

4888
MEYER-C, W.
1987

195

Der ‚Pythagoras‘ in Ägypten am Beginn des Alten Reiches

Von W. MEYER-CHRISTIAN

Einleitung

Vor nun vierzig Jahren ist die Frage geklärt worden, ob der nach ihm benannte Lehrsatz wirklich von Pythagoras stamme. NEUGEBAUER und SACHS haben 1945 die Übersetzung eines aufschlußreichen Tontäfelchens aus altbabylonischer Zeit (etwa 1900–1600 v. Chr.) vorgelegt¹⁾. Dieses inzwischen berühmte Täfelchen ‚Plimpton 322‘, beschädigt, hat sich als eine Tabelle ‚pythagoräischer‘ rechtwinkliger Dreiecke mit aufsteigendem Winkel erwiesen. Das formale Niveau dieser Auflistung von Katheten und Hypotenusen legt die Vermutung nahe, die Dreiecke seien damals bereits über das bisher erst für römische Zeit (Diophantos von Alexandria) angenommene Verfahren mit u und v erzeugt worden²⁾.

Die mathematischen Kenntnisse der Ägypter werden im Gegensatz zu denen der Babylonier noch immer eher mit Geringschätzung behandelt. Enttäuschung über das Niveau ist zum Ausdruck gebracht worden. Die ägyptische Mathematik werde unter dem Einfluß griechischer Quellen überschätzt, sie sei bloßes Rechnen für die Praxis³⁾; wissenschaftliche Erkenntnisse in der Antike seien jedenfalls nicht den Ägyptern zu verdanken⁴⁾. Die verschiedentlich überlieferte hohe Meinung der Griechen von der Mathematik der Ägypter, die sie als ihre Lehrmeister angesehen haben⁵⁾, muß danach als irrig erscheinen.

Eine Kenntnis des ‚Pythagoras‘, dieses Tores zur Geometrie, in Ägypten wird heute als unbelegt behandelt, dabei so gut wie bestritten⁶⁾, seit kurzem aber, ohne neue Fundlage, in unbestimmter Formulierung wieder für möglich gehalten⁷⁾. Unerörtert geblieben ist dabei, ab wann auf eine ‚Kenntnis‘ dieses Theorems erkannt werden soll, ab

¹⁾ O. NEUGEBAUER und A. SACHS, *Mathematical Cuneiform Texts*, New Haven, 1945, nach ³⁾, 125 f.

²⁾ H. EVES, *An Introduction to the History of Mathematics*, Philadelphia, 1983 (5. Aufl.), 2–6.

$$a = u \times v$$

$$b = 0,5 (u^2 - v^2)$$

$$c = 0,5 (u^2 + v^2)$$

damit z. B. für $u = 5$ und $v = 3$

$$a = 15$$

$$b = 8$$

$$c = 17$$

³⁾ B. L. VAN DEN WAERDEN, *Erwachende Wissenschaft*, Basel und Stuttgart, 1966, 57, 49, 18 (Fußn. 1).

⁴⁾ O. NEUGEBAUER, *The Exact Sciences in Antiquity*, Providence, Rhode Island, 1957 (2. Aufl.), 91.

⁵⁾ W. F. REINEKE, *Gedanken zum vermutlichen Alter der mathematischen Kenntnisse in Ägypten*, Zeitschrift für Ägyptische Sprache (ZÄS) 105/1978, 67.

⁶⁾ "It is, however, nowhere attested that the ancient Egyptians knew even the very simplest case of Pythagoras's theorem." R. G. GILLINGS, *Mathematics in the Time of the Pharaohs*, Cambridge, Mass., and London, 1972, 238.

⁷⁾ B. L. VAN DEN WAERDEN, *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1983, 87.

- (1) Gebrauch aufgehender Dreiecke
- (2) Entdecken des Problems der Quadratdiagonalen
- (3) Verfügen über einen Beweis
- (4) Kenntnis des Erzeugungsmechanismus mit u und v .

Damit nähme Plimpton 322 bereits die höchste Stufe ein. Offenbleiben aber muß vorerst, wieweit in frühgeschichtlicher Zeit Beweise in griechischem Sinne verstanden und damit für notwendig gehalten wurden.

