

Bousquet, J. La tholos de Delphes et les mathématiques préclidiennes
Bulletin de correspondance hellénique. 1993, 117, p 285-313 C8 numbers

4667 paf
Bousquet, J.
1993

La tholos de Delphes et les mathématiques préeuclidiennes

Jean Bousquet

Bulletin de correspondance hellénique, Année 1993, Volume 117, Numéro 1
p. 285 - 313

[Voir l'article en ligne](#)

La tholos de Marmaria avait pour architecte un Phocidien nommé Théodoros, dont Vitruve rapporte qu'il avait, comme Ictinos pour le Parthénon, écrit un livre sur le monument. Puisque la tholos, quoique très ruinée, est mesurable dans ses détails, on peut supposer le problème résolu et analyser les cotes, réduites en pieds et en dactyles, qui ont servi à l'architecte. On découvre ainsi que la doctrine est celle de l'époque de Platon, vers 380-360, et l'application par l'ingénieur des résultats des mathématiques pures, avec de très faibles écarts dans la traduction des nombres rationnels et irrationnels. L'architecte, qui connaissait sans aucun doute celui du temple en calcaire voisin, connaît la valeur de pi ($22/7$), celle de «racine de 2», la théorie du carré et du pentagone, dont le tracé donne les dimensions principales du bâtiment. La méthode pourrait s'appliquer à la Tholos d'Épidaure : son architecte suivait la même doctrine scientifique, et d'après les données disponibles on esquisse les éléments essentiels du monument. Comme au théâtre d'Épidaure, on retrouve à Delphes la trace de la suite dite de Fibonacci, redécouverte au xixe siècle mais sûrement connue au ive av. J.-C. parmi les «médiétés» de la géométrie.

Avertissement

L'éditeur du site « PERSEE » – le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation – détient la propriété intellectuelle et les droits d'exploitation. A ce titre il est titulaire des droits d'auteur et du droit sui generis du producteur de bases de données sur ce site conformément à la loi n°98-536 du 1er juillet 1998 relative aux bases de données.

Les oeuvres reproduites sur le site « PERSEE » sont protégées par les dispositions générales du Code de la propriété intellectuelle.

Droits et devoirs des utilisateurs

Pour un usage strictement privé, la simple reproduction du contenu de ce site est libre.

Pour un usage scientifique ou pédagogique, à des fins de recherches, d'enseignement ou de communication excluant toute exploitation commerciale, la reproduction et la communication au public du contenu de ce site sont autorisées, sous réserve que celles-ci servent d'illustration, ne soient pas substantielles et ne soient pas expressément limitées (plans ou photographies). La mention Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation sur chaque reproduction tirée du site est obligatoire ainsi que le nom de la revue et- lorsqu'ils sont indiqués - le nom de l'auteur et la référence du document reproduit.

Toute autre reproduction ou communication au public, intégrale ou substantielle du contenu de ce site, par quelque procédé que ce soit, de l'éditeur original de l'oeuvre, de l'auteur et de ses ayants droit.

La reproduction et l'exploitation des photographies et des plans, y compris à des fins commerciales, doivent être autorisés par l'éditeur du site, Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation (voir <http://www.sup.adc.education.fr/bib/>). La source et les crédits devront toujours être mentionnés.

LA THOLOS DE DELPHES ET LES MATHÉMATIQUES PRÉEUCLIDIENNES*

Eadem mulata resurgo

Depuis la publication de la Tholos du sanctuaire d'Athéna à Delphes par J. Charbonneaux et K. Gottlob (1925), on s'est surtout attaché à identifier le dédicant du monument, et à poser le problème des quatre *naoi* énumérés de façon rapide par Pausanias, alors qu'on voit sur la terrasse cinq monuments : le temple ancien en poros, le nouveau en calcaire, deux trésors et la Tholos (fig. 1). La reconstruction partielle de 1938-39¹ a rendu cinq tambours à la colonne dorique, et la difficile reconstitution de la toiture, avec sa décoration sculptée, a exercé l'ingéniosité, d'autant plus que la présence de deux chéneaux brouille quelque peu les cartes².

On trouvera la bibliographie, abondante, et à laquelle j'ai moi-même contribué, dans le *Guide du Site* de J.-F. Bommelaer (1991), p. 46 sq., les travaux les plus récents étant l'ouvrage consacré aux tholoi grecques par F. Seiler, *Die griechische Tholos* (1986), p. 56-71, avec dessins de restitution, et la communication de G. Roux, *CRAI* (1988), p. 290-309, avec les corrections p. 835-839. Ces diverses études contribuent certes à nous faire mieux connaître sur le papier l'apparence extérieure du monument, mais ne nous livrent pas son vrai secret.

(*) Les figures 2 à 9 ont été réalisées par Didier Laroche. Son réexamen du problème de la restitution de la toiture de la tholos (Actes du colloque Perdrizet, Strasbourg, 1991 [1992]) l'a conduit « à confirmer la restitution d'une toiture initiale octogonale, excluant le chéneau radial qui appartiendrait à un deuxième état, selon l'hypothèse déjà proposée par l'architecte danois Fr. Kirk (« Marmortag paa Tholos i Delphi », *Tilegnet Mogens Koch* [1968], p. 211 sq.) ».

Il me signale par ailleurs « l'emplacement irrégulier des quelques traces d'appuis conservées des colonnes intérieures sur la face interne des parpaings de la cella, qui pose problème dans le cas d'une restitution de neuf colonnes ».

(1) P. AMANDRY-J. BOUSQUET, « La colonne dorique de la Tholos de Marmaria », *BCH* 64/65 (1940-41), p. 121-127 et pl. VII ; J.-F. BOMMELAER, *Guide de Delphes, Le Site* (1991), p. 46 sq.

(2) G. ROUX, *BCH* 72 (1952), p. 442-475 ; D. LAROCHE, v. note liminaire.



Fig. 1. — Le sanctuaire d'Athéna à Delphes. Photo EFA, P. Amandry.

Ce secret n'est d'ailleurs pas sa destination cultuelle, que nous n'avons pas le moyen de deviner en l'absence d'un texte littéraire ou épigraphique. Nous nous bornons à constater que la Tholos se trouve sur le territoire consacré à Athéna Pronaia, qui est aussi Ergané et Zôstéria, comme la nomment des cippes du ^v^e siècle (cependant il y en a aussi un, plus récent, pour Zeus Polieus!). La déesse héberge aussi les cultes d'Hygie et d'Ili-thyie, divinités féminines protégeant la naissance, comme la Zôstéria; d'autre part Diodore, à propos de l'attaque des Gaulois en 279, raconte l'intervention des Vierges Blanches, Athéna et Artémis, qui avaient là leurs temples³. On doit se contenter de ces témoignages, qui ne conduisent pas à une conclusion sûre.

Le vrai secret serait plutôt le contenu du livre écrit par son architecte, Théodoros, *De tholo qui est Delphis*, d'après Vitruve. Si cet artiste, que je crois enfant du pays et non asiatique, Phocidien et non Phocéén, a éprouvé le besoin de rédiger un traité sur son œuvre, tel Ictinos sur le Parthénon, c'est sans aucun doute pour en expliquer de façon systématique les mesures et les relations entre ces mesures, qui ne sont saisissables que sur des dessins cotés, plans et élévations, et que le visiteur, même homme de l'art, ne peut saisir devant le monument.

Des dessins *cotés*, quel que soit le système de numération pour des gens qui ignorent encore la virgule et le zéro, mais s'accommodent fort bien des nombres fractionnaires, et savent se servir aussi bien que nous du calcul mental, de la règle et du compas. Le nombre 13 sera noté ΔΙΙΙ, et 707 sera écrit ΠΗΗΠΙΙΙ : ce n'est aucunement compliqué pour qui le fait tous les jours⁴. Il devait y avoir, comme dans une publication moderne, un album de planches avec dessins à différentes échelles, et pour finir un résumé de la doctrine mathématique utilisée dans l'ordonnance générale du bâtiment, empruntée à la science du temps : arithmétique, théorie des nombres rationnels et irrationnels, géométrie du cercle et des polygones réguliers.

Cette doctrine, nous la connaissons. C'est la science préeuclidienne, codifiée par Euclide vers 300, rassemblant les découvertes accumulées depuis «Pythagore» et Thalès. Si Tholos et Temple en calcaire ont été créés vers 380-360, cette époque est celle de la *République* de Platon, complétée par le *Ménon* et le *Théétète*. C'est auprès de Platon qu'a pu se former une génération d'architectes-ingénieurs, élèves de la grande tradition de

(3) J. BOUSQUET, «La destination de la Tholos de Delphes», *RH* (1960), p. 287-298; *Id.*, «L'Atelier de la Tholos», *BCH* 108 (1984), p. 199-206. Je crois avoir réuni dans ces articles à la fois les témoignages du culte d'Artémis à Delphes, qui ne peut être situé que dans le sanctuaire des divinités féminines, et la situation dans le temps des «temples du bas», bâtis sur les fortunes confisquées des familles sacrilèges. Nous avons la preuve matérielle que le bâtiment éventré à l'Ouest était l'atelier de la Tholos, où la fouille a découvert une couche épaisse de déchets de marbre et un parpaing inachevé. C'est probablement une rencontre, mais il y a une tholos d'Artémis dans l'*Énéide* IX 403-408 :

Suspiciens altam Lunam sic voce precatur :
Tu dea tu praesens nostro succurre labori ;
Astrorum decus et nemorum Latonia custos ;
Si qua tuis umquam pro me pater Hyrtacus aris
Dona tulit, si qua ipse meis venatibus auxi,
Suspendive tholo, aut sacra ad fastigia fixi...

Le Ps.-Servius commente : «aedes autem rotundas tribus diis dicunt fieri debere, Vestae, Dianae, vel Herculi vel Mercurio».

(4) Réflexions sur les systèmes de numération et de calcul dans les Comptes, *Études sur les Comptes de Delphes* (1988), p. 189-194.

l'Acropole d'Athènes, et surtout, me semble-t-il, du grand Mnésiclès et de ses Propylées. Théodoros a utilisé les mêmes matériaux, Pentélique et calcaire d'Éleusis, sur une fondation invisible de poros et de calcaire du Parnasse, et à mes yeux rien ne peut déceler dans son œuvre une influence venue de la côte d'Asie. Malgré les copistes successifs de Vitruve, il ne peut être que Φωκεύς⁵.

Quelles sont les découvertes enseignées à l'Académie ? Les grands problèmes, qu'Archimède n'a fait que raffiner, sont la diagonale du carré ou $\sqrt{2}$, accessible à l'esclave du *Ménon*, le rapport entre le cercle et son diamètre ou π , entre le carré et le cercle inscrit ($\frac{4}{\pi} \simeq \frac{14}{11} \simeq \sqrt{\varphi}$), et la quadrature ($\sqrt{\pi}$). Ensuite, les nombres irrationnels en général et notamment les racines irrationnelles (*Théétète*)⁶, puis, liée à la forme du pentagone, la suite numérique que nous appelons du nom de Léonard de Pise-Fibonacci (XIII^e siècle), autrement dit le partage d'une ligne droite en moyenne et extrême raison, la plus féconde des médiétés, dite le nombre d'or ou la section d'or, φ . Toute cette science, resurgie au Moyen Âge mais jamais oubliée dans la pratique, s'offre à nous dans l'architecture de ce siècle à cet égard privilégié qu'est le IV^e siècle.

On ne peut étudier la Tholos sans la comparer élément par élément au Temple, et voici une réflexion préalable. Par la publication du Temple due à J.-P. Michaud et à ses architectes Jakobsen et Blécon (*FD* [1977]), nous connaissons le pied employé, le module, le détail des dimensions, avec les diagrammes convaincants qui terminent le fascicule de texte. Les deux monuments sont tous deux le fruit de calculs très poussés et d'une extrême précision dans l'exécution. Les marbriers ont des contraintes très sévères, encore plus dans la Tholos où la plupart des pierres sont limitées par des plans verticaux suivant les rayons et séparés par des angles de 9° et 18° (ce qui correspond à la division du cercle en 40 ou 20 parts), et par deux arcs de diamètre différent : l'approximation n'est pas permise. En revanche, les 40 dalles de stylobate sont identiques et taillées sur gabarit unique ; *idem* pour les dalles de ptéron, les épistyles et architraves, etc. Nous sommes en

(5) Cf. *RH* (1960), p. 287 n. 2. Le doute est d'autant plus permis sur *Phoceus* = Φωκεύς que la confusion entre l'obscur Phocide et la célèbre Phocée est constante, dans l'Antiquité (Ovide, Lucain) comme de nos jours. Cf. la note à la traduction de la *Pharsale*, C.U.F., V 53 : la Phocide, Phocée et même Marseille sont désignées par les mêmes adjectifs, *Phoceus*, *Phocaicus*, *Phocensis*. Dans Pausanias, X 8, 4, οἱ δὲ Μασσαλιῶται Φωκαίων εἰσὶν ἄποικοι, les manuscrits se partagent entre Φωκίων, Φωκαίων, Φωκίων et Φωκαίων, cette dernière forme finissant par être adoptée par les éditeurs. — Dans Hérodote, au livre VII, Ph.-E. Legrand traduit constamment Φωκίτες par Phocéens, mais son index distingue Φωκαίτες et Φωκεῖς. Le Phocidien Caphis, nom local s'il en fut (Plutarque, *Sylla* XII 6) est traité de Phocéen par J. CARCOPINO, *Sylla*, p. 87. — On discute pour savoir si l'artiste Téléphanès, qui vivait en Thessalie, était Phocidien ou Phocéen, Plin., *NH* 34, 68, cf. G. LIPPOLD, *RE*, s.v. «Telephanes 4» ; Ch. PICARD, *Manuel* II, 1, p. 86, cf. t. I, p. 526 n. 3, 533 n. 2. Nous avons à Delphes un décret du premier quart du III^e siècle pour Τηλεφάνης Τηλέα Φωκεύς, *BCH* 82 (1958), p. 88, sans que le nom de la cité soit précisé, ce qui est courant : l'index des Comptes (*CID* II, par D. MULLIEZ) atteste bien que l'on dit fréquemment Arcadien, Béotien, Éniène, Locrien, Magnète, Macédonien, Perrhèbe, Phocidien, sans que le nom de la ville soit spécifié. Confusion sur ce point dans la note de G. Roux, *CRAI* (1988), p. 290, n. 1, qui croit nécessaire la mention de l'ethnique particulier, après «Phocidien». Je suppose que pour Vitruve il n'y avait pas d'intérêt à mentionner l'obscur bourgade de la vallée du Céphise, et que Phocée était infiniment mieux connue de lui et des copistes ultérieurs.

