

4948 pag
ACERBI, F.
2002

Koiné 1/2, Gennaio/Giugno 2002, 197-243

Concetto ed uso dei modelli nella scienza greca antica

F. ACERBI

Il concetto di modello

Concetto ed uso dei modelli hanno avuto un ruolo centrale nell'indagine scientifica dell'ultimo secolo, non solo nelle scienze esatte ma anche nei campi medico-biologico e delle discipline economiche o sociali. Certo, se l'ambito di ricerca cui viene applicata la modellistica varia in maniera non indifferente, è pur vero che resta immutata la sua caratteristica essenziale, il costruire cioè all'interno dell'universo matematico immagini semplificate di classi di eventi appartenenti all'universo fenomenico. D'altro canto, accade di norma che a tale scopo specifiche discipline utilizzino in maniera peculiare strumenti matematici ben determinati, e questo fatto ha spesso contribuito in maniera decisiva a definire con maggiore nettezza i confini e quindi lo scopo delle discipline in gioco, a volte arrivando a dotarle di un'aura di scientificità che per altri versi risultava e risulta quantomeno discutibile accordare loro. È però vero, d'altronde, che aspetto eminente della modellistica matematica contemporanea è proprio quello di non rappresentare in maniera biunivoca l'effettiva divisione degli ambiti di ricerca, nel senso che intere classi di fenomeni del tutto eterogenei possono essere rappresentati, ad esempio, dalla stessa equazione differenziale, mentre certi approcci matematici generali trovano applicazioni omologhe in campi disparati. Già queste prime osservazioni suggeriscono che il rapporto tra modelli matematici, fenomeni che essi rappresentano e discipline che se ne servono possa presentarsi alquanto complicato, e come la componente matematica formale possa determinare in misura spesso decisiva la struttura dei modelli stessi.

È stato messo in evidenza come lo sviluppo notevole della modellistica matematica nell'ultimo secolo possa essere ricondotto alla crisi del paradigma meccanicista.¹ S'intende che anche all'interno di quest'ultimo era possibile costruire ed effettivamente venivano costruite messe di modelli di buona parte dei fenomeni indagati, ma in essi l'introduzione del formalismo matematico era sempre e comunque subordinata alla riduzione preliminare del fenomeno ad entità ed interazioni "reali": Lord Kelvin propone un modello meccanico (una sorta di reticolo di piccole masse in rotazione, connesse da giunti flessibili ma non estensibili)² della struttura dell'etere, e le teorie matematiche dell'elasticità e della

¹ Si veda ad esempio G. Israel, *La visione matematica della realtà*, Roma-Bari, Laterza 1997.

² W. Thomson, On a Gyrostatic Adynamic Constitution of the Ether, *Edimburg Royal Society Proceedings*, 17 marzo 1890. Sul modello si abbattono a più riprese le ironie di Duhem: si veda ad

Concetto ed uso dei modelli nella scienza greca antica

F. ACERBI

Il concetto di modello

Concetto ed uso dei modelli hanno avuto un ruolo centrale nell'indagine scientifica dell'ultimo secolo, non solo nelle scienze esatte ma anche nei campi medico-biologico e delle discipline economiche o sociali. Certo, se l'ambito di ricerca cui viene applicata la modellistica varia in maniera non indifferente, è pur vero che resta immutata la sua caratteristica essenziale, il costruire cioè all'interno dell'universo matematico immagini semplificate di classi di eventi appartenenti all'universo fenomenico. D'altro canto, accade di norma che a tale scopo specifiche discipline utilizzino in maniera peculiare strumenti matematici ben determinati, e questo fatto ha spesso contribuito in maniera decisiva a definire con maggiore nettezza i confini e quindi lo scopo delle discipline in gioco, a volte arrivando a dotarle di un'aura di scientificità che per altri versi risultava e risulta quantomeno discutibile accordare loro. È però vero, d'altronde, che aspetto eminente della modellistica matematica contemporanea è proprio quello di non rappresentare in maniera biunivoca l'effettiva divisione degli ambiti di ricerca, nel senso che intere classi di fenomeni del tutto eterogenei possono essere rappresentati, ad esempio, dalla stessa equazione differenziale, mentre certi approcci matematici generali trovano applicazioni omologhe in campi disparati. Già queste prime osservazioni suggeriscono che il rapporto tra modelli matematici, fenomeni che essi rappresentano e discipline che se ne servono possa presentarsi alquanto complicato, e come la componente matematica formale possa determinare in misura spesso decisiva la struttura dei modelli stessi.

È stato messo in evidenza come lo sviluppo notevole della modellistica matematica nell'ultimo secolo possa essere ricondotto alla crisi del paradigma meccanicista.¹ S'intende che anche all'interno di quest'ultimo era possibile costruire ed effettivamente venivano costruite messe di modelli di buona parte dei fenomeni indagati, ma in essi l'introduzione del formalismo matematico era sempre e comunque subordinata alla riduzione preliminare del fenomeno ad entità ed interazioni "reali": Lord Kelvin propone un modello meccanico (una sorta di reticolo di piccole masse in rotazione, connesse da giunti flessibili ma non estensibili)² della struttura dell'etere, e le teorie matematiche dell'elasticità e della

¹ Si veda ad esempio G. Israel, *La visione matematica della realtà*, Roma-Bari, Laterza 1997.

² W. Thomson, On a Gyrostatic Adynamic Constitution of the Ether, *Edimburg Royal Society Proceedings*, 17 marzo 1890. Sul modello si abbattono a più riprese le ironie di Duhem: si veda ad

propagazione delle onde entrano in gioco come conseguenza di questa scelta; Boltzmann introduce metodi statistici allo scopo di giustificare il secondo principio della termodinamica in termini del moto caotico delle molecole. La modellistica matematica contemporanea si caratterizza invece per il fatto di fare a meno della mediazione di una struttura esplicativa soggiacente (appunto come conseguenza della crisi suddetta), che essa appartenga allo stesso campo di indagine del fenomeno oppure ad un campo ritenuto più fondamentale (di solito la fisica): le variabili matematiche rilevanti all'interno del modello risultano quindi la traduzione di alcuni parametri fenomenologici caratterizzanti il sistema fisico ed il modello stesso vive di vita propria all'interno dell'universo matematico:³ un sistema di equazioni differenziali è già di per sé un modello. Ciò comporta un rischio, legato all'eventuale sprovvedutezza epistemologica di chi utilizzi il modello: leggere, senza prima aver percorso all'indietro con cautela il processo di traduzione sopra accennato, le proposizioni interne al modello come asserti su come è fatto il mondo reale. Subentrati a quello meccanicista dei quadri esplicativi al tempo stesso più rigidi, limitati nel campo di applicazione e tra loro in conflitto (la meccanica quantistica, la teoria relativistica dei campi, la teoria della relatività generale), la loro interazione con una modellistica siffatta può produrre corto circuiti ancora più gravi: si assiste in effetti negli ultimi decenni ad un generalizzato fenomeno di reificazione delle entità teoriche interne al modello,⁴ la loro esistenza effettiva risultando automaticamente assunta una volta che esse siano necessarie perché il modello funzioni (e si badi bene, *funzionare* significa ormai soltanto produrre previsioni in grado di accordarsi con i dati sperimentali,⁵ mentre sono state abbandonate richieste anche elementari di coerenza interna e di consistenza del formalismo matematico utilizzato): ne consegue una rigogliosa fioritura, ai limiti dell'inestricabile, del parco ontologico, e non è assolutamente detto che tale prezzo da pagare sia né ragionevole né accettabile. Alla luce delle incertezze contemporanee è importante cercare di capire le origini storiche del concetto di modello, analizzando in particolare se e come fossero già presenti in origine tali gravi confusioni tra quest'ultimo ed il fenomeno che era inteso

esempio *La théorie physique: son objet et sa structure*, Paris, Marcel Rivière 1914, pp. 116-126 (tr. it. di D. Ripa di Meana, *La teoria fisica*, Bologna, il Mulino 1978, pp. 90-97).

³ L'idea più generale che le variabili osservabili possano di per sé costituire i parametri fondamentali della teoria è alla radice di approcci ai fenomeni macroscopici di equilibrio e non equilibrio come quello di Prigogine, oppure della formulazione della meccanica quantistica relativistica in termini di algebre di operatori.

⁴ Solo due esempi: i *quark* sono considerati particelle effettivamente esistenti pur essendo in linea di principio non osservabili direttamente, il "campo" è passato in tempo brevissimo dal livello di ente matematico a quello di oggetto sicuramente reale.

⁵ E sul fatto che le verifiche sperimentali siano adesso più che mai inzuppate di teoria è inutile e sarebbe fuori luogo soffermarsi. Inversamente, chi sia curioso di chiarirsi le idee sul senso che assume correntemente l'espressione "previsione teorica" del valore di un parametro suscettibile di controllo sperimentale può vedersi T. Kinoshita, New Value of the α^3 Electron Anomalous Magnetic Moment, *Physical Review Letters* 75 (1995), pp. 4728-4731 (il valore del parametro in questione, il momento magnetico anomalo dell'elettrone, è in accordo con le previsioni teoriche con un grado di precisione di una parte su 10^{10} , e questo fatto viene di solito addotto come la più clamorosa conferma della bontà dell'elettrodinamica quantistica).

modellizzare. Il presente contributo intende fornire i risultati di una prima ricognizione nel campo della scienza greca antica.

Giusto per fissare un sistema di riferimento in cui sviluppare la nostra indagine, stabiliamo alcune caratteristiche che delimitino in prima approssimazione il concetto di modello cui intendiamo riferirci, caratteristiche che troviamo incarnate ragionevolmente bene nelle manifestazioni più consapevoli della modellistica del secolo ventesimo:

1) Focalizzazione su alcuni aspetti del fenomeno in esame, con sfronamento di quelli considerati inessenziali (quali che siano i criteri di demarcazione dell'essenziale dall'inessenziale). Questo processo di sottrazione trasforma *automaticamente* gli enti coinvolti nel fenomeno e le affermazioni su di esso in enti ed affermazioni teoriche. La terminologia ne risente, in quanto vengono introdotti nuovi termini per i nuovi enti – ad esempio prendendoli a prestito dal lessico matematico – ovvero, aspetto più importante, una parte del lessico pertinente al fenomeno assume un nuovo significato, beninteso interno al modello e quindi teorico, come conseguenza del processo di sottrazione. Si creano dunque delle regole di corrispondenza in base alle quali ritradurre le asserzioni teoriche in affermazioni concernenti il fenomeno.

2) Applicazione costante del metodo ipotetico-deduttivo ed uso più o meno estensivo della matematica. Le ipotesi poste possono anche essere palesemente false (di solito in quanto risultato del processo di sottrazione rubricato sotto il punto 1).

Non si richiede che il fenomeno in esame debba essere ricondotto e "spiegato" in termini di una teoria (fisica) soggiacente considerata più elementare; in particolare, non è ritenuto necessario né, eventualmente, opportuno introdurre *enti* (teorici o reali) più fondamentali: l'indagine può restare al livello di variabili fenomenologiche.

Occorre preliminarmente stabilire anche dei limiti temporali alla nostra indagine: ci muoveremo tra i termini di Aristotele e di Tolomeo (inizio II secolo d.C.), con una dovuta ma brevissima incursione in direzione dei pitagorici; la nostra attenzione sarà in ogni caso principalmente concentrata sul periodo ellenistico (per questo motivo sarà utilizzata la denominazione non canonica di "arcaico" per designare il periodo che precede Aristotele: dal punto di vista dello storico della scienza antica lo è a tutti gli effetti). La scelta del limite superiore è dettata dalla constatazione che, a parte sporadiche eccezioni, in tempi posteriori l'impresa scientifica si era ridotta ad una pura parvenza nelle mani di commentatori volenterosi ma di scarso momento intellettuale.

La controversia storiografica strumentalismo versus realismo

Un apprezzamento effettivo del ruolo dei modelli nella scienza antica, sebbene la loro centralità sia sempre stata del tutto chiara agli studiosi di alcuni settori specifici, è stato finora ostacolato dall'essere lo status della modellistica stato considerato come un aspetto del più vasto dibattito storiografico che ruota intorno all'alternativa tra le interpretazioni

strumentalista e realista (alternativa denotata con S/R nel séguito) della pratica scientifica antica e della prima età moderna.⁶ In questo modo, l'analisi della modellistica si è sempre limitata ad accenni cursòri, confortati probabilmente dalla tacita convinzione di stare elaborando sull'ovvio. Manca invece in letteratura sia una rassegna ad ampio spettro della pratica modellistica antica, sia una sua interpretazione alla luce della riflessione epistemologica del periodo, sia un suo (discreto e sempre da effettuarsi *cum grano salis*) confronto con la prassi contemporanea, quest'ultimo punto essendo necessario se non altro per stabilire se sia da ritenersi giustificata la denominazione di "modellistica" che possiamo in prima battuta attribuire a certi e ben determinati aspetti dell'attività scientifica antica.

L'ultima osservazione è rilevante in quanto, in realtà, l'alternativa S/R è largamente un falso problema, specialmente quando si tenti di applicarla alla scienza antica, entrambi i corni dell'alternativa essendo categorie epistemologiche e storiografiche che sono nate e si sono arricchite in ambito strettamente moderno;⁷ in particolare, essi sono un consapevole prodotto della riflessione *sulla* scienza, e trovano una loro ragione di essere all'interno di un dibattito filosofico in continua interazione con la pratica scientifica corrente, caratteristica la cui sussistenza è tutta da dimostrare quando ci si riferisca alla riflessione epistemologica del periodo cui siamo interessati (in effetti, come vedremo tra breve, di una riflessione su questo specifico punto si trovano tracce labili nel pur ricchissimo panorama del dibattito epistemologico che si sviluppò in età ellenistica e, in misura minore, imperiale). Cercare di adattare le categorie concettuali e la prassi di ricerca dell'antichità classica ad un tale letto di Procuste costituisce un passo immotivato ed indebito da un punto di vista storiografico, e può essere sostenuto solo a prezzo di distorcere seriamente le fonti. L'articolo di Lloyd sopra citato è principalmente una confutazione dettagliata della lettura offerta da Duhem di buona parte dei testi addotti da quest'ultimo a sostegno della propria tesi (cioè che gli scienziati antichi fossero in larga misura strumentalisti). Si vedano le conclusioni di Lloyd: "[...] per molte delle più importanti figure della storia dell'astronomia greca noi semplicemente non siamo in condizione di pronunciarci in modo definitivo sulle loro concezioni o sullo status delle varie ipotesi da loro utilizzate o sulla questione più generale della natura dell'astronomia e del suo rapporto con la fisica".⁸

⁶ Il dibattito ebbe origine con il notissimo saggio di P. Duhem, ΣΟΖΕΙΝ ΤΑ ΦΑΙΝΟΜΕΝΑ, *Annales de Philosophie Chrétienne* VI (1908), pp. 113-139, 277-302, 352-377, 482-514, 561-592, poi successivamente stampato in volume (tr. it. di F. Bottin: *Salvare i fenomeni*, Padova, Borla 1986). Una messa a punto più o meno definitiva (per quanto riguarda la scienza antica) si trova in G.E.R. Lloyd, *Saving the appearances*, *Classical Quarterly* 28 (1978), pp. 202-222, successivamente raccolto, con presentazione di aggiornamento dello stesso autore, come saggio n° 11 nel volume G.E.R. Lloyd, *Methods and Problems in Greek Science*, Cambridge, Cambridge University Press 1991 (tr. it. di F. Aronadio: *Salvare i fenomeni*, in *Metodi e problemi della scienza greca*, Roma-Bari, Laterza 1993, pp. 435-474). Già Duhem mette i modelli in subordine, considerandoli come uno degli aspetti caratterizzanti dell'approccio strumentalista.

⁷ Una storia del dibattito S/R è ancora tutta da scrivere.

⁸ Tr. it. cit., p. 470.

Detto questo, va però osservato che lo stesso Lloyd (che in questo segue Duhem) non ritiene opportuno adottare scansioni temporali più fini per distinguere tra le varie fonti utilizzate, e finisce per porre sullo stesso piano, ad esempio, la testimonianza implicita di Aristarco e quella esplicita di Proclo,⁹ quelle cioè di uno scienziato del III secolo a.C., vissuto nel pieno dello sviluppo della scienza ellenistica, e di un commentatore del V secolo d.C, isolato – e la cui brillantezza d'ingegno ed indipendenza di giudizio in materia filosofica resta tutta da dimostrare – in un periodo di produzione scientifica originale pressoché nulla (vedremo nel séguito che, nella nostra prospettiva, lo stesso Tolomeo può essere più propriamente apparentato a Proclo che ad Aristarco). Lloyd scrive chiaramente nelle considerazioni conclusive del suo saggio che "[...] la maggior parte di quei testi prodotti a sostegno della tesi secondo cui in generale gli astronomi greci non erano interessati alla verità delle loro ipotesi o al loro conformarsi o meno alla natura delle cose, finiscono invece per fornire prove contro questa tesi" – e qui si riferisce a Gemino, Teone, Proclo e Tolomeo, cioè ad autori, e si noti che solo l'ultimo è uno scienziato, tardi se non tardissimi –, ma è costretto ad ammettere poche righe dopo che le ipotesi alla base dell'unica opera di Aristarco pervenutaci creano gravi problemi all'accettare questa stessa conclusione come valida in generale.¹⁰ Un esempio di come la categoria storiografica S/R non costituisca una buona griglia interpretativa è fornito dalla pretesa di volerla identificare con il dibattito, di matrice aristotelica, sulla distinzione tra matematica e fisica: i matematici (in questo caso principalmente gli astronomi) stavano dalla parte degli strumentalisti, i fisici da quella dei realisti. Come vedremo, le posizioni sono più sfumate, le due alternative finendo per non collimare esattamente, e conclusioni come quella di Lloyd sopra riportata finiscono per dover ricorrere a prospettive storiografiche distorte, sebbene meno gravemente di quelle soggiacenti all'analisi di Duhem ed evidenziate dallo stesso Lloyd, quali appunto la mancanza di una scansione cronologica più fine che non sia l'abbracciare otto secoli di storia del pensiero e – fatto a mio avviso sconcertante – far mettere sullo stesso piano di grandi scienziati volenterose teste quadre come Teone e Proclo.

A questo proposito è necessario chiarire la posizione assunta nel presente scritto riguardo ad un problema metodologico cruciale: sono più rilevanti le affermazioni esplicite di commentatori e compilatori tardi o la prassi tacita (cioè le testimonianze implicite) degli scienziati? È più attendibile Proclo che scrive le *Ipotesi astronomiche* nel 450 d.C. facendosi sfuggire alcune considerazioni filosofiche del tutto rituali oppure la forma ed il contenuto del trattato *Sulle dimensioni del sole e della luna* di Aristarco (che non contiene alcuna affermazione esplicita su quello che l'autore sta facendo)? Proclo ci può dare al massimo informazioni sullo stato del dibattito epistemologico nel V secolo dopo Cristo, oppure sullo *stato delle sue fonti*. Faccio solo un esempio: ritrovare tra vari secoli i

⁹ In realtà Lloyd attribuisce importanza maggiore alle testimonianze *esplicite*, sebbene queste ultime provengano quasi sempre da commentatori o compilatori tardi.

¹⁰ *Ibid.*, pp. 470 e 471.