Im folgenden soll über das Vorliegen von (1) in Ägypten an einem Bauwerk vom Beginn des Alten Reiches, also etwa ein Jahrtausend vor dem Nachweis aus Babylon berichtet werden. Dabei ist nicht beabsichtigt, schon eine Darstellung im archäologischen Sinne vorzulegen. Die Arbeit beschränkt sich vielmehr auf den mathematikgeschichtlichen Nachweis, verbunden mit einem Bezug auf die Bautechnik.

Der rechte Winkel

Daß die mathematikgeschichtliche Forschung innerhalb nur wissenschaftlichen Materials verbleibt, im Falle Ägyptens einfacher Berechnungen, kann ihr nicht zum Vorwurf gemacht werden. Anders verhält es sich mit der Bauforschung. Es ist kaum zu verstehen, warum das Problem, im Gelände einen rechten Winkel mit nicht-optischen Mitteln abzustecken, unbekannt ist, und auch, warum die hervorragende Rechtwinkligkeit gerade der frühesten Kunstbauten, der ägyptischen, noch zu keiner Frage geführt hat.

So ist denn auf beiden Seiten eine bemerkenswerte bautechnische Argumentation des Hallenser Mathematikers CANTOR vom Ende des vergangenen Jahrhunderts nicht aufgenommen worden. CANTOR hat aus der auffälligen Rechtwinkligkeit ägyptischer Bauwerke und aus den antiken Mitteilungen, 'Seilspanner' seien dort bei der Einmessung tätig geworden, auf Verwendung des 'pythagoräischen' Dreiecks 3:4:5 geschlossen, mit Knoten geteilt. Die Entdeckung des eigentlichen Lehrsatzes allerdings sei erst Pythagoras zuzuschreiben⁸⁾. Vielleicht war es die fehlende Vertiefung dieses Gedankens, ganz abzusehen von Beweisen, welche die Forschung entmutigt hat, diesem deutlichen Anstoß nachzugehen.

Das Abstecken eines rechten Winkels im Gelände über eine Schnur mit Knotenteilung ist wegen der Knoten gar nicht möglich. Aber ebenso undenkbar, aus dem anderen Grunde der Seildehnung ist es, einen solchen Winkel guter Genauigkeit etwa mit dem einfachen Zirkelschlagen nach Euklid (Elemente I, 12) erstellen zu wollen⁹⁾. Es kann nicht verschwiegen werden, daß ein Forscher wie BORCHARDT mit der diskussionslosen Annahme dieses Schreibtischverfahrens für die Auslegung der Großen Pyramide von Giza (und weiter mit der Vorstellung, das Niveau der Pyramide, 21 mm Differenz auf 230 m Kantenlänge, sei mit Holzwinkel und Lot hergestellt worden!⁹⁾) seine bautechnische Kompetenz aufs Spiel gesetzt hat.

Bei Messungen mit dem Bandmaß treten bei heutiger Betrachtung mehrere Ungenauigkeiten auf, bei Anlegen und Ablesen, aus Temperaturveränderung, ferner Dehnung aus Anziehen sowie Verkürzung aus Durchhängen, ggf. auch durch Bodenfeuchte.

⁸⁾ M. CANTOR, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, I, Leipzig, 1907 (3. Aufl.), 106, 152, 170.

⁹⁾ L. BORCHARDT, *Längen und Richtungen der vier Grundkanten der Großen Pyramide bei Gise*, in: *Beiträge zur äg. Bauforschung und Altertumskunde*, 1, Kairo, 1937, 7, 9.

Knoten als Längenmarkierung wären nur bei Fäden denkbar, die aber in den Größenordnungen des Bauens keine Verwendung finden. Ob umwickelte Enden eine Seilablesung sicherer machen, darf unerörtert bleiben, andere Gegen Gründe sind wichtiger; gleiches mag für die Temperaturdehnung gelten, die erst bei stählernen Bandmaßen zu berücksichtigen ist. Dehnung aus Anspannung aber erscheint als das eigentliche Problem bei Seilmessungen.

In der Frage der Seildehnung könnten zwei Anwendungsfälle unterschieden werden, die bloße Längenmessung mit aufliegendem angespanntem Seil, und der freie Zirkelschlag zur Einrichtung des rechten Winkels. Beim Zirkelschlag nun wären zwar keine definierten Längen anzutragen, sondern „nur“ zwei gleiche – gerade hierbei aber wird das Durchhängen des Seiles erfahrbare, und dazu die Beliebigkeit des kompensierenden Anziehens¹⁰⁾. Das Ergebnis ist Unsicherheit.

