

Van piramide tot Pythagoras

Invloeden in de wiskunde in
Ptolemeïsch Egypte

Phaedra Criaco

Historische praktijk: Oudheid

prof. dr. Katelijn Vandorpe

Academiejaar 2019-2020



Zoals dit voorbeeld bestaan er in de Oudheid meer voorbeelden van invloeden van verschillende beschavingen op elkaar op het vlak van wiskunde. Deze paper focust op een nieuwe bloeiperiode in de wetenschap, namelijk in Grieks-Romeins Alexandrië. Deze periode behoort tot de 'gouden eeuw van de Griekse wetenschap'. Voornamelijk de tijdspanne van 500 v.Chr.- 300 n.Chr. in Alexandrië is een heuse bloeiperiode op vlak van wetenschap en scholing. Daarom koos ik ook in deze studie voor dit tijdvak.⁴

Maar wat ging er vooraf aan deze grote bloei? Welke invloeden speelden een rol in de kennis van de bekende wiskundigen zoals Euclides, Apollonius en Archimedes? Op deze vragen tracht deze studie een antwoord te zoeken door naast een literatuur- en bronnenonderzoek ook een visueel netwerk uit te werken van de invloeden.

Zo is reeds gekend dat de Griekse wiskunde een grote invloed uitoefende op de Ptolemeïsche wiskunde en dat Egyptenaren uit de faraonische periode gebruik maakten van wiskundige modellen in hun architectuur. Wat we in het werk van de Alexandrijnse wiskundigen kunnen zien, is een synthese van alles dat tot dan toe gekend was.⁵

In het algemeen is er over wetenschap in de oudheid wel wat gekend, maar over de ene tak al wat meer dan de andere. Bovendien werd ook niet alles gezien als een aparte discipline. De meest besproken thema's in de papyri zijn wiskunde, geneeskunde, astronomie en astrologie. Voornamelijk Ptolemeïsch Alexandrië speelde een erg belangrijke rol in de Griekse wetenschap in de overgang van de Klassieke naar de Hellenistische periode.⁶

Daarnaast moet er ook rekening gehouden worden met het verschil in betekenis van de term wetenschap. Wat wij vandaag zien als wetenschap komt niet helemaal overeen met het beeld in het oude Egypte. Zeker in het oosten is er vaak geen echt onderscheid tussen magie, wetenschap en religie. Wiskunde is hier ook een buitenbeentje, dat niet gezien wordt als deel van de natuurlijke wetenschap.⁷

In de oudheid kan er binnen de wiskunde een onderscheid gemaakt worden tussen twee types, met volgens Jones aan de ene kant een meer praktische variant, waarbij wiskunde wordt gebruikt in een specifieke situatie en aan de andere kant de meer theoretische wiskunde, die vaak wordt aangeduid als de *Griekse wiskunde*. De eerstgenoemde variant wordt aanzien als typisch voor Mesopotamië en Egypte. Toch mag dit niet als een duidelijke scheidingslijn beschouwd worden, want in de praktijk lopen ze vaak door elkaar. Daarom is het beter om te spreken over academische en praktische wiskunde.⁸

⁴ T. E. RIHLL, "Science and Technology: Alexandrian", in: Alan B. LLOYD (red.), *A Companion to Ancient Egypt*, Oxford: Wiley-Blackwell, 2010, 409-424.

⁵ Sydney H AUFRÈRE en Marie-Hélène MARGANNE, "Encounters between Greek and Egyptian Science", in: Katelijn VANDORPE (red.), *A Companion to Greco-Roman and Late Antique Egypt*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2019, 501-518.

⁶ T. E. RIHLL, "Science and Technology: Alexandrian"; Alexander JONES, "Mathematics, science and medicine in the papyri", in: Roger S. BAGNALL (red.), *The Oxford handbook of papyrology* Oxford: Oxford University press, 2009.

⁷ Corinna ROSSI, "Science and Technology: Pharaonic", in: Alan B. LLOYD (red.), *A companion to Ancient Egypt*, 2 dln., dl. 1, Oxford: Wiley-Blackwell, 2010.

⁸ Alexander JONES, "Mathematics, science and medicine in the papyri".

Dit onderscheid is ook terug te vinden in het onderzoek van de bronnen. Langs de ene kant zijn er veel belangrijke werken, die ook in de middeleeuwen werden gekopieerd, van grote theoretische wiskundigen zoals Euclides, Archimedes en Apollonius van Perga. Daarnaast zijn er enkele papyri gekend met wiskundige oefeningen, de meeste van studenten.