(6) Cf. *Le Trésor de Cyrène*, *FD* II (1952), p. 79.

présence d'une marqueterie de marbre à grande échelle, dont la perfection technique exigeait dessins et cotes détaillées⁷.

L'examen des deux édifices fait penser qu'ils ont été conçus et dessinés en atelier, dans des conditions analogues à celles d'un atelier contemporain, au moins au stade du projet, par deux artistes dont l'un est Théodoros, qui se connaissaient bien et avaient des rapports d'amitié et une même tournure d'esprit. Comme on dit, tout se passe comme si ces deux hommes, chargés d'une double commande, s'étaient concertés pour d'une part appliquer mêmes règles techniques et mêmes bases de calcul, d'autre part exécuter des monuments entièrement différents dans l'esprit et le détail des éléments classiques. Il suffira pour me faire comprendre de mettre sur deux colonnes les caractéristiques principales des deux œuvres.

	TEMPLE (droites)	THOLOS (arcs)
Frise dorique :	haut. 34,5 dactyles	haut. 34 ; petit ordre 21
Triglyphes :	larg. 22 (22,5 ; 23 ; 24)	larg. 22
Métopes :	larg. 33 (33,5 ; 34 ; 35)	larg. 33
Architraves :	haut. 31	haut. 31 ; petit ordre 19,2
	long. 55 et 110	long. 110 ; petit ordre 66
Parpaings :	long. 55 (68 pour certains parpaings et orthostates, 34×2).	long. 67 (68 — 1 à cause du fruit), 66.

Le pied du Temple est de 297,6 mm, divisé en 16 dactyles de 18,6 mm ; celui de la Tholos est de 305,6 mm, le dactyle de 19,1 mm. Le tableau compare les dimensions choisies par chaque architecte (nous devons noter parfois une fraction de dactyle). La variation dans les largeurs des triglyphes et métopes du Temple est due obligatoirement aux problèmes angulaires, qui n'existent pas dans le cercle de la Tholos.

L'examen de ces nombres doit exciter notre attention. Nous voyons en eux : 1° des multiples de 11, qui est dans les deux monuments (J.-P. Michaud l'a mis en évidence pour le Temple) la *ratio* ou nombre-clé ; 2° des nombres de la suite de Fibonacci, à l'endroit où leur rapport se rapproche très près de 1,618..., soit 21, 34 et 55 ; 3° le rappel de $\pi = 22/7$ dans le rapport entre la longueur de l'architrave et la hauteur du triglyphe dans le petit ordre de la Tholos, 66 et 21. Nous pouvons déjà comprendre que les deux hommes, utilisant des pieds de longueur différente à cause du format projeté de leurs monuments, égalisent les cotes chiffrées qui désignent les membres essentiels des ouvrages. Ils puisent tous deux à la même doctrine, ils ont appris à la même école. Cette idée ne nous quittera pas et se verra peu à peu confirmée.

Nous voyons en outre comment se déroule entre eux ce jeu de l'identique et du divers, jeu entre le Même et l'Autre. Un second tableau va nous révéler le pari engagé et tenu entre les deux architectes. Sur deux colonnes, voici les caractéristiques générales des deux monuments (voir note à la fin de l'article).

(7) Voir un résumé de ce qui va suivre dans *REG* 93 (1980), p. x.

TEMPLE	THOLOS
Plan quadrangulaire	Plan circulaire
Fondation : en brèche avec lam- bourdes	Fondation : en poros, massive
Élévation : calcaire de Saint-Élie	Élévation : marbres, Pentélique, Éleusis
Ratio 11, module de 55 dactyles	Ratio 11, module de 55 dactyles
Pied : 0,2976 m (d = 18,6 mm)	Pied : 0,3056 m (d = 19,1 mm)
Ordre : dorique, prostyle hexastyle ionique à la porte	Ordre : dorique à 20 colonnes corinthien à la cella
Porte : triple baie, pilastres ioniques	Porte : baie unique
Cella : très vaste (138 m ²)	Cella : réduite (38 m ² entre murs)
Sculptures : néant	Sculptures : 80 métopes, sima, etc.
Mouluration : purs profils, austère	Mouluration : talon de l'orthostate
Toiture : en bâtière	Toiture : rayonnante
Crépis : hauteurs croissantes, avec ciselures, 2 au stylobate	Crépis : hauteurs croissantes, avec ciselures, 2 au stylobate
Crampons : en <i>pi</i>	Crampons : en <i>pi</i>

Un des architectes a pu dire à l'autre : « À part l'ordre dorique, les ciselures, les crampons et le module, qui est notre commune signature, tout sera différent : la forme et la matière ; le volume de la cella et sa porte, l'ordre intérieur. Et là où l'un emploiera à plein la sculpture, l'autre se contentera de la nudité absolue qu'impose le Saint-Élie, et l'une des œuvres sera de l'architecture pure, à la façon de Mnésiclès, tandis que la Tholos multipliera les combats de Centaures et d'Amazones, avec acrotères et fleuron végétal sur le toit rayonnant, alors que le toit du temple sera en bâtière ».

On voit sur le terrain que la Tholos a été édiflée la première. Théodoros avait besoin de toute la surface disponible à l'Ouest et au Sud pour l'amenée, la circulation et la taille de ses marbres pendant un temps assez long. C'est pour cela que la fouille n'a rien trouvé au Sud de la Tholos et du Temple : c'est l'aire de façonnement et de rangement des pierres. Cependant, il lui fallait pour le travail des sculpteurs, et pour entreposer les métopes fragiles non encore montées sur place, un espace clos à l'abri du soleil et de la pluie (aujourd'hui, une baraque de chantier). Ce fut le bâtiment à l'Ouest, qui fut démoli après l'achèvement de la Tholos, puis remblayé, d'une part parce que le long côté Ouest du temple devait mordre dessus, d'autre part parce que son utilité disparaissait, le Temple ne comportant pas de sculptures⁸. L'aire de travail au Sud garda son usage jusqu'à la fin du Temple, et c'est à cet endroit que sont rangés actuellement la plupart des morceaux conservés des deux monuments.

À propos du Temple, un mystère subsiste. Si nous avons pour la Tholos deux simas à tête de lion, dont une dont on ne sait que faire, il n'existe pas un seul morceau de chéneau ou de tuile du Temple. J'en ai vainement cherché dans les murets de l'olivette sous la terrasse, et il est inconcevable qu'une toiture entière ait disparu sans laisser de traces,

(8) Cf. BCH 108 (1984), p. 204-206. Je n'ai pas été convaincu par les arguments contraires de G. Roux, RA (1989), p. 62-64.

surtout si elle était, comme J.-P. Michaud le suppose, en terre cuite, les chances étant minimales que l'on ait fait une sima en calcaire de Saint-Élie, même sans lions et sans acanthes. Or sur le lit supérieur des larmiers on voit la trace de la *préparation* des chéneaux de rive, mais pas sur tous. On a le droit de se demander si une raison majeure n'aurait pas arrêté les travaux à ce stade, que ce soit l'accident de 373 qui a fait des dégâts au sanctuaire du haut, mais apparemment pas en bas, ou que ce soit l'occupation phocidienne de 356, qui a empêché les naopes de travailler, comme nous le savons par les Comptes. Les carrières de Saint-Élie ont fourni à plein pour le temple d'Apollon (crépis et orthostates), pour le temple de Marmaria, et pour le trésor de Thèbes, édifié après 371 dans un coin protégé de l'Apollonion. Si les indices stylistiques ont une valeur, s'ils attirent pour le temple en calcaire vers la fin de la première moitié du IV^e s. (mais gare aux années 356-346, où tout travail est impossible!), on devrait s'arrêter à la seconde solution.

On aurait remis à plus tard, puis définitivement abandonné la pose de la couverture du Temple. Il serait alors resté à ciel ouvert? Ce n'est pas impossible, car Pausanias (X 8, 6) rapporte que l'*agalma* de bronze des Massaliotes, de grande taille, était dans le pronaos et non dans la cella, ce qui paraît bizarre quand on regarde l'axonométrie du fascicule des planches, reproduite dans le *Guide* de 1991, p. 18. Seul le pronaos aurait été couvert, et la vaste cella, aux abouts de poutre préparés, serait restée hypèthre, ce qui explique peut-être qu'à une époque postérieure on y ait placé l'exèdre gauchement bâtie, avec le plus petit *agalma* vu par Pausanias. Toutes choses égales d'ailleurs, on voit bien dans la tholos écroulée d'Orchomène une base hellénistique. Le *terminus ante* serait ou bien 373, ou plus vraisemblablement l'ouverture de la guerre sacrée en 356.

Dans ces conditions, on est ramené, pour le financement des travaux à la Tholos et au Temple en calcaire, à l'amende confiscatoire infligée aux sacrilèges, les familles rivales de Cratès et d'Orsilas⁹, condamnées par les Delphiens et non par l'Amphictionie, qui n'a pas connu de cette affaire purement locale. Forte amende, certes, qui n'a peut-être pas couvert toute la dépense, mais avant 373 la ville de Delphes est riche, et peut éventuellement supporter une rallonge de crédits. Après 373, elle doit faire plus attention en ce qui concerne la subvention aux naopes, mais elle reste généreuse dans l'octroi de la « créance » dont nous lisons (*CID* II 31 et 32) le compte rendu d'emploi. On n'a pas publié de comptes pour la Tholos ou pour le Temple, ni pour le Trésor de Thèbes, les cités n'ayant de comptes à rendre qu'à elles-mêmes, et non au monde entier comme c'était le cas pour le Temple d'Apollon, construit avec l'argent des États et des fidèles de toute provenance.

La conclusion devrait être que, si l'on devait un jour retrouver dans les murets de l'olivette un morceau d'architrave ou un linteau de porte avec le nom des dédicants, on lirait tout simplement celui des Delphiens, à condition qu'ils aient inscrit leur nom sur leurs propres monuments.

*
**

Il faut bien s'entendre sur la façon dont les nombres étaient donnés dans le traité de Théodoros. L'artiste a appris à l'Académie ou ailleurs les mathématiques *pures*, et il sait

(9) Sources : Aristote, *Pol.* V 1303 b ; Plutarque, *Prae. Rei gerendae* 32 (825 B-C). Sources souvent sollicitées, cf. *Guide*, p. 51 (bibl.), et la longue discussion de J.-Cl. CARRIÈRE, *Hommages à Lucien Leral* (1984), p. 145-179, qui a le mérite de citer les textes anciens et de discuter de façon serrée les opinions modernes.

que π , que $\sqrt[2]{\pi}$, que φ , que la diagonale d'un carré de côté 1, sont des nombres irrationnels, parfois même transcendants, qu'il ne désignait pas par les mêmes symboles que nous, mais qui avaient la même réalité mentale que la nôtre. Ce sont des êtres mathématiques, vivant dans la seule cervelle du mathématicien. Mais ce qu'il utilise pour la pierre, le bois et le métal de son œuvre, ce sont les mathématiques *appliquées* aux besoins de l'ingénieur. C'est-à-dire où l'on consent, pour la pratique, des approximations, si faibles qu'elles ne comptent pas à l'échelle de la construction, à peine une épaisseur de joint dans un mur antique. Ce qui pour le mathématicien est un fossé minuscule mais infranchissable, l'ingénieur le néglige. Même aujourd'hui (sauf dans la microphysique, l'électronique), l'ingénieur en travaux publics se contente de 3,14; pour un Ancien, $22/7 = 3,1428571...$ est une valeur utilisable. La quadrature du cercle est l'aporie-type, mais $\sqrt[2]{\pi}$ valant 1,772..., ce nombre mesurera de façon très approchée le côté d'un carré de même aire qu'un cercle de rayon 1 pied. Au trésor de Cyrène (*FD II, Tr. Cyr.*, p. 83), *racine de pi* est donné par la hauteur de la frise, (526,5 mm = 1,772 pied), en face du rayon de l'échine du chapiteau, qui vaut un pied de 297 mm.

D'autre part, la considération des figures de la géométrie classique amène forcément l'ingénieur-architecte à examiner de très près leurs propriétés. La théorie des polygones réguliers, dont la démonstration complète sera donnée par Karl-Friedrich Gauss en 1796 (commodément dans le livre d'A. Warusfel, *Les nombres et leurs mystères* [1961], p. 109 sq.), établit quels polygones sont constructibles par la règle et le compas, et précisément P_7 , P_9 , P_{11} , P_{13} ne le sont pas. Impossibilité qui n'a pas empêché le créateur de la Tholos d'Épidaure (fig. 9) de construire sur le terrain P_7 et P_{13} , donnant à sa rotonde 26 colonnes doriques et un autre anneau complet de 14 colonnes corinthiennes : soit 13 et 7 avec un facteur 2. La petite tholos archaïque de Delphes avait déjà 13 colonnes, ce qui n'a pas manqué d'étonner. Quant à P_{11} , dès le VI^e siècle la colonne du temple d'Éphèse et celle du Sphinx de Delphes ont 44 cannelures, ce qui suppose la familiarité avec $\pi = 22/7$, et une construction simple à partir d'un rayon divisé en 7 parties égales, application du théorème de Thalès.

La colonne du Trésor de Marseille à Marmaria a 22 cannelures, ce qui est encore plus net. Cette sorte de défi n'existe plus avec le choix de 20 cannelures, qui devient constant dans l'ordre dorique, et dépend de l'inscription dans le cercle du pentagone (et naturellement de l'icosagone), régulier ou étoilé, qui, lui, entre dans la liste de Gauss. Il y a même plusieurs façons de tracer le pentagone avec ou sans changement de l'ouverture du compas. Le pentagone entre donc d'office dans le dessin de la Tholos, et avec lui, on le sait, le partage en moyenne et extrême raison, le nombre φ ou 1,618033...

Les cannelures, qui servent à répéter à l'extérieur la verticalité de l'axe du fût, et aussi à faire doucement tourner l'ombre d'arête en arête, sont pour les marbriers les plus habiles une délicate et longue servitude. Leur rétrécissement progressif, leur courbe particulière font déjà difficulté. Et de plus, si à notre Tholos une cannelure, sous les annelets, est longue de 296 dactyles ou 18,5 pieds, pour 20 cannelures d'un seul fût et pour 20 colonnes, on arrive à un total de 118400" ou 7400', soit $\times 0,3056$ mètre 2261,44 m, deux kilomètres et un quart. Combien d'ouvriers pendant combien de temps faut-il ? On peut faire le calcul pour le Parthénon, et l'on sera surpris.

Avant d'étudier systématiquement les cotes de l'édifice, prenons un exemple de ce que j'appellerais volontiers les amusements, ou les défis de l'ingénieur en face du mathématicien son maître. Il a appris que par rapport à un côté égal à l'unité, la diagonale du

carré est ce que nous notons par $1,414\dots$ ou $\sqrt{2}$. Mais que se passe-t-il si je choisis pour la diagonale un nombre entier, et si le carré est une pièce de marbre, par exemple l'abaque du chapiteau dorique de la Tholos? Les côtés ne vont plus être des nombres entiers.

Au Temple en calcaire, J.-F. Bommelaer a présenté, d'après les cotes de la publication, un diagramme géométrique du chapiteau (*REG* 92 [1979], p. 212)¹⁰. Le côté de l'abaque étant 52 dactyles exactement, la diagonale sera représentée par 73,539... À la Tholos, comme on peut s'y attendre, Théodoros s'est «amusé» à prendre le contre-pied. Pour le côté de l'abaque, 891 mm, il faut faire violence au calcul pour traduire en 47 dactyles : c'est $46 \frac{2}{3}$, c'est-à-dire $140/3$ (en liaison évidente avec $22/7 = \pi$, et $11/14$, relation entre les aires du cercle et du carré où il est inscrit). Le théorème de Pythagore sur le carré de l'hypoténuse donne pour cette dernière 66" exactement (encore un multiple de 11). Tel est le jeu : la diagonale est un nombre entier, le côté une fraction, $140/3$, encore assez simple (v. *infra*, p. 296).

On objectera à ce qui précède que le lit d'attente du chapiteau une fois mis en place est invisible pour le spectateur, et que le jeu mathématique n'est plus observable. C'est vrai, mais c'est justement pour cela que Théodoros a éprouvé le besoin d'écrire son livre. Il a eu soin cependant de nous prévenir, et de laisser visible un signal destiné à nous mettre sur la voie, qui est une sorte de signature (*sphragis*). Et ce signal est répété quarante fois, pour que nous finissions par l'apercevoir.

Un des éléments essentiels de la science du temps, où le pentagone est largement impliqué (donc l'icosagone de la Tholos) est le partage d'une droite en moyenne et extrême raison, la «sectio aurea» ou *phi*. Or le visiteur marche littéralement sur ce rapport en se promenant entre mur et colonnade dorique (fig. 2).

Quarante rayons de cercle, en effet — invisibles à l'intérieur de la cella où le pavement bleu-noir autour de la dalle centrale blanche est autrement réglé — sortent de sous le toichobate bleu-noir¹¹ et le talon à feuille d'eau de l'orthostate, qui soulignent de façon si ingénieuse (une couleur et une forme) l'angle formé par les orthostates et le dallage. Ces rayons, écartés d'un angle de 9° , limitent les dalles sur lesquelles on marche (les *selides*) et les dalles du stylobate ou troisième degré, celui qui porte la double ciselure. Par les 40 segments d'une circonférence entièrement visible¹² dont la longueur est de 1 900 dac-

(10) Autrement dit, en dactyles, cf. *Temple en calcaire*, pl. 10 c et texte p. 38 et 39 :

Rapports : Largeur de l'abaque ...	52" (13 × 4)
et Diam. inf. chapiteau ...	39" (13 × 3), rapport 4/3
Largeur de l'abaque ...	52" (13 × 4)
et Hauteur du chapiteau ...	19,5" (13 × 1,5), rapport 8/3
Hauteur du chapiteau ...	19,5" (13 × 1,5)
et Retrait de la tête du fût ...	6,5" (13 × 0,5), rapport 3
Diamètre inf. chapiteau ...	39" (13 × 3)
et Hauteur du chapiteau ...	19,5" (13 × 1,5) rapport 2

On remarque les multiples de 13 et la persistance du nombre 3.

(11) On verra que le rayon de la Tholos au calcaire bleu-noir est de 220 dactyles (p. 301).

(12) Comme est visible la circonférence du calcaire bleu-noir. Chaque dalle du stylobate et du ptéron est un trapèze aux petits côtés curvilignes, longs d'un quarantième du cercle correspondant. Dans la pratique, ils peuvent être assimilés aux côtés d'un polygone à quarante côtés de même rayon : la différence entre arc et droite est pratiquement négligeable.

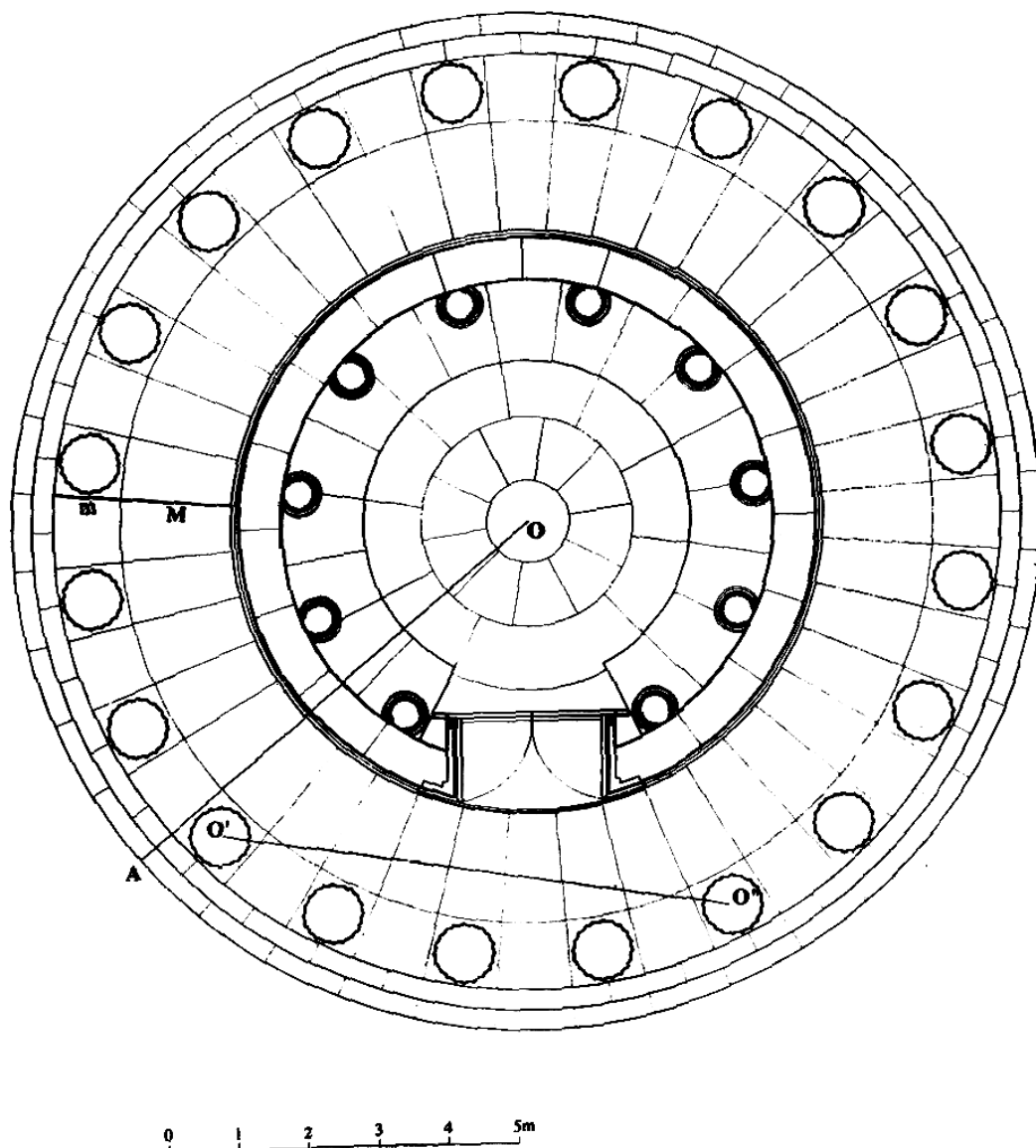


Fig. 2. — Rapports $M/m = 1,618$; $OA = O'O'' = 773/2$ (voir p. 307).

tyles comme on le verra, chaque rayon visible est partagé en deux parties inégales, depuis le calcaire d'Éleusis jusqu'à l'arête du stylobate. Or cette inégalité est mesurable, sur les lieux, que ce soit dans le système métrique, en pieds anglais ou en dactyles de 19,1 mm ; elle devient significative à la lecture des mesures, car la « majeure » a 1,576 m ou 82,5 dactyles, la « mineure » 0,974 m ou 51" ¹³, leur somme 2,550 m ou 133,5". Or le quotient $\frac{M}{m}$ ou

(13) Mesures de Gottlob, vérifiées ; Pomtow, *Klio* (1912) : 1,580 et 0,977, le rapport ne change pas. Notons une fois pour toutes que Pomtow a avoué (*Delphica* III, p. 236-246 et dessins pl. XV-XVI) qu'il a mesuré la Tholos en 40 minutes avec son architecte Wenzel, et que le lendemain ils ont consacré le même temps aux morceaux conservés au Musée.

$\frac{S}{M}$ est 1,618... Nous avons donc sous les pieds le « nombre d'or », quarante fois répété pour que nous finissions par comprendre.

*
**

La recherche fondamentale se trouve ici cristallisée en marbre pentélique, comme disait Renan sur l'Acropole, et voit ses applications dans les mesures et leurs relations fixées par l'architecte. Après les deux exemples qui nous ont montré le chemin, la marche à suivre est simple. Il nous faut examiner dans les planches de Gottlob¹⁴ les cotes en plan et en élévation, leur traduction en dactyles, et leurs relations avec les problèmes étudiés à l'époque et que nous avons déjà rappelés : π , φ et la suite de Fibonacci, $\sqrt{2}$, et même, puisque les cercles apparents sont très nombreux dans le monument, une allusion possible à la quadrature du cercle, soit $\sqrt{\pi}$.

Comme l'a fait J.-P. Michaud pour le Temple en calcaire à partir des largeurs du triglyphe et de la métope, j'affiche dès l'entrée de jeu la valeur du pied, 0,3056 m, et du dactyle (1/16 de pied), 0,0191 m (ou 19,1 mm). Ces nombres sont obtenus par tâtonnements, mais très vite, dès le début de la recherche. Il y aura de temps en temps une légère différence (due plus à notre faute dans les mensurations qu'au marbrier antique) entre les dimensions mesurées et la théorie : elle sera toujours minime, car la précision de la taille des pierres est quasi-millimétrique, puisque dans un monument rond une erreur un peu forte serait catastrophique pour la symétrie, bien plus que dans un monument quadrangulaire où le problème de la contraction de la colonnade et de la frise aux angles permet, par exemple, quelque jeu. Ici, tout est semblable au même registre et interchangeable. On sera rarement obligé de descendre dans la notation jusqu'au demi-dactyle ou même au cinquième de dactyle (moins de 4 mm) ; par exemple dans le petit ordre on verra les cotes 19,8" ou 13,2", que justifiera l'étude des rapports internes. Ces rapports, ainsi que les cotes antiques, devront être exprimés par des nombres simples, car toute solution compliquée en cours de recherche, comme j'en ai fait l'expérience, doit être rejetée comme fausse et impossible à transposer dans l'exécution par le marbrier. Nombres liés entre eux par des rapports simples et constants, répondant à une unité de conception que l'étude du monument rendra progressivement évidente.

Les chapiteaux

Avant de nous consacrer principalement à l'étude de la Tholos, je voudrais approfondir la comparaison esquissée plus haut entre la Tholos et le Temple en calcaire, à propos de leurs chapiteaux. C'est en effet un élément essentiel de comparaison, entre eux et avec les chapiteaux à peu près contemporains (voir les tableaux de J.-P. Michaud, *Temple en calcaire*, p. 129 sq. et app. III p. 131-135). La figure 3 parlera d'elle-même. Le chapiteau

(14) Malgré les défauts de la présentation, réductions excessives de trop grands dessins au trait déjà filiforme, cotes parfois absentes pour ne pas charger le dessin, ou devenues illisibles et nécessitant deux pages de « Notes explicatives » en tête des planches, les relevés de Gottlob sont excellents et on peut se fier à ses cotes. Dans ce qui suit, j'indiquerai de menues corrections et les chiffres correspondant à la cotation en dactyles. Pour les mesures seulement estimées ou restituées par Gottlob, le passage de 4 à 5 tambours de la colonne obligera à les corriger, avec l'aide du calcul en dactyles qui affine la précision au moins théorique.

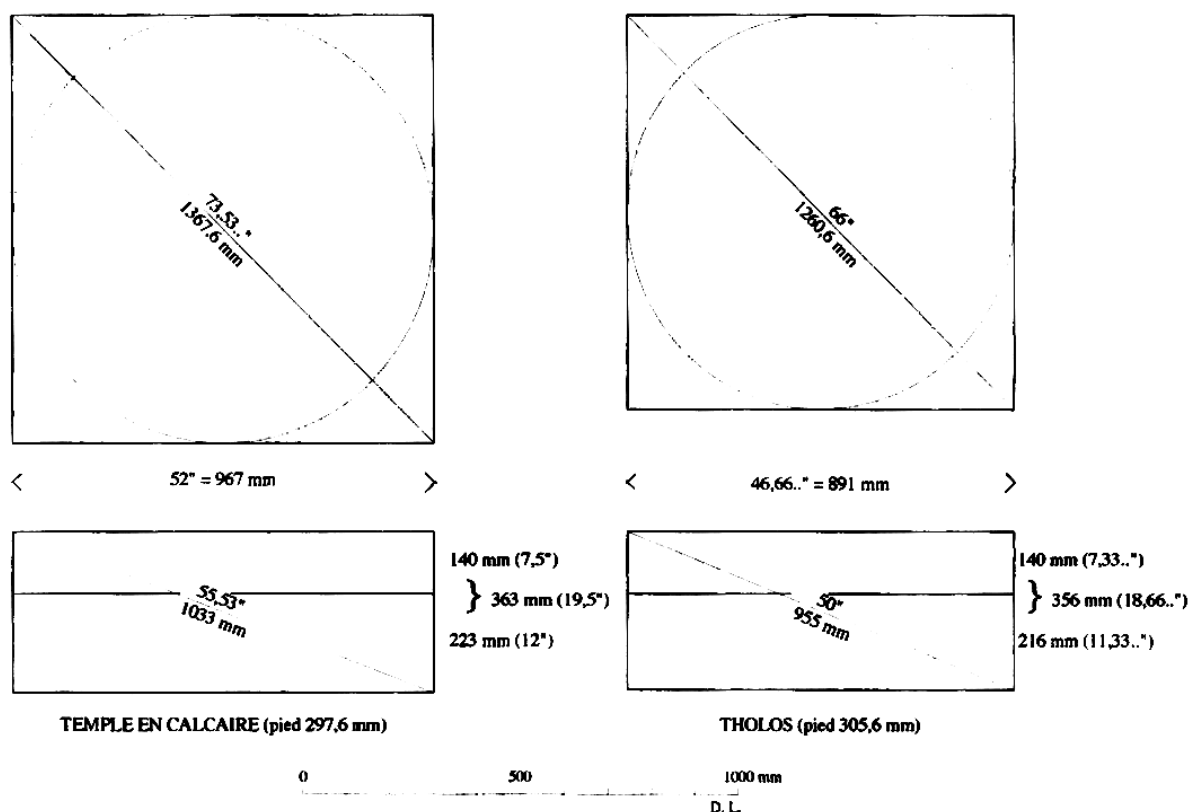


Fig. 3. — Études des chapiteaux, temple en calcaire et tholos. Échelle 1/20^e.

du Temple est légèrement plus grand que celui de la Tholos, mais pas de beaucoup. On a figuré le carré de l'abaque, avec sa diagonale et le cercle inscrit de l'échine. Au-dessous, le rectangle, face du parallélépipède de pierre qui a servi à tailler le chapiteau (en élévation), avec l'indication de la hauteur de l'abaque (la même en millimètres, quoique le pied soit différent, dans les deux pièces).

Grâce au théorème de Pythagore, on remarque que le lit d'attente du Temple a une diagonale mesurée par un nombre à décimales multiples, tandis que la diagonale du chapiteau de la Tholos est de 66'' (= 11 × 6). En revanche, le côté de l'abaque mesure 52'' au Temple et 46,666...'' à la Tholos; la hauteur du rectangle est de 19,5'' au Temple, 18,666...'' à la Tholos¹⁵.

Il est intéressant de calculer la circonférence de l'échine considérée, avant finissage, comme tangente aux côtés du carré. Au Temple, le rapport $\pi 2R$ (ou $D\pi$) est 52'' × 22/7, ou 163,42'', ce qui n'est pas significatif. Mais à la Tholos la largeur d'abaque (ou le

(15) Les fractions de dactyles sont assurées par des mesures répétées, prises sur les marbres à Marmaria ou au Musée. — 52 = 13 × 4. Mais aussi $\frac{140}{3} = 46,66$, $\frac{56}{3} = 18,66..$, $\frac{490}{3} = 163,33..$, $\frac{440}{3} = 146,66..$, $\frac{220}{3} = 73,33..$, $\frac{166}{3} = 55,33..$

diamètre du cercle), 46,666...", est exactement le tiers de 140. Or $\frac{140''}{3} \times \frac{22}{7} = \frac{440''}{3} = 146,666''...$

Par une curieuse rencontre, la circonférence de l'échine est donc égale au diamètre augmenté de 100". Autre propriété, banale mais à retenir : la circonférence et la diagonale sont entre elles comme $\frac{146,666...}{66} = 2,2222...$, qui est $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$.

Si l'on a la curiosité de mener aussi les diagonales des rectangles, on s'aperçoit que celle du Temple n'est pas un nombre entier, 55,53...", mais que ce nombre ôté de la diagonale de l'abaque donne 73,53.. — 55,53.. = 18 exactement. À la Tholos, les nombres sont entiers : 66 — 50 = 16 ou un pied. En revanche, le rapport entre les côtés du rectangle est au Temple 52:19,5 = 8:3 (ou 2,666); à la Tholos il est 46,666:18,666 = 5:2 (ou 2,5).

Le jeu d'oppositions entre rationnel et irrationnel paraît alors certain pour les deux chapiteaux, avec le rappel des nombres figurant au début de la série de Fibonacci (8:3 et 5:2), les multiples de 11 (66,440), et l'utilisation de 22/7 pour le nombre *pi*.

Dernières remarques sur le chapiteau de la Tholos, en anticipant sur l'étude générale de la colonne. Le diamètre du chapiteau, au lit de pose, est 668,5 mm ou 35" (*BCH* 64-65 [1940-41], pl. VII), égal au diamètre supérieur du dernier tambour à la pointe des cannelures. La circonférence est donc 35" $\times$ 22/7 = 110". La largeur de la cannelure est de ce fait 110:20, soit 5,5" ou 105,05 mm. Dans le *BCH*, pl. VII, nous avons mesuré 106 mm. On verra à la page suivante que 110" est aussi la largeur d'un épistyle.

Une autre proportion, entre la largeur de l'abaque et le diamètre au lit de pose du chapiteau, donne 891:668,5 ou 1,3333.. ou 4:3. Comme le diamètre inférieur de la colonne (*BCH, ibid.*) est 868,5 mm ou 45,5", la circonférence au bas est 45,5" $\times$ 22/7 ou 1001:7, soit 143" (11 $\times$ 13). Le rapport entre le cercle inférieur et le cercle supérieur du fût est donc 143/110 ou 13/10.

Les deux ordres doriques à l'entablement

C'est par l'examen de l'ordre extérieur (*peristasis*) et de l'ordre qui couronne le mur du *sékos* que peut commencer l'étude systématique des proportions (fig. 4).

Dans un monument circulaire, à la différence des monuments quadrangulaires où se pose le problème des contractions angulaires, il n'y a aucune raison pour que le triglyphe et la métope n'aient pas une largeur constante. La Tholos ayant 20 colonnes, il y aura, au-dessus d'elles, et par symétrie au-dessus du mur, 20 épistyles, et quarante couples T + M ou t + m. La meilleure façon de les organiser sur les circonférences est d'adopter, avec J.-P. Michaud, comme au Temple en calcaire (33 + 22 = 55"), au Trésor de Thèbes (27 + 18 = 45"), et probablement au Temple d'Apollon (66 + 44 = 110"), une *métope valant une fois et demie le triglyphe* (M = 3, T = 2, le total doit être un multiple de 5). Quarante couples font ici 200 unités, le triglyphe sera donc *le centième de la circonférence*, au grand comme au petit ordre.

La largeur du grand triglyphe, 22", va tout commander, comme on va voir. Un gros avantage de ce choix est que le nombre 22 figure dans la fraction qui note la valeur approchée (à 1/2500 env. près) de π , soit 22/7. Le nombre 11, dont on verra apparaître les

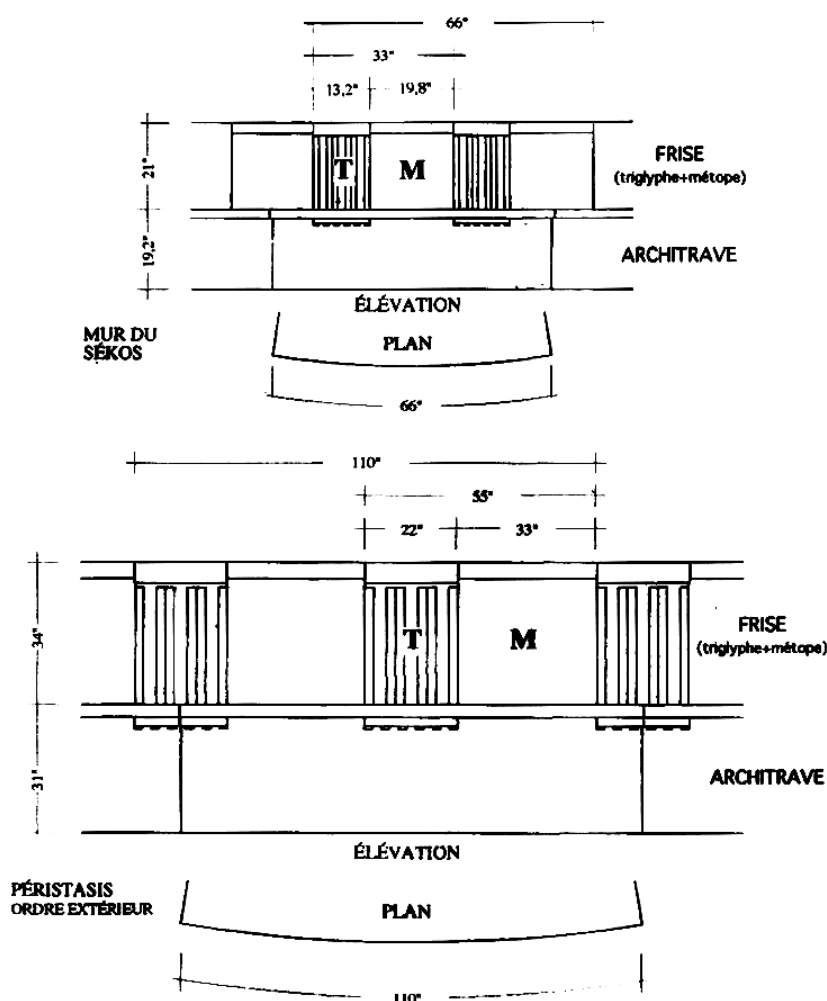


Fig. 4. — Les deux entablements.

multiples, peut être considéré comme la *ratio* du monument, comme au temple voisin, dont la conception, sinon l'exécution, est contemporaine. Au Trésor de Thèbes, la *ratio* est 9, au Temple d'Apollon c'est 11.

Au *grand ordre*, avec $M = 33''$ et $T = 22''$, le couple $T + M$ vaut $55''$, au-dessus d'un épistyle de $110''$. Le nu du triglyphe est, on le constate sur le dessus de l'épistyle, sur la même verticale que le nu de l'épistyle. Le long ruban circulaire, lisse et brillant, des 20 épistyles aura donc pour circonférence $110 \times 20 = 2200$ dactyles. Le diamètre au nu de l'épistyle se déduit aussitôt : $2200 \times 7/22 = 700$ dactyles (fig. 5). On ne peut proclamer plus clairement la présence constante de $22/7$ dans le monument.

Le *petit ordre* est organisé de même : le couple $t + m = M$ vaut $33''$, l'architrave, qui joue le rôle de dernier parpaing du mur, vaut $66''$. La circonférence au sékos sera donc $66 \times 20 = 1320''$, et le diamètre $1320 \times 7/22 = 420''$. Aux deux entablements, la circonférence est calculée à cent largeurs de triglyphe : 2200 (qui est 11×200)/ $22 = 100$, et 1320 (qui est 11×120)/ $13,2 = 100$.