Fondamenti della geometria di Hilbert senza riuscire a ricostruire se non in scarsa misura il contesto culturale da cui sono usciti potrebbe solo portare a concludere che egli agiva per caso quando utilizzava certe regole d'inferenza e che procedeva a tentoni per quanto riguarda l'uso della generalità in matematica. Allo stesso modo, visto che in essa non se ne parla *esplicitamente*, qualcuno potrebbe argomentare che l'opera di Hilbert si ponesse solo per accidente in relazione con il dibattito sui fondamenti della matematica che si sviluppò *in ambito filosofico* all'inizio del secolo ventesimo (nell'ipotesi del tutto plausibile che le interazioni tra matematica e filosofia risultassero quasi impossibili da ricostruire). Troveremmo questa conclusione ridicola: è evidente da quello che fa che Hilbert (!) ha del tutto chiaro come si utilizza la logica nelle dimostrazioni, e che è completa la sua comprensione di come e quando un teorema dimostrato su un caso apparentemente particolare sia in realtà generale; sul suo inserirsi nella tradizione delle riflessioni sui fondamenti è inutile insistere. Eppure questo è quello che succede quando si guardi alla scienza greca, dove una tenace tradizione interpretativa che si fa forte del naufragio delle testimonianze vuol continuare a divulgare il punto di vista implausibile di una rigida compartimentazione dei campi del sapere e, al loro interno, di una felice inconsapevolezza nell'azzeccare le mosse giuste – come se proprio in quel periodo non fosse stato *stabilito* quali fossero le mosse giuste. Sostengo con forza l'opinione che ciò che la pratica scientifica effettiva mostra è necessario e sufficiente per ricostruire le sue categorie concettuali di riferimento; certo, occorre uno sforzo ermeneutico, ma facciamolo noi, per favore, e non demandiamolo ai commentatori o non trasformiamolo in un'esegesi degli esegeti, che si trovavano quasi sempre in posizioni peggiori della nostra per giudicare. Si potrebbe ribadire che occorrono comunque attestazioni esplicite perché si possa parlare di consapevolezza nell'uso di certi strumenti. Ebbene, dove comincia la consapevolezza? Bastano le affermazioni esplicite? E quando un'affermazione è esplicita? Basta che contenga termini tecnici appropriati, eventualmente prelevati dal gergo filosofico? Proclo o Teone di Smirne o Cleomede erano davvero consapevoli di ciò di cui parlavano? Avevano chiare le motivazioni, gli scopi, l'orizzonte tecnico della scienza ellenistica? Sarei piuttosto incline a dubitarne, ma è chiaro che domande di questo genere ci precipitano in un gorgo da cui non si esce. Restiamo dunque ai dati di fatto; ed i dati di fatto *più rilevanti* sono sicuramente costituiti dalla pratica scientifica stessa.

Un sultimo punto può essere d'aiuto nel fissare le coordinate concettuali in cui ci muoveremo: la storiografia più avvertita ha messo giustamente in rilievo la centralità del pensiero analogico presso i Greci.¹¹ Ciò prepara in maniera del tutto "naturale" il terreno all'approccio per modelli, in quanto l'istituire "analogie matematiche" è proprio ciò che caratterizza una modellistica matematica ben sviluppata.

¹¹ Il riferimento obbligato è G.E.R. Lloyd, *Polarity and Analogy*, Cambridge, Cambridge University Press 1966 (tr. it. di S. Cuomo, *Polarità e analogia*, Napoli, Loffredo 1992).

Come abbiamo prima suggerito, uno degli snodi del dibattito era costituito dalla distinzione antica tra àmbiti della matematica e della fisica. La distinzione risale ad Aristotele, ed è rivolgendoci alle sue opere che possiamo già trovare considerazioni estremamente interessanti nella nostra prospettiva.

Aristotele afferma esplicitamente che è il matematico a conoscere il perché delle cose: "Qui è di pertinenza dell'empirico conoscere il fatto, mentre è del matematico conoscere il perché: costoro possiedono infatti le dimostrazioni delle cause [...]. Anche molte delle scienze che non sono in relazione di subordinazione reciproca si trovano in tale situazione, ad esempio la medicina rispetto alla geometria: è infatti di pertinenza del medico sapere che le ferite rotonde guariscono più lentamente, ma è di pertinenza del geometra sapere perché".¹² L'affermazione di Aristotele trova giustificazione nel suo considerare piena solo la conoscenza ottenuta tramite dimostrazione, in quanto le cause sono da ricercarsi tra i termini intermedi di una catena di premesse sillogistiche completamente sviluppata – cioè di una dimostrazione. Ma è la matematica la scienza dimostrativa per eccellenza, anzi il paradigma di riferimento: l'impresa del matematico è quindi eminentemente conoscitiva, ed egli non ha bisogno di ricondurre i fenomeni, per poterli spiegare, ad oggetti e loro relazioni più elementari. In effetti, e qui è opportuno anticipare una delle caratteristiche peculiari della modellistica antica, in essa la costruzione di modelli non avveniva all'interno di un quadro esplicativo preesistente *per mezzo* della matematica; il modello veniva invece messo in piedi *all'interno* della matematica stessa, mentre solo una parte della *terminologia* veniva presa a prestito dalla fenomenologia relativa al particolare stato di cose in esame, che costituiva a sua volta l'unico riferimento nel mondo "reale": non si dà alcun esempio antico di modello inteso come *riduzione* del fenomeno in esame ad un quadro ritenuto più fondamentale da un punto di vista ontologico (in questo senso, l'approccio antico alla modellistica si apparenta decisamente a quello che è venuto sviluppandosi nel corso del ventesimo secolo)¹³. A testimonianza del fatto che tale linea di tendenza risultava evidente agli interpreti più fini già nella sua fase di gestazione, si possono ricordare, oltre a quella appena citata, le decise prese di posizione di Aristotele sul ruolo subordinato dell'ottica e della teoria musicale rispetto alla geometria ed all'aritmetica rispettivamente;¹⁴ inoltre "l'ottica, la teoria musicale e l'astronomia sono le più fisiche tra le *matematiche*; [...] l'ottica indaga una linea matematica, ma non in quanto matematica, bensì in quanto fisica" (corsivo mio).¹⁵ Che i modelli siano interni alla matematica è

¹² *Analitici posteriori* A 13.

¹³ Si vedano a questo proposito le considerazioni sviluppate in G. Israel, op. cit..

¹⁴ Si veda *Analitici posteriori* A 7; ancora più interessante la ripetizione dell'affermazione in A 13, dove si afferma inoltre la subordinazione della "delle cose di meccanica rispetto alla stereometria e dei fenomeni rispetto all'astronomia".

¹⁵ *Fisica* B 2.

mostrato anche dal formato esteriore delle opere in cui vengono esposti, identico a quello utilizzato nei trattati di geometria: non solo si assiste allo snodarsi di assunzioni e teoremi, ma resta invariato il tipico uso delle lettere, l'uso di un linguaggio formulare, la divisione della dimostrazione in sezioni più o meno facilmente riconoscibili. Una proposizione della *Meccanica* di Erone si legge esattamente come un teorema degli *Elementi* di Euclide. In altri termini, tutta la trattatistica scientifica antica si conforma consapevolmente alle regole del genere letterario "trattato di geometria"; certo, in questo modo si intendeva ribadire la propria appartenenza ad un genere la cui autorità non è mai stata in discussione, ma resta il fatto che tale affiliazione, anzi subordinazione, fosse chiaramente considerata nell'ordine delle cose. Le osservazioni di Aristotele riportate sopra possono quindi essere ragionevolmente interpretate come descrittive, cioè imposte da uno stato di cose preesistente; sappiamo in effetti di Archita (di poco più anziano di Platone) che "costui per primo intraprese un'indagine metodica delle cose di meccanica servendosi di principi matematici e per primo impiegò moto meccanico in una dimostrazione geometrica".¹⁶

Certo, Aristotele teneva fuori dal campo di indagine accessibile al matematico certi problemi, come quelli del moto locale e della sostanza, di pertinenza esclusiva del fisico; questi fenomeni erano definibili "naturali" perché comportavano mutamento, gli altri, dal moto delle sfere celesti ai fenomeni ottici alla meccanica alla musica, no, e potevano essere indagati tramite il processo di sottrazione che rendeva possibile l'entrata in gioco della matematica.¹⁷ Anche in questo caso, però, la riflessione di Aristotele appare più descrittiva che normativa: il problema del moto locale e della struttura della materia non erano, né saranno in séguito sottoposti ad indagine da parte dei matematici, e non è proprio credibile sostenere che ciò sia avvenuto come conseguenza di presunti *diktat* Aristotelici.

Gli oggetti della matematica – in particolare quelli della geometria – si configurano quindi come il riferimento ontologico privilegiato cui "ridurre" le entità fenomeniche. Ancora una volta, la portata di una tale mossa era stata colta in tutta la sua importanza da Aristotele, che sostiene appunto, e questo è chiaro nonostante le difficoltà ermeneutiche che pone la sua argomentazione, una caratterizzazione dello statuto ontologico degli oggetti matematici come conducenti un'esistenza vicaria rispetto agli oggetti reali da cui sono ottenuti tramite enucleazione ed eliminazione di alcune proprietà di questi ultimi: è completamente non ambigua e per noi sorprendente la sua affermazione che "ad esempio [la proprietà di avere la somma degli angoli interni uguale a] due retti inerisce al triangolo isoscele di bronzo, ma [gli inerisce] anche se sottraiamo l'essere di bronzo e dall'essere isoscele".¹⁸ Nella prospettiva di Aristotele, la matematica costituisce quindi *intrinsecamente* un modello della realtà, ed in quanto tale capace di accogliere una

¹⁶ Diogene Laerzio, *Vitae philosophorum*, VIII.83.

¹⁷ Non sia causa di confusione il fatto che vi sia moto in astronomia e geometria: esso interviene solo una volta che gli oggetti di cui si ammette movimento appartengano al regno del non-fisico oppure siano già quelli ottenuti per sottrazione.

¹⁸ *Analitici posteriori* A 5.

rappresentazione dell'universo fenomenico e fornire un quadro esplicativo interamente soddisfacente. Vedere gli oggetti matematici come ottenuti per sottrazione¹⁹ rende inoltre conto di quel processo di *creazione contestuale del significato* che costituisce una condizione essenziale perché gli enti teorici di cui si fa uso nell'indagine modellistica siano proponibili come fondamento di un discorso dotato di senso: la retta del trattato di geometria non smette mai di essere un oggetto materiale, ad esempio prodotto tramite un procedimento grafico, di cui sono state per il momento accantonate le proprietà non esplicitamente richieste nell'insieme dei postulati e dei teoremi del trattato stesso (il fatto che sia un oggetto matematico è quindi legato all'*uso* che ne facciamo ed agli scopi più o meno immediati che ci siamo prefissi – cioè ai postulati ammessi ed alla strada presa dal processo deduttivo che ne consegue). Per questo motivo la geometria antica ha un carattere spiccatamente costruttivo, e per lo stesso motivo il suo utilizzo nella modellizzazione del mondo esterno risulta immediato e non necessita di passi di astrazione ulteriori.

La riflessione filosofica nel periodo ellenistico dedicò ai problemi epistemologici un'attenzione particolare, al punto che si può a buon diritto parlare di "svolta epistemologica" nella filosofia antica.²⁰ Com'è naturale, ci è dato ritrovare in essa solo alcuni aspetti (sebbene l'ampio spettro di problematiche affrontate ed il livello eccezionalmente elevato del dibattito abbiano impedito fino a tempi recenti di riconoscere la validità dell'approccio) di ciò che modernamente si è soliti far rientrare nell'ambito dell'epistemologia. In particolare, sembra mancare quel continuo rivolgersi alle (ed attingere occasioni di riflessione dalle) scienze esatte che caratterizza buona parte delle problematiche epistemologiche contemporaneo. Ciò non significa che tali interazioni mancassero del tutto – anzi: vedremo infatti come alcuni motivi di discussione possano essere messi in correlazione con la tematica cui siamo interessati.

Epicuro sosteneva che una credenza potesse essere verificata dalle evidenze sensoriali a favore, ma anche dall'assenza di evidenze contrarie: "Non si sarebbe generato l'errore se non avessimo in noi stessi un certo altro processo conseguente [alla percezione], ma da esso distinto; in base ad esso, qualora [questa] non sia confermata oppure sia contraddetta, si genera il falso, qualora invece sia confermata oppure non sia contraddetta, si genera il vero".²¹ Ciò apriva la strada al metodo delle spiegazioni multiple in materia di fenomeni celesti. Leggiamo nella *Lettera a Pitocle* sui fenomeni astronomici e meteorologici: "Il

¹⁹ Ma attenzione, la sottrazione è solo un momentaneo focalizzarsi su alcune caratteristiche dell'ente reale, non un istituire oggetti ideali. Questo punto dell'approccio aristotelico è fondamentale.

²⁰ Per una messa a fuoco recente e molto dettagliata si veda la parte III in K. Algra, J. Barnes, J. Mansfeld, M. Schofield (curatori), *The Cambridge History of Hellenistic Philosophy*, Cambridge, Cambridge University Press 1999 (il libro è una sintesi a coronamento dei venti anni di studi che hanno visto la definitiva rivalutazione della filosofia ellenistica).

²¹ *Lettera ad Erodoto*, in Diogene Laerzio, *Vitae cit.*, X.51. Si veda anche l'esposizione in Sesto Empirico, *Adversus mathematicos* VIII.211-216. Che lo schema di Epicuro sia simmetrico non può essere un caso.

che²² non accade per i fenomeni celesti, questi ultimi possiedono bensì molteplici cause della loro genesi e molteplici determinazioni della loro essenza sempre in accordo con i dati sensibili".²³ La stessa *Lettera a Pitocle* contiene molti esempi di spiegazioni multiple non falsificate dai fenomeni, quali quelle della formazione delle immagini, oppure quelle relative al moto degli astri, alle fasi lunari, alla formazione delle nubi, dei tuoni, dei terremoti.... Le affermazioni di Epicuro potrebbero ancora dar adito a dubbi riguardo al fatto se le cause molteplici siano per lui tutte da considerarsi effettivamente sussistenti oppure no. Lucrezio ci offre un aiuto; riferendosi alle cause del moto degli astri egli afferma: "È infatti difficile stabilire con certezza quale di esse sussista in questo mondo; ma ciò che è possibile e ciò che avviene per tutto l'universo nei vari mondi creati secondo relazioni interne [ratione] differenti, questo lo mostro, e mi appresto ad esporre le molteplici cause che possano sussistere dei moti degli astri per tutto l'universo; fra le quali, una è necessario che anche qui sia la causa che presiede al moto dei segni; ma quale di esse sia non è compito di chi procede con cautela affermarlo".²⁴ La teoria dei molti mondi permetterebbe quindi di offrire un'interpretazione "statistica" al metodo delle cause molteplici: esse sono tutte simultaneamente sussistenti, anche se in ognuno dei "variis mundis varia ratione creatis" una sola opererebbe; la nostra scienza non è però capace di dirci quale operi in quale, ed *a fortiori* quale nel nostro mondo.

Potremmo chiederci il motivo per cui Epicuro, temporalmente più vicino alla fase di culmine della scienza ellenistica, assuma un punto di vista più "ingenuo" rispetto ad esempio a quello di Aristotele. È chiaro che gli intendimenti del sistema filosofico del primo sono ben diversi dagli scopi del sistema del secondo, ed occorre inoltre dire che Aristotele si muoveva all'interno di un ambiente intellettuale in cui i contatti con gli uomini di scienza, in particolare i matematici, erano stretti e quotidiani, mentre la stessa cosa non può certo dirsi per coloro che si riunivano nel Giardino – se non altro perché, in età ellenistica, nessuno dei principali centri di produzione scientifica coincideva con Atene. Resta il fatto che le caratteristiche tipiche dell'indagine *ex hypothesi* ellenistica sono assunte bensì da Epicuro, ma egli attribuisce ad esse una portata filosofica che non erano intese avere, utilizzandole per puntellare il proprio sistema filosofico.

Una testimonianza fondamentale risalente al tardo ellenismo è quella dello stoico Posidonio. Vissuto a cavallo tra il II ed il I secolo a.C., egli è una figura paradigmatica ed al tempo stesso eccezionale di filosofo fortemente interessato alle matematiche ed alle scienze naturali, ed a lui fa riferimento una buona parte della trattatistica posteriore che tenti di gettare un ponte tra scienza e filosofia (e questo a vari livelli, da Gemino a Seneca). Simplicio, commentando sulla distinzione aristotelica tra matematica e fisica in *Fisica* B 2

²² Cioè che ci sia una sola possibilità, come nel caso, ad esempio, del fatto che gli elementi siano indivisibili.

²³ Diogene Laerzio, *Vitae* cit., X.86.

²⁴ *De rerum natura*, V.526-533.

riporta, attraverso un gioco complesso di rimandi,²⁵ il commento di Posidonio a questo stesso passo. Come abbiamo visto, Aristotele propone semplicemente una distinzione di generi, mentre negli *Analitici posteriori* sosteneva esplicitamente che è il matematico a conoscere il *perché*. Posidonio va nella direzione opposta (in quel che segue il filosofo è il filosofo naturale, corrisponde cioè al fisico, l'astronomo al matematico): "[...] Il filosofo avrà spesso una presa ferma sulla causa, concentrandosi sulla forza creatrice. L'astronomo, tuttavia, una volta che dimostri i fatti da condizioni esterne, non è un osservatore adeguato della causa, ad esempio quando afferma che la terra o le stelle sono sferiche; e talvolta non rientra proprio nei suoi scopi afferrare la causa, ad esempio quando discute le eclissi. A volte lo scienziato cerca di procedere per ipotesi, affermando alcune maniere per mezzo delle quali, se stabilite, i fenomeni risulterebbero salvati. Per esempio, perché il sole, la luna ed i pianeti sembrano muoversi irregolarmente? Se supponiamo le loro orbite eccentriche, oppure che gli astri effettuino le loro rivoluzioni in epicicli, le loro irregolarità apparenti risulteranno salvate; e sarà necessario sviluppare l'argomento in accordo con la pluralità dei modi con cui questi fenomeni possano prodursi; così che il loro studio dei pianeti è simile ad un'indagine nella causa rispetto al metodo possibile. Ed è per questo che può saltar fuori uno come Eraclide Pontico a dire che se la terra in qualche modo si muove mentre il sole in qualche modo sta fermo, l'anomalia apparente che riguarda il sole risulta salvata. Poiché non è per niente compito dell'astronomo sapere ciò che sta fermo per natura e che genere di cose sono capaci di moto; piuttosto, introducendo ipotesi, assumendo che certe cose stiano ferme ed altre siano in moto, investiga quali ipotesi siano compatibili con i fenomeni celesti. Costui deve prendere come principi dal filosofo naturale che i moti delle stelle sono semplici, uniformi ed ordinati, e per mezzo di tali principi dimostrerà che il moto ritmico di tutti gli astri si svolge in modo circolare, alcuni muovendosi lungo i paralleli ed altri lungo l'eclittica".²⁶ Il passo è di eccezionale interesse per molti rispetti; mettiamo in rilievo solo due di essi: *i*. L'accenno alla necessità di "sviluppare l'argomento in accordo con la pluralità dei modi" di spiegazione riecheggia le prescrizioni di Epicuro sopra discusse. La differenza essenziale consiste nel fatto che quest'ultimo accettava come effettivamente sussistenti le spiegazioni alternative, secondo il meccanismo "statistico" proposto da Lucrezio. Posidonio, invece, coglie ancora il carattere eminentemente teorico di tale pluralità. Nella sua ottica, però, ciò costituisce un limite conoscitivo notevole, che rende la teoria astronomica "*simile* ad un'indagine della causa rispetto al metodo *possibile*". Ne consegue l'introduzione di una netta differenziazione tra filosofo ed astronomo quanto al valore epistemico delle rispettive indagini: lo scienziato poteva proporre descrizioni o anche elaborare spiegazioni *possibili*, ma solo il filosofo

²⁵ Alessandro di Afrodisia che cita il sunto di Gemino dei *Meteorologica* di Posidonio. Ma ci sono buoni motivi per ritenere che il passo riportato da Simplicio sia effettivamente quello scritto in origine da Posidonio.