Maar wat is nu de mening van academici over de invloeden uit andere perioden en culturen op de Griekse wiskunde in Alexandrië? Zoals Fraser in zijn boek *Ptolemaic Alexandria* aangeeft: “It is but rarely that a wholly original genius emerges”. Het bestaat, maar het is eerder uitzonderlijk dat een werk niet gebaseerd is op het werk van iemand anders. Aanvankelijk was er zeker invloed van Egyptische wiskunde op de Griekse, maar volgens Fraser blijft het toch de vraag in welke mate deze nog te vinden is enkele eeuwen later in Alexandrië. Fraser geeft een duidelijk overzicht van de evolutie van de Griekse wiskunde en de invloeden in de Alexandrijnse wiskunde. Rest ons nog de vraag hoeveel verder we de invloeden terug in de

tijd kunnen traceren? Kunnen de oefeningen uit de bekende Rhind of Moskou papyri bijvoorbeeld worden gelinkt aan Pythagoras of Euclides?⁹

Deze paper wil op basis van enkele bronnen een netwerk uitwerken van de invloeden op de Alexandrijnse wiskunde. Als eerste bron zal het samenvattende werk van Pappus van Alexandrië gebruikt worden. Als tweede bron wordt gewerkt met enkele schoolboekjes uit Egypte, namelijk houten tafeltjes die tafels van vermenigvuldiging en delingen bevatten. Om ze te analyseren zal een kwalitatieve studie worden uitgevoerd. Daarnaast is het doel om de verzamelde info visueel uit te werken met een soort stamboom en kaarten.

Eerst volgt er uitleg over de gebruikte bronnen en een inhoudelijke analyse. Nadien zal deze in bredere context geplaatst worden om zo tot een conclusie te komen.

Wiskunde in de bronnen

Om het netwerk dat tot de wetenschappelijke bloei leidde in Alexandrië verder uit te werken, worden hier enkele bronnen dieper geanalyseerd. Om te beginnen de ontleding van een stuk uit de samenvattende collectie of *Συναγωγή* van de wiskundige Pappus van Alexandrië. Het gaat om een passage uit boek vier, dat uit acht delen bestaat. Daarnaast zullen er als korte case studie enkele Grieks schoolboeken uit Egypte bestudeerd worden. Het gaat om vier houten tafeltjes met lijsten van vermenigvuldigingen en delingen.

De *Mathematicae Collectiones* is de titel die het werk kreeg in de Latijnse vertaling van Federico Commandino. Het werd geschreven door de eerder vermelde Pappus van Alexandrië, een wiskundige die leefde in de vierde eeuw na Christus is over wie slechts weinig gekend is. Pappus is voornamelijk bekend door een wiskundige stelling die naar hem werd vernoemd.¹⁰

Het volledige eerste boek heeft de tand des tijds helaas niet doorstaan en ook grote delen van de volgende boeken zijn fragmentarisch overgeleverd. Het werk bevat alle belangrijke wiskundige hypothesen die tot dan toe gekend waren. Het is als het ware een encyclopedie voor de wiskunde uit de oudheid. Daarnaast geeft Pappus bij alle stellingen zijn eigen

⁹ Peter Marshall FRASER, *Ptolemaic Alexandria*, 3 dln., dl. 1, Oxford: Clarendon, 1972.

¹⁰ Clifford A. PICKOVER, *Het wiskunde boek*, Kerkdriel: Librero, 2012.

commentaar en opmerkingen, en werkt hij sommige stellingen verder uit om tot een meer algemene of afgeleide vorm van de stelling te komen. Van het vierde boek dat hieronder wordt geanalyseerd, is het eerste deel verloren; het begint met een veralgemening van de stelling van Pythagoras volgens Euclidische principes.¹¹

Griekse tekst

Ibid. iv. 1. 1, ed. Hultsch 176. 9–178. 13

Ἐὰν ᾗ τρίγωνον τὸ ABΓ, καὶ ἀπὸ τῶν AB, BΓ ἀναγραφῇ

τυχόντα παραλληλόγραμμα τὰ ABΔΕ, BΓΖΗ, καὶ αἱ ΔΕ, ΖΗ

ἐκβληθῶσιν ἐπὶ τὸ Θ, καὶ ἐπιζευχθῇ ἡ ΘΒ, γίνεται τὰ ABΔΕ,

BΓΖΗ παραλληλόγραμμα ἴσα τῷ ὑπὸ τῶν ΑΓ, ΘΒ περιεχομένῳ

παραλληλογράμμῳ ἐν γωνίᾳ ἣ ἐστὶν ἴση συναμφοτέρῳ τῇ ὑπὸ ΒΑΓ, ΔΘΒ. [

Ἐκβεβλήσθω γὰρ ἡ ΘΒ ἐπὶ τὸ Κ, καὶ διὰ τῶν Α, Γ τῇ ΘΚ

παράλληλοι ἤχθωσαν αἱ ΑΛ, ΓΜ, καὶ ἐπεζεύχθω ἡ ΑΜ. ἐπεὶ

παραλληλόγραμμὸν ἐστὶν τὸ ΑΛΘΒ, αἱ ΑΛ, ΘΒ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ

παράλληλοι. ὁμοίως καὶ αἱ ΜΓ, ΘΒ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ

παράλληλοι, ὥστε καὶ αἱ ΛΑ, ΜΓ ἴσαι τέ εἰσιν καὶ παράλληλοι.

