|------|----|------|-----|-----|------|-----|------|-----|-----|----|
| 1. Teilton: |  |  |  |  |  |  | c   |  |    |  |    | c1 |  |    |  | g1   |    |      | c2  |     |      |     |      |     |     |    |
| 2. Teilton: |  |  |  |  |  |  | C   |  |    |  |    | c  |  | g  |  |      | e1 | g1   | -b1 | c2  |      |     |      |     |     |    |
| 3. Tl.:     |  |  |  |  |  |  | F1  |  | F  |  |    | c  |  | f  |  | a    | c1 | -es1 | f1  | g1  | a1   | -h1 | c2   |     |     |    |
| 4. Tl.:     |  |  |  |  |  |  | C1  |  | C  |  | G  | c  |  | e  |  | g    | -b | c1   | d1  | e1  | -fis | g1  | +as1 | -b1 | h1  | c2 |
| 5. Tl.: As2 |  |  |  |  |  |  | As1 |  | Es |  | As | c  |  | es |  | -ges | as | b    | c1  | -d1 | es1  | -f1 | ges  | g1  | as1 |    |

[illegible]

**Besonders ergiebig ist die schrittweise Umdeutung des ursprünglich fünften Teiltons (e2) zu einem ersten, zweiten usw. bis hinab zum fünften Teilton des ursprünglichen Ausgangston (c): Deutlich erscheint - in nur schematischer Simultaneität der realiter nichtsimultanen Reihen! - die saubere Ableitung des oberen Tetrachords der Durtonleiter auf dem Ausgangston (c) sowie der tonikaparallele Molldreiklang:**

|             |   |  |    |    |    |    |      |    |     |     |      |    |       |     |      |     |    |
|-------------|---|--|----|----|----|----|------|----|-----|-----|------|----|-------|-----|------|-----|----|
| 1. Teilton: |   |  |    | e2 |    |    | e3   |    |     |     |      |    |       |     | h3   |     |    |
| 2. Teilton: |   |  | e1 |    | e2 |    | h2   | e3 |     |     | gis3 |    |       |     | h3   |     |    |
| 3. Tt.:     | a |  |    | a1 | e2 | a2 | cis3 | e3 |     | -g3 |      | a3 |       |     | h3   |     |    |
| 4. Tt.:     | e |  | e1 |    | h1 | e2 | gis2 | h2 | -d3 | e3  | fis3 |    | gis3  | -b3 | h3   |     |    |
| 5. Tt.:     | c |  | c1 |    | g1 | c2 | e2   | g2 | -b2 | c3  | d3   | e3 | -fis3 | g3  | gis3 | -b3 | h3 |

c e a c1 e1 - Molldreiklang

c1 e1 g1 a1 h1 c2 - Oberer Tetrachord

e2 gis2 h2 - Obere große Mediant

Innerhalb der ursprünglichen Teiltonreihe findet sich tatsächlich ein Molldreiklang im Verhältnis der zehnfachen zur zwölffachen und zur fünfzehnfachen Frequenz des Ausgangstones; das sind die oktavierten Töne der oberen Medianten in Moll, also die parallele Mollltonart zur Dominante, wenn man das traditionelle Funktionen-Schema zugrundelegt. Dies wäre also naturaliter die eigentliche Parallele zum tonikalen Grundakkord der Reihe, ihr immanent wie schon die Dominante selbst und die ins Lydische gekrümmte Dur-Skala eben des vierten Oktavabschnitts, in dem sich auch die drei Teiltöne unseres Dreiklangs suchen lassen. Der Mollakkord auf der unteren kleinen Medianten, den man als Parallele zu bezeichnen pflegt, ist hingegen nicht unmittelbar abzuleiten; er ergibt sich erst aufgrund einer modulierenden Umdeutung des Ausgangstones zum dritten Teilton, wie gehabt, also mit der Funktionalisierung des tonikalen Grundakkordes zur Dominante der nächsttieferen Quinte.