An Kunstbauten wie denen Ägyptens können Längenmessungen mit Seil nicht vorgenommen worden sein. Schon bei einfacher Betrachtung zeigt sich, daß die Differenzen der Seitenlängen an der Großen Pyramide weit unterhalb von Seildehnungswerten liegen. Die Pyramide besitzt, wie viele ägyptische und griechische Bauwerke, noch heute sichtbar auf der Grundschicht (Euthynteria) die eingeritzten Vorderkanten ihrer vier Seiten. Kantenlängen und Eckpunkte haben deshalb genau nachgemessen werden können⁹⁾. Die Genauigkeit des Bauwerks zeigt sich nun darin, daß die Kantenlängen 230,25 m (Nordseite) bis 230,45 m (Südseite) betragen. Die Abweichung von einem Mittelwert von 230,35 m betrüge somit nur 0,043%¹¹⁾.

Eine derartige Genauigkeit an dem kolossalen Bauwerk mag in der Archäologie als hervorragend gelten; jeder Bautechniker aber ist sicher, mit 2 Meßstöcken, wechselweise aneinandergelegt, eine Seitengleichheit im Bereich weniger Zentimeter erzielen zu können. Die Stockmessung hat allerdings eine Voraussetzung; sie kann nur auf angelegtem Riß oder neben/unter einer Fluchtschnur vorgenommen werden. Damit aber wird klar, daß der das Seil haltende Pharao (eine Abb. aus der 5. Dyn.) keine Länge nimmt, sondern fluchtet¹²⁾. Wegen ihres Bezuges, also logistisch, wird diese Tätigkeit als höher gelten dürfen verglichen mit der mechanischen, entlang einer Flucht eine Länge zu nehmen. Einer dieser Bezüge, ein technischer, interessiert hier.

Das (ägyptische) Meßverfahren muß also zweiteilig gewesen sein, es bestand im Fluchten und im Längeabstecken. Fluchten setzt einen Anfangspunkt voraus, danach die Vorstellung von Bauwerkspunkten, die auf Flucht und Abstand gebracht werden sollen, ggf. auch den Besitz von Himmelspunkten zur Ausrichtung. Die Vorstellung eines durch Punkte definierten Bauwerks aber bedeutet den Besitz eines geometrischen Gerüsts, also eines Planes. Ein

¹⁰⁾ Ein heutiges fabrikneues, mit damaligen sicher nur bedingt vergleichbares Hanfseil von 13 mm Durchmesser, E-Modul i. M. 750 N/mm² („Hütte“, des Ingenieurs Taschenbuch [23. Aufl.], Berlin 1920, 510), weist bei einer Länge von 10 m und einer aufgetragenen Zugkraft von 150 N (entspr. 15 kg) einen Längenzuwachs von 22 mm auf, d. i. 0,22% der Ausgangslänge.

¹¹⁾ Die Eckwinkel an der Großen Pyramide sind von 2° bis 3°33' genau rechtwinklig und liegen damit, in eine Seillotung umgerechnet, ebenfalls weit unterhalb der Toleranzen aus Seildehnung.

Eine a. a. O. anzustellende bautechnische Betrachtung soll zeigen, daß Winkel- und Längenfehler an dieser Pyramide systematisch sind; man hat versucht, durch Verkürzung der Nord- und Verlängerung der Südseite einen bemerkten Winkelfehler zu kompensieren.

Als planmäßige Kantenlängen sind deshalb nur die Ostseite (230,39 m) und die Westseite (230,36 m) anzusehen. Damit wäre ein Mittelwert nur um 1,5 cm verfehlt, d. i. 0,007%.

¹²⁾ „I take the stake and I hold the handle of the mallet. I hold the (measuring) cord with Seshat.“ Inschrift in Edfu, einem Tempel der Spätzeit, nach I. E. S. EDWARDS, *The Pyramids of Egypt*, Harmondsworth, 1965, 259. EDWARDS' Einfügung „measuring“ ist danach unnötig.

solcher Plan muß, wie immer komplex auch, gerechnet sein. Normal ist, das darf jetzt schon gesagt werden, das Rechnen mit ganzen Zahlen für Hauptmaße – ein Prüfstein für Rekonstruktionen.