²⁶ Simplicio, *In Aristotelis Physicam*, pp. 291.21-292.31 (frammento 18 Edelstein-Kidd).

poteva dare la spiegazione definitiva, fungendo inoltre da arbitro tra le possibili soluzioni proposte dallo scienziato. *ii.* Gli ultimi due periodi del testo mettono infatti chiaramente in evidenza un intento *normativo* nelle considerazioni di Posidonio, mentre l'analisi di Aristotele, come abbiamo visto, si muoveva essenzialmente ad un livello *descrittivo*. Questo aspetto è decisivo, e molti altri indizi permettono di identificare tale intento come una caratteristica saliente del tardo ellenismo. Lo stesso Posidonio, ci viene riferito da Proclo, aveva ribattuto punto per punto alle obiezioni di marca scettica mosse dall'epicureo Zenone di Sidone all'impostazione ipotetico-deduttiva della geometria,²⁷ era intervenuto nel dibattito sul carattere teorematologico o problematico delle proposizioni della geometria e – fatto per noi della massima importanza –, aveva affrontato a più riprese questioni geometriche tecniche, proponendo definizioni di figura, di punto, di rette parallele ed una classificazione dei quadrilateri alternative a quelle euclidee. Gemino (metà I secolo a.C.), che ha come suo punto di riferimento Posidonio, aveva scritto un'opera storico-filosofica sui fondamenti della geometria in cui venivano proposte classificazioni e definizioni del genere di quelle appena citate.²⁸ Considerazioni testuali specifiche permettono inoltre di sostenere che alcune delle definizioni degli enti geometrici fondamentali che troviamo negli *Elementi* siano state interpolate nel testo euclideo proprio in questo periodo, probabilmente nel tentativo di tamponare gli attacchi scettici.

Come vedremo tra breve la scienza ellenistica si pone in contrapposizione, tramite la sua pratica effettiva, con le prescrizioni (ad essa sia contemporanee che posteriori) di Epicuro e di Posidonio. Le riflessioni epicuree e stoiche ebbero però un impatto evidente sugli scienziati dell'età imperiale. Sottoposti ad un'educazione filosofica puntuale ed improntata ad un eclettismo in funzione antiscettica che raccoglie e rielabora le principali riflessioni messe a punto dalle scuole tradizionali,²⁹ questi ultimi sentono il bisogno di far precedere i loro trattati da prefazioni metodologiche, oppure tentano di *giustificare* le ipotesi poste in termini dei sistemi fisico-cosmologico-filosofici di riferimento. Si prenda ad esempio il caso della *Pneumatica* di Erone (metà I secolo d.C.), che si sofferma a lungo ad argomentare in favore dell'esistenza del vuoto intermisto, o della compilazione pseudo-tolemaica di argomento ottico *De speculis*, dove si spiega *perché* i raggi visuali (che sono qui considerati, si badi bene, *da noi emessi*: si veda la discussione poco oltre, nella sezione relativa all'ottica) viaggino in linea retta e con velocità infinita: il fatto che le riflessioni metodologico-fondative precedano spesso la parte matematica dell'opera e siano tenute ben distinte da essa – oltre a cambiare radicalmente i connotati del genere letterario

²⁷ Proclo, *In Euclidis primum...*, pp. 199.3-200.6 e 214.15-218.11. Le critiche di Zenone miravano a mostrare che nello svolgimento ipotetico-deduttivo della geometria restassero sempre e comunque delle ipotesi implicite.

²⁸ Sul contenuto dell'opera abbiamo solo notizie di seconda mano; Proclo ha attinto a piene mani da essa per il suo commento al primo libro degli *Elementi*, molto probabilmente in misura maggiore di quanto lui stesso ammetta.

²⁹ Ricordiamo che la formazione delle élites intellettuali per mezzo di scuole istituzionalizzate non era la norma nel primo periodo ellenistico, mentre era un passaggio inevitabile in età imperiale.

"prefazione" nella trattatistica scientifica antica —³⁰ mostra come esse fossero intese avere un ruolo fondante dell'analisi matematica che le seguiva (ancor più chiaro è l'intento quando le assunzioni sono motivate nel corpo del testo). Si genera quindi un'evidente tensione tra struttura argomentativa tradizionale e scopi dell'autore. In questo senso, pur continuando a mantenere una sostanziale identità di apparato formale e di tecniche di indagine, scienziati dell'età imperiale come Erone o Tolomeo si discostano dalla visione della scienza e del proprio ruolo che è possibile estrarre dalle opere degli scienziati dell'età ellenistica e che abbiamo delineato in precedenza facendo riferimento ad Aristotele. Caso emblematico è appunto quello di Tolomeo (inizio II secolo d.C.): egli scrive un breve trattato di argomento epistemologico (*Sul criterio e l'egemonico*) in cui affronta i problemi del criterio di verità dei giudizi relativi a stati di cose (con annessa analisi delle facoltà cognitive e delle loro funzioni, e conseguente schematizzazione tripartita dei contributi dei sensi e dell'intelletto) e della locazione delle facoltà cognitive in determinati organi del corpo umano. Per essere un trattato epistemologico scritto da uno dei maggiori scienziati dell'antichità può risultare ai nostri occhi molto deludente. Certo, Tolomeo non si limita a proporre una sintesi che pèschi tra gli aspetti e la terminologia più consoni della tradizione peripatetica, stoica, epicurea, ecc.,³¹ e mette molto di suo nel proporre il proprio schema interpretativo di ispirazione empirista, ma chi volesse trovare anche solo accenni alla relazione di ciò che egli viene esponendo con la sua pratica scientifica effettiva cercherebbe a vuoto. Vedremo in dettaglio nel séguito come risulti più fruttuoso analizzare opere tecniche quali l'*Almagesto* o l'*Ottica*.

Riprendendo un punto cui si è fatto cenno in sede introduttiva, è opportuno discutere brevemente se e come il peculiare sviluppo dell'approccio modellistico nell'antichità greca potesse essere legato alla latitanza di elaborazioni fisiche fondamentali cui ridurre i fenomeni. Potrebbe sembrare che tale affermazione sia immediatamente contraddetta dalla mera esistenza dei grandi sistemi cosmologici dell'antichità, ma il fatto è che alcuni di essi, pur postulando l'esistenza di entità elementari, tacevano riguardo alle loro mutue interazioni, e se non tacevano l'analisi era comunque del tutto inadeguata ad una traduzione

³⁰ Il discorso sarebbe lungo. Ricordiamo soltanto che le prefazioni ai testi tecnici di età ellenistica (ad esempio quelle alle opere di Archimede o quelle a vari libri delle *Coniche* di Apollonio) contengono tipicamente riassunti dei risultati presenti nel séguito del trattato, cenni più o meno ampi a risultati e ricerche precedenti o in corso, rivendicazioni di priorità scientifica. Inoltre una porzione maggioritaria dei trattati dell'epoca non presenta alcuna prefazione, mentre le opere scientifiche più tarde ne sono invariabilmente dotate. Un esempio estremo del fenomeno: la tradizione dell'*Ottica* attribuita ad Euclide ci ha consegnato due testi sensibilmente diversi, ad uno dei quali è stata preposta in epoca tardo imperiale una "prefazione" di stampo fisico-metodologico. Si osservi comunque che le trasformazioni cui abbiamo accennato sono anche strettamente legate al mutato contesto istituzionale in cui era inserita la produzione scientifica: le opere ellenistiche erano molto spesso diffuse dal loro autore come lettere aventi un ben preciso destinatario, mentre in età imperiale si trattava sempre di testi composti o recensiti a scopo scolastico.

³¹ Un aspetto interessante della questione consiste nell'osservare che, nel corso dell'ultimo secolo, Tolomeo è stato successivamente ed indubitabilmente riconosciuto come platonico-pitagorico, aristotelico di stretta osservanza, non aristotelico con una chiara inclinazione platonica in campo etico, stoico, empirista ingenuo, strumentalista (la collocazione dipendendo dall'opera presa in esame).

matematica; in questo modo velleità riduzionistiche non potevano neanche generarsi. Inoltre, come abbiamo visto, o i modelli venivano già considerati come dotati in sé di potere esplicativo in quanto la matematica ha questa caratteristica, oppure essi ne erano comunque privi, limitandosi ad argomentare *ex hypothesi*, e la vera spiegazione si generava solo laddove le ipotesi ricevessero una giustificazione sulla base di una teoria fisica (cioè filosofica) soggiacente. In ogni caso la struttura del modello risultava non toccata, in quanto le premesse fisiche entravano solo in misura marginale a determinare le conclusioni effettivamente raggiunte. *A fortiori*, la presenza o meno di grandi sistemi cosmologici non poteva essere una variabile rilevante per la genesi e lo sviluppo dell'approccio modellistico. Un esempio classico è costituito dalla *Pneumatica* di Erone: la prefazione si sofferma a lungo sul problema dell'esistenza del vuoto, ed argomenta a favore di quello intermisto, assumendo esplicitamente un punto di vista atomista sulla "composizione della materia". Nel corso del trattato, però, l'analisi si svolge sempre ad un livello fenomenologico (eventualmente anche per mancanza di strumenti matematici adeguati), e nessun risultato dipende dal fatto che la materia sia effettivamente continua o discreta.

Non è quindi chiaro, e le fonti a disposizione tendono piuttosto ad orientare in negativo la risposta, che quella dei modelli fosse stata concettualizzata e messa a fuoco come problematica indipendente, ed in quanto tale meritevole quindi di una riflessione filosofica che facesse astrazione dai casi concreti di modellizzazione dello specifico fenomeno. Anzi, i passi di Epicuro e di Posidonio mostrano come alcune peculiarità della modellistica fossero state più o meno volutamente fraintese ed utilizzate allo scopo di ribadire la priorità dell'indagine filosofica su quella scientifica, mentre abbiamo constatato con sorpresa che l'analisi aristotelica, per il fatto di porsi all'origine dell'elaborazione dell'approccio modellistico, denota un notevole grado di consapevolezza e di penetrazione di certi aspetti sottili di quest'ultimo. La scarsità di fonti disponibili – in particolare quelle riguardanti riflessioni di scienziati sulla propria prassi, fonti che, ammesso siano esistite in origine,³² ben difficilmente potevano resistere alla selettività di una tradizione testuale che ha completamente azzerato la produzione scientifica di una figura gigantesca come Ipparco –³³ consiglia però una cauta sospensione del giudizio. Come spesso accade, il miglior partito da prendere è quello di rivolgersi direttamente ai trattati tecnici: vedremo come l'uso dei modelli fosse diffuso e consapevole, e che anzi esso possa essere assunto senza ambiguità come una delle invarianti cognitive caratterizzanti la ricerca scientifica ellenistica. In particolare, un indicatore importante del grado di consapevolezza raggiunto sarà da individuarsi nella naturalezza con cui, in più occasioni e da parte di autori differenti, viene effettuata la mossa di cambiare modello (senza una parola di commento) all'interno della

³² È noto che il matematico Apollonio scrisse un'opera sui fondamenti della geometria.

³³ Ci è pervenuto soltanto il relativamente poco significativo *Commento ai Fenomeni di Arato*.

trattazione dello stesso argomento. Questa caratteristica si manifesta evidente nell'ambito della modellistica astronomica, da cui iniziamo la nostra analisi della trattatistica scientifica.

L'approccio per modelli nella scienza antica: alcuni esempi

a. Astronomia

L'importanza centrale dei modelli geometrici nell'astronomia Greca antica, il loro avvicinarsi (dalle differenti versioni di quello a sfere omocentriche allo svilupparsi e raffinarsi della rappresentazione per eccentrici ed epicicli) ed il generarsi e consolidarsi di quello tolemaico sono stati analizzati così a fondo ed in così tante sedi che non è il caso di tentare qui una sintesi frettolosa. Mi riferirò solo ad alcuni aspetti particolari e strettamente connessi con quanto esposto in precedenza.

I primi fra i trattati astronomici pervenutici sono *La sfera in movimento* e *Sulle levate ed i tramonti eliaci* di Autolico. Le due opere hanno carattere eminentemente descrittivo, occupandosi esclusivamente del moto della sfera delle stelle fisse; in questo caso è dunque difficile parlare di modelli, essendo quella delle stelle fisse una sfera per definizione. La prima di esse è un'opera di geometria applicata all'astronomia:³⁴ si tratta in tutto e per tutto un lavoro geometrico con rare infiltrazioni terminologiche dal campo astronomico (quali ad esempio levata e tramonto, orizzonte, emisfero visibile ed invisibile). Il trattato non è preceduto da alcuna definizione o assunzione³⁵ e passa direttamente ai teoremi, anche se questi ultimi rivelano un certo disordine logico nell'impostazione,³⁶ ed i risultati raggiunti si configurano soltanto come una prima sistemazione di certi fatti relativi ad una sfera ruotante, le ricadute al livello di chiarificazione di fenomeni specifici essendo demandate ad elaborazioni più circostanziate; la connessione con l'universo fenomenico è quindi tenue e comunque relativa ai prerequisiti su cui basare un'indagine razionale. Il secondo trattato è una descrizione in linguaggio geometrico (e nel formato dimostrativo tipico dei trattati di geometria) della fenomenologia relativa alle levate ed ai tramonti delle stelle fisse. Introdotta da un breve tratto in cui vengono definite le levate ed i tramonti veri ed apparenti, la catena di teoremi che segue fa largo uso di dimostrazioni e di terminologia basate sull'evidenza sensibile (è ricorrente ad esempio l'uso di espressioni quali "è chiaro", "è manifesto" per far rimarcare passaggi argomentativi la cui correttezza è considerata matematicamente ovvia oppure risiede in dati sensoriali). Ecco, ad esempio, come viene

³⁴ Ma non è il fatto che siano studiati oggetti geometrici in moto che fa automaticamente ricadere l'opera nel campo della geometria applicata – la generazione di enti geometrici tramite movimento è una delle caratteristiche della geometria greca che appaiono sin dai primissimi frammenti pervenutici; si pensi alla duplicazione del cubo di Archita –, bensì che questi oggetti geometrici siano la rappresentazione immediata di *specifici* enti (la sfera celeste in questo caso) appartenenti all'universo fenomenico.

³⁵ La breve premessa iniziale in cui viene definito il moto a velocità uniforme è chiaramente interpolata.

³⁶ Ad esempio, le prop. 2 e 3 dimostrano la stessa cosa sebbene i due enunciati facciano credere che si tratti di due proposizioni una inversa dell'altra.

dimostrato nella prop. 1 che le levate apparenti seguono quelle vere (la figura è inutile e comunque ovvia): "Sia ABCD l'orizzonte celeste. Il cerchio del sole abbia posizione come AEGZ, ed oriente sia dalla parte di D, occidente da quella di B, ed il semicerchio AEG sia sotto la terra [cioè invisibile], e, quando il sole si leva in A, una certa stella tra le fisse si levi contemporaneamente in D. Questa è quindi la levata mattutina vera della stella D. Dico che la levata apparente della stella D è posteriore a quella vera. Quando il sole si leva in A la stella D non appare levarsi, né a dire il vero quando il sole ha percorso l'arco GZA la stella D appare levarsi. Dopo alcuni giorni la stella D apparirà levarsi, il sole avendo percorso un arco tale che la stella D sfugga ai raggi del sole. Appaia per la prima volta quando il sole è in E. Essendo quindi il sole in E si ha a che fare con la levata mattutina apparente della stella D. E poiché il sole giunge in A prima che in E, ma quando giunge in A è la levata mattutina vera della stella D, mentre quando giunge in E è la levata mattutina apparente della stella D, quella apparente è quindi posteriore a quella vera".

Un esempio ulteriore del carattere non ancora maturo della prima modellistica astronomica è offerto dai *Fenomeni* attribuiti ad Euclide. Come in Autolico, l'opera non è introdotta da assunzioni esplicitamente formulate, ma da un'esposizione discorsiva in cui viene descritto il moto del cielo delle stelle fisse, si portano argomenti in favore della sfericità di quest'ultimo e sono descritte in dettaglio le porzioni in cui esso risulta diviso in conseguenza del suo moto e dell'obliquità dell'equatore celeste. Sono poi definiti termini quali orizzonte, meridiano, tropici, ecc.. Una lettura anche veloce delle proposizioni mostra chiaramente che la presenza dell'elemento fenomenico è ancora eccessiva, questo fatto comportando il ricorso a schemi deduttivi di carattere non strettamente matematico: il modello non è costruito all'interno del formalismo geometrico; ci troviamo invece di fronte a tecniche e terminologia geometriche applicate a schemi argomentativi saldamente ancorati nel concreto. Valga per tutti l'esempio della prop. 1: "La terra è nel mezzo del cosmo e mantiene la posizione di centro rispetto al cosmo. Sia AB un orizzonte nel cosmo, la terra ovvero il nostro occhio sia nel punto Δ , e Γ sia la parte orientale, A quella occidentale, ed attraverso una diottra nel punto Δ sia stato osservato il Cancro che sorge in Γ ; sarà quindi osservato attraverso la stessa diottra il Capricorno che tramonta: sia osservato nel punto A. E poiché i punti A, Δ , Γ risultano osservati attraverso la stessa diottra, Quella per A, Δ , Γ è una retta. Così che $A\Delta\Gamma$ è un diametro della sfera delle fisse e dello zodiaco, poiché appunto stacca sei segni dello zodiaco sopra l'orizzonte. [Stessa dimostrazione orientando diversamente la diottra. Ne risulta un diametro $E\Delta B$] Ma anche $A\Delta\Gamma$ è stato dimostrato [diametro]: il punto Δ è quindi centro della sfera delle fisse, ed è sulla terra. Del tutto similmente dimostreremo che, comunque sia stato preso un punto sulla terra, esso è centro del cosmo. La terra è quindi nel mezzo del cosmo e mantiene la posizione di centro rispetto al cosmo."