καὶ αἱ ΑΜ, ΑΓ ἄρα ἴσαι τε καὶ παράλληλοί εἰσιν·

παραλληλόγραμμον ἄρα ἐστὶν τὸ ΑΛΜΓ ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ ΛΑΓ,

τουτέστιν συναμφοτέρῳ τῇ τε ὑπὸ ΒΑΓ καὶ ὑπὸ ΔΘΒ· ἴση γὰρ

ἐστὶν ἡ ὑπὸ ΔΘΒ τῇ ὑπὸ ΛΑΒ. καὶ ἐπεὶ τὸ ΔΑΒΕ

παραλληλόγραμμον τῷ ΛΑΒΘ ἴσον ἐστίν (ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν

τῆς ΑΒ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΑΒ, ΔΘ), ἀλλὰ τὸ

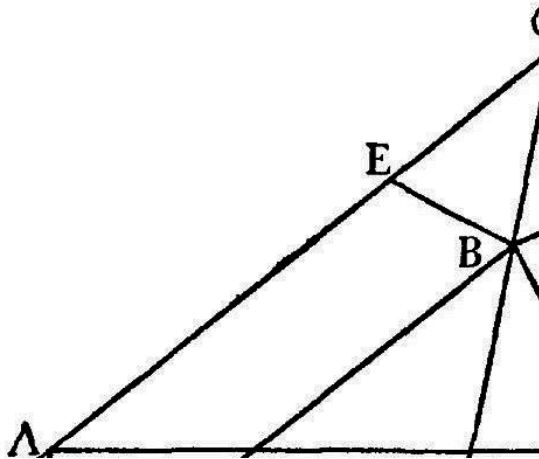
ΛΑΒΘ τῷ ΛΑΚΝ ἴσον ἐστίν (ἐπὶ τε γὰρ τῆς αὐτῆς βάσεως ἐστὶν

τῆς ΛΑ καὶ ἐν ταῖς αὐταῖς παραλλήλοις ταῖς ΛΑ, ΘΚ), καὶ τὸ

ΑΔΕΒ ἄρα τῷ ΛΑΚΝ ἴσον ἐστίν. διὰ τὰ αὐτὰ καὶ τὸ ΒΗΖΓ τῷ

¹¹ Serafina CUOMO, *Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity*, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

NKGM ἴσον ἐστίν· τὰ ἄρα $\triangle ABE$, $BHZ\Gamma$ παραλληλόγραμμα τῷ
 $\triangle A\Gamma M$ ἴσα ἐστίν, τουτέστιν τῷ ὑπὸ $A\Gamma$, ΘB ἐν γωνίᾳ τῇ ὑπὸ
 $\triangle A\Gamma$, ἥ ἐστίν ἴση συναμφοτέραις ταῖς ὑπὸ $BA\Gamma$, $B\Theta\Delta$. καὶ ἔστι
 τοῦτο καθολικώτερον πολλῶ τοῦ ἐν τοῖς ὀρθογωνίοις ἐπὶ τῶν
 τετραγώνων ἐν τοῖς Στοιχείοις δεδειγμένου.