Damit wird eine in der Mathematikgeschichte wie es scheint bisher nicht gestellte Frage erkennbar. Ist ein Durchbruch wie die Entdeckung ‚pythagoräischer‘ Tripel in der Frühzeit einfach Ergebnis eines (dann bereits unabhängigen) Fortschritts gewesen, also eine wissenschaftliche Erkenntnis, gewonnen aus einem bereits vorhandenen Besitz an wissenschaftlichen Kenntnissen? Hat also das genauere oder das größere Bauen warten müssen, bis solche Werkzeuge bereitstanden? Ist es Wissenschaft gewesen, die den (in Ägypten) plötzlichen Aufschwung des Kulturbaus stimuliert hat?

Oder war es vielmehr umgekehrt der technische Anspruch politisch geforderter Großbauwerke, der zu neuen Verfahren für Anlage und laufende Bauüberwachung geführt hat, und vielleicht dann auch in eine Wissenschaft? Solcher Anspruch läge bei feingearbeiteten ebenen Oberflächen in der besonderen Gradlinigkeit der Kanten, ihrer Parallelität, ihrer Maßhaltigkeit, und natürlich auch in der Rechtwinkligkeit. Nicht unerwähnt bleiben soll, daß derartige Ansprüche auch auf ganz anderer Grundlage entstehen, durch die Zählbarkeit von Mauerziegeln.

Die ägyptische Planung hat, wie im folgenden gezeigt wird, schon am Beginn der Reichsgeschichte darin bestanden, die Längen der Bauwerkskanten aus der Berechenbarkeit rechter Winkel abzuleiten. Es war die geometrische Figur und zunächst keineswegs die ‚pythagoräische‘, mit der diese Kanten zu bloßen Schenkeln berechneter Winkel wurden. Aus dem Bauen gewonnen, zwingt diese rückwirkend dem Bauen ihre Rechenbarkeit auf als Planung, als abstrahierender Vorvollzug – auch als Bedeutung?

Das ‚Südgrab‘

Das Bauwerk, an dem im folgenden die Planung nach ‚pythagoräischen‘ Dreiecken gezeigt werden soll, ist das ‚Südgrab‘ in oder an der Djoseranlage bei Sakkara. Wir befinden uns, technisch gesehen, am Ende der Steinzeit, doch werden Geräte aus Stein noch lange die hauptsächlichsten Werkzeuge im Steinbau geblieben sein.

Die Djoseranlage ist in den 20er und 30er Jahren von FIRTH und QUIBELL ausgegraben worden. Die zeichnerische Aufnahme hat der damals sehr junge Architekt LAUER durchgeführt, er hat auch nach dem Ableben der Archäologen die Gesamtveröffentlichung herausgebracht¹³⁾. Ihr ist der hier vorgelegte Plan entnommen, überzeichnet vom Verf. Die Anlage besitzt gut einmeßbare Fels- und Mauerwerkskanten. LAUERS Aufnahme des Südgrabes weist die Eigenheit auf, daß im Schacht zwei Ebenen ineinander gelegt sind.

Das Südgrab besteht aus einem nicht ganz quadratischen Schacht von um 8m Seitenlänge, auf dessen Grund in 37m Tiefe ein Sarkophag aus Steinbalken liegt (Abb. 1). Als Zugang führt eine gerade Treppe von Westen aus auf den Schacht zu und um ihn herum; dahinter liegen z. T. kostbar ausgebildete unterirdische Galerien. Der Sarkophag liegt in einer Grabkammer, die durch Einziehen einer Steinbalkendecke in dem Schacht entstanden ist.

Es gibt eine einzige Grabanlage gleicher Bauart, mit von oben abgeteuftem Schacht; sie befindet sich in unmittelbarer Nachbarschaft, in der Stufenpyramide. Anders als im Südgrab

¹³⁾ J.-PH. LAUER, *La Pyramide à Degrés*, I, II, Le Caire, 1936.

aber ist hier die Treppe von Norden aus herabgeführt, wie bei allen folgenden Pyramiden. In der unumgänglichen Frage, welches der beiden Gräber das ältere ist, legte sich damit eine erste Antwort nahe.