Le opere di Autolico ed i *Fenomeni* costituiscono un primo tentativo di istituire modelli geometrici di certi fenomeni:³⁷ sono dotate di una struttura formale riconoscibile, sia ad un livello macroscopico (schema deduttivo ed articolazione in teoremi successivi ben differenziabili) che di maggiore dettaglio (presenza di definizioni, struttura interna dei teoremi, uso delle lettere). Il tentativo è però reso meno efficace dal fatto che la trattazione non è ancora completamente spostata all'interno dell'universo geometrico, solo alcune regole di corrispondenza essendo dettate dalle definizioni. Quello che manca, e che al suo apparire finirà per costituire il vero punto di svolta nella direzione di una modellistica completamente sviluppata, sono quelle *assunzioni esplicite o postulati*, quelle "regole od asserzioni materiali primitive",³⁸ che troviamo per la prima negli *Elementi* di Euclide e che caratterizzeranno la produzione scientifica successiva più consapevole. Le asserzioni o regole materiali primitive non si limitano a *definire* certi termini, ma specificano *cosa fare* con essi, dotandoli quindi di un *significato* assolutamente interno al contesto del trattato. Gli enti così determinati potranno essere utilizzati nel corso dell'opera solo in conformità con tali prescrizioni, regolando in tal modo quel processo di creazione dell'oggetto teorico per sottrazione cui fa chiaro riferimento Aristotele. Ne consegue anche, implicitamente, che possano essere utilizzati solo gli enti per cui siano state dettate regole, e che essi siano sussunti automaticamente all'interno del campo *geometrico*, di cui, beninteso, si assume sempre di avere a disposizione l'intero corpus delle conoscenze tecniche al momento disponibili. Si tratta quindi di una rigida delimitazione del dicibile a ciò che è "in conformità con la materia trattata".

Un grado di consapevolezza modellistica molto più elevato è dato riscontrare in trattati appena successivi; ne discuteremo sulla base dell'esempio (già prefigurato nella proposizione dei *Fenomeni* appena vista) della forma della terra: essa, a seconda del modello utilizzato, è assimilata ad un punto, supposta perfettamente sferica oppure piatta – e si assiste a tali cambi di modello anche nell'ambito della medesima opera. Tutto ciò, è bene sottolinearlo, *del tutto indipendentemente* dalla discussione sulla forma reale del nostro pianeta, discussione definitivamente e non ambigualmente risolta già in epoca arcaica.³⁹ Vediamo in dettaglio, in primo luogo, cosa scrive Aristarco (III sec. a.C.) nel suo trattato *Sulle grandezze e le distanze del sole e della luna*. Usando i dati derivanti dall'osservazione delle eclissi di sole e di luna ed i valori dell'angolo sotteso dalla luna e di

³⁷ Non c'è alcuna prova che il "modello" a sfere concentriche di Eudosso-Callippo ed Aristotele andasse al di là di una descrizione qualitativa del fenomeno della retrogradazione, ed anzi ci sono elementi che fanno supporre il contrario. Resta il fatto che non ci è pervenuta alcuna elaborazione matematicamente seria sull'argomento, e quindi è sensato attestarsi sulle opere di Autolico come le prime cui fare riferimento.

³⁸ Sulla denominazione si veda I. Mueller, *On the Notion of a Mathematical Starting Point in Plato, Aristotle, and Euclid*, in A.C. Bowen (curatore), *Science and Philosophy in Classical Greece*, New York, Garland 1991, pp. 59-97.

³⁹ Che la terra sia approssimativamente sferica è già un fatto ovvio per Aristotele, che in *De coelo* II.13-14 adduce tutta una serie di argomenti a favore, mettendo sostanzialmente in ridicolo le opinioni alternative. Aristotele espone, oltre a motivazioni dedotte dall'esperienza, anche un embrionale tentativo di modello di formazione della terra per accumulo di materia caduta dall'esterno.

quello luna-terra-sole quando la luna è illuminata esattamente a metà, Aristarco ricava i valori dei diametri e delle distanze di sole e luna in rapporto al diametro terrestre (le eclissi di sole sono utilizzate nella prima parte dell'opera – prop. 1-12 – quelle di luna nella seconda – prop. 13-18). La vera novità, decisiva alla luce di quanto abbiamo appena discusso,⁴⁰ consiste nell'essere le assunzioni esplicitate sotto forma di asserzioni materiali primitive (la loro denominazione di "ipotesi" è posteriore). Si parte con l'affermare che la luna riceve la luce dal sole (ipotesi 1) fino ad assumere che "quando la luna ci appare dimezzata, allora dista dal sole di un trentesimo di quadrante meno di un quadrante", che "la larghezza dell'ombra [terrestre alla distanza della luna] è di due lune", che "la luna sottende un quindicesimo di un segno dello zodiaco" (ipotesi 4-6; la 2 e la 3 sono discusse in dettaglio subito sotto). L'indagine è però condotta ad un livello puramente geometrico (con largo uso di ottica geometrica), del tutto indipendente dallo specifico modello planetario adottato. In effetti, si potrebbe argomentare che il modello soggiacente sia geocentrico: nelle prop. 6 e 7, ad esempio, viene fatto esplicito riferimento alla "sfera in cui si muove il centro del sole". È però vero che l'assunzione della posizione centrale della terra è limitata alla prima porzione del trattato, e che l'unica cosa che conta sono in ogni caso le posizioni relative dei tre corpi celesti in esame. Qui l'assunzione di un *punto di vista*⁴¹ geocentrico è perciò motivata dal fatto che le eclissi di sole sono viste dalla terra e che le dimensioni di quest'ultima sono irrilevanti. A questo riguardo risulterebbe dunque ragionevole assumere la terra puntiforme. La seconda delle "ipotesi" iniziali è in effetti espressa in questi termini: "La terra ha rapporto di un punto e centro rispetto alla sfera della luna",⁴² mentre sole e luna sono implicitamente supposti sferici.

È importante considerare il lavoro di Aristarco nella prospettiva dei punti che nella prima sezione abbiamo proposto caratterizzare l'attività modellistica. 1) Già le ipotesi iniziali mostrano come il processo di eliminazione di ciò che non è essenziale per gli scopi che si prefigge l'autore sia radicale: corpi celesti sferici o puntiformi, assunzioni minimali sul moto dei pianeti, riduzione dell'osservatore ad un punto, valori dei parametri in gioco semplificati a cifre maneggevoli. È particolarmente rilevante inoltre che Aristarco proceda ad una semplificazione che potremmo definire di secondo grado: come abbiamo appena visto, egli fa astrazione anche dagli specifici modelli del moto planetario, eliocentrici o geocentrici che fossero,⁴³ che potessero essere in uso in quell'epoca, limitandosi a ritenere

⁴⁰ Sono questi gli espliciti segnali di consapevolezza che occorre andare a ricercare, non i commenti dell'autore su quello che sta facendo.

⁴¹ Aristarco usa a più riprese l'espressione *êmetera opsis* ("il nostro occhio") per designare l'osservatore.

⁴² Si veda T.L. Heath, *Aristarchus of Samos. The Ancient Copernicus*. Oxford, Clarendon Press 1913 (ristampa New York, Dover 1981), p. 352. Si tratta dell'unica edizione (anche se non è un'edizione critica) del trattato di Aristarco.

⁴³ È noto che Apollonio, fiorito circa settanta anni dopo Aristarco, già dimostrava l'equivalenza dei modelli che facevano uso di eccentrici con quelli che introducevano gli epicicli. Ciò prova soltanto che i due approcci erano di uso corrente ai tempi di Apollonio, ed è quindi ragionevole supporre siano stati introdotti qualche decennio prima. Lo stato attuale della documentazione non permette di argomentare che si possa arrivare sino ai tempi di Aristarco.

di tali modellizzazioni solo le caratteristiche funzionali ai suoi calcoli. La terminologia è principalmente geometrica, e ciò è possibile solo una volta che i corpi celesti in esame siano considerati sferici oppure puntiformi, e che siano supposti muoversi secondo traiettorie circolari. Resta però che gli astri sono denominati "sole", "luna", "terra", che si faccia riferimento al "nostro occhio", ecc.. Emblematico in questo senso è l'enunciato dell'ipotesi 3: "Quando la luna ci appaia dimezzata, il cerchio massimo che discrimina la [parte] oscura e quella illuminata della luna è nella direzione (*neuein*) del nostro occhio, cioè, il cerchio massimo parallelo [al cerchio] che discrimina ed il nostro occhio sono in un solo piano". Di particolare interesse il verbo *neuein*, impiegato nel suo significato tecnico. È questo un termine attestato sin dai primordi dell'indagine geometrica greca,⁴⁴ e fa riferimento ad una tecnica dimostrativa consistente nel assumere la possibilità di posizionare un segmento di lunghezza data in modo che i suoi estremi si trovino su due curve date e che il segmento stesso sia nella direzione di un punto dato. Il nome tradizionale di questa tecnica dimostrativa (*neusis*) deriva proprio dall'ultima delle richieste elencate. Il fatto rilevante è che nel trattato non si riscontra alcuna applicazione della tecnica della *neusis*, per cui il verbo viene utilizzato *solo in quanto* termine appropriato all'interno di un lessico tecnico cui Aristarco intende chiaramente aderire in maniera completa. Si tratta perciò di una spia, tra le tante altre, che manifesta le intenzioni dell'autore di inserirsi all'interno di una tradizione e di uno stile di ricerca ben determinato. Viene insomma utilizzata liberamente e del tutto a proposito una terminologia mista, proveniente sia dal fenomeno, sia dai domini matematici della geometria e dell'ottica (si vedano i termini *opsis* ed *aktis* – raggio – prelevati da quest'ultimo campo). I termini del primo tipo assumono in effetti un significato chiaramente differente da quello comune – significato che si definisce *contestualmente* sia alle assunzioni esplicite dell'opera di Aristarco che a quelle conseguenti al riferirsi implicitamente quest'ultimo all'intero *corpus* geometrico precedente –, e, all'interno dello specifico del trattato aristarcho, si pongono inequivocabilmente a designare *oggetti teorici* ottenuti per sottrazione dai corrispondenti, ed omonimi, oggetti reali. Le regole di corrispondenza che permettono di ritornare dal modello geometrico all'universo fenomenico sono pertanto immediate e semplicissime, consistenti unicamente in una (implicita e banale) tavola di relazioni tra termini: il trattato calcola in effetti direttamente le *distanze* e le *grandezze* del sole e della luna, senza bisogno di passaggi intermedi di "traduzione". Esempio paradigmatico di commistione ideale tra componente geometrica e fenomenica è costituito dalla prop. 4, "il cerchio massimo che discrimina nella luna la [parte] oscura e quella illuminata è indistinguibile rispetto ai sensi da un cerchio massimo nella luna", in cui la constatazione di impercettibilità di un certo angolo, in quel caso 1/3960 di un retto, è introdotta solo alla fine, dopo un consistente *tour de force* di stime geometriche. 2) Il trattato di Aristarco è un

⁴⁴ Già nel frammento sulla quadratura delle lunule di Ippocrate di Chio (V secolo a.C.).

esempio paradigmatico di applicazione del metodo ipotetico-deduttivo, e la matematica (in questo caso la geometria) è utilizzata in modo estensivo e sistematico, al punto che l'opera presenta la *facies* esteriore di un trattato di geometria.⁴⁵ Come spesso accade, le proposizioni preliminari sono espresse in modo da non avere niente a che vedere con la fenomenologia in esame: la prop. 1 è un teorema geometrico *tout court* e la prop. 2 stabilisce un risultato di ottica geometrica. È rilevante che quest'ultima proposizione ("Qualora una sfera sia illuminata da una sfera più grande di lei, sarà illuminata [una porzione] più grande di una semisfera") utilizzi sempre e solo un linguaggio geometrico ed ottico, lasciando inespressa in quanto ovvia la connessione con la prima ipotesi ("La luna riceve la luce dal sole"). Quanto alla verità o falsità delle ipotesi, oltre ad assimilare la terra un punto, assumere ad esempio che "la larghezza dell'ombra della terra è due lune" oppure che "la luna sottende un quindicesimo di un segno dello zodiaco" significa ipotizzare il falso,⁴⁶ poiché le cifre proposte sono inaccettabili in quanto *troppo precise* e prive di margine di errore (allora come oggi, la norma era ovviamente di fornire valori approssimati sia per eccesso che per difetto; si confrontino ad esempio le stime dall'alto e dal basso fatte da Archimede nell'*Arenario* e nella *Misura del cerchio*, il valore dell'obliquità dell'eclittica proposto da Tolomeo in *Almagesto* I.12 come compreso tra $47^{\circ} 2/3$ e $47^{\circ} 3/4$, i valori di Ipparco per la distanza della luna, compresa tra 71 ed 83 oppure tra 62 e $67 \frac{1}{3}$ raggi terrestri a seconda del modello utilizzato— si veda oltre per una discussione dettagliata —, e quanto dimostrato *dallo stesso Aristarco in questo trattato*, il quale stabilisce, ad esempio, che il diametro del sole ha rispetto al diametro della terra un rapporto maggiore di quello che ha 19 rispetto a 3, ma minore di quello che ha 43 rispetto a 6).

Dalla proposizione 13 il modello cambia repentinamente. Sino al termine dell'opera, infatti, vengono prese in considerazione le eclissi di *luna*, e sarebbe quindi assurdo considerare la terra puntiforme. D'altronde, volendo utilizzare appunto le eclissi di luna occorre supporre la sua sfera della luna deve avere raggio finito: ne consegue che il modello non è più lo stesso che nella prima parte: i tre corpi celesti in esame hanno tutti raggio non nullo e si muovono (quali che siano quelli che si muovono, ciò non ha alcuna importanza) su sfere di raggio finito. Questo passo importante è completamente passato sotto silenzio da Aristarco: ciò mostra ancora una volta come il principio della generazione contestuale del significato sia una valida chiave interpretativa.

Aristarco deve aver fatto uso di postulati simili alla sua seconda ipotesi in trattati a noi non pervenuti. Ricordiamo infatti che Archimede, all'inizio dell'*Arenario*, muove delle

⁴⁵ Questa caratteristica è comune a tutti i trattati scientifici ellenistici: si vedano più oltre le osservazioni sulle opere di Archimede o di Erone.

⁴⁶ Lloyd, citando lavori precedenti, coglie quest'aspetto ma non lo pone nel rilievo necessario (Si veda G.E.R. Lloyd, *Metodi e problemi* cit., p. 471).

critiche circostanziate proprio ad un'assunzione del genere.⁴⁷ È interessante riportare un ampio stralcio della critica di Archimede, in quanto rivela il vero scopo delle sue obiezioni: "Aristarco [...] suppone in effetti che le stelle fisse ed il sole permangano immobili, mentre la terra si muova intorno al sole, che si trova nel mezzo della traiettoria, secondo la circonferenza di un cerchio, e che la sfera delle stelle fisse, che giace intorno allo stesso centro che il sole, sia tale in grandezza così che il cerchio secondo cui la terra è supposta muoversi, abbia un rapporto rispetto alla lontananza delle fisse quale ha il centro della sfera rispetto alla superficie. Ma ciò è chiaro che è impossibile: poiché infatti il centro della sfera non ha alcuna dimensione, non è neanche possibile ritenere che esso abbia alcun rapporto rispetto alla superficie della sfera. Ma dobbiamo ritenere che Aristarco abbia pensato questo: poiché consideriamo la terra come se fosse il centro del cosmo, quale rapporto essa ha rispetto al cosiddetto cosmo, questo rapporto lo ha la sfera in cui è il cerchio secondo cui la terra è supposta muoversi rispetto alla sfera delle stelle fisse". L'obiezione di Archimede non verte quindi sulla possibilità o meno di supporre la terra puntiforme, bensì sul contesto improprio (in particolare sull'uso del termine "rapporto" riferito a due grandezze non omogenee: Archimede vuol dire che in contesto tecnico il termine *logos* ha un significato univoco, e che non può essere utilizzato nel senso ampio di "relazione") in cui l'ipotesi di Aristarco è inserita: si tratta quindi di un'osservazione critica che resta all'interno del formalismo matematico utilizzato, e non intacca né intende mettere in discussione la validità dell'assunzione. In effetti, nelle dimostrazioni di Aristarco si usa soltanto l'ipotesi di terra puntiforme, e non si fa mai menzione del fatto che tale punto possa avere rapporto rispetto a qualcos'altro. Le critiche di Archimede al modello sono altre: egli in effetti spende una buona parte dell'*Arenario* nella descrizione di un apparato (la *diottra*) che permetta, nel calcolare le dimensioni apparenti del sole, di tener conto delle dimensioni effettive della pupilla, ed esegue effettivamente il calcolo considerando anche le dimensioni finite della terra.

Sull'argomento ritorna anche Tolomeo (II sec. d.C.) in *Almagesto* I.6, dove si afferma che "la terra ha, riguardo ai sensi, il rapporto di un punto rispetto alla distanza della sfera delle cosiddette stelle fisse". Seguono alcune motivazioni, quali ad esempio l'assenza di parallasse giornaliera nell'osservazione del cielo delle stelle fisse, il fatto che la volta celeste è esattamente bisecata dall'orizzonte, ovunque si ponga sulla terra l'osservatore, oppure che gli gnomoni e le sfere armillari funzionano come se si trovassero davvero al centro della terra. Tolomeo ritiene necessario motivare la propria assunzione, mentre in Aristarco l'ipotesi veniva posta *tout court*. Si tratta di un comportamento caratteristico e su cui avremo modo di ritornare ancora: lo scienziato ellenistico assume come valide una serie di ipotesi, buona parte delle quali sono come abbiamo visto palesemente false, il suo lontano successore in età imperiale, pur mettendo in piedi un modello planetario eccezionalmente

⁴⁷ Quella di Archimede è in realtà la testimonianza più ampia ed attendibile sul modello eliocentrico di Aristarco.

s sofisticato e ben rispondente ai fenomeni, propone sistematicamente argomenti – che siano desunti dall'osservazione oppure, a volte, metafisici fa per Tolomeo poca differenza – a sostegno delle proprie ipotesi. È decisivo che Tolomeo avverta il bisogno di qualificare un'assunzione del tutto analoga a quella di Aristarco introducendo l'inciso "riguardo ai sensi":⁴⁸ si avverte chiaramente una perdita di contatto con il carattere convenzionale delle ipotesi astronomiche.⁴⁹

È stato osservato che quella di ridurre la terra ad un punto è una mossa tradizionale nell'astronomia greca: il che porterebbe a svalutare la portata dell'ipotesi di Aristarco. Ma c'è una differenza fondamentale. Solo Aristarco *assume esplicitamente* che la terra sia puntiforme, gli altri qualificano ulteriormente la propria affermazione e cercano di "dimostrarla" (come Tolomeo) ricorrendo a dati sensibili, oppure la enunciano in maniera non esplicita e cercano ancora di "dimostrarla" (l'autore dei *Fenomeni*, che nell'enunciato della prima proposizione non afferma che la terra "ha rapporto di un punto e centro rispetto...", bensì che "è nel mezzo del cosmo e mantiene la posizione di centro rispetto al cosmo", il che è ben diverso),⁵⁰ oppure la riportano *en passant* senza ulteriori commenti, ma in contesto comunque discorsivo, come Gemino, *Introduzione ai fenomeni* xvi.29 e xvii.16.⁵¹

Una testimonianza eccezionale in vari sensi parallela a quanto abbiamo appena visto con Aristarco viene dal *Trattato sui galleggianti* di Archimede (di cui ci occuperemo anche nella prossima sezione). Diviso in due libri ed introdotto da un singolo postulato, esso si occupa preliminarmente delle condizioni di galleggiamento (o meno) di corpi di forma generica. La porzione più corposa dell'opera è però dedicato alle condizioni che garantiscano equilibrio stabile nel galleggiamento per speciali solidi, s'intende più leggeri del liquido: segmenti sferici (sino alla fine del primo libro) e segmenti di paraboloide di rotazione (cui è dedicato il secondo libro). Le prime due proposizioni del trattato stabiliscono che una massa di liquido (in quanto tale pesante) disposta intorno al centro della terra assumerà una forma sferica – qui come nel caso del trattato di Aristarco, la prima proposizione è puramente geometrica.⁵² In accordo con questo risultato preliminare,

⁴⁸ Si osservi il ruolo del tutto differente che la stessa espressione riveste qui e nella prop. 4 del trattato di Aristarco sopra citata. Qui prelude ad un'esposizione di dati fenomenici, in Aristarco si riduce sostanzialmente ad una definizione, interna al modello, del senso da dare all'espressione "angolo impercettibile rispetto ai sensi".