Aber wir sollten uns vor Induktionen, die sich in Unscheinbarkeiten verlieren, ebenso hüten wie vor einer begründungsblinden schematischen Deduktion der "Untertonreihe". Natürlich ließen sich Myriaden virtueller Welten aus dem fast schon kontinuierlichen Tonspektrum des fünften, sechsten, siebten usw. Oktavbereiches der Teiltonreihe ableiten. Darum geht es hier nicht; vielmehr zeigen wir mit der Notwendigkeit zur schrittweisen funktionalen Deutung jeder einzelnen Stufe ein Prinzip auf, das der simplen naturalen Gegebenheit des tonikalen Kristallgefüges nicht nur entgegensteht, sondern aus dessen inneren Symmetrien neue Grundmuster hervorspiegelt.

Dabei hat die Musikentwicklung der Neuzeit an diesem selbst schon ziemlich geistvollen "mathematischen" Naturstoff insofern großartige Arbeit geleistet, als sie mit den hin- und herdeutenden Wechselbezügen auch die grundlegende Vereinfachung gefunden hat, die das System der Schwingungsordnung zu neuen Dimensionen musikalischen Lebens aufgeschlossen hat: Die Temperierung der Intervalle, durch die erst kreisläufige Modulationen und konsequente Skalierungen in allen harmonischen Richtungen eröffnet worden sind.

Denn in der Tat begnügt sich das Hören mit Annäherungen des gegebenen Erscheinungsmaterials an die logischen und mathematischen Ordnungen seines Begreifens und seiner deutenden Erwartung, sonst wären Verzerrungen, das Verziehen von Tönen, die sprachanaloge Gestaltung des einzelnen Klangbildes, Vibrato und Glissando in An- und Absprache sowie vor allem das verstehende "Zurechthören" all dessen, was menschliche Stimmen hervorsingen, nicht möglich.

In welchen Dimensionen also erlebt sich Musik?

Erscheinend in den drei Raumdimensionen, in denen sie sich kugelförmig in Schalen von Verdichtung und Verdünnung ausbreitet, hat sie ihre innere Differenzierung und ihren qualitativen Reichtum zunächst in der Zeit als der eigentlichen Matrix aller periodischen Vorgänge, aller Schwingungen und deren wiederum mehr oder weniger periodischen Ordnungen und lebendiger Ordnung der Ordnungen.

Darin dem Licht verwandt und in manchen Hinsichten komplementär - das uns in der

Außenwelt die Oberflächen und äußerlichen Gestalten der Gegenstände mitteilt, in der Innenwelt des Bewußtseins aber gerade die logische Ordnung ihrer Beziehungen erhellt und erkenntnistiftend ausleuchtet - offenbart die akustische Sphäre im Medium der räumlich-äußerlichen Dinge eher deren substantiellen Materialcharakter, zeigt Geschehnisse, Bewegungen und Tätigkeiten in kennzeichnender Weise an; in der Binnenwelt unseres Bewußtseins lebt sie dagegen als Basis von Sprache und Musik wie ein Empfindungsgewoge, bleibt inneres Sprechen und Singen, offenbart die Ozeane der Seele, deren geistige Durchdringung eher das Licht des Bewußtseins leistet. Aber die inneren Gesetzmäßigkeiten der Schwingungswelt sind der inspirierenden Quelle näher, trennen auch nicht so zwischen gestalteten Oberflächen außen und logischen Vergleichen innen, sondern lassen uns in immerwährender Keimung, in unerschöpflicher Geburt der Zeit aus dem ewigen Jetzt am nimmerendenden Vorgang der Welterschöpfung teilhaben. Innerlich-äußerlich singen wir mit. Und unsere deutende Erwartung hat wesentlichen Anteil daran.

*Erweiterung dieser Thematik:*

Hat der goldene Schnitt in der musikalischen Harmonik eine Funktion?

Anhang

zum (scheinbaren) großen Sekundschritt vom 13. zum 14. Teilton im obigen Beispiel - also einer scheinbaren Vergrößerung, nachdem doch vom 12. zum 13. Teilton schon eine kleine Sekunde angesetzt war.