Die Treppe im Südgrab läuft nicht gerade durch, sondern besitzt in Schnitt und Grundriß eine angerundete Vermittlung an eine wohl ältere Treppe. Die Neigungen beider Treppen sind nicht ganz gleich, der obere Teil ist unter dem Neigungswinkel des „pythagoräischen“ Dreiecks $15:8:17$ geführt, beginnend bei A (Abb. 1). Die Hypotenuse dieses Dreiecks liegt in der Geländeebene. Es zeigt sich, daß der Beginn des Schachtes bei $B6 \times 17 = 102\text{ e}$ ($1\text{ elle} = 0,5235\text{ m}$) vom Antrittspunkt der Treppe entfernt ist.

Die Planung des Südgrabes besteht in einer Überlagerung mehrerer „pythagoräischer“ Dreiecke (Abb. 2). So ist die Entfernung der hinteren Schachtkante vom Antrittspunkt der Treppe durch das Dreieck ADE mit $117:44:125$ bestimmt. Die Schachtbreite zwischen B (Abb. 1) und D (Abb. 2) beträgt damit $117 - 102 = 15\text{ e}$. Das Dreieck ADE legt aber auch die Höhe der Steinbalkendecke unter Gelände fest, mit $DE = 44\text{ e}$. Das Dreieck ist ein „primitives“, d. h. das kleinste seiner Art.

Auf diese Deckenhöhe sowie die Schachtbreite von 15 e ist dann das Dreieck IJK mit $20:15:25$ bezogen, wobei JK die Höhe der inneren Grundfläche des Sarkophages festlegt, die Liegefläche.

Weiter sind Seitenflucht und Höhe der Unterkante des Sarkophages mit dem Dreieck FGH auf die Höhe des Überbaus bezogen, damit zugleich dessen Schmiege festlegend. Dieses Dreieck ist nur im Maß der hand zu bemessen ($1\text{ e} = 7\text{ h}$) und könnte ein zweitrangiges sein.

Als Meisterwerk erweist sich auch die Planung des Sarkophages (Abb. 3). Hier ist in finger ($1\text{ h} = 4\text{ f}$) zu rechnen. Der Aufbau von Längs- und Querschnitt bedarf keiner Erläuterung.

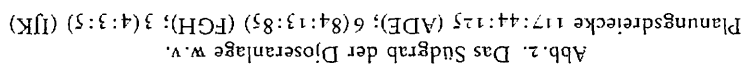
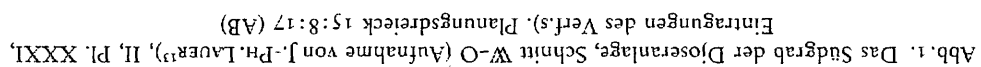
Bezüglich der Genauigkeit des Geometrieintrages möge der Leser sich ein eigenes Urteil bilden. Zu erwähnen ist dabei, daß die Überlagerung mehrerer in bezug auf Bauwerkskanten wesentlicher Dreiecke als zusätzliche, höhere Ebene eines Nachweises gesehen werden kann.

Weitere Dreiecke, wie zur Treppenneigung im unteren Teil oder zum Treppenpodest, werden nicht dargestellt. Denn einmal ist hier nur der Nachweis „pythagoräischer“ Planung überhaupt beabsichtigt. Zum anderen aber stellten sich dann weitere Fragen, wie die nach der Zugehörigkeit zu einzelnen Planungsständen, oder nach dem Ausmaß der Widerspruchsfreiheit. Je mehr eine derartige Planung nicht einfach additiv, sondern überlagernd aufgebaut ist, um so eher ergeben sich numerische Zwänge. So ist der Boden des Sarkophages 41 f dick (Abb. 3), aus dem Einbau im Schacht aber könnte sich eine Dicke von nur 10 h (40 f) ergeben. Es soll a. a. O. an einer größeren Anzahl von Beispielen die Frage behandelt werden, ob (kleine) Differenzen zu pragmatischer oder kategorischer Lösung geführt haben.

Ein älteres System, das Quadratraster

Das Dreieck der Treppenneigung liegt mit der Hypotenuse AB in der Geländeebene (Abb. 1). Hiermit ist wahrscheinlich eine Einordnung in die Djoser-Gesamtanlage gegeben, die auf einem Raster liegt (es sind freilich, aus verschiedenen Planungsständen stammend, mehrere Raster). Wozu ein Raster, weshalb das Maß von 17 e ?