⁴⁹ Tale atteggiamento in Tolomeo è confermato ad esempio dal suo assumere esplicitamente come reale, nelle *Ipotesi Astronomiche*, il complesso sistema planetario esposto nell'*Almagesto*.

⁵⁰ Il problema del carattere puntiforme della terra dette origine ad un *topos* che riscontriamo in ogni introduzione antica alle tematiche astronomiche: si veda ad esempio la discussione dell'evidenza fenomenica in favore in Cleomede (data incerta, ma sicuramente da collocarsi dopo Posidonio, che cita, e prima di Tolomeo, che non cita), *Caelestia* I.8. Ciò che rende perplessi è che l'abbassamento del livello si trasmetta anche all'*Almagesto*.

⁵¹ La prima è una citazione quasi letterale ma scorretta di *Fenomeni*, prop. 1, ed ha tutta l'aria di una glossa interpolata successivamente; la seconda rimanda all'ipotesi di Aristarco, solo che il termine di paragone è la sfera delle stelle fisse.

⁵² Una "dimostrazione" molto meno soddisfacente dal punto di vista deduttivo ma facente uso di un'argomentazione assai simile a quella archimedeica si trova in *De coelo* II.4.

il resto del primo libro suppone coerentemente che la superficie del liquido sia sferica. Ciò accade anche nella porzione riguardante le condizioni di galleggiamento di segmenti sferici; è da osservare a questo proposito che la scelta archimedeica di considerare sferica la superficie del liquido *non* può essere giustificata supponendo che in tal modo le dimostrazioni possano risultare, per motivi di simmetria, semplificate (in effetti sono ragionevolmente semplici), in quanto anche l'assunzione di una superficie piatta avrebbe condotto a dimostrazioni altrettanto semplici. Il secondo libro si concentra sulle condizioni di galleggiamento dei segmenti retti di paraboloidi di rotazione. La superficie del liquido diventa un piano. Si possono fare alcune ipotesi sui motivi del passaggio al nuovo modello, che si configura in realtà non tanto come una modifica di quello introdotto nel primo libro, quanto come un suo caso limite. Alcuni sono sicuramente legati agli scopi di Archimede in quest'opera, come vedremo nella prossima sezione. Altri sono molto probabilmente indotti da necessità interne alla matematica messa in campo. Il caso del segmento di paraboloide di rotazione si presenta in effetti come qualitativamente diverso da quello del segmento sferico, il primo dando luogo ad una serie di biforcazioni che rendono molto complessa l'analisi delle posizioni di equilibrio nel galleggiamento. Per opportuni intervalli di valori sia del peso specifico del segmento paraboloide che dei suoi parametri di forma, Archimede mostra come sia garantito l'equilibrio stabile in posizione verticale, mentre per altri intervalli l'equilibrio si ha solo se il paraboloide si "appoggia su una fiancata". In quest'ultimo caso Archimede determina il valore esatto degli angoli di inclinazione che garantiscono l'equilibrio della posizione. L'analisi ruota intorno alla determinazione dei centri di gravità dell'intero segmento di paraboloide e della sua porzione immersa, ed egli è in grado di determinare con precisione la posizione del centro di gravità di una porzione di paraboloide *solo* nel caso che questa sia staccata da un piano (e quindi non, ad esempio, se è determinata da una parte di superficie sferica). *Quindi* il livello di dettaglio raggiunto nel secondo libro poteva essere raggiunto solo supponendo piatta la superficie del liquido. È pur vero Archimede poteva limitarsi ad una discussione più qualitativa, utilizzando il fatto che il centro di gravità di un solido composto si trova sulla retta congiungente i centri di gravità dei solidi componenti, che è d'altronde l'unica proprietà dei centri di gravità utilizzata nel primo libro. I suoi scopi erano però altri, e cioè la determinazione esatta degli angoli di giacitura del segmento di paraboloide, e per questo doveva rivolgersi ad un – utilizzando terminologia moderna – "modello che sapesse risolvere esattamente". Vediamo quindi come quelli che oggi chiameremmo i limiti del formalismo adottato inducano delle scelte sulle assunzioni alla base del modello; ciò mostra ancora la dipendenza strettissima di quest'ultimo dalla matematica, unico universo di riferimento nel tentativo di interpretazione della realtà.

I cambi di modello nell'ambito della stessa opera che vediamo messi in atto da Aristarco ed Archimede sono un magistrale pezzo di consapevolezza epistemologica, e costituiscono uno degli esempi migliori di come il concetto di modello fosse parte

integrante del patrimonio cognitivo degli scienziati del periodo. Ma il meglio deve ancora venire. Tolomeo e Pappo ci informano che anche Ipparco (metà II secolo a.C.) si era occupato della determinazione delle distanze del sole e della luna.⁵³ I suoi metodi possono solo essere ricostruiti a partire dalle avare indicazioni di questi due autori, che dalla loro esposizione dimostrano di non capire fino in fondo la profondità dell'approccio.⁵⁴ Ai nostri fini è sufficiente esporre solo uno dei metodi da lui utilizzati. Ipparco assume nel primo libro, ci dice Pappo, che "la terra ha rapporto di un punto e centro rispetto al sole [cioè alla sfera del sole]", cioè che la parallasse solare sia zero (assumere una parallasse diversa da zero è alla base del secondo metodo di Ipparco). Fatto questo, egli utilizza un'eclisse di sole per determinare la distanza della luna. Dell'eclisse si sfrutta il dato che essa fosse totale nell'Ellesponto e di quattro quinti ad Alessandria; ciò si traduce in un valore apprezzabile della parallasse *lunare*. Ma parlare di variazioni latitudinali nell'estensione di un'eclisse ha senso *solo se la terra ha raggio finito*. Vediamo quindi che, non solo nella stessa opera, ma nel corso della medesima stima, la terra viene supposta sia puntiforme che estesa. In termini moderni la sorprendente mossa di Ipparco è giustificabile facilmente: assumere anche la parallasse solare diversa da zero avrebbe comportato la necessità di analizzare un effetto del *secondo ordine* nella variabile angolare di parallasse, e come tale stimabile con maggiore difficoltà.

Come è ben noto, nell'antichità greca furono proposti vari modelli del moto dei pianeti; tra quelli geocentrici, si presentavano in prima battuta come alternativi quello che faceva muovere i pianeti su cerchi eccentrici rispetto alla terra e quello che invece utilizzava un cerchio concentrico più epicicli. Le due descrizioni sono in realtà equivalenti: "Ipparco afferma essere degno di *ricerca matematica* sapere *la causa* per cui da ipotesi a tal punto differenti, quella degli eccentrici e quella di omocentrici ed epicicli, sembrano conseguire gli stessi [fenomeni]" (corsivi miei). Questa citazione è tratta da un'opera di Teone di Smirne (II secolo d.C.),⁵⁵ che la fa seguire da una lunga serie di dimostrazioni dell'equivalenza dei due modelli, dimostrazioni congegnate da lui stesso e da Adrasto (filosofo peripatetico di poco precedente a Teone) ma mai sufficientemente generali. La prospettiva filosofica — del tutto in linea con quanto abbiamo visto nella sezione precedente — di Teone da un lato, e la consapevolezza teorica di Ipparco dall'altro, sono messe in rilievo a sufficienza dal passo con cui il primo chiude la discussione: "Considerando ciò, Ipparco elogiava come sua l'ipotesi dell'epiciclo, affermando che è più plausibile che tutti i corpi celesti giacciono in posizione equilibrata [cioè simmetrica] rispetto al mezzo del cosmo, e che siano connessi tra loro similmente. Ma egli, per il fatto

⁵³ *Almagesto* V.11 e *Commento ad Almagesto* V.11 rispettivamente.

⁵⁴ Una ricostruzione soddisfacente è offerta in G.J. Toomer, Hipparchus on the Distances of the Sun and the Moon, *Archive for History of Exact Sciences* **14** (1974-75), pp. 126-142.

⁵⁵ *Expositio rerum mathematicarum ad legendum platonem utilium*, p. 166.4-10 (edizione Hiller).

di non essere equipaggiato quanto alla fisica, non riconobbe con esattezza quale moto dei pianeti fosse secondo natura e per ciò vero, e quale contro natura ed apparente: costui ipotizza infatti che l'epiciclo di ciascun [pianeta] si muova lungo il cerchio concentrico, ed il pianeta sull'epiciclo".⁵⁶ Come si vede, le motivazioni che Ipparco adduce per ritenere preferibile il modello ad epicicli sono sì esterne al fenomeno, ma di carattere metateorico, cioè relative una caratteristica di simmetria che è vera *nel modello*, e solo in prima approssimazione nel mondo reale; Teone lo contesta in base alla pretesa del fisico (filosofo) di conoscere per altre vie "quale moto dei pianeti [sia] secondo natura e per ciò vero".

Che il modello ad eccentrici e quello ad epicicli fossero equivalenti era ben noto già prima di Ipparco: Tolomeo dimostra in *Almagesto* III.3 la loro equivalenza, ed un'analisi dettagliata in XIII.1 delle condizioni per cui sia possibile la stazione di un pianeta in entrambi i modelli è accompagnata dall'affermazione che molti matematici, in particolare Apollonio, investigarono tale problema. L'analisi di Tolomeo fa di nuovo uso dell'equivalenza tra i due modelli. Ci sono quindi buoni motivi per attribuire il tutto ad Apollonio. Investigare l'equivalenza di due modelli è una tipica domanda *sulla e nella* matematica che denota completa padronanza dello strumento teorico di cui si fa uso. Il fatto poi che Ipparco si chieda la causa *matematica* dell'equivalenza mostra come egli si muovesse ancora in una prospettiva analoga a quella che abbiamo esposto riferendoci ad Aristotele; ed allo stesso modo oggi possiamo dire che i due modelli sono equivalenti *perché* trasformabili l'uno nell'altro mediante un'inversione circolare.⁵⁷

Il pubblico dell'*Introduzione ai fenomeni* di Gemino non doveva possedere la stessa consapevolezza teorica: l'autore insiste di frequente, nel corso del trattato, sul fatto che quello che sta esponendo è un modello dei fenomeni celesti, e che solo al suo interno è possibile ottenere risultati precisi, mentre con i dati desunti dalle osservazioni si possono solo ricavare indicazioni approssimate. Fin qui tutto bene; lo stesso Gemino usa però il termine che in meccanica designava la tecnica di costruzione dei planetari e delle sfere armillari (*sphairopoiia*) per indicare il "modello celeste", e che spesso il suo accenno alla maggiore precisione teorica è sostanziato appunto facendo riferimento al modello materiale, ad esempio ad una sfera armillare: l'universo concettuale di riferimento di Gemino è quindi già strettamente ancorato ad oggetti materiali e a loro rappresentazioni come oggetti materiali.

Indicazioni interessanti ulteriori, anche se congetturali, vengono dalle ricerche ellenistiche sulle maree.⁵⁸ Il matematico Seleuco (II secolo a.C.) aveva messo in evidenza

⁵⁶ *Ibid.*, p. 188.

⁵⁷ A questo fatto, implicito nella trattazione di Apollonio/Tolomeo, è stata data la giusta enfasi per la prima volta in O. Neugebauer, The equivalence of eccentric and epicyclic motion according to Apollonius, *Scripta Mathematica* 24 (1959), pp. 5-21.

⁵⁸ Si veda a questo proposito L. Russo, L'astronomo Seleuco, Galileo e la teoria della gravitazione, *Quaderni Urbinati di Cultura Classica* 49 (1995), pp. 143-160.

il loro ciclo annuale, mostrando in particolare come la differenza tra le due maree giornaliere sizigiali fosse massima vicino ai solstizi e minima vicino agli equinozi.⁵⁹ Già Eratostene (metà III secolo a.C.) aveva posto in correlazione il ciclo mensile delle maree con la posizione della luna, ed un passo di Plinio,⁶⁰ pur non citando esplicitamente Seleuco, accenna a differenze tra le due maree giornaliere che si annullano solo all'equinozio ("aequinotio tantum pares ubique"),⁶¹ attribuendo in generale ed esplicitamente le cause delle maree sia al sole che alla luna ("verum causa in sole lunaque"). Per spiegare il ciclo annuale basta tener conto anche della posizione del sole, e per far questo è sufficiente un modello geometrico estremamente semplificato dei moti della luna e del sole rispetto alla terra. Ciò è possibile del tutto indipendentemente dal tipo di influenza per mezzo della quale si pensa che il sole possa far variare le maree, ed è anzi probabile che, se Seleuco ha in effetti proposto una qualche spiegazione del ciclo annuale, lo abbia fatto giusto nei termini descrittivi sufficienti a rendere ragione di tale fenomeno (questo spiegherebbe l'appellativo di "matematico" attribuitogli da Strabone). Se accettiamo tutto ciò, almeno due sono le considerazioni interessanti per la nostra indagine: *i.* Come nel caso del trattato di Aristarco, l'utilizzo di una versione ulteriormente semplificata del modello canonico per il sole e la luna (sicuramente attestati per il tempo di Seleuco) mostra come fosse ben chiaro il suo carattere di strumento teorico, e come le sue caratteristiche fossero plasmabili in relazione agli scopi dell'indagine. Inoltre, sebbene Plutarco attribuisca a Seleuco ricerche sul modello eliocentrico,⁶² è chiaro che qui l'assunzione di un punto di vista geocentrico è del tutto immateriale, ed è ovviamente la più conveniente allo scopo di descrivere il fenomeno. *ii.* La sovrapposizione degli effetti di sole e luna presuppone che si concepiscano modelli in cui gli stessi effetti siano studiati *separatamente*, e ciò diviene ancora più plausibile ricordando che già esisteva un modello che correlava il ciclo mensile con le posizioni della luna. Si tratterebbe cioè di far uso di modelli ancora più parziali: dopo aver tenuto fuori gli altri cinque pianeti ed aver trascurato eventuali discostarsi delle orbite di sole e luna da quelle circolari centrate sulla terra, verrebbero ora trascurati corpi celesti (alternativamente la luna o il sole) che saranno alla fine necessari per la spiegazione completa dello stesso fenomeno in esame.

b. Meccanica

⁵⁹ Strabone, *Geografia* III.v.9.

⁶⁰ *Naturalis historia* II.212-213.

⁶¹ A dire il vero Plinio attribuisce la differenza al fatto che la lunghezza delle ore varia nel corso dell'anno, in conseguenza del fatto che le ore erano ottenute dividendo sempre per lo stesso numero il lasso di tempo variabile tra alba e tramonto, di modo che solo all'equinozio la differenza con le ore equinoziali si annulla. Questa banalità ha tutta l'aria di una *lectio faciliior* di una fonte scientifica che riportava un'affermazione troppo difficile per Plinio.

⁶² *Platonicae quaestiones* viii.1.

Ritorniamo in primo luogo al *Trattato dei galleggianti* di Archimede. Perché scegliere proprio segmenti di paraboloide come solidi su cui condurre un'analisi così dettagliata? Non solo per una questione di convenienza matematica, come abbiamo suggerito sopra. Il fatto è che un segmento di paraboloide costituisce un ottimo modello della chiglia di una nave, dato che la superficie del mare è sostanzialmente indistinguibile da un piano. In effetti, modello ancora migliore sarebbe un paraboloide ellittico, ma Archimede non sa calcolare con esattezza dove si situi il suo centro di gravità, se non appunto nel caso limite in cui l'ellisse si riduca ad un cerchio. Questo fatto però non costituisce un problema: mentre un segmento di paraboloide di rotazione ha il proprio centro di gravità a $2/3$ del diametro a partire dal vertice, un segmento di parabola lo ha a $3/5$ del diametro (cioè leggermente più verso il vertice),⁶³ e da qui è immediato dedurre dove si collochi il centro di gravità di un prisma a base parabolica. È quindi chiaro che, a parità di peso, un solido a forma di segmento di paraboloide di rotazione è meno stabile di uno sagomato come un segmento di paraboloide ellittico, di cui il prisma a base parabolica costituisce un caso limite in qualche senso "opposto" a quello del paraboloide di rotazione. Studiare le condizioni di equilibrio stabile nel galleggiamento del primo fornisce pertanto dei margini al dimensionamento del secondo. Che Archimede si fosse occupato di ingegneria navale è ben noto: sappiamo in effetti che supervisionò i lavori di costruzioni delle gigantesche navi da carico e di rappresentanza volute dal tiranno di Siracusa Gerone II.⁶⁴

Realizzare navi di enormi dimensioni richiede necessariamente di progettarle, ed un progetto è nient'altro che un modello matematico, e quindi radicalmente semplificato, dell'oggetto materiale da realizzare.⁶⁵ Il modello serviva quindi non solo a generare rappresentazioni del naturale, ma anche a produrre artefatti. Questa dialettica si trova incarnata nello stesso ente una volta che si consideri la costruzione dei planetari. Essi prevedono in effetti che venga concepito un modello matematico delle sfere celesti, che a sua volta viene letto come progetto di un congegno materialmente realizzabile. Non è un caso che ai planetari più famosi e sofisticati dell'antichità sia associato il nome di Archimede, che deve aver risolto anche un problema meccanico non banale se Cicerone cita come degno di ammirazione il fatto che tutti i moti dei pianeti fossero realizzati tramite una sola "conversio".⁶⁶ Progettazione e realizzazione dovevano essere considerate ben distinte, anche se tale consapevolezza si perse abbastanza presto, se guardiamo ad esempio alle incertezze sopra accennate di Gemino in materia di modelli celesti e sfere armillari,

⁶³ Questo risultato è dimostrato nel libro II dell'*Equilibrio dei piani*.

⁶⁴ Ateneo, *Deipnosophistae* V.206-209.

⁶⁵ Residui di questa caratteristica della progettazione si trovano in opere di stampo descrittivo-dimostrativo quali la *Meccanica* e la *Pneumatica* di Erone, dove la descrizione degli apparati è condotta per "unità meccaniche irriducibili" (ad es. tubo, sifone, ruota dentata, valvola) denotate con delle lettere.