Beim Ausgangston C ist der 12. Teilton ein G (ich nehme hier keine Rücksicht auf die vierte Oktave nach oben, es geht nur um den kleinräumigen Vergleich der Verhältnisse zwischen diesen Tönen), der 16. ist ein C, innerhalb dieser Quart liegen der 13., 14. und 15. Teilton. Der 15. hat viele Teiler, ist also harmonisch gut einzuordnen als Terz der Dominante bzw. (in völlig verschiedener Funktion, aber das ist ja gerade die Tür zur Tonartenmodulation der abendländischen Musik) als Dominantengrundton der oberen großen Medianten (der großen Terz, des E), und in der Leittonfunktion von H zu C ist das auch eine recht repräsentative kleine Sekunde, in der temperierten Stimmung allerdings ist der Schritt von H zu C etwas kleiner. Rückwärts weiter: der 14. Teilton ist Oktavierung des 7. Teiltönen (- müßte Lieblingsteilton von Anthroposophen sein...?-), der zwischen A und B liegt, etwas näher an B allerdings, deshalb -B (minus B); der 13. Teilton (hohe Primzahl, deshalb nicht gerade ein "Schlüsselton" harmonischer Wechselbäumchen) liegt etwa bei As, aber wohl etwas höher, so daß zwischen G und +As, +As und -B, -B und H, H und C vier verschiedene Sekundschritte gereiht sind, die sich immer weiter verkleinern und erst mit H zu C, dann weiter C zu Cis und Cis zu D eine relativ saubere kleine Sekunde nahe der temperierten kleinen Sekunde erreichen. Dabei ist G zu +As natürlich eine Spur größer als +As zu -B, aber doch in beiden Fällen eher eine kleine als eine große Sekunde: das Minus und das Plus "macht's".

Das ist dem Phänomen der "verminderten Terz" vergleichbar, z.B. Cis zu Es, (etwa in dem berühmten pochenden Teilmotiv zwischen erstem und zweitem Sonatenhauptsatz-Motiv aus Beethovens Violinkonzert, erster Satz), die nur äußerlich wie eine große Sekunde aussieht, - allerdings ist letzteres eine notwendige Leistung der hörenden Deutung, während es bei der Teiltonreihe um kristalline naturale Verhältnisse handelt, deren Deutung und Umdeutung (und dazwischen auch: Temperierung) wie hier beschrieben erst die harmonischen Verhältnisse bildet. Auf der Grundlage einer C-Dur-Skala hören wir die Quint (G) als Dominantengrundton, die Septime (H) als Leitton, - die dazwischen liegenden Schritte (13. und 14. Teilton) hören wir uns zurecht als As und B, den einen leicht erhöht, den anderen deutlich hinabgedrückt (wie schon dessen tiefere Oktave, den 7. Teilton).

Interessant, wie gerade in den verschiedenen Moll-Skalen der abendländischen Harmonik ("natürliches, harmonisches und melodisches Moll") dieser Quartensraum einer gewissen Beliebtheit und Verfügbarkeit ausgeliefert scheint. Das zeigt gerade an, wie wenig die natürlichen Feinheiten höherer Primzahlen von unserer harmonischen Orientierung an den kleinsten (und eben nur den kleinsten) natürlichen Zahlen innerlich "verstanden" werden. Die Temperierung hat die (vom 10. bis zum 22. Teilton) gut 12 (!) geringfügig verschiedenen "kleinen Sekunden" zu einer einzigen gleichgeschaltet, die wohl der Leittonwirkung (15. zu 16.) oder der neapolitanischen Gleittonwirkung (17. zu 16.) am ehesten entsprechen könnte. Das Genaue überlasse ich hier den Thermometern (oder wer sonst mißt die Grade der Temperatur?)...