Raster sind heutigen Planern vertraut wegen ihres Vorzugs, bei einer Kleinplanung die Koordinaten innerhalb einer Großanlage zu ergeben; dabei legt die Feld- und Achsweite die Wiederkehr fest. Das hier zu zeigende ägyptische Raster aber hatte eine andere Aufgabe, offenbar dieselbe wie das „pythagoräische“ Dreieck.



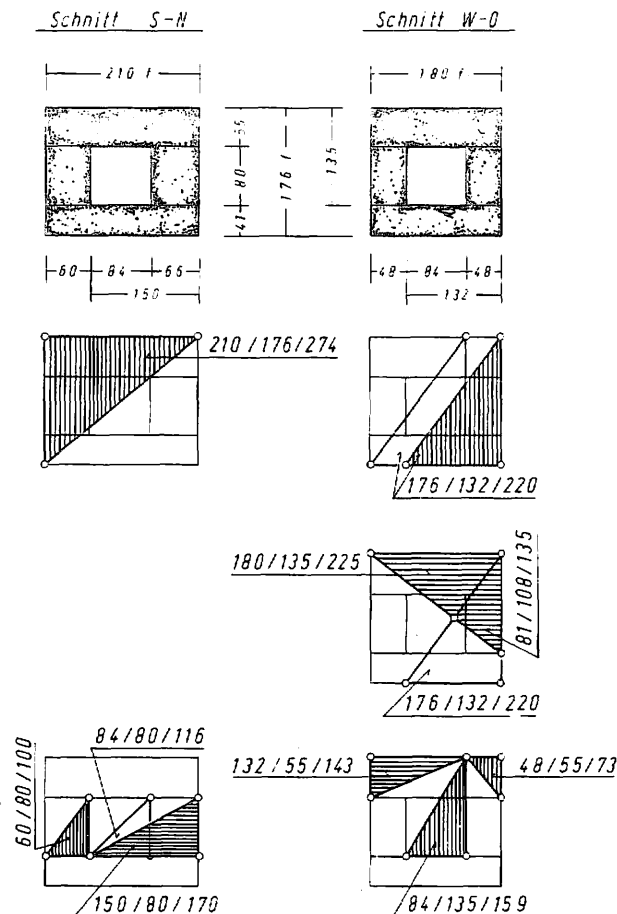
Sakkara, Südgrab Geometrie des Sarkophages

Abb. 3. Steinbalkensarkophag im Südgrab. Längsschnitt, Querschnitt. Planungsdreiecke

Ein Quadratraster von 17 Einheiten Seitenlänge ergibt mit einer Diagonalen von 24 Einheiten einen rechten Winkel – fast. Erst mit wirklichem Verstehen des ‚Pythagoras‘ erkennt man, daß, die kleinere Variante ist Seitenlänge 12 und Diagonale 17, $2(12 \times 12) = 288$, die Hypotenuse aber $17 \times 17 = 289$ beträgt.

Empirisch also kann ein solcher Rasterwinkel kaum als nicht-rechtwinklig erkannt werden. Und so überrascht es vielleicht wenig, das 17e und das 12e Raster als wahrhaft grundlegenden Bestandteil der frühesten Projekte in der Stufenpyramide der Djoseranlage zu finden. Steinbautechnisch sind diese frühen Bauwerke völlig anders als die späteren, der heute sichtbare Überbau. Die frühen M-Projekte bestehen aus einem steinmetzmäßig aufgesetzten Mauerkranz und einer abteilungsweisen Bruchstein-Mörtelfüllung des weiten Innenraums. Die später darübergebauten P-Projekte dagegen bestehen durchgehend aus schräg voreinandergesetzten Bruchsteinmauern.

Man hat in den M-Projekten bisher keine (erste) Pyramide erkennen wollen, sondern Mastabas, weshalb LAUER sie als M1 und M2 bezeichnet, im Gegensatz zu den P-Projekten

der echten (Stufen-)Pyramide. Diese Zuweisung ist weder von ihm noch von BORCHARDT überdacht worden, als er nach Freilegung der Ostseite der Pyramide überrascht feststellen mußte, daß die frühen M-Projekte entgegen vorheriger Annahme quadratisch waren¹⁴). Das Grab in der Pyramide allerdings hat wegen seiner ausmittigen Lage bisher keinem der Projekte zugeordnet werden können.