⁶⁶ *De re publica*, I.xiv.22. Non è chiaro se l'accento di Cicerone possa anche fare riferimento al carattere eliocentrico del planetario. Modelli di semplici fenomeni "sublunari" erano legati ad alcuni degli apparati dimostrativi sperimentali che troviamo nella *Pneumatica* di Erone (si veda Keyser, A New Look at Heron's "Steam Engine", *Archive for History of Exact Sciences* 44 (1992), pp. 107-124).

dove queste ultime sono oggetti di gran lunga più semplici di un planetario: la comprensione dei principi della loro costruzione risale ad epoche arcaiche, ed è una conoscenza facilmente trasmissibile anche senza aver ben presente il modello matematico soggiacente. Allo stesso modo potremmo ragionare riguardo alle grandi realizzazioni ingegneristiche di età ellenistica. Il fatto che tali realizzazioni fossero sconosciute in epoche anteriori comporta che un impiego consapevole ed estensivo della progettazione fosse messo in atto per la prima volta in periodo ellenistico, mentre il fatto che in età imperiale si continuassero a realizzare opere comparabili non ci dice niente sul grado di consapevolezza con cui queste ultime fossero messe in cantiere: le conoscenze con ricadute eminentemente materiali possono benissimo trasmettersi come insiemi di regole empiriche senza che resti traccia del supporto teorico che le aveva generate.

Coma abbiamo in effetti già visto, le fonti attribuiscono ad Archita l'introduzione di metodi matematici in meccanica, e la tradizione fu continuata egregiamente da Archimede. Di quest'ultimo, oltre al *Trattato sui galleggianti*, è importante analizzare brevemente l'approccio al problema dell'equilibrio statico, come è testimoniato dall'*Equilibrio dei piani* e dalla prima parte della *Quadratura della parabola*. La prima è in realtà un'opera che si occupa principalmente di determinare il centro di gravità di alcune figure geometriche piane (triangoli, trapezi, segmenti e tronchi di parabola), il corpo del trattato essendo preceduto da una serie di proposizioni aventi lo scopo di dimostrare la proprietà fondamentale dell'equilibrio statico, cioè che "grandezze diverse si equilibreranno a distanze inversamente proporzionali alle grandezze stesse" (prop. 7). Già dall'enunciato è chiaro che ci stiamo muovendo all'interno di un modello matematico: non si parla di "peso" ma genericamente di "grandezza", e questo apre naturalmente la strada alla considerazione del centro di gravità (alla lettera "centro del peso": si noti che nella denominazione resta l'accento al peso, ma che, trattandosi di un termine tecnico, esso assume un carattere puramente convenzionale) di figure geometriche qualsiasi, eventualmente piane o addirittura rettilinee. Si assiste quindi ad un progressivo e rapido processo di distillazione degli enti di cui viene indagata la collocazione del centro di gravità, dai corpi solidi ("peso") alle grandezze e quindi ai solidi geometrici ed alle figure piane. I postulati che precedono l'opera servono appunto a fissare le coordinate di questo processo, stabilendo quali siano le caratteristiche dei fenomeni di equilibrio che vengono ritenute rilevanti in questo contesto.⁶⁷ Archimede costruisce anche, ad esempio nella prima parte della *Quadratura della parabola*, un modello matematico della bilancia. La proprietà fondamentale dell'equilibrio statico è assunta come l'unico aspetto rilevante della bilancia, che quindi diviene un segmento, infulcrato in un punto, che unisce i centri di gravità delle figure geometriche da "pesare". Si stipula che le figure siano tra loro in equilibrio, cioè si

⁶⁷ Questa lettura risulta ancora più plausibile se, seguendo Berggren, consideriamo spuri i primi tre postulati e le prime tre proposizioni. Si veda J.L. Berggren, *Spurious Theorems in Archimedes' Equilibrium of Planes: Book I, Archive for History of Exact Sciences* **16** (1976-77), pp. 87-118.

definisce il significato di questa affermazione in quel contesto, esattamente quando le due figure sono in relazione inversa a quello delle distanze dei rispettivi centri di gravità dal fulcro. Il fatto interessante è che questa bilancia ideale non viene utilizzata solo a scopi meccanici (*cioè* all'interno di un modello matematico di un fenomeno meccanico, quale ad esempio la determinazione del centro di gravità di un segmento di paraboloide), ma anche a scopi puramente geometrici, cioè per quadrare certe figure rotonde come il segmento di parabola. La prop. 6 – la prima dopo la serie di proposizioni preliminari – dell'opera dedicata a questo problema si apre in maniera stupefacente, e del tutto indicativa del grado di consapevolezza raggiunto: "Il piano davanti a noi sia immaginato perpendicolare all'orizzonte, e ciò che, rispetto alla retta AB, sta dalla stessa parte di D, sia immaginato essere in basso, ciò che sta dall'altra parte in alto"; si procede poi ad "appendere" un triangolo rettangolo alla "bilancia" costituita dalla retta AB. Archimede introduce questi elementi convenzionali per alimentare la finzione dell'operazione di pesatura, ma da qui in poi non ne farà più menzione, e tutto si svolgerà all'interno del modello.

c. Ottica

È opportuno fornire un rapido quadro delle opere pervenuteci: a. Ad Euclide è attribuito un trattato di ottica impostato in modo molto simile agli *Elementi* (l'*Ottica*) ed uno, ritenuto oggi perduto, di teoria della riflessione. L'*Ottica* (strutturata in 7 definizioni e 57 teoremi) non fa menzione di meccanismi percettivi e considera, salvo poche eccezioni, solo il caso di una visione monoculare; è un trattato che sviluppa una teoria della *visione*, non un'opera di ottica geometrica (che studi cioè la propagazione della luce; quest'ultimo è in larga parte un concetto moderno). Sono affrontate, fra le altre, questioni che oggi definiremmo "prospettiche"; è anche offerta una breve analisi della relatività ottica del moto. Attribuita ad Euclide ma probabilmente apocrifa è la *Catottrica* (30 teoremi preceduti da 6 ipotesi preliminari), che tratta di riflessione da specchi piani, concavi e convessi (questi ultimi sempre nel caso particolare di specchi sferici). La legge degli angoli uguali viene dimostrata a partire da un'assunzione sostanzialmente *ad hoc*. È proposta un'analisi (incompleta e confusa) delle proprietà focali di uno specchio sferico concavo. In un commento a margine è riportata un'interessante dimostrazione, attribuita ad Archimede, della legge degli angoli uguali. b. Opera di Archimede sulla catottrica, oggi perduta; eventuale (le testimonianze sono scarse e poco attendibili) costruzione di grandi specchi ustori da parte sua. Trattato di Diocle (in realtà una compilazione pervenutaci solo in traduzione araba (fine del III secolo a. C.)) sulla geometria degli specchi ustori (cioè sulle proprietà focali della parabola) e sulle proprietà focali di specchi sferici concavi. c. Raccolta di risultati in ambito catottrico, tradizionalmente nota come *De Speculis*, comprendente anche descrizioni di sistemi di specchi per creare effetti speciali. Pervenutaci in traduzione latina, è basata a grandi linee su di un'opera di Erone. In essa si

trova la dimostrazione della legge degli angoli uguali come conseguenza del principio che i raggi visuali devono percorrere la minima distanza (spaziale) possibile. Di quest'ultimo tratto si possiede anche una versione greca. *d. Ottica* di Tolomeo in (almeno) cinque libri. Pervenutaci in latino, tradotta da una traduzione araba dell'originale greco, si occupa di teoria della visione, ottica e catottrica: è il trattato più completo ed approfondito che ci sia giunto, e comprende descrizioni dettagliate di un buon numero di esperimenti e dei relativi apparati sperimentali, riportando e commentando i risultati delle misure. Il primo libro non compare nella traduzione (era assente anche nell'intermediario arabo). Il secondo libro affronta i fondamenti di un'analisi della visione, discutendo la percezione (di colore, luogo, dimensioni, forma e cambiamento) e soffermandosi a lungo sulle illusioni ottiche. Il terzo libro introduce le leggi che stanno alla base della riflessione, studia la visione binoculare di oggetti estesi e la riflessione da specchi piani e convessi. Viene fornita una giustificazione "fisica" della legge degli angoli uguali. Il quarto libro è occupato interamente da un'analisi della riflessione da specchi concavi. Il quinto libro contiene un'analisi abbastanza fine, e senza confronti nell'antichità classica, degli aspetti sperimentali e teorici connessi con la rifrazione. Viene proposta una forma, scorretta ma molto interessante, della legge della rifrazione. *e. Commenti ed edizioni nell'ambito della tradizione euclidea*: un commento di Pappo di Alessandria (inizio del IV secolo d. C.) ad alcune proposizioni dell'*Ottica* di Euclide; un'edizione rivista dell'*Ottica* di Euclide da parte di Teone di Alessandria (fine del IV secolo d. C.); un probabile apocrifo euclideo (la *Catottrica*), attribuito tradizionalmente a Teone. Il commento di Pappo (contenuto nel libro VI della *Collezione matematica*) si riferisce ai teoremi più "difficili" dell'*Ottica* di Euclide: quelli che studiano, in funzione della posizione dell'occhio, come appare un cerchio.

Quanto abbiamo accennato del contenuto dei trattati mette in chiara evidenza uno spostamento nell'impostazione del problema dall'età ellenistica a quella imperiale. Nella prima il metodo di indagine è unicamente geometrico, anche se le applicazioni sono sempre tenute presenti (è il caso ad esempio del trattato di Diocle): i raggi *sono* rette, viene studiata l'apparenza di scorcio di cerchi e non di oggetti circolari, gli "oggetti" visti, quando siano generici, sono sempre dei segmenti. Si assiste ovviamente al fenomeno del prestito terminologico, per cui ad esempio le rette vengono chiamate "raggi", ma questo non coinvolge assunzioni esplicite sul meccanismo percettivo. La struttura delle opere è di tipo ipotetico-deduttivo, identica nel formato ad un trattato di geometria "pura". In età imperiale si passa dalla compilazione a scopo dimostrativo-stupefacente (il livello matematico del *De speculis* è molto basso) al trattato di Tolomeo, di eccezionale valore ma che si presenta chiaramente come un'opera complessa, in cui trovano spazio considerazioni geometriche e molti teoremi, ma anche descrizioni di strumenti ed esperimenti, un'analisi approfondita

del meccanismo percettivo, tabelle di dati,⁶⁸ lunghe parentesi metodologiche o fisiche. Il tutto amalgamato all'interno di un'esposizione discorsiva, organizzata come una lunga argomentazione (la stessa differenza è riscontrabile tra il trattato di Aristarco e l'*Almagesto*).

Occupiamoci in qualche dettaglio dell'*Ottica* di Euclide e di quella di Tolomeo. La prima è opera disuguale, quasi sicuramente risultando da più stesure antiche;⁶⁹ non le hanno giovato le edizioni della tarda età imperiale, che ci hanno consegnato due recensioni sensibilmente differenti tra loro (come abbiamo già osservato, una di esse presenta una prefazione sicuramente molto tarda). Il livello di rigore non è sempre soddisfacente, ma per motivi tipicamente diversi – ed in ogni caso in misura alquanto minore – rispetto a quanto osservato in Autolico: alcuni teoremi sono enunciati con un grado di generalità più ampio di quanto la dimostrazione proposta permetterebbe – in particolare ciò accade nella prima parte (prop. 10-17), dedicata a questioni "prospettiche", e nell'ultima, concernente la relatività ottica del moto (prop. 49–56) –, l'uso di certi termini cruciali, ad esempio "alto" e "basso", non è completamente regolato dalle definizioni iniziali, qualche proposizione non dimostra in senso proprio ma si limita in realtà a constatare fatti evidenti oppure introduce argomentazioni di scarso momento (si veda il teorema in cui si mostra che grandezze rettangolari appaiono rotonde), certe volte vengono presupposti legami con l'universo fenomenico che esulano dai limitati accenni che ci aspetteremmo nell'ambito di un modello geometrico. Rigorose (a parte un errore molto sottile e qualche lemma sottointeso) sono invece le proposizioni connesse direttamente alla teoria della visione, in particolare l'ampio tratto che si occupa di quali porzioni siano visibili, a seconda della posizione dell'occhio, di varie figure geometriche (prop. 23-48). Nel complesso l'opera è molto solida, l'impianto di fondo consapevole, la struttura ipotetico-deduttiva quasi sicuramente da attribuire ad Euclide. Sono particolarmente interessanti le definizioni iniziali, che determinano chiaramente il carattere geometrico del modello, stabilendo una serie di regole di corrispondenza tra enti teorici interni ed oggetti esterni. Come di consueto, l'ente geometrico mantiene tutte e sole le proprie specificità, ma riceve una differente denominazione, secondo il termine che designa l'oggetto corrispondente. Così, la definizione 1 stabilisce che gli enti fondamentali che mettono in connessione l'occhio con l'esterno sono rette, che ricevono il nome di "raggi visuali";⁷⁰ nella def. 2 si assume che

⁶⁸ Dati veri, non indicativi come quelli di Aristarco (ma è ben noto che i dati di Tolomeo sono rimaneggiati per fare in modo che salvino la teoria; ciò accade nell'*Almagesto* come nell'*Ottica*, dove i valori dell'angolo di rifrazione presentano la caratteristica sospetta di possedere differenze seconde costanti – si veda oltre e l'ampia analisi in A.M. Smith, Ptolemy's Search for a Law of Refraction: A Case-Study in the Classical Methodology of "Saving the Appearances" and its Limitations, *Archive for History of Exact Sciences* **26** (1982), pp. 221-240).

⁶⁹ Certi aspetti del lessico non risentono della normalizzazione cui dettero il primo impulso gli *Elementi*, e fanno pensare che buona parte del materiale sia stato elaborato da Euclide sulla base di trattazioni preesistenti.

⁷⁰ Si ricordi che il termine *opsis* designava il raggio visuale in quanto oggetto materiale già da epoche arcaiche.

l'occhio sia un punto e che l'insieme dei raggi visuali determini un cono (geometrico) avente come base l'oggetto visto, che già a questo punto non può che essere un ente geometrico. La def. 3 stabilisce cosa si intenda con "vedere" un oggetto – geometrico – all'interno del modello (occorre cioè che su di esso incidano raggi visuali), la def. 4 cosa si intenda con "apparire" assumendo che le dimensioni apparenti di un oggetto sono legate a quelle dell'apertura del cono visivo che esso determina; le deff. 5 e 6 fissano cosa si intenda per "apparire più in alto", "apparire più in basso", "... più a destra", "... più a sinistra". La 7, infine, definisce il termine "apparire con maggiore nettezza". Quest'ultima definizione è legata ad un'importante caratteristica dei raggi visuali in un cono visivo: essi formano un insieme discreto, ognuno essendo separato dagli altri da una certa distanza angolare finita e fissa; un cono visivo è quindi formato da un insieme finito di raggi, ed un oggetto è visto con maggiore nettezza quando su di esso incidano più raggi. La struttura discreta del cono visivo permette di affrontare e risolvere in modo semplice i problemi legati alla visibilità di oggetti che sottendono piccoli angoli, ed all'invisibilità di quelli che sottendono angoli troppo piccoli. L'assunzione non è banalmente falsificabile (anche se Tolomeo insisterà sulla continuità dei raggi e proporrà altri meccanismi per giustificare il fenomeno – si veda oltre) ma non è neanche facilmente corroborabile, ed appare chiaramente essere stata introdotta per salvare una certa classe di fenomeni. Nel corso della trattazione si rivelano altre assunzioni semplificative che determinano ulteriormente il modello: l'occhio-punto è sempre singolo; quando si stabiliscono risultati non particolari il tutto avviene nel piano (fanno quindi ovviamente eccezione i teoremi sulle porzioni visibili di coni, sfere, ecc.),⁷¹ gli oggetti visti essendo quindi sempre dei segmenti ed il cono visivo degenerando in un fascio piano di rette. Come si vede, non viene fatto alcun accenno alla natura della luce, non viene introdotto alcun meccanismo percettivo:⁷² si tratta di un puro modello geometrico. È interessante ricordare che il carattere modellistico della trattazione è stata completamente frainteso sino a tempi molto recenti: Euclide veniva accusato di ingenuità per il fatto di far uscire dall'occhio i raggi visuali, cosa ovviamente falsa. Ai critici non era chiaro che, trattandosi di teoria della visione e non di ottica geometrica, occorreva fissare il centro dei raggi nell'occhio, non nell'oggetto visto: sfuggiva loro, ad esempio, che la def. 2 stabilisce chiaramente come non esista un cono visivo indipendente dall'oggetto visto, e che nelle definizioni non viene fatta alcuna assunzione riguardo ad un possibile verso di percorrenza dei raggi visuali.

Nella porzione del suo trattato dedicata alla teoria della visione Tolomeo si muove invece su di un altro piano: analizzerò solo un esempio. In più punti traspare la sua concezione estromissiva della natura dei raggi visuali, visti come un'emissione materiale da

⁷¹ Lo stesso passo di astrazione troviamo in Diocle: le proprietà focali sono analizzate per un oggetto piano (il segmento di parabola), che poi viene opportunamente ruotato per generare il vero modello dello specchio ustorio. Allo stesso modo l'*Ottica* di Tolomeo si svolge nel piano.

⁷² Se non nell'ultima frase, probabilmente frutto di un'interpolazione, della prop. 1.

parte dell'occhio determinante linee – i raggi – di sensibilità visuale nell'aria, ed in vari punti questa concezione risulta decisiva per spiegare fatti che Euclide giustifica altrimenti: nel caso ad esempio della debole o mancata percezione di oggetti lontani si argomenta che il raggio visuale porta con sé un potere che si indebolisce man mano che si allontana dal vertice, e quindi "risulta necessariamente che la percezione visuale di ciò che è posto lontano dal vertice del cono sia trasportata da un raggio che agisce in maniera più debole rispetto alla percezione visuale di qualcosa posto a distanza intermedia" (II. 20). Di particolare interesse è la critica all'assunzione Euclidea della discretezza del cono visivo (II.48-50). Merita citarla per porre in rilievo il radicale cambiamento di prospettiva: "Inoltre, non è per il fatto che cada nelle lacune tra raggi visuali che un oggetto visibile estremamente piccolo non viene visto. Al contrario, occorre comprendere che, per quanto riguarda la sensazione visuale, la natura della radiazione visuale è forzosamente continua piuttosto che discreta. Ma se mettiamo in piedi dimostrazioni matematiche e trattiamo i raggi visuali come se fossero linee rette, [ne consegue che] grandezze estese poste alla stessa distanza di grandezze poco estese ed invisibili a causa della loro piccolezza verranno ancora viste con chiarezza. Ciò non accadrebbe se i raggi visuali a quella distanza fossero diminuiti e si fossero diradati; piuttosto, accadrebbe che un oggetto grande ed uno piccolo apparirebbero lo stesso in quella posizione. Infatti, se tutta la radiazione che cade sulla loro sezione per l'intera base [del cono visivo] è composta da raggi discreti, ognuno dei quali tocchi un punto, allora, assumendo che ci sia una qualche separazione spaziale reale tra questi punti, qualsiasi cosa posta lontano dovrebbe non essere vista in quanto il flusso visivo non cade su queste [lacune]. Ma neanche i punti verranno visti, in quanto essi non hanno dimensione e non sottendono nessun angolo. Quindi nessun oggetto [visto in questo modo] risulterà visibile". Dietro la brillante argomentazione sofistica di Tolomeo si annida una chiara incomprensione del senso e dello scopo delle assunzioni euclidee, che vengono poste su di un piano oggettuale cui non possono appartenere.