Figuur 2 Visuele weergave van de veralgemeende stelling van Pythagoras

Nederlandse vertaling

Als $AB\Gamma$ een driehoek is, en zijden AB en $B\Gamma$ worden beschreven met eender welke
 parallelogrammen $AB\Delta E$ en $B\Gamma ZH$, en ΔE en ZH worden geproduceerd tot Θ , en ΘB is
 samengebracht, dan zijn de parallelogrammen $AB\Delta E$ en $B\Gamma ZH$ samen gelijk aan het
 parallelogram omvat door $A\Gamma$, ΘB in een hoek die gelijk is aan de som van de hoeken $BA\Gamma$,
 $\Delta\Theta B$. Om ΘB tot K te produceren, en door A en teken Γ $A\Lambda$ parallel aan ΘK , en laat ΛM
 samenkomen. Omdat $A\Lambda\Theta B$ een parallelogram is, zijn $A\Lambda$ en ΘB gelijk en parallel aan elkaar.
 Zoals deze zijn ook $M\Gamma$ en ΘB gelijk en parallel, zodat ΛA en $M\Gamma$ gelijk en parallel zijn. En
 daarom zijn ΛM en $A\Gamma$ gelijk en parallel, daarom is $\Lambda M\Gamma$ een parallelogram in de hoek
 $\Lambda A\Gamma$, een hoek die gelijk is aan de som van de hoeken $BA\Gamma$ en $\Delta\Theta B$ voor de hoek $\Delta\Theta B$ =hoek
 ΛAB . En omdat de parallelogram $\triangle ABE$ gelijk is aan de parallelogram $\triangle AB\Theta$ (omdat ze op
 dezelfde basis AB en dezelfde parallel AB , $\Delta\Theta$ zijn, terwijl $\triangle AB\Theta$ = $\triangle AKN$ (omdat ze op
 dezelfde basis ΛA zijn en in op dezelfde parallellen ΛA , ΘK) daarom $\triangle AEB$ = $\triangle AKN$. Met
 dezelfde redenering is $BHZ\Gamma$ = $\triangle NK\Gamma M$; daarom zijn de parallelogrammen $\triangle ABE$, $BHZ\Gamma$ samen
 gelijk aan $\triangle A\Gamma M$, de parallelogram gemaakt door $A\Gamma$, ΘB in de hoek $\Lambda A\Gamma$, die gelijk is aan de
 som van de hoeken $BA\Gamma$, $B\Theta\Delta$. En is algemener dan de stelling in *De Elementen* over de
 vierkanten op rechthoekige driehoeken.

Bespreking van het fragment

Deze regels zijn het begin van boek vier van de *synagoge*, maar de eerste zinnen van dit deel zijn verloren. Volgens Sefrin-Weis zou er niet veel verloren zijn en zegt ze dat het werk van Pythagoras waarover dit stuk gaat een logische aanvang is voor een nieuw boek. Deze veralgemening van de stelling van Pythagoras is gebaseerd op propositie I.47 van Euclides in zijn werk *De elementen*. Deze propositie is dan weer een uitwerking van Pappus op basis van het werk van Euclides.¹²

Hier kan er dus invloed worden gezien van eerst een Griekse wiskundige Pythagoras en nadien ook van de Ptolemeïsche wiskundige Euclides. Dit netwerk kan ook qua praktische wiskunde verder teruggevoerd worden naar de Sumeriërs, Babyloniërs en het vroege Egypte, zoals we eerder in de inleiding zagen. Dit is dus een goed voorbeeld van wetenschappelijke overdracht tussen verschillende beschavingen en bloeiperiodes.

Case studie: schoolboekjes

Hieronder zal de voor- en achterzijde van één houten tafeltje nader besproken worden. Ook de andere zullen aan bod komen, maar door hun slechte staat minder uitgebreid. Deze houten tafeltjes, vijf in totaal, werden gevonden door Albert Gayet. Ze zijn alle afkomstig uit het oude Antinoöpolis in Midden-Egypte. Helaas zijn ze erg beschadigd geraakt door vocht na hun vondst. De tafeltjes worden hier genummerd van één tot vijf met de letter A om de voorzijde aan te duiden en letter B voor de achterzijde.



Figuur 3 Kaart van Egypte met Antinoöpolis

¹² Heike SEFRIN-WEIS, *Pappus of Alexandria: Edited With Translation and Commentary by Heike Sefrin-Weis.*, London: Springer, 2010.

1196' A

	[β α β]	[β η ις]	[γ ε ιε]	[δ β η]	[δ θ λς]
	[α β β]	[η β ις]	[ε γ ιε]	[β δ η]	[θ δ λς]
	[β β δ]	β θ [ιη]	[γ ε ιη]	[δ γ ιβ]	δ ι μ
	[β β δ]	θ β ιη	[ε γ ιη]	γ θ ιβ	ι δ μ
5	[β] γ ε	β ι κ	γ ζ κα	δ δ ις	ε α ε
	[γ β ε]	ι β κ	ζ γ κα	δ δ ις	α ε ε
	[β δ η]	γ α γ	γ η κδ	δ ε κ	[ε β ι]
	[δ β η]	α γ γ	η γ κδ	ε δ κ	β ε ι
	[β ε ι]	γ β ε	γ θ κζ	δ ε κδ	ε γ ιε
10	[ε β ι]	β γ ε	θ γ κζ	ε δ κδ	γ ε ιε
	[β ε ιβ]	γ γ θ	γ ι λ	δ ζ κη	ε δ κ
	[ε β ιβ]	[γ γ θ]	ι γ λ	[ζ δ κη]	δ ε κ
	[β ζ ιδ]	γ δ ιβ	[δ α δ