*Hans Zimmermann, November 2000*

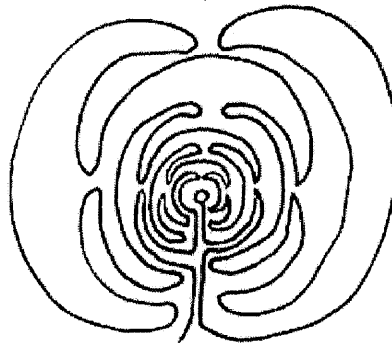
**Meinungsaustausch, Gegenargumente - emaille!**

~ ~ ~ ~ ~

**Hat der goldene Schnitt in der musikalischen Harmonik eine Funktion?****Notenbeispiele aus dem Tristan (Isoldes Liebestod, Schluß):****in dem wogenden Schwall, in dem tönenden Schall, in des****Weltatems wehendem All****ertrinken, versinken, unbewußt,****höchste Lust**

~ ~ ~ ~ ~

~ ~ ~ ~ ~

**Goldener Schnitt: Mathematik \* Mathematik der Pythagoreischen Schule****Orpheus-Musikverzeichnis \* Quintenzirkel (Jordan) \* Was ist eine Melodie?****www.harmonik.de \* Harmonikales System, Hans Kayser****Sphärenklang (Cicero) \* Weltharmonik (Platon) \* So klingen die Planeten****Boethius: De institutione musica: Sphärenharmonie als musica mundana (Weltenmusik)****Ovid: Metamorphoses 15: Die Lehren des Pythagoras****Raffael: Philosophenschule von Athen (Pythagoras) \* Labyrinth in Chartres****Rheingold-Travestie \* Tannhäuser-Roman \* Parsifal-Kommentar****Zeitstruktur des Universums und Senfkornvergleich****Musikstücke \* Lyrik \* domum/ Index \* emaille! Hans Zimmermann****Alle Bildergalerien und Kunstwerke dieser Seiten**

aufgelistet:

**Renaissance; Gotische Glasfenster; Initialen im Book of Kells; Islamische Kunst**

|                                  |                                      |                                   |                                  |
|----------------------------------|--------------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| <b>dom./ index / der Stein</b>   | <b>Philos./ Griech./ Latein</b>      | <b>Genesis / Schatzhöhle</b>      | <b>Sanskrit / Rgveda</b>         |
| <b>Görlitz: Heiliges Grab</b>    | <b>Homer: Odyss./ Dionysos</b>       | <b>Qumran / Apokal./ Psalm</b>    | <b>Chândogya-Upanishad</b>       |
| <b>Tannhäuser / Rheingold</b>    | <b>Hesiod: Venus / Nietzsche</b>     | <b>Mt.-/ Mk.-/ Lk.-/ Joh.-Ev.</b> | <b>Vedânta / Yoga-Sutra</b>      |
| <b>Mandala / philos.Lyrik</b>    | <b>Raffael: Philosophen</b>          | <b>Perlenlied / Senfkorn</b>      | <b>Bhagavad-Gîtâ</b>             |
| <b>Aquarelle / Musikstücke</b>   | <b>Parmenides / Platon</b>           | <b>Boethius / Thomas Aqu.</b>     | <b>Buddha / Lao-tse</b>          |
| <b>Was ist Musik? / Licht?</b>   | <b>Aristoteles: Metaphysik<br/>Λ</b> | <b>Honorius / Petrus Com.</b>     | <b>Qur'ân / liber de causis</b>  |
| <b>Geist? / Sprache? / Zeit?</b> | <b>Cicero: Somn.Scip./ Vergil</b>    | <b>Gervasius: otia imperialia</b> | <b>mittelalterl. Weltkarten</b>  |
| <b>Sphären / Weltenjahr</b>      | <b>Horatius trav./ Metrik</b>        | <b>Parzival / Parsifal: Gral</b>  | <b>Chartres: Fenster, Rosen</b>  |
| <b>Novalis / Schelling</b>       | <b>Ovid: Flora / Pythagoras</b>      | <b>J. Böhme: Morgenröte</b>       | <b>Isenheimer Altar / Ostern</b> |
| <b>R.Steiner: Theosophie</b>     | <b>Phönix / Machandelboom</b>        | <b>Chymische Hochzeit</b>         | <b>Mosaiken Africa Ravenna</b>   |

**Rundbrief - Anmeldung \* die bisherigen Rundbriefe  
emaille?! an den Autor, Übersetzer und Herausgeber dieser Seiten**

*Hans Zimmermann : Musiktheorie : Musik ist empfundene, verzeitlichte, hörbare Mathematik*