Molto interessante ai nostri fini è un confronto tra le maniere in cui viene spiegato il fatto che un raggio visivo venga riflesso ad angoli uguali. Il primo cenno a tale fenomeno si trova nei *Problemi* pseudo-aristotelici (XVI.13). Anche se sicuramente apocrita, la raccolta che va sotto quel nome può essere fatta risalire ad ambienti peripatetici molto vicini ad Aristotele, e costituisce quindi la prima testimonianza in proposito. Il cenno è inserito in una breve discussione del perché *oggetti materiali* rimbalzino ad angoli uguali quando incontrano ostacoli; non c'è traccia di dimostrazione; il fatto ottico serve anzi a motivare l'analogo comportamento meccanico. Nella *Catoptrica* (pseudo-)euclidea viene introdotta un'assunzione, che viene utilizzata soltanto a questo scopo: "Posto uno specchio in un piano e vista una certa altezza che sia ad angoli retti con il piano, si ha in proporzione, come la retta tra lo specchio e ciò che vede rispetto alla retta tra lo specchio e l'altezza ad angoli retti, così l'altezza di ciò che vede rispetto all'altezza perpendicolare al piano". Su questa base la dimostrazione della prima proposizione – "I raggi visuali sono

riflessi ad angoli uguali da specchi piani, convessi e concavi" – è immediata. L'ipotesi è quindi un tentativo da una parte maldestro di giustificare il fenomeno (già tradotto in termini geometrici) sulla base di una postulazione sul comportamento dei raggi visuali troppo smaccatamente *ad hoc* ed in ogni caso sterile. D'altro canto è interessante che l'ipotesi sia formulata in termini di caratteristiche geometriche dei raggi, e che quindi sia esplicitamente interna al modello. Un passo avanti molto rilevante, che però non ebbe séguito nell'antichità (si veda poco oltre la discussione di Tolomeo), venne fatto da Archimede. A lui uno scolio attribuisce infatti la seguente dimostrazione: "Archimede dice così, che l'angolo Z è uguale ad E oppure minore

oppure maggiore. Sia Z in primo luogo maggiore

D

di E: E è quindi minore. Si ponga all'inverso D

B

come occhio, e dall'occhio [il raggio] si rifletta

all'inverso fino all'oggetto visto B. L'angolo E

_____ E _____ Z

sarà quindi maggiore di Z. Ma era anche minore;

il che è assurdo". Pur nella sua forma eccessivamente compressa, si riconosce inequivocabilmente un argomento basato su considerazioni di simmetria, che sfruttano la reversibilità del cammino ottico. È però un argomento completamente geometrico, che intende spiegare il fenomeno *all'interno* di un quadro teorico ben preciso. Lo stesso avviene per la dimostrazione che troviamo nella compilazione pseudo-tolomaica (e tradizionalmente inserita tra le opere di Erone) *De speculis*. Si tratta della ben nota argomentazione basata sulle proprietà estremali del cammino ottico del raggio nel caso di angoli uguali. Il fatto importante è che nella compilazione pseudo-tolomaica si ritiene opportuno, in sede di prefazione,⁷³ di *giustificare* l'ipotesi di estremalità nei termini seguenti: "Tutto ciò che si muove con velocità continua si muove in linea retta, come vediamo le frecce emesse dagli archi. A causa infatti della violenza emittente, ciò che si muove tende a muoversi per la linea più breve in distanza, non avendo tempo per ritardare in modo da muoversi per una linea maggiore in distanza, impedendolo la violenza trasmettente. Per ciò quindi, a causa della velocità, tende a muoversi per le [linee] più brevi. E la retta è la più breve tra quelle aventi gli stessi estremi. [...] A causa infatti della velocità dell'incidenza e della riflessione è necessario di nuovo che tendano [a muoversi] per le stesse rette minime". (La medesima dimostrazione è riportata dal commentatore aristotelico Olimpiodoro,⁷⁴ che aggiunge di suo il richiamo al luogo comune che "la natura non si sforza invano".) Si esce dunque dall'ambito del modello, e le motivazioni addotte hanno natura più metafisica che osservativa. Approccio radicalmente differente troviamo nell'*Ottica* di Tolomeo. Dopo aver ribadito la propria posizione sui fondamenti della conoscenza scientifica, cioè che "sono necessari principi generali, in modo che possono essere proposti postulati che sono sicuri ed indubitabili in termini di fatti empirici o di

⁷³ *De speculis* [3], [6] (edizione Jones).

⁷⁴ *In Meteorologica* III.2, pp. 212.5-213.20 (edizione Stüve).

consistenza logica, e che dimostrazioni conseguenti possono essere derivate da essi". I principi cui ricorre sono però solo di natura empirica; il terzo di essi è quello degli angoli uguali. Tolomeo offre due sue motivazioni. La seconda è di natura puramente sperimentale: viene descritto in dettaglio uno strumento ed il suo impiego per verificare che i raggi visuali si comportano effettivamente secondo il principio. La prima è interessante, anche se Tolomeo la considera esplicitamente al più un argomento di supporto. Si tratta di un piccolo *esperimento* basato sulla reversibilità del cammino ottico (che possiamo quindi supporre ispirato in qualche senso dalla dimostrazione di Archimede), in cui il principio degli angoli uguali viene verificato in un caso particolare ben determinato (quello cioè in cui il vedente sia un occhio ed il visto sia l'altro occhio; in questo modo la situazione è esplicitamente simmetrica).

Tra le altre cose, Diocle mostra nel suo trattato che raggi di sole riflessi dal concavo di un segmento di paraboloide di rotazione si concentrano in un punto.⁷⁵ La dimostrazione richiede che i raggi provenienti dal sole siano considerati paralleli, come è d'altronde corretto assumere.⁷⁶ Ciò equivale a considerare il sole a distanza infinita oppure, rifrasando l'assunzione in termini più consoni ed a noi ormai familiari, a supporre la terra puntiforme. Il fatto interessante è che Diocle si sofferma a lungo sulla questione nell'introduzione. Merita citarlo per esteso: "Ricordiamo in primo luogo un postulato utilizzato dagli astronomi e che è: ogni punto utilizzato tra i punti che sono sulla Terra fa le veci di centro della Terra.⁷⁷ Alcuni possono ridere dei matematici e prenderli in giro dicendo che erigono i loro affari su di una base debole, ed alcuni tra loro affermano di conoscere i diametri della sfere, che ne hanno determinati alcuni e che uno di essi è più grande di un altro di più di trentamila stadi;⁷⁸ [...] Le persone sono più propense verso questa seconda opinione perché fanno affidamento nelle affermazioni degli antichi, e dicono che, se si trova la via per non utilizzare questo principio e se non ci siamo costretti dal bisogno per quanto riguarda gli strumenti <che indicano> le ore nei quali si usa l'ombra, sarà più corretto non impiegarla. [...] Diciamo che il punto che abbiamo menzionato fa le veci di centro della Terra e dell'Universo e seguiamo in questo l'analogia⁷⁹ necessaria che utilizziamo in questa posizione ed in altre; e mostriamo che ciò che si produce relativamente a quest'analogia è simile a ciò che si sarebbe prodotto se

⁷⁵ Il trattato di Diocle è in realtà una compilazione, ma la terminologia preapolloniana che viene impiegata nell'opera fa risalire direttamente a lui la porzione sulle proprietà focali di certi specchi concavi.

⁷⁶ Nel teorema 30 della *Catoptrica* pseudo-euclidea troviamo la dimostrazione (sbagliata) dell'asserzione (falsa) che una semisfera concentra i raggi del sole in un punto. Qui i raggi provenienti dal sole non sono assunti paralleli, ma divergenti.

⁷⁷ Si noti la precisione di quest'affermazione rispetto alle verbalizzazioni che troviamo nei *Fenomeni*, in Gemino ecc..

⁷⁸ L'unica interpretazione sensata è che si sostenesse che, avendo la terra raggio finito, la determinazione del raggio delle sfere celesti dipende dal punto della terra da cui la determinazione viene fatta. La differenza citata nel testo è ovviamente minore del più alto dei valori del diametro terrestre correnti all'epoca.

⁷⁹ Il termine arabo può significare anche "argomento", "ipotesi", ed altre fonti lo attestano come traduzione del greco *logos*.

avessimo collocato questo punto realmente al centro".⁸⁰ Diocle ha quindi chiaro che l'assunzione è funzionale a ciò che viene discusso nel trattato; egli afferma esplicitamente che la falsità in assoluto di un asserto non entra necessariamente in conflitto con la sua accettabilità relativamente ad un contesto ristretto.

d. Matematica

Potrebbe sembrare a prima vista paradossale inserire la matematica stessa tra le discipline scientifiche in cui fosse stato applicato nell'antichità classica il metodo modellistico, visto che quest'ultimo è caratterizzato dal fornire rappresentazioni che si collocano eminentemente, a parte gli aspetti terminologici, all'interno della matematica stessa. Invece no. Si assiste ad un fenomeno di prestito dai modelli alla matematica, questo trasferimento creando al tempo stesso nuove tecniche dimostrative e nuovi campi di ricerca. Un esempio lampante è costituito dalla geometria sferica, sviluppata prima da Teodosio (III-II secolo a.C.) poi da Menelao (seconda metà del I secolo d.C. (?)) dopo le prime indagini di Autolico. Il campo è nato per rispondere ad esigenze interne alla nascente modellistica astronomica, ma poi si è sviluppato in maniera del tutto autonoma, fino a raggiungere con Menelao livelli notevoli di rigore, di originalità e di consapevolezza matematica.⁸¹ Lo stesso, come vedremo tra breve, può dirsi della teoria dei numeri, rapidamente affrancatasi dalle ricerche di teoria musicale in cui trovava la sua collocazione originaria. Ci occuperemo qui brevemente solo di alcuni aspetti connessi con i modelli meccanici veri e propri.

In effetti, ad Archita non è solo attribuita la trattazione matematica di argomenti meccanici, ma egli fu anche chi "per primo impiegò moto meccanico in una dimostrazione geometrica". Nella geometria greca classica troviamo in effetti molti esempi di un modello meccanico soggiacente alle ricerche più propriamente "astratte": dalla generazione di figure solide per mezzo del moto di figure piane⁸² alle curve tracciate meccanicamente (si pensi alla quadratrice o alla concoide) alle vere e proprie tecniche dimostrative che rappresentano procedure grafiche ben definite (come ad esempio la *neusis*).

Un clamoroso pezzo di bravura archimedeo in un ambito modellistico che non esce dai confini della geometria è rappresentato dal suo metodo "meccanico" per la quadratura o cubatura delle figure rotonde. Detto grossolanamente, il metodo consiste nell'affettare la

⁸⁰ Si veda l'edizione critica con traduzione francese in R. Rashed (curatore), *Les Catoptriciens Grecs I. Les Miroirs Ardents*, Parigi, Les Belles Lettres 2000, pp. 100-101. Traduco alla lettera la traduzione francese.

⁸¹ Per quanto è dato ricavare dalla sua opera, pervenutaci in un "miglioramento" arabo e quindi affetta da gravi disturbi testuali, Menelao si sforzava di indagare la geometria sulla superficie della sfera in termini "intrinseci".

⁸² Così vengono definite da Archita le superfici (cono, toro, cilindro) dalla cui intersezione egli ricava la soluzione del problema della duplicazione del cubo, e così Euclide definisce la superficie sferica ed Apollonio quella conica.

figura in infiniti segmenti (porzioni di piano), ognuno dei quali viene controbilanciato da un opportuno segmento (piano) collocato in modo da avere il proprio baricentro in un punto fisso. Riarrangiando l'insieme dei secondi segmenti (piani) si genera una figura, avente il baricentro nello stesso punto fisso, che si sa quadrare (cubare) esplicitamente. Il verbo "controbilanciare" va inteso in senso proprio: una bilancia ideale, uno dei cui bracci ha lunghezza fissa e l'altro variabile, serve a stabilire che i primi e i secondi segmenti (piani) si "equivalgono" in un senso matematicamente molto preciso (si vedano le considerazioni fatte nella sezione sulla meccanica). Il metodo non è rigoroso, ed Archimede lo dice esplicitamente, ritenendolo uno strumento euristico.⁸³ Altrove egli presenta una versione che, pur ricorrendo ancora alla bilancia matematica, utilizza il classico procedimento di approssimazione e riduzione all'assurdo che troviamo applicato in tutti i procedimenti di quadratura, aggirando così il problema di introdurre superfici e volumi infinitesimi. Si tratta della prima metà della *Quadratura della parabola*, ma anche qui Archimede fa seguire nella seconda parte una dimostrazione in stile classico; nelle sue parole indirizzate a Dositeo: "Ti invio le dimostrazioni scritte, in primo luogo come sono state concepite per mezzo di argomentazioni meccaniche, dopo di ciò anche come vengono dimostrate per mezzo di considerazioni geometriche".⁸⁴ È dunque implicitamente ammesso che la dimostrazione è offerta dalle argomentazioni geometriche, ma occorre notare che non viene fatta esplicita menzione del fatto che quello meccanico è uno strumento *non rigoroso*. Si ritiene semplicemente che non offra la dimostrazione, ma questo atteggiamento può ben essere dettato da esigenze legate alla compartimentazione antica tra discipline di studio: la meccanica, in quanto subordinata alla geometria, non può fornire metodi irrefutabili per risolvere problemi geometrici, mentre l'inverso è esattamente quello che accade in ambito modellistico; inoltre, è sempre da tener conto del fatto che l'idea antica di dimostrazione era sempre strettamente connessa alla necessità di usare strumenti appartenenti allo stesso campo di ricerca in cui si collocava il problema iniziale (si pensi ad esempio alle quadrature del cerchio fallaci proposte dai sofisti Antifonte e Brisone, oppure al fatto che la matematica greca non offra mai dimostrazioni di teoremi che facciano appello diretto a regole logiche ben precise). Insomma sembra chiaro che Archimede non licenzi come accettabile la procedura rigorizzata del metodo di quadratura semplicemente perché essa fa riferimento ad un processo come quello di "bilanciare" superfici differenti che non è annoverabile tra le tecniche dimostrative tipiche della geometria. L'operazione di "pesatura" delle superfici è in effetti una nuova tecnica dimostrativa pienamente descrivibile all'interno della scienza geometrica: Archimede lo sa, ed i dettagli della sua rappresentazione matematica della bilancia confermano pienamente un tale assunto, ma non intende fare questo passo, anche perché resta forte in lui la consapevolezza del carattere modellistico e quindi derivativo di questa tecnica. Resta però

⁸³ Si vedano le considerazioni da lui espresse in *Metodo*, prop. 2.

⁸⁴ *Quadratura della parabola*, introduzione.

nel metodo archimedeo il complesso gioco di rimandi fra modelli, alcuni dei quali interni all'indagine geometrica: un solido è rappresentato come e decomposto in un insieme di piani, ai piani componenti viene attribuito un "contenuto" proporzionale alla loro misura in termini di "area", il modello matematico della bilancia meccanica usa la terminologia tipica di quest'ultimo campo di ricerca, ma il contesto muta radicalmente il significato di certe affermazioni, che pure hanno la stessa verbalizzazione.

Un'osservazione per molti versi interessante conferma l'assunzione che la modellistica antica avesse come unico referente l'universo oggettuale ed argomentativo della matematica e suggerisce più in generale che quest'ultima (ovvero il formalismo ad essa collegato) determini, indipendentemente dal fenomeno in esame, la struttura dei modelli in forma molto più forte e sottile di quanto si sarebbe portati a ritenere in prima battuta (se non altro, è lo stato della ricerca matematica che determina cosa è formalizzabile e quindi suscettibile di espressione all'interno del modello – e cosa è invece destinato a finire nel calderone del trascurabile). Si tratta di quello che potremmo chiamare "dominio del modello proporzionale".⁸⁵ Il problema è il seguente: le applicazioni della teoria delle proporzioni costituiscono una delle caratteristiche salienti del metodo geometrico antico; la teoria, elaborata in un periodo relativamente arcaico, non subì modifiche nel séguito, ed anche in epoche successive segnerà uno dei confini più cospicui del formalismo geometrico di origine greca (la "figlia naturale" della teoria delle proporzioni è l'analisi infinitesimale, e sono estremamente interessanti i tentativi di Newton di "ricondere" gli aspetti centrali del metodo delle ultime ragioni al modello proporzionale). Un esempio paradigmatico è costituito dalla quadratura o cubatura di figure rotonde, in cui l'assenza di un metodo matematico uniforme *rigoroso* portò da un lato alle sofisticatissime elaborazioni (anche a livello euristico) di Archimede, ma dall'altro decretò la chiusura pressoché immediata di questa linea di ricerca una volta che non fosse sostenuta dal genio archimedeo. Allo stesso modo, il modello proporzionale segnava anche i confini dell'indagabile nell'ambito delle "più fisiche tra le matematiche" (si pensi alla determinazione del centro di gravità di molte figure rotonde). Poteva anche darsi però il caso inverso, cioè che il modello proporzionale, *in quanto* tecnica matematica ben stabilita, inducesse lo svilupparsi di argomentazioni che intendevano arrivare a conclusioni ben precise riguardo al sussistere effettivo o meno di stati di cose, che cioè il formalismo dettasse, tramite un modello, condizioni al reale. Mi limiterò ad un esempio ben noto tra quelli rintracciabili in alcune delle "dimostrazioni" matematiche che Aristotele propone a corredo di certe sue argomentazioni. Vari indizi all'interno del *corpus* delle sue opere fanno in effetti ritenere che Aristotele abbia assistito in prima persona allo svilupparsi della

⁸⁵ Chi pensa che le riflessioni che seguono dimostrino la profonda ingenuità dell'approccio antico dovrebbe andare a dare un'occhiata alle sofisticate analisi numerologiche che stanno dietro al modello a quark. Questo se vogliamo rimanere nell'ambito della provocazione; sul ruolo preponderante ed a volte esclusivo del formalismo nella modellistica contemporanea in fisica fondamentale ci sarebbe molto da dire.

teoria delle proporzioni da coacervo di tecniche alla teoria completamente autocontenuta e ben fondata che troviamo nel quinto libro degli *Elementi*.⁸⁶ Riferendosi ad essa ed alle sue applicazioni Aristotele introduce quindi una tecnica matematica all'avanguardia; argomentazioni condotte con il suo ausilio acquistano pertanto un crisma di autorevolezza e plausibilità maggiore rispetto ad analoghe analisi condotte, ad esempio, con metodi numerici o puramente geometrici. Rivolgamoci ora ad una delle dimostrazioni aristoteliche dell'impossibilità del moto nel vuoto.⁸⁷ Sintetizzandola in termini molto rozzi, Aristotele considera un corpo che cade in due mezzi differenti, diciamo aria ed acqua, assume che "la velocità rispetto alla velocità abbia lo stesso rapporto che risulta differenziare l'aria rispetto all'acqua", ed estende la validità di tale relazione anche al caso in cui uno dei due mezzi sia il vuoto (supposto esistere per il bene dell'argomentazione). Ci vuol poco a concludere che "similmente anche il vuoto non è possibile che abbia alcun rapporto rispetto al pieno, così che neanche il moto [lo avrà], ma se attraverso il [mezzo] più leggero in quel certo tempo percorre quella certa distanza, attraverso il vuoto supererà ogni rapporto". Sarebbe stato possibile ed ai nostri occhi più semplice correlare la velocità con la *differenza* tra gli spessori dei mezzi, e questo sarà fatto da Galileo che porrà la velocità proporzionale alla differenza tra le gravità in ispecie. Il problema è che l'unica relazione funzionale possibile tra grandezze che preservi i necessari requisiti di omogeneità è quella di proporzionalità,⁸⁸ ed anzi si ha spesso l'impressione che quella di proporzionalità fosse vista come *la* relazione funzionale (se non altro in mancanza di alternative concepite). Di qui la proposta di Aristotele, che in un senso ben preciso è *forzato* alla sua scelta dalla "ristrettezza" dei metodi matematici a sua disposizione.