Das nach bisheriger Kenntnis erste und innerste Pyramidenprojekt, M 1 (LAUER), besitzt eine Quadrat-Kantenlänge von 120e, steht also auf einem Raster von 10×12e. M 2 ist danach entstanden, indem man M 1 allseitig um 8e ummauert und damit auf 136e gebracht hat, ein Raster von 8×17e.

Die planerische Absicht wird vollends deutlich durch die Anlage der Treppe auf der Nordseite der Pyramide (Abb. 4); sie ist, bis kurz vor Erreichen des Schachtes, unter dem gleichen Winkel 15:8:17 niedergebracht wie die Treppe im Südgrab. Der Abstand ED des Treppenantritts von der Kante der Nordseite beträgt 51e = 3×17e. Diese Treppe gehört offensichtlich zu dem Projekt M 2 mit seinem 17e Raster.

Wie das Südgrab, so weist auch das Pyramidengrab mehr als 1 Planungsstand auf, allerdings gibt es einen Unterschied. Ist der Aushau der Treppe oben begonnen worden, wie wohl anzunehmen, so muß der untere Treppenteil jünger sein, weil er eine flachere Neigung aufweist, mithin einen weiter außen liegenden Ansatzpunkt der Treppe. Dies bedeutete, daß M 1 noch ohne Treppe war. Ist diese Grabanlage aber, wie aus der Nordseite zu schließen, jünger als die des Südgrabes, so mußte sie als Typ eine derartige Treppe aufweisen, wie sie dies auch tut. Daraus folgt, daß M 1, die erste Pyramide, ohne Treppe, ungeachtet, ob sie noch ältere Bauwerke enthält, kein Begräbnisbau gewesen ist. Auf eine politische Funktion der ältesten Pyramide, die neue Macht nach Aufbau des ersten Reiches zu demonstrieren, hat BEHRENS hingewiesen¹⁵). Einen axialen Bezug von Südgrab und erster Pyramide zu ermitteln aber wird wohl eine Neuaufnahme mit Koordinaten und eingetragenen Maßen erfordern.

Da diese einfache Zahlenbeziehung zwischen Seite und Diagonalen, die Rationalisierung des Quadrats, einer ‚pythagoräischen‘ Berechnung nicht standhält, wäre zunächst anzunehmen, daß das Rasterverfahren das ältere ist¹⁶). Das Besondere aber an der Planung des Südgrabes ist, daß man sich beider Verfahren zugleich bedient hat. Daraus wäre zu schließen, daß das neue Verfahren nicht einer Wissenschaft entstammt, sondern der Entdeckung, daß damit viel mehr Punkte, zugleich viel unterschiedlicher verteilt, also flexibler einzusetzen, auf den Schenkeln rechter Winkel gewonnen werden konnten als mit den Rastern. Dabei dürften die ersten aufgehenden Tripel wohl auf die einfachste Art, durch Kathetenquadrieren und Versuchen, gefunden worden sein, also in Anwendung des Gesetzes, das in dem vielleicht schon vor der 12:17-Beziehung bekannten Tripel 3:4:5 entdeckbar war. Ein solcher Gang der Entdeckungen kann sich in mehr als einer Kultur vollzogen haben.

Es wird nun Aufgabe weiterer Forschung sein, zu untersuchen, ob der unvermeidbare Konflikt, die Anwendung auf das Quadrat, das bisher für in griechischer Zeit angenommene Zerbrechen der *arithmetica universalis* durch Entdecken des Irrationalen¹⁷), nicht doch schon in der großartigsten der frühen Kulturen als erkannt und vielleicht erlitten nachweisbar wird.

¹⁴) J.-PH. LAUER, *Annales du Service des Antiquités*, Le Caire, 1934, 63 f.

¹⁵) P. BEHRENS, *Die Stufenpyramide des Djoser, Armant*, 8/1971, 2-9.

¹⁶) Die von W. B. EMERY ausgegrabenen Mastabas enthalten ein weiteres geometrisches System, wie a. a. O. darzustellen. Es wird dann auch auf den Versuch LAUERS einzugehen sein, das Dreieck 3:4:5 an Bauwerken des AR nachzuweisen (*BIFAO* 77, 55-78).

¹⁷) J. E. HOFMANN, *Geschichte der Mathematik*, I, Berlin 1963 (2. Aufl.), 34.