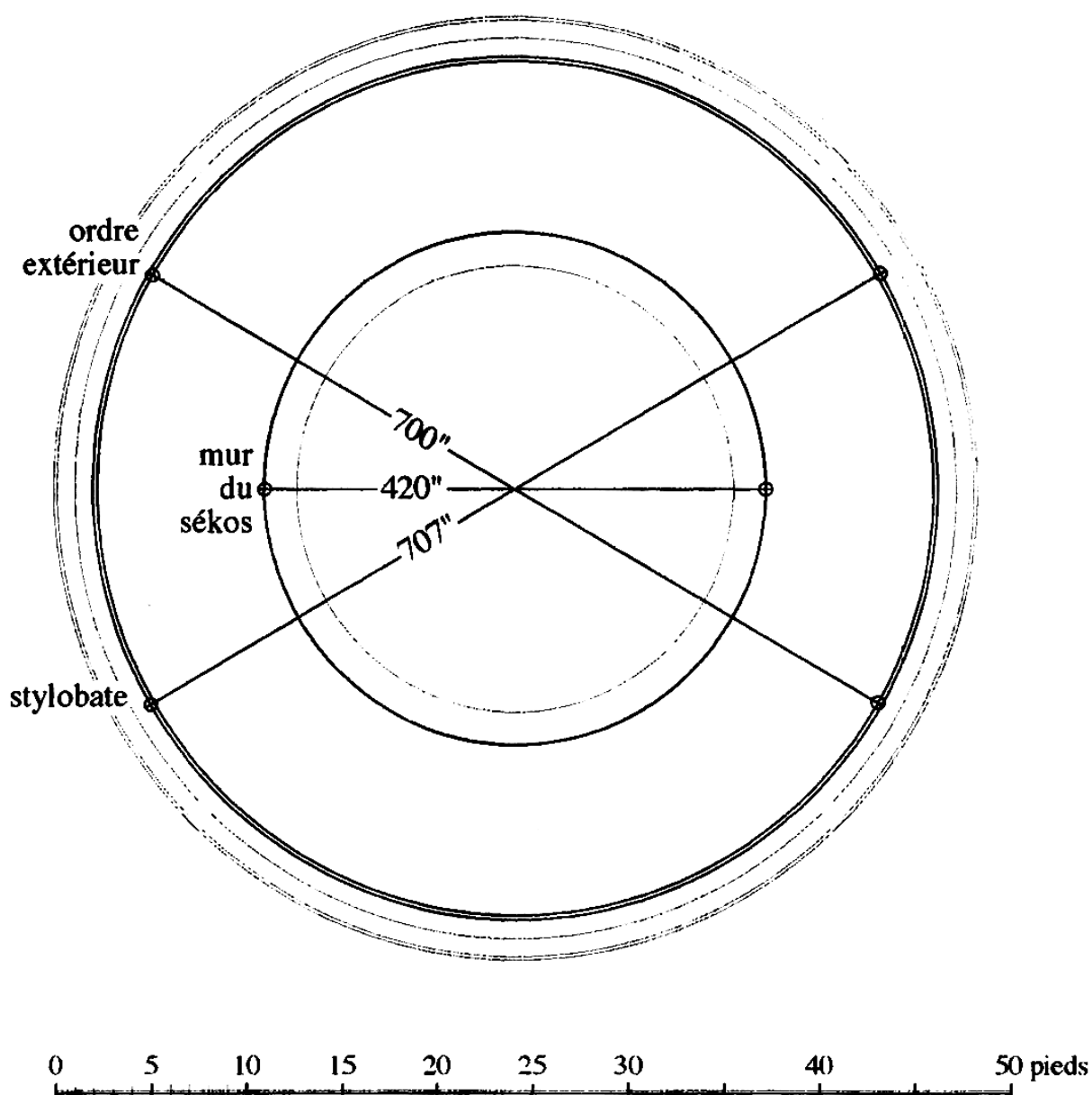


Fig. 5. — Dimensions importantes. 1/125°.

Jusqu'ici, nous constatons que, dans les rapports cités, le petit ordre est au grand comme 3 et 5, ce qu'on peut vérifier pour triglyphes et métopes du petit ordre :

triglyphe $22 \times \frac{3}{5} = 13,2''$ ou 252,1 mm

métope $33 \times \frac{3}{5} = 19,8''$ ou 378,1 mm

architrave $110 \times \frac{3}{5} = 66''$ ou 1260,6 mm.

On observe ainsi que l'emploi de 11 et de $\frac{22}{7}$ facilite grandement les calculs.

D'autre part 55 se trouve être à la fois un des nombres de la série de Fibonacci (...21, 34, 55, 89...) et la somme des dix premiers entiers¹⁶.

Mais le rapport $3/5$ n'est pas le seul qui apparaisse entre les dimensions des deux ordres. Voici d'autres rapports, toujours en valeur fractionnaire très approchée : le nombre d'or φ et son inverse $1/\varphi$ sont apparents entre les nombres fibonacciens qui mesurent les deux métopes en hauteur, 34 et 21, quotient 1,619; le couple $T + M$, large de 55 et haut de 34, appelle la même observation. Le rectangle de côtés T et $M + T$ est un rectangle d'or, 55:34, soit 1,618. Architrave et épistyle : $19,2/31 = 1/\varphi$.

De même la hauteur du grand ordre, épistyle plus frise, est $31 + 34 = 65''$, celle du petit ordre est $19,2 + 21 = 40,2''$, le rapport est encore φ (ou à l'inverse $40,2/65 = 0,618$ ou $1/\varphi$).

Au petit ordre, la largeur de l'architrave et la hauteur du triglyphe, $66''$ et $21''$, ne dissimulent guère $22/7$ ou π .

Au grand ordre, la largeur du couple $T + M = 55''$, divisée par la hauteur de l'épistyle, $31''$, donne 1,774, valeur approchée de 1,772... qui est $\sqrt{\pi}$. L'allusion est fort claire à la solution de la quadrature du cercle¹⁷.

Enfin, en anticipant un peu, on constate que la hauteur de l'épistyle, $31''$, est le dixième de la hauteur de la colonne, chapiteau compris, 5,921 mètres ou 310 dactyles.

Les dimensions en plan, jusqu'à l'orthostate

Notons d'abord que l'usage du pied de 0,3056 se décèle depuis la fondation, haute de 2,13 m ou 7 pieds, et les parpaings de poros sont uniformes en plan, $33'' \times 66''$, hauts d'un pied (*FD*, texte, p. 2). Les dimensions du tableau que voici sont données en millimètres et en dactyles, en suivant le plus possible les cotes de Gottlob et de Ducoux (*BCH* 64-65 [1940-41], pl. VII).

(16) Il faut rappeler ici la série de Fibonacci, qui se forme en ajoutant chaque fois le nombre précédent, à partir de 1 : 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89..., jusqu'à p. ex. 987 qui se trouve être une valeur approchée de $100 \pi^2$, la racine carrée de 987 étant 31,416556... Le rapport entre deux nombres consécutifs de la série tend vers 1,618033... (l'inverse 0,618033...), mesurant le partage d'une droite en moyenne et extrême raison ou nombre d'or, comme nous en avons vu une manifestation à propos des dalles du ptéron. Voir Ed. CALLANDREAU, *Célèbres problèmes mathématiques* (1949), p. 183-192, p. 205 sq. A. WARUSFEL, *Les nombres et leurs mystères* (1961). J'ai fait remarquer dès 1953, dans la *RA* 41 (1953), p. 41-49, qu'au théâtre d'Épidaure le nombre des gradins est $55 = 34 + 21$, nombres fibonacciens. Je vois avec satisfaction que cette observation, repoussée par les auteurs de la publication du théâtre sans examen, est remise en valeur par L. KÄPPEL, «Das Theater von Epidauros. Die mathematische Grundidee des Gesamtentwurfs und ihr möglichen Sinn», *JDAI* 104 (1989), p. 83-106, notamment p. 90 sq. La série de Fibonacci entraîne la présence du pentagone et du nombre d'or : voir le dessin p. 105 fig. 13. Je suis en accord complet avec ses conclusions. La bibliographie donnée dans les notes du *JDAI* me dispense de la reproduire ici. P. 92, n. 29, M. L. KÄPPEL, à propos des dessins de l'architecte antique, renvoie à la belle découverte de L. HASELBERGER au temple d'Apollon à Didymes, *IstMitt* 30 (1980), p. 191-215 et 33 (1983), p. 90-123.

(17) La hauteur de l'épistyle, $31''$, et la largeur du triglyphe, $22''$, donnent $31/22$ qui est la fraction simple la plus proche de $\sqrt{2}$ ou 1,414..., le quotient 1,409 donne un écart de 0,005 seulement. Aussi $33/21 = \pi/2$ (ou $11/7$).

ASSISE	DIAMÈTRE (millimètres)	RAYON	DIAMÈTRE (dactyles)	CIRCONFÉRENCE (dactyles)	ARC D'UNE DALLE
Euthyntéria	14766	7383	773 (a)	2430	60,75" = 1160 mm
Premier degré	14666	7333	768 (48')	2414 (b)	60,33" = 1152,3 mm
Deuxième degré	14098	7049	738	2320 (c)	58" = 1107,8 mm
Stylobate	13504	6752	707 (d)	2222 (e)	55,50" = 1060 mm
Axe des colonnes (cercle)	12560	6280	657,6	2066,66 (f)	103,33" = 1974 mm (2 dalles)
Axe des colonnes, <i>icosagone</i> , périmètre et côté				pér. 2060 (g)	côté 103" = 1967 mm (2 dalles)
Cercle du péristyle	11550	5775	604,5	1900 (h)	47,5" = 907,25 mm (i)
Calcaire bleu (toichobate)	8404	4202	440 (j)	1383	34,5" = 659 mm
Orthostate, face (en haut)	8174	4087	428	1345 (k)	67,25" = 1284 mm
Orthostate (arrière)	6990	3495	366	1150 (k)	57,5" = 1098 mm
Dalle centrale	1184	592	62 (l)	—	—

Remarques.

- (a) 773" est premier; $773 - 707 = 66$. $243 = 3^5$.
 (b) $2414" = 1 + \sqrt{2}$, facteur 1000.
 (c) $2320" = 145$ pieds. Même diamètre au larmier et au chéneau. $738 = 6\varphi^{10}$ (123×6).
 (d) $707" = 101 \times 7$ ou $\frac{1}{2} \sqrt{2}$, ou $\sqrt{50}$ facteur 100.
 (e) $2222" = 101$ largeurs du grand triglyphe; $\pi : \sqrt{2} = 2,2222...$
 (f) $103,33" =$ le tiers de $310"$, hauteur de la colonne.
 (g) Voir ci-après pour l'icosagone.
 (h) Voir p. 293-294.
 (i) $47,5"$ ou 907 mm, longueur de l'arc extérieur de la dalle de plafond reconstituée, *FD* pl. XIII.
 (j) $773 - 440 = 333$, du calcaire bleu à l'euthyntéria. $440 = 20 T$.
 (k) Sur 16 blocs d'orthostate seulement. $366"$, diamètre de la cella entre murs.
 (l) Le rayon est $31"$, c'est le $1/10$ de la hauteur de la colonne, l'épaisseur de l'orthostate, la hauteur de l'épistyle. $31 = 7 + 11 + 13$, tous premiers.

L'icosagone

Parmi les polygones à 20 côtés constructibles dans le plan, une figure intéressante est l'icosagone dont les sommets sont le centre des mortaises marquant l'axe des colonnes sur le stylobate. On peut le comparer à la circonférence du cercle passant par les mêmes points. La valeur du côté c par rapport au rayon est donnée par des formules relatives au pentagone, au décagone et à l'icosagone, étoilés et réguliers, formules dont les rapports sont féconds, notamment par la présence constante de φ . La formule pour l'icosagone régulier est :

$$c_{20} = R \times \sqrt{\frac{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}{2}} = 0,3128689 \times R.$$

Le calcul donne $R \ 6284 \text{ mm} \times 0,3128689 = 1966,0681 \text{ mm}$. Or 103 dactyles font $1967,3 \text{ mm}$. J'ai mesuré sur place 1967 mm . Le périmètre du polygone est $103 \times 20 =$

2060". On voit alors qu'entre la circonférence et le polygone la différence n'est que de 2066,66 — 2060 dactyles ou 127 mm. (N.B. : $103 \times 6 = 618$!).

L'usage de π et de $\sqrt{2}$ apparaît constant. On déduit sans peine des propriétés classiques. Par exemple, un carré inscrit dans le cercle du stylobate, ayant pour diagonale 707, aura pour côté 500 (707:1,414), et un carré de côté 707 aura pour diagonale 1000. Ces constructions (cf. Platon, *République* VIII 546 c) ont pu figurer sur la table à dessin de Théodoros (fig. 7).

Les nombres premiers

Le tableau montre que le plan de l'édifice depuis la dalle blanche centrale, éclatante au milieu du calcaire sombre, jusqu'au cercle de l'euthynteria, est organisé sur deux nombres premiers, *le plus petit rayon, 31"*, et *le plus grand diamètre, 773"*. À nos yeux, mais c'était sensible dans la notation antique, ces nombres sont faits de chiffres qui expriment eux-mêmes des nombres premiers, 1, 3 et 7. Entre les Pythagoriciens et Ératosthène, inventeur d'un crible (χόσκινον) pour étudier l'identification et la répartition des nombres premiers (πρώτοι καὶ ἀσύνθετοι), la théorie de ces nombres n'est pas inconnue de Théodoros, qui emploie abondamment 11 (avec ses multiples), 101 (avec son multiple 707), 103 qui est le côté de l'icosagone passant par les axes des colonnes, 31 qui est entre autres le dixième de la hauteur de la colonne. Obéissant à ce qui sera plus tard le théorème de Fermat (« tout nombre premier de la forme $4k + 1$ peut se représenter, et d'une seule manière, comme somme de deux carrés ») le diamètre total à l'euthynteria, 773, est la somme de 289 et 484, soit $17^2 + 22^2$, nombres qui nous sont déjà familiers¹⁸.

Inversement, tout nombre non premier peut se mettre, et d'une seule manière, sous la forme d'un produit de nombres premiers. Exemple la longueur totale du ruban de l'épistyle, 100 largeurs de triglyphes ou $2200'' = 2^3 \times 5^2 \times 11$.

Le traité de Théodoros devait donc associer ce que les Anciens appelaient arithmétique, notre théorie des nombres, la logistique, ou technique du calcul, et la géométrie du carré, du cercle et du pentagone. Nous allons en voir d'autres manifestations.

Éléments de la colonne (fig. 6)

Suivant avec trop de confiance la restitution de Pomtow avec quatre tambours, d'après les rapports constatés entre la hauteur et le diamètre inférieur (à la pointe des cannelures) des colonnes du v^e siècle, Charbonneaux et Gottlob l'avaient acceptée sans autre contrôle¹⁹ : le rapport H/Di qu'ils trouvaient était 4,813 m sur 0,8685, ou 5,54. Le

(18) À part 2 et 5 tous les premiers sont terminés par 1, 3, 7, 9. Après Fermat, Mersenne et Gauss, qui les a utilisés pour démontrer la constructibilité des polygones réguliers (cf. ci-dessus, p. 292), les nombres premiers occupent toujours les théoriciens des nombres. Cf. T. L. HEATH, *Greek Mathematics*, I, p. 72 et 100, sur Ératosthène, contemporain de Callimaque ; E. BOREL, *Les Nombres Premiers*, Coll. *Que Sais-je?*. On voit que la Tholos d'Épidaure est organisée sur une *ratio* 13 pour ses mesures, et sur 7 et 13 pour le nombre de ses colonnes (14 et 26), v. p. 312. — Dans le théorème, k est un nombre entier quelconque.

(19) *FD*, texte, p. 4 : « Les fragments subsistants donnent l'assurance que chacune de ces colonnes était formée de quatre tambours à peu près d'égale hauteur ». La note 3 énumère les hauteurs mesurées sur les 31 tambours accessibles, la moyenne est 1116 mm, les tambours du haut étant les plus hauts. J'ai repris en 1980 les mesures sur les 15 pièces non utilisées dans la reconstruction, la moyenne est 1114 mm (= Gottlob, pl. IV).

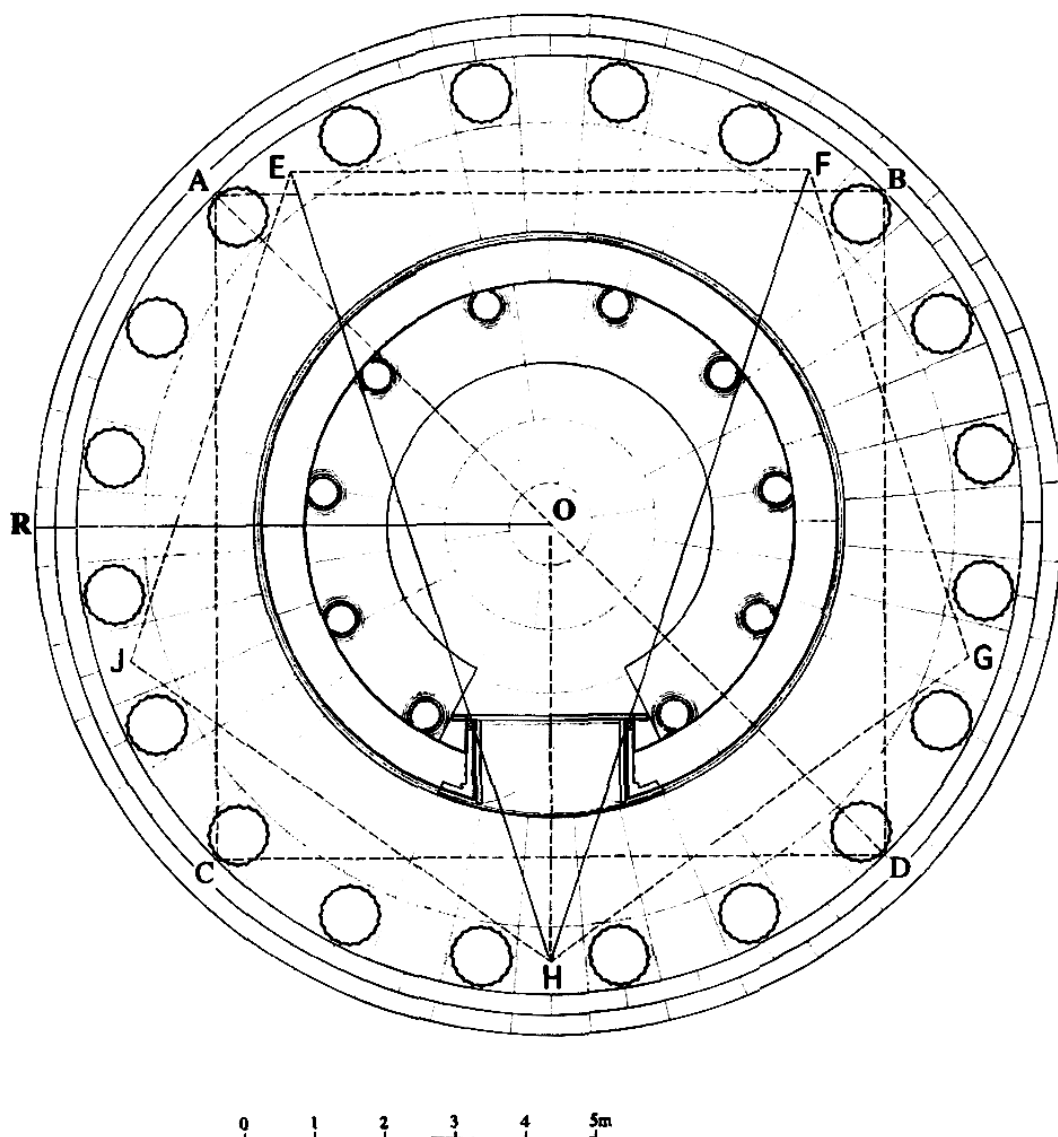


Fig. 7. — Carré et pentagone. 1/125°. (OR = EJ).

18,5", intervient pour finir. Les 4 premiers tambours à 58,25", le cinquième à 58,5", le chapiteau à 18,5", font au total **310** dactyles, 5,921 mètres (cote de Ducoux : 5931). Notons que **233** est un nombre (*premier*) de Fibonacci; 77 (soit $58,5 + 18,5$) est un multiple de 11. Et 310 vaut dix fois la hauteur de l'épistyle qui vient immédiatement au-dessus des chapiteaux, trois fois l'arc-entraxe des colonnes ($103 \frac{1}{3}$).

Du côté du *péristyle*, la hauteur sous plafond se calcule ainsi : la colonne plus l'épistyle font $310 + 31 = 341$ " ou 6513 mm. La queue de frise, cotée 200 mm environ pour le bloc-type de Gottlob, pl. VII, n'est pas toujours aussi haute, et varie légèrement entre 170 et 198,5 mm selon les exemplaires. En retenant 172 mm ou 9", le total est $341" + 9" = 350$ dactyles.

On découvre alors que cette hauteur sous plafond, 350", est égale au rayon de la Tholos à l'épistyle ($D = 700$). On pourra le confirmer en calculant la hauteur nouvelle du mur, qui doit être elle aussi de 350", sous peine d'avoir des dalles de plafond non-horizontales.

Hauteur du mur de la cella

Le toichobate en calcaire bleu sombre dépasse le dallage de 57 mm ou 3". L'orthostate de 878,6 mm (Gottlob 880) vaut 46". Comme l'architrave n'est autre qu'un dernier parpaing et qu'elle mesure en hauteur 19,2", 14 parpaings feront 5138 mm ou 269" juste (ce nombre est premier et ses facteurs carrés sont 10^2 et 13^2). En ajoutant frise, 21", et couronnement, 11" (210 mm), on obtient²³ :

$$3 + 46 + 269 + 21 + 11 = 350'' = 6685 \text{ mm.}$$

La hauteur moyenne d'un tambour étant théoriquement 1114 mm, elle est comprise 6 fois dans la hauteur du mur, car $6685:1114 = 6$.

Hauteur totale de l'ordre extérieur

Elle est facile à calculer en additionnant²⁴ :

375	{	Colonne	310"	=	5921	mm
		Épistyle	31"	=	592,1	mm
		Frise	34"	=	649,4	mm
25	{	Larmier	9,5"	=	181,5	mm
		Chéneau	15,5"	=	296	mm
Total :			400"	=	7640	mm

La hauteur totale 400" et la hauteur du mur sous plafond 350" (= le rayon à l'épistyle) sont entre elles comme 8 et 7 ($7:8 = 0,875$).

Étude du larmier

Les dimensions du larmier sont faciles à rétablir, malgré l'absence de cotes essentielles et la réduction excessive du dessin dans la pl. IX. J'ai repris les mesures, notamment sur un fragment de corniche à mutules qui a été transporté anciennement jusqu'à une collection de marbres voisine de l'actuelle maison de l'École française (trouvé en 1971, cf. P. Amandry, *BCH* 108 [1984], p. 191 n. 34, cf. p. 185 n. 23). Les mutules sont des rectangles déformés, ce qui a exigé une parfaite attention des marbriers, notamment pour la confection des $18 \times 80 = 1440$ gouttes, dont le diamètre est 2 dactyles (38,2 mm)

(23) Ducoux inscrit la cote 6,703 m au lieu de 6,685, reprenant visiblement pour la hauteur d'un parpaing la cote moyenne de Gottlob, 367,3 mm, ou 250" pour 13 pierres. Cette cote, relevée sur la pl. XVII, à cause de sa précision au dixième de millimètre, peut faire penser que Gottlob avait bien calculé la valeur du dactyle et donc celle du pied, telles que je les ai retrouvées. Le parpaing inachevé, pl. XVII en bas, est haut de 376 mm, mais justement il n'est pas fini. Sur le mur remonté, j'ai vérifié la hauteur de 12 parpaings : les mesures varient de 362 à 370, en moyenne 367, ce qui est bon. La faiblesse de l'écart est un bon exemple de la précision obtenue dans la taille des marbres. Il ne semble pas que nous ayons la longueur et la hauteur de parpaings voisins de la porte, qui demande un calcul spécial.

(24) Noter : $375:25 = 15$; $400:25 = 16$.

et la hauteur 9,5 mm, un demi-dactyle. Dans un bâtiment quadrangulaire, les mutules ont la même largeur que les triglyphes ; ici, les dimensions doivent augmenter légèrement avec l'allongement des rayons. Au lieu de 22", largeur du triglyphe, nous allons avoir, à l'avant du mutule, 23", et le reste à l'avenant. Voici les cotes :

Largeur du mutule, en avant	: 439-440 ;	23" = 439,3 mm
Largeur de la via, en avant	: 110-111 ;	5,75" = 110 mm
Largeur du mutule, à l'arrière	: 429-430 ;	22,5" = 429,75 mm
Largeur de la via, à l'arrière	: 107 ;	5,5/8" = 107,4 mm
Profondeur du mutule	: 261-262 ;	13,75" = 262,6 mm

La via est le quart du mutule, comme il est normal. En avant, deux mutules et deux viae font $2(23 + 5,75) = 57,5"$.

Gottlob n'a pas indiqué la cote de la largeur totale de la corniche sur la pl. IX, mais sa restitution du chéneau, également incomplet, donne environ 1106,5 mm, ce qui correspond à 58 dactyles (1107,8). Pour 40 pièces, la circonférence extérieure sera $58 \times 40 = 2320"$ ou 145 pieds. Le rayon est alors 369", le diamètre 738", ce qui est exactement le diamètre en plan au deuxième degré de crépis.

Si le mutule est large à l'avant de 23", la circonférence sera de 100 mutules, comme elle est, juste au-dessous, de 100 largeurs de triglyphe ou 2200". Ce sera 2300". Au-dessus de la métope (33"), en ajoutant deux largeurs de via, on aura 34,5" ou 659 mm. Le rapport $34,5:23 = 1,5$ est celui que l'on attend. 2300" suppose un diamètre de 732" (rayon 366, égal au diamètre de la cella aux murs, soit 3495,3 mm, la cote de Ducoux est 3493)²⁵. À l'arête du lit de pose, le diamètre est le même que celui de la frise qui vient au-dessous, soit $R = 350"$, $D = 700"$, circonférence 2200 ou 100 triglyphes.

Entre les deux, la largeur du mutule et de la via en arrière ($22,5 + 5,5/8 = 28\ 1/8"$) implique une circonférence de 2250", d'où $R = 356,5"$, $D = 713"$. Il est à noter que le diamètre hors tout, à l'euthynteria, est 773", donc 60" de plus. On a d'avant en arrière les valeurs 2320 – 2300 – 2250 – 2200. La différence entre $R = 366"$ et $R = 350"$, 16 dactyles ou un pied, prouve que l'avant du mutule est à un pied (305,6 mm) de l'arête du lit de pose : le mutule dépasse d'un pied le nu de la frise.

Le chéneau aura la même circonférence, 2320", soit une pièce à 58". Le rayon devrait être 7047,9 mm ; G. Roux l'estime à 7040 (BCH 76 [1952], p. 444).

Il y aurait encore maintes propriétés de cette curieuse figure, qui se sont révélées à Théodoros comme à nous au cours de l'étude. On pourrait entre autres vérifier les dimensions de la dalle de plafond reconstituée par Replat, longue hors tout de 112" ou sept pieds, l'intervalle visible d'en dessous étant de 89" ou 1700 mm. Le lecteur curieux pourra refaire les calculs, et constater la permanence de nombres tels que 11 et ses multiples²⁶. Il nous faut à présent entrer dans la cella par la porte et examiner l'intérieur.

(25) À sept millimètres près, le diamètre de la cella entre murs serait 365,25 dactyles (3488 au lieu de 3495 mm), le nombre de jours de l'année. Mais c'est probablement trop beau pour être vrai.

(26) *Cotes de l'épistyle*. — L'épaisseur de l'épistyle, pl. VI, est 795 mm ou 41,66" ou 125/3. Cette dimension se vérifie sur le dessus de l'abaque pl. IV, en haut et à gauche. L'abaque est large de 46,66" ou 140/3. La différence est 5", soit 2,5" de chaque côté du bloc posé sur l'abaque.

Largeur de l'épistyle, à l'avant : 2101 mm ou 110". Circonférence 2200".

Largeur de l'épistyle, à l'arrière : 1853 mm ou 97". Circonférence 1940".

Différence entre l'avant et l'arrière : $110 - 97 = 13$.

Le seuil et la porte

La planche XX de *FD* fournit les éléments du seuil, bien analysés dans un commentaire détaillé. Les montants de la porte et le linteau n'existent plus, et on doit interroger le seuil de marbre. Haut de 20" (382 mm), il montre une ouverture de la baie de 2186 mm (texte p. 14), soit 114,5". L'arc de la face antérieure (3330 mm dans le texte, mais 3250 mm dans le dessin) doit être 170" ou 3247 mm, et la face postérieure rectiligne mesure 2802 mm ou 146" (en théorie 2792 mm). La profondeur du seuil (*ibid.*, p. 15) est la moitié de ce nombre, 1395 mm ou 73". Les proportions sont simples : $170:146 = 7:6$, $170:73 = 7:3$.

La porte elle-même devrait avoir, comme l'a compris Gottlob, dix fois la hauteur du seuil, $20" + 200" = 220"$, la hauteur du linteau au-dessus du dallage. En ajoutant à la portion de l'orthostate qui dépasse le seuil ($46" - 20" = 26"$ ou 496,6 mm) la valeur de neuf parpaings pour arriver à la hauteur de la face inférieure du linteau, on obtient $3820 - 496,6 = 3323,4$ mm, ce qui équivaut en effet à neuf parpaings de 368 mm environ. Il restera 13—9, la valeur de 4 parpaings de mur pour atteindre l'architrave. C'est tout ce qu'on peut constater et imaginer ; dans ces conditions, les dimensions de la porte : 200" sur 114,5", donnent un rapport 1,746, c'est-à-dire 1,75 ou 7:4.

La cella et les pentagones

On ne voit pas expressément dans le plan de l'édifice la figure du pentagone régulier P_5 et du pentagone étoilé P'_5 , mais leur présence est sous-entendue et inévitable, et ils devaient apparaître sur la table à dessin de Théodoros. En effet, le simple choix d'un plan à 20 colonnes à 20 cannelures, à 20 épistyles, à 40 couples triglyphe-métope, etc., suppose le dessin par règle et compas de pentagones à grande échelle sur le stylobate, à petite échelle sur les lits des tambours, etc. Il est expédient que les sommets soient les axes des colonnes, qui commandent tout, et sont les sommets de l'icosagone que nous avons précédemment cherché à calculer (cf. *supra* p. 301). En plaçant pour une bonne symétrie un des sommets dans l'axe de la porte, sur une dalle intermédiaire entre deux colonnes, le pentagone régulier EFGHJ s'inscrit (fig. 7) en liaison avec un carré dont les angles ABCD se placent sur le cercle extérieur du stylobate. La diagonale de ce carré est connue (tableau p. 301), c'est 707" ou $\sqrt{50}$ facteur 100 ; le côté du carré est 500" exactement car $\sqrt{500^2 + 500^2} = 707,10678...$

Que sera le côté du pentagone P_5 ? Il est donné par la formule : « pour $R = 1$, $c = \frac{\sqrt{5-\sqrt{5}}}{2}$ » ou 1,1755704... Le rayon étant 6280 mm, le produit sera 7382,58 mm. Le côté du pentagone que nous venons de tracer se révèle alors *égal au rayon de la Tholos à l'euthyntéria*, 7383 mm (Gottlob). Le diamètre est 773", le rayon 386,5 dactyles (cf. fig. 2).

Cotes de la frise. — Épaisseur : 859, 5 mm ou 45".

Largeur de la frise (T + M) 1050,5 mm ou 55", circonférence 2200".

Largeur de la frise (arrière) 916,8 mm ou 48", circonférence 1920" ou 120 pieds.

Différence entre l'avant et l'arrière : $55 - 48 = 7"$.

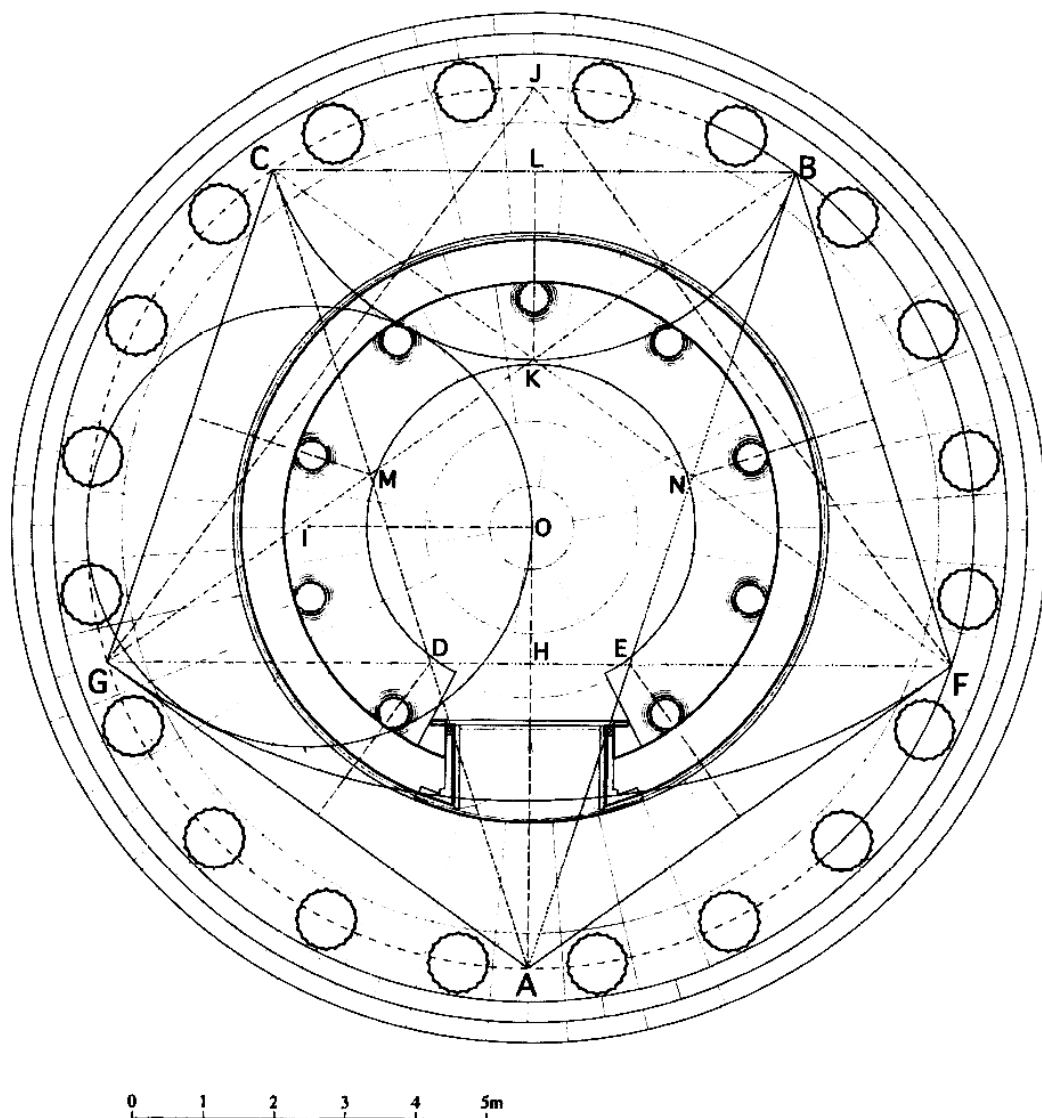


Fig. 8. — Le pentagone et les colonnes corinthiennes correctement replacées.

Dans ces conditions, il va être intéressant de mener (fig. 8) les droites AB et AC, éléments du pentagone étoilé. On constate alors que ces droites donnent *la largeur de la baie à la porte intérieure*. La formule pour le côté de P'_5 est $R \times \sqrt{\frac{5+\sqrt{5}}{2}}$ ou 1,902113..., d'où $c = 11945$ mm, qui font 625 dactyles et quatre dixièmes ($625 = 5^4$), en rapport φ avec le côté de P_5 qui est 386,5".

Achevons la figure (fig. 8). Le procédé classique est le suivant pour la construction des pentagones au moyen du compas :

Soit le cercle de rayon $1/2$ de centre I, et les deux arcs de cercle de centre J tangents au précédent. Ils donnent immédiatement les quatre sommets B C G F de P_5 et de P'_5 . Le cinquième sommet, A, est diamétralement opposé à J. La figure montre :

a) qu'un pentagone renversé et homothète (le rapport d'homothétie est φ^2) apparaît au centre du monument, et que ses cinq sommets K M N D E sont placés sur un cercle délimitant le banc de calcaire bleu qui supporte les colonnes corinthiennes. Gottlob donne le diamètre de ce cercle, qui est 4646 mm ou **243"** ($= 3^5$);

b) que la propriété de la figure est de multiplier les triangles d'or fibonacciens au nombre de 20 (tels ABC ou AFG, dix de chaque espèce), ainsi que 10 sections d'or, comme FDE, FGD, DEG, FEG, etc., auxquelles on en ajoute 10 autres en menant des droites apothèmes telles que AL, comme AHL, HKL, etc.;

c) que les bases corinthiennes dans leur emplacement proposé par Gottlob, sur des indices malheureusement évanides, sont à des emplacements aberrants, par rapport aux joints des blocs qui les supportent, et qu'elles obéiront à la symétrie sans faille à laquelle l'étude du monument nous a habitués, si nous les adossons au mur dans l'axe des apothèmes, tels KL, des triangles d'or tels que KBC, KNB, BNF, NEF, FEA, DAG, DGM, GMC, MCK. Il y en a *neuf*, seulement, car le triangle DEA donne l'ouverture de la porte, où une colonne fictive, la dixième, est supprimée. Il ne peut y avoir dix colonnes plus une fictive dans la porte, car l'hendécagone fictif qui règle la place des bases pour Gottlob est banni de notre univers mathématique. À Épidaure, c'est différent (fig. 9) : le bâtiment est plus grand, et il peut y avoir à l'intérieur un anneau *complet* de 14 colonnes indépendant de la porte, ce qui évite la contrainte qu'imposait le plan réduit du monument delphique ; l'anneau intérieur ne pouvait être qu'adossé au mur. On peut être sûr que l'architecte d'Épidaure connaissait la Tholos de Delphes.

De cette façon, les colonnes corinthiennes se disposent de façon beaucoup plus satisfaisante pour l'esprit (au moins le nôtre!) en alternance de plan avec les colonnes doriques, par exemple sur la droite KLJ. La porte a fait disparaître deux orthostates et trois des dalles bleues du banc aux colonnes. Il en reste 17 pour les neuf colonnes du décor intérieur. Le rythme 10 est naturellement conservé pour les deux anneaux bleus du dallage qui entourent la dalle blanche centrale.

Le rayon du banc porte-colonnes est calculable ; du centre vers l'extérieur, les rayons des pierres sont :

1) dalle blanche centrale R 592 mm = **31"**

2) cercle bleu n° 1 R 955 mm = **50"**

3) cercle bleu n° 2 R 917 mm = **48"**

total : 2464 mm = 129", diamètre 258".

Le rayon total, banc compris, sera $2464 + 1032 = 3496$ mm (cote de Gottlob : 3493) ou 183" (diamètre 366"). C'est en effet la mesure relevée en arrière de l'orthostate. La cote 31" se répète de la dalle blanche centrale dans l'épaisseur de l'orthostate, et entre la dalle ronde blanche et le premier cercle bleu nous apercevons le rapport 50:31 ou 100:62, qui est une bonne approximation de 1,618. Est-ce un fait exprès, pour manifester que le nombre d'or est au cœur même de la Tholos et qu'il se propagera jusqu'aux dalles du péristyle où nous l'avons découvert au début de cette étude ?

Dernière constatation : il n'y a pas beaucoup de place à l'intérieur de la Tholos. Comme le banc a une moulure qui déborde sur le second anneau, le rayon est réduit de 141 mm et on retombe sur le diamètre de 4646 mm ou 243". La surface accessible (πR^2)

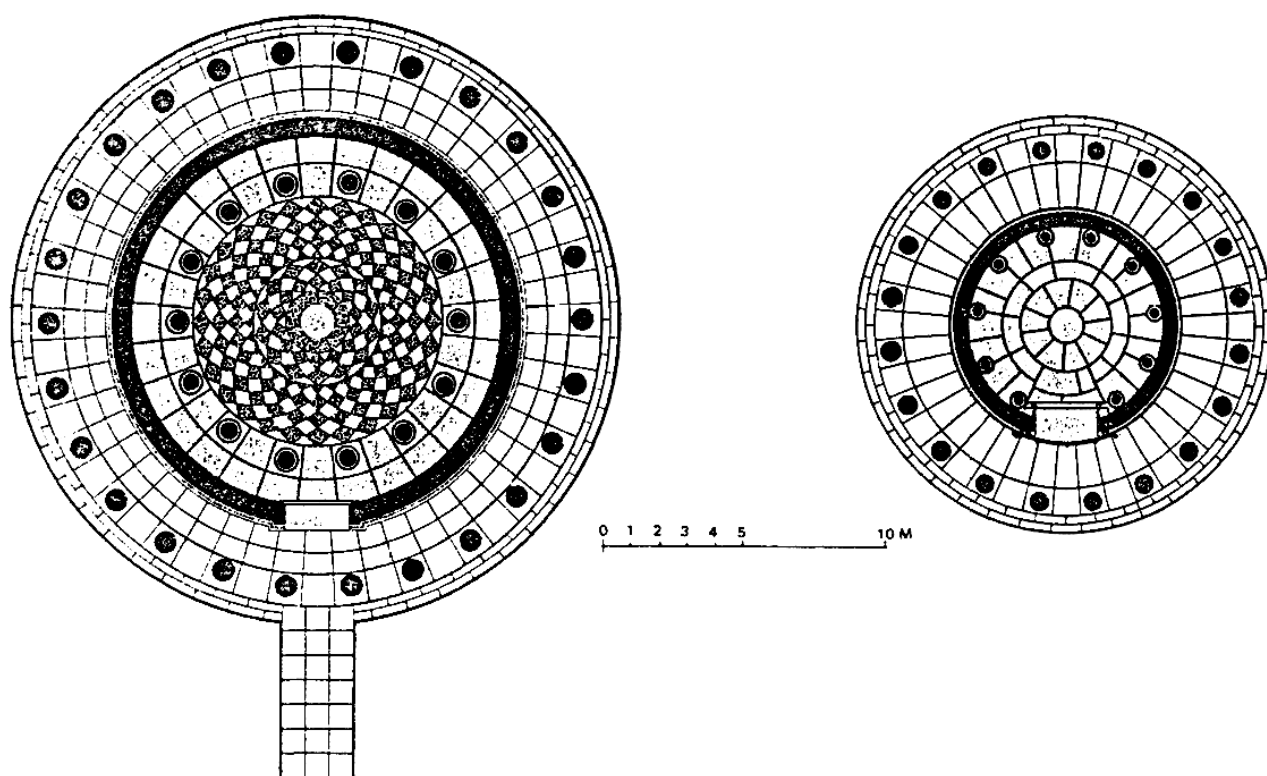


Fig. 9. — Tholos d'Épidaure et de Delphes, d'après *Grèce classique*, p. 351.

est 2,323 mètres au carré multiplié par 22/7 ou 16,96 m², plus l'ouverture de la porte et le seuil²⁷.

*
**

Un des traits essentiels de la Tholos, qui saute aux yeux à présent que la reconstitution partielle s'offre à la vue, c'est l'existence de trois cercles ; celui du *stylobate*, en bas, et en levant le regard les deux rubans lisses et éclatants que sont l'*épistyle* sur les colonnes et l'*architrave* sur le mur. Ils sont dépourvus d'ornements, au contraire de la frise sculptée, et ils sont continus, alors que la ligne des chapiteaux est interrompue. Le cercle des orthostates, pourtant remarquable, était lui-même interrompu par la porte. Ces trois éléments sont parfaitement symétriques par rapport au centre, et leurs composants sont tous identiques, taillés aux mêmes cotes sur gabarit unique. Ce sont eux par conséquent, mis en vedette, qui vont tout commander.

(27) On renoncera sans peine excessive aux neuf statues chryséléphantines «selon toute vraisemblance» imaginées par G. Roux en l'absence de toute trace matérielle, *CRAI* (1988), p. 294 et 304, sous prétexte que le bâtiment, luxueux, ne peut contenir que des objets de luxe, et que le banc est fait de calcaire bleu sombre. On trouverait pourtant sans difficulté au IV^e siècle des bronzes établis sur des calcaires bleu sombre, tels les Arcadiens de l'entrée du sanctuaire, les statues de Sostratos de Sicyone ou de Pélopidas, œuvres de Lysippe. Quant à la Tholos au double chéneau transformée les jours de pluie en une «fontaine monumentale», le spectacle n'aurait pas attiré beaucoup de curieux. Quand il pleut à verse au pied du Parnasse, il vaut mieux se mettre à l'abri.

Tout est parti de la considération des deux nombres *irrationnels* inévitables dans un édifice circulaire, ceux qui expriment le rapport entre la circonférence du cercle et son diamètre, π , et la diagonale ou plutôt en grec le diamètre, $\delta\acute{\iota}\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omicron\varsigma$ γραμμή, du carré, $\sqrt{2}$. π valant 22/7, Théodoros est parti de ces deux nombres, avec la moitié de 22, c'est-à-dire 11 et ses multiples, utilisant en cas de besoin un facteur multiplicateur pour obtenir des mesures réelles. En choisissant un diamètre pour l'épistyle de 700", il obtenait une longueur totale de la circonférence de $700 \times 22/7 = 2200''$, aisément divisible par 20 pour les épistyles (110") et par 40 pour les couples Triglyphe + Métope de la grande frise (55"), lesquels se divisaient commodément en $M = 33''$ et $T = 22''$. Cela pour le grand ordre.

Pour le petit ordre, au-dessus du mur, il était naturel de prendre pour le diamètre à hauteur de l'entablement un autre multiple de 7. Le facteur choisi a été 60, donnant entre les deux ordres un rapport simple, d'ailleurs fibonaccien, 3:5. Le diamètre a donc été de 420" et la circonférence de 1320", divisible en 20 architraves de 66". Le couple $t + m$ valait donc 33" ($M = t + m$), partagé suivant le rapport 3:2 en $m = 19,8''$ et $t = 13,2''$.

Ainsi 11,22 et 7 engendrent les cotes en plan jusque dans le détail. Mais pour l'élévation, ce n'est plus le rapport 3:5 qui joue, c'est le nombre d'or, ϕ , dont nous avons déjà constaté la domination. Avec au cœur du dispositif les nombres 21, 34, 55, ceux qui plus tard vont dénombrer les gradins du théâtre d'Épidaure, nombres qui étaient à la fois assez petits et tout de même assez précis dans leurs rapports ϕ pour être utilisés commodément, un des nœuds entre les deux systèmes étant 55, multiple de 11 et en même temps pour l'arithméticien somme des 10 premiers entiers.

700 était un nombre, on le voit, plein d'intérêt, car au surplus 7 (car $7 \times 7 = 49$) est la *diagonale* ($\delta\acute{\iota}\alpha\mu\epsilon\tau\rho\omicron\varsigma$) *rationnelle* de 50, selon la *République* VIII 546 c, tandis que la véritable racine, *irrationnelle*, de 50 est un peu plus grande. Nous savons, et Théodoros déjà savait, que $\sqrt{50} = 7,07$. Avec un facteur 100, il en a fait le *diamètre de la Tholos au stylobate* (cf. p. 301). Pour le mathématicien moderne, c'est 7,0710678..., avec un 1 à la troisième décimale qui assure que l'erreur est négligeable quand tout ceci est transposé en marbre du Pentélique. Et il est à remarquer que $\pi : \sqrt{2} = 2222$, la circonférence du stylobate.

Avec par conséquent pour outils mathématiques 22 et 7, la diagonale $\sqrt{2}$ et le choix de 20 colonnes qui impose les pentagones et la série dite de Fibonacci, mère du nombre d'or, la considération du pentagone étoilé qui donne les dimensions internes et l'ouverture de la porte, plus la coquetterie de rappeler à l'occasion que tel nombre, essentiel, comme 31 ou 773, est un nombre premier, Théodoros a déduit de fil en aiguille, si je puis dire, plans et élévations, en observant à mesure les propriétés des nombres et des figures et ce qui se dégageait de leur mise en rapport. Pour nous en donner un signe clair, il a matérialisé ϕ une première fois au centre même de l'édifice, avec le rapport « blanc-bleu » 31 : 50, de façon encore un peu approchée, puis quarante fois de suite entre les deux segments de rayon au promenoir entre colonnes et mur, de la manière la plus insistante²⁸. Il ne lui restait plus qu'à rédiger le livre.

(28) Théodoros a dû constater que les rapports fractionnaires que nous notons par 5/3, 55/33, 50/31, 31/19,2, 34/21, 55/34, 82,5/51 sont des « réduites » de plus en plus approchées de ϕ ou 1,618033... Il a utilisé et signalé à l'attention ces nombres dans les dimensions importantes de son ouvrage, à l'entablement pour les deux ordres, au rapport « blanc-bleu » entre la dalle centrale et le premier anneau du dallage (50/31), et entre l'arête du stylobate (blanc) et le toichobate en calcaire bleu (82,5/51). Il est impossible que cela n'ait pas été organisé consciemment.

*
**

Pour conclure, laissons parler les contemporains de Théodoros :

«Ce qui juge dans l'âme sans égard à la mesure ne saurait être la même chose que ce qui juge d'après la mesure. Mais la faculté qui s'en rapporte à la mesure et au calcul est bien la meilleure partie de l'âme» (*République* X 603 a).

«Par la beauté des formes, ce que j'entends n'est pas ce que comprendrait le vulgaire, par exemple la beauté des corps vivants ou de leur reproduction par le dessin : je parle des lignes droites et des courbes, des surfaces et des solides qui dérivent de la droite et du cercle à l'aide du compas, de la règle et de l'équerre. Car ces formes ne sont pas, comme d'autres, belles sous certaines conditions, mais belles toujours, en elles-mêmes, par nature, et elles sont une source de plaisirs bien particuliers» (*Philèbe* 51 c).

«Ce qui, à l'origine, poussa les hommes aux premières recherches philosophiques, ce fut, comme aujourd'hui, l'étonnement (*θαυμάζειν*)... Chercher une explication et s'étonner, c'est reconnaître qu'on ignore. Le but proposé à notre entreprise, ce doit être, si je puis dire, un étonnement contraire à celui qui provoque les premières recherches de toute science. Comme nous l'avons remarqué, les sciences ont toujours leur source dans l'étonnement qu'inspirent les choses telles qu'elles sont. Ainsi, aux regards de ceux qui n'en ont point encore examiné la cause, les *marionnettes* qui se meuvent d'elles-mêmes, ou les *solslices*, ou *l'incommensurabilité de la diagonale au côté du carré*. Il paraît étonnant à tout le monde qu'une quantité ne puisse être mesurée, même par une mesure très petite. Or ce qu'il nous faut c'est l'étonnement contraire : «le mieux est à la fin», comme dit le proverbe. Ce mieux, dans les objets dont il s'agit, on y arrive par la connaissance ; car rien ne causerait plus d'étonnement à un géomètre, que si le rapport de la diagonale au côté du carré devenait commensurable». (Aristote, *Métaphysique* A 982 b-983 a, cité par P. H. Michel, *De Pythagore à Euclide*, p. 483).

APPENDICE : LES MESURES DE LA THOLOS D'ÉPIDAURE (fig. 9)

On peut appliquer notre méthode à la Tholos d'Épidaure, en considérant les cotes données par G. Roux, *Architecture de l'Argolide*, p. 140 sq.

La Tholos, plus grande que celle de Delphes, comporte deux anneaux concentriques de colonnes, avec 26 et 14 colonnes, soit le double de 13 et de 7. Nous avons vu que les polygones réguliers à 7 et 13 côtés ne peuvent être construits avec la règle et le compas ; mais l'architecte a relevé le défi et nous montre les constructions sur le terrain, les approximations étant dans la pratique insensibles.

Pour obtenir la dimension du pied et du dactyle, on observe celles de la métope et du triglyphe, qui sont entre eux comme 3 et 2 selon l'habitude de l'époque. On a :

$$\begin{array}{ll} T = & 478 \text{ mm, théoriquement } 477,75 \\ M = & 716 \text{ mm, théoriquement } 716,625 \end{array}$$

$$\text{Total : } \quad 1194 \text{ mm} \qquad 1194,375$$

Le total $T + M$ devant donner un nombre de dactyles divisible par 5 et partageable en 2 et 3, le meilleur nombre est 65, avec $T = 26''$ et $M = 39''$; la *ratio* ou nombre-clé est donc 13. Un calcul simple assure un pied de 294 mm et un dactyle de 18,375 mm selon notre système métrique.

13 est, entre autres propriétés, premier comme 7, et figure dans la série de Fibonacci. $65'' \times 2 = 130''$ sera la distance entre deux axes de colonne, ou la largeur de l'épistyle. Comme il y a 26 colonnes, la circonférence à ce plan sera $130'' \times 26 = 3380''$, ou 130 largeurs de triglyphe.

Selon G. Roux, le diamètre à ce plan est de 19,773 mètres, ce qui fait 1076 dactyles (67 pieds et un quart), théoriquement 19,7715.

Le rayon est $1076'' : 2 = 538''$. Or $2\pi \times 538'' = 3380,35''$.

Hauteur de la frise : $785 \text{ mm} = 42,75''$
 Hauteur de l'architrave : $699 = 38''$ } Rapport 9:8 ou $3^2:2^3$.

Rayon du chapiteau dorique : $386 \text{ mm} = 21''$.

Hauteur totale sous chéneau : $9564 \text{ mm} = 520''$ (13×40) ou 32 pieds et demi, ce qui est la moitié de 65, qui est T + M en dactyles.

Complément bibliographique. — J'ai volontairement réduit les renvois aux ouvrages d'histoire des sciences, nombreux et souvent répétitifs. Je veux cependant recommander la lecture du livre de G.-Th. Guilbaud, *Leçons d'à peu près* (1985), où un mathématicien fait avec humour et clarté l'histoire de l'approximation dans les mathématiques. D'autre part, dans la Collection *Que Sais-je?* n° 2732 (1993), J.-F. Mattei donne un résumé commode du peu que l'on sait sur *Pythagore et les Pythagoriciens*, notamment leurs recherches sur les nombres. J'y trouve, p. 70, la table d'Alcméon, sur deux colonnes, des opposés, « principes des êtres », ἀρχαὶ αἱ κατὰ συστοιχίαν λεγόμεναι (Aristote, *Métaphysique* A 5, 986 a 23). On a sur deux colonnes, comme je l'ai fait ci-dessus pour la Tholos et le temple en calcaire, les dix couples :

1. Limite	Illimité	6. En repos	En mouvement
2. Impair	Pair	7. Rectiligne	Courbe
3. Un	Multiple	8. Lumière	Obscurité
4. Droite	Gauche	9. Bien	Mal
5. Mâle	Femelle	10. Carré	Oblong.

Le jeu rappelle le yin:yang chinois et ses développements. Je ne veux pas dire que les architectes de Marmaria aient consciemment imité le procédé, qui est d'ailleurs à la portée d'une tête bien faite ; cette façon d'opposer deux par deux des caractéristiques d'objets ou de concepts devait être familière à des hommes de ce temps.

Jean BOUSQUET.