Le considerazioni precedenti ci portano a riflettere sul ruolo dell'analogia matematica nell'approccio modellistico antico. In particolare, si danno casi in cui lo stesso modello matematico sia applicabile a più di un fenomeno, o si tratta piuttosto di una caratteristica strettamente moderna? È chiaro da quanto abbiamo visto finora che il formalismo geometrico da una parte, e le applicazioni della teoria delle proporzioni dall'altra venivano considerati linguaggi universalmente applicabili, al punto, come abbiamo visto, da determinare a volte ciò che veniva effettivamente considerato essenziale (o addirittura percepito) di certi fenomeni. Si potrebbe obiettare che sia annidata qui una confusione tra genere ed individui: una singola equazione differenziale non può essere posta sullo stesso piano dell'intera teoria delle proporzioni. Ma l'argomento va ovviamente reso maggiormente specifico: per stabilire una relazione di proporzionalità occorre prima selezionare le variabili rilevanti, poi stabilire la forma effettiva della loro relazione (qui lo

⁸⁶ Si veda a questo proposito F. Acerbi, Drowning by Multiples. Remarks on the Fifth Booh of Euclid's *Elements*, with Special Emphasis on Prop. 8, in corso di pubblicazione su *Archive for History of Exact Sciences*.

⁸⁷ *Fisica* Δ 8.

⁸⁸ Naturalmente, erano ben possibili variazioni sul tema, ad esempio assumere l'uguaglianza dei rapporti tra le velocità e tra i quadrati degli spessori. Ciò non cambia però la sostanza dell'argomento.

spazio di manovra era effettivamente ristretto dal fatto che un rapporto poteva essere istituito solo tra grandezze omogenee), corrispondente a quella presunta tra le grandezze fenomeniche corrispondenti. Lo stesso avviene quando si scriva l'equazione differenziale che governa una certa dinamica: la particolare equazione corrisponde al modo specifico in cui le variabili sono poste in rapporto (diciamo, per chiarire le idee, che un'equazione differenziale lineare a coefficienti costanti potrebbe corrispondere alla proporzionalità diretta). Così, troviamo campi disparati in cui si trova applicata la stessa richiesta di proporzionalità diretta o inversa, la funzione a denti di sega di certi modelli astronomici babilonesi è molto probabilmente alla radice della presentazione tolemaica dei dati della rifrazione, la composizione di moti circolari uniformi funge da base sia ai modelli astronomici che alla generazione meccanica di curve. In questo senso, e ricordando anche quanto abbiamo osservato accennando alla filosofia della matematica di Aristotele, ogni singola tecnica adottata nella matematica greca costituiva in potenza un modello.

e. Teoria musicale

In un'indagine storica su certi aspetti dei rapporti tra la matematica ed il mondo fenomenico è inevitabile un accenno ai Pitagorici, se non altro perché i modelli da loro elaborati erano aritmetici e non geometrici. Il problema è che ben poco ci è rimasto delle elaborazioni originali più consapevoli, il tutto essendo annegato nelle elucubrazioni *invariabilmente* numerologiche dei tardi neopitagorici, oppure filtrato dalla lente deformante delle testimonianze aristoteliche. È quindi più opportuno soffermarsi su di un aspetto specifico, considerando alcune caratteristiche della teoria musicale.

È ben noto che la teoria stabilisce una corrispondenza tra intervalli musicali e rapporti tra numeri interi. Il fatto interessante è che la decisione di quali intervalli fossero consonanti e quali no veniva interamente demandata a considerazioni interne al modello. Leggiamo infatti nell'introduzione alla *Sectio canonis*, la prima esposizione "formalizzata" di teoria musicale pervenutaci: "Occorre perciò dire che le note musicali sono composte di parti, in quanto per addizione o sottrazione raggiungono l'[altezza] richiesta. Ma tutte le cose che sono composte di parti sono correlate tra loro per mezzo di un rapporto numerico; così che è necessario che anche le note siano correlate tra loro per mezzo di un rapporto numerico. Dei numeri, alcuni sono correlati in rapporto multiplo, altri in superparticolare,⁸⁹ altri in superpaziente,⁹⁰ così che è necessario che anche le note siano correlate tra loro in tali rapporti. Fra questi ultimi, i multipli ed i suparticolari sono correlati tra loro con un solo nome. E delle note sappiamo che alcune sono consonanti, altre dissonanti, le consonanti producendo una sola fusione del suono da entrambe, le dissonanti no. Stando così le cose, è ragionevole che le note consonanti, dal momento che

⁸⁹ Cioè della forma, se ridotto ai minimi termini, $(n+1)/n$ per qualche n intero.

⁹⁰ Cioè della forma, se ridotto ai minimi termini, $(2n+m)/n + m$ per n, m interi diversi tra loro.

producono una sola fusione del suono da entrambe, siano annoverate tra quelle che sono correlate tra loro numericamente in un solo nome: che siano cioè o multipli o superparticolari".⁹¹ Il tipo di assunzioni poste, ed i salti logici ad esse connessi, sono evidenti. Nondimeno, che la "regola di corrispondenza" di consonanza degli intervalli associati a rapporti numerici "in un solo nome" sia ritenuta passibile di spiegazione oppure no, quel che ne risulta è un coerente modello matematico degli intervalli musicali, capace oltretutto di produrre dei risultati che hanno conseguenze traducibili nell'effettiva pratica musicale. In effetti, quello che nella *Sectio canonis* segue l'introduzione può essere diviso in due parti: la prima è pura teoria dei numeri, anche dal punto di vista terminologico (il termine "intervallo" che vi si incontra indicando in origine anche il rapporto numerico); nella prop. 3 ad esempio si dimostra – assumendo tutto il corpus di conoscenze aritmetiche che troveremo nel VII libro degli *Elementi* – che "né uno né più numeri si interpolano come medi proporzionali in un intervallo superparticolare".⁹² Nella seconda parte seguono risultati concernenti gli intervalli musicali – in cui si utilizzano le proposizioni aritmetiche della prima parte; ad esempio nel dimostrare che l'intervallo di diapason è multiplo – ed una serie di istruzioni su come effettuare la divisione del monocordio.

Testimonianze concordi di Tolomeo, Porfirio e Teone di Smirne⁹³ attribuiscono ad Archita la paternità di una teoria musicale fondata su basi razionali e matematicamente solide; ed uno dei pochi frammenti sicuramente attribuibili a quest'ultimo tratta appunto della relazione sussistente tra altezza dei suoni, velocità di vibrazione dell'aria ed intensità del disturbo che ha generato la vibrazione stessa.⁹⁴ Archita stesso insiste sul fatto che le scienze aritmetiche, geometriche, musicali, astronomiche sono "sorelle", intendendo così sottolineare la loro comunanza di metodi, in particolare – come le testimonianze sopra citate mettono invariabilmente in rilievo – l'utilizzo di procedure argomentative logicamente conseguenti per mezzo delle quali "salvare" i dati sensibili. Ci troviamo quindi di fronte al primo esempio consapevole di modellizzazione: vengono poste alcune regole di corrispondenza a fondamento dell'edificio speculativo – assunzioni sulla *rappresentabilità matematica* di certi fatti di acustica opportunamente semplificati e sull'identificazione degli intervalli consonanti –⁹⁵, e da quel momento l'indagine può svolgersi interamente ad un livello aritmetico, cioè interno al modello. La rinomanza e l'autorevolezza di Archita (cui, come abbiamo visto, viene anche attribuita l'introduzione di metodi matematici in

⁹¹ L'opera, di impostazione chiaramente pitagorica, è tradizionalmente attribuita ad Euclide, sebbene linguaggio e struttura rivelino un'origine ancora più antica, ed ha subito quasi sicuramente rimaneggiamenti posteriori.

⁹² Cioè che, dato n intero, non esiste m intero tale che $n+1:m::m:n$.

⁹³ Frammenti 47 A 16, 17, 19a Diels-Kranz.

⁹⁴ Frammento 47 B 1 Diels-Kranz.

⁹⁵ E l'inconsistenza della spiegazione offerta dalla *Sectio canonis* del criterio identificatorio degli intervalli consonanti mostra in realtà come esso venisse assunto come un dato a priori non passibile di ulteriore giustificazione.

meccanica) hanno probabilmente contribuito a rendere canonico un approccio siffatto. È anzi plausibile che la teoria dei numeri quale la troviamo pienamente dispiegata nei libri aritmetici degli *Elementi* abbia ricevuto un impulso iniziale decisivo proprio dal suo essere di estrema utilità nel campo della teoria armonica, ed in effetti ancora ad Archita viene attribuita esplicitamente da Boezio quella che poi diventerà la prop. 3 della *Sectio canonis*.

All'approccio della scuola pitagorica furono sollevate circostanziate obiezioni di stampo empirista da Aristosseno: "Cercheremo di esporre dimostrazioni di questi [risultati] che si accordino con i fenomeni, non come quelli prima di noi, alcuni dei quali introducono argomentazioni estranee, rifiutando i dati dei sensi in quanto non accurati, e misero in piedi cause razionali, asserendo che anche le velocità nelle quali si genera l'acuto ed il grave sono tra di loro come certi rapporti numerici – ed insomma di tutte queste cose proposero argomentazioni del tutto estranee e le più contrarie ai fenomeni; altri invece, facendo a meno delle cause e delle dimostrazioni, non furono neanche in grado di enumerare i fenomeni stessi".⁹⁶ Aristosseno contesta quindi la correlazione suggerita da Archita tra altezza del suono e velocità di vibrazione dell'aria, così come l'impostazione ipotetico-deduttiva del modello; egli pretende in effetti che tutte le assunzioni siano giustificate dai fenomeni: "ciascuna delle proposizioni poste come principisará vera ed evidente; poi deve essere riguardata dai sensi come appartenente alle prime tra le parti della dottrina armonica".⁹⁷

f. Medicina

È dato riscontrare un solo esempio serio di modellizzazione di un fenomeno fisiologico, ma l'esempio è veramente clamoroso: si tratta della teoria di Erofilo del ritmo del battito cardiaco.⁹⁸ Egli asserisce in primo luogo l'esistenza di un "tempo percepibile primario", da identificarsi con la durata della diastole in un neonato. Le durate di diastole e sistole in altre fasi della vita sono *assunte* essere multipli interi di questa unità; Erofilo propone inoltre un parallelo esplicito con la teoria musicale: l'unità temporale corrisponde alla "breve" dei piedi musicali, di modo che pulsazioni di durata doppia o più che doppia sono rappresentate da un "lunga"; inoltre, il "ritmo", cioè la relazione tra le durate di diastole e sistole nella stessa fase della vita, è *definito* come il rapporto (intervallo) tra le durate espresse in unità temporali primarie, di modo che la loro relazione è rappresentabile con un piede (nel senso della metrica). Il neonato, la cui sistole è uguale in durata alla diastole, possiede un ritmo normale che corrisponde al piede denominato pirrico (breve, breve), all'adolescente compete il trocheo (lunga, breve), all'adulto lo spondeo (lunga, lunga),

⁹⁶ *Elementi di teoria musicale* II.32. Aristosseno fu contemporaneo di Aristotele.

⁹⁷ *Elementi di teoria musicale* II.44.

⁹⁸ Si veda H. von Staden, *Herophilus, The Art of Medicine in Early Alexandria*, Cambridge, Cambridge University Press 1989, pp. 276-284 e frammenti 172-185.

all'anziano il giambo (breve, lunga), dove la lunga può nell'ultimo caso anche durare più di due unità temporali. Questo in condizioni normali; in caso di malattia il ritmo si altera. Si tratta, inequivocabilmente, di un vero e proprio modello del ritmo del battito cardiaco all'interno della teoria musicale, ed in definitiva, dato il carattere di quest'ultima, di un modello aritmetico. Il carattere matematico di fondo del modello traspare a livello terminologico: in effetti, Erofilo afferma anche che il ritmo del neonato è *alogos*,⁹⁹ "Egli chiama *alogos* il battito che non ha proporzione rispetto ad alcunché: non ha infatti né quello doppio, né quello di tre a due, né un qualche altro rapporto, ma è completamente breve, e cade sotto i nostri sensi simile in grandezza alla punta di uno spillo". Il fatto che Rufo Efesio, da cui è tratta questa testimonianza,¹⁰⁰ fornisca una spiegazione siffatta non significa che questa fosse anche quella di Erofilo; anzi è lecito supporre il contrario, vista l'inconsistenza matematica dell'argomentazione. Sono state proposte varie spiegazioni per l'uso del termine matematico *alogos*.¹⁰¹ Un'indicazione ragionevole viene dalla *Teoria armonica* di Tolomeo, quando quest'ultimo spiega che "una nota è un suono che occupa una e la stessa altezza. Per questo motivo anche ciascuno preso da solo è *alogos*, ed infatti l'uno è indifferenziato rispetto a se stesso, mentre il rapporto [*logos*] è una tra le relazioni ed è in due [termini] come minimo".¹⁰² (A ciò si può aggiungere che, l'unità non essendo un numero nell'aritmetica greca ed assumendo Erofilo che il battito del neonato sia da prendersi come unità di misura, la relazione tra due di esse non definirebbe comunque un rapporto numerico.)¹⁰³

Conclusioni

Possiamo ricavare alcune indicazioni di massima dalla ricerca che abbiamo condotto fin qui. Sembra chiaro che il linguaggio dei modelli si riveli particolarmente appropriato per descrivere e concettualizzare in maniera unitaria le specificità della pratica scientifica ellenistica.¹⁰⁴ Da un punto di vista storico è sufficientemente evidente un'evoluzione nelle caratteristiche dell'approccio per modelli. Nella fase iniziale troviamo trattati, come quelli di Autolico oppure l'*Ottica* di Euclide, che rivelano qualche incertezza, specialmente in relazione alla soglia non elevata di rigore deduttivo ammessa. Segue un periodo di piena consapevolezza, di cui possiamo prendere come esempi emblematici l'unico trattato

⁹⁹ Un altro esempio viene dalla denominazione alternativa del ritmo spondaico come *dia isou*, l'espressione essendo tipica della teoria delle proporzioni.

¹⁰⁰ Frammento 177 von Staden.

¹⁰¹ Si noti che nella classificazione di Aristosseno, cui Erofilo molto probabilmente si ispira, non si riconosceva il piede pirrico come unità metrica.

¹⁰² *Teoria armonica*, p. 10.19-21. Si veda anche l'estesa spiegazione della frase di Tolomeo fornita da Porfirio nel suo *Commento alla teoria armonica di Tolomeo*, pp. 87.25-88.16 (edizione Düring).

¹⁰³ In termini moderni, il *pythmen* (corrispondente alla nostra frazione ridotta ai minimi termini) della classe di rapporti equivalenti all'unità non può essere 1:1 ma 2:2.

¹⁰⁴ Sull'assenza di "teorie" in senso proprio nell'astronomia prekepleriana si veda B.R. Goldstein, *Towards a Philosophy of Ptolemaic Planetary Astronomy*, *Ancient Philosophy* 5 (198), pp. 293-303.

superstite di Aristarco, le opere di Archimede di carattere non puramente geometrico ed alcune indagini di Ipparco ricostruibili da testimonianze posteriori. Le riflessioni filosofiche occorse nel III e II secolo a.C., principalmente ad opera della scuola epicurea e di quella stoica, tendono da un lato ad orientare il grosso del dibattito su aspetti non strettamente connessi alla modellistica – salvo poi equivocare sulla portata e lo scopo di certe mosse tipiche di quest'ultima, volgendo ad arte in una direzione coerente con le proprie premesse filosofiche di fondo –, dall'altro a subordinare l'attività scientifica all'accettazione di una ben precisa prospettiva filosofica, ed in ogni caso a svalutare la portata conoscitiva della prima a tutto vantaggio della seconda, vera depositaria delle "spiegazioni". Gli scienziati di età imperiale, ad esempio Erone (per quanto nel corpus a lui attribuito molto sia dovuto a compilatori posteriori) e Tolomeo, risentono in maniera non indifferente delle discussioni filosofiche cui sono stati sicuramente esposti nel corso della loro formazione culturale, e finiscono per avvertire la necessità di giustificare le assunzioni presenti nelle proprie opere sulla base di argomentazioni che molto spesso rivelano una chiara dipendenza dai dati sensoriali oppure hanno natura metafisica. Inoltre, e di ciò si fa testimonia eminente l'*Ottica* di Tolomeo, il carattere ed il formato esterno del trattato scientifico mutano, con l'incorporazione di estese introduzioni metodologiche, descrizioni di esperimenti e tavole di valori effettivi di parametri fisici o matematici, ampi commenti nel corpo del testo, in un'esposizione che perde la rigidezza, ma anche la linearità, del canone ipotetico-deduttivo ellenistico.

Da un punto di vista epistemologico è possibile indicare alcune caratteristiche peculiari della modellistica antica più consapevole: 1) Essa non ha come punto di riferimento alcuna teoria fisica o filosofica soggiacente, né cerca di ridurre i fenomeni ad entità più elementari ed ai rapporti tra esse. In particolare, la scelta delle grandezze rilevanti per la trattazione è sempre operata tra le variabili fenomenologiche. La coerenza dell'impostazione si indebolisce in età imperiale, anche se continua a farsi valere l'inerzia della tradizione legata al genere letterario "trattato scientifico", che permette al cambiamento di prospettiva di sovrapporsi all'impianto di fondo solo come *modifiche*, seppur significative, al livello di commento e giustificazione dei passi deduttivi intrapresi. 2) Strettamente legato al punto precedente è il fatto che i modelli siano sempre costruiti all'interno della matematica: si tratta di una vera e propria modellistica geometrica che ha, in questo rispetto, molti punti di contatto con quella matematica novecentesca. Le condizioni che hanno portato a questa specie di convergenza sono però radicalmente differenti: laddove la modellistica matematica contemporanea trae origine dalla crisi del grande edificio esplicativo meccanicista, quella geometrica antica nasce già come paradigma della forma di conoscenza capace di raggiungere le cause, ed in quanto tale non ha alcun bisogno di ricorrere ad elaborazioni fisiche/filosofiche che la fondino. Tale prospettiva sarà rovesciata sotto la spinta delle riflessioni filosofiche ellenistiche, e ciò finirà per causare in parte la graduale perdita di consapevolezza cui assistiamo in età imperiale.

Ciò non implica un giudizio di valore: la validità scientifica dell'*Ottica* o dell'*Almagesto* di Tolomeo sono indubbe, ma nella nostra prospettiva è chiaro che esse costituiscono qualcosa di ben diverso dalla modellistica geometrica originaria, di cui si configurano come un'evoluzione solo in parte generata da dinamiche interne. Resta il fatto che Tolomeo, quando discute certi approcci – di Euclide, di Aristarco, di Ipparco – agli stessi problemi da lui affrontati, mostra di non essere in grado di capire le motivazioni ad essi soggiacenti.