IN: MITTEILUNGEN DES DEUTSCHEN
ARCHÄOLOGISCHEN INSTITUTS

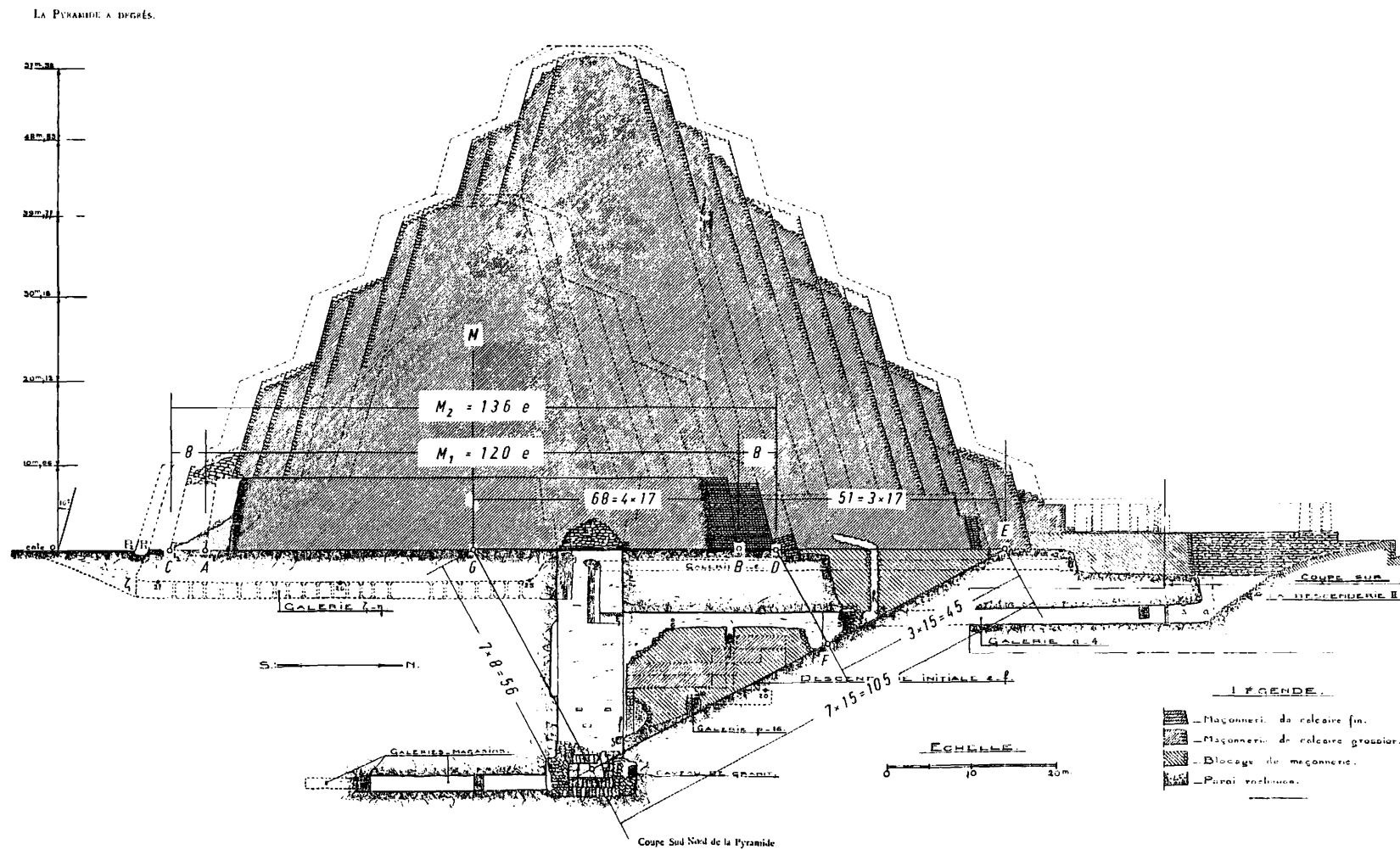


Abb.4. Die Stufenpyramide der Djoseranlage, Schnitt N-S, Grabanlage (Aufnahme LAUER w.o., Pl. XIX, Eintragungen des Verf.s). Pyramidenprojekte M₁, M₂ (LAUER) Treppendreieck (oberer Teil) wie Südgrab 15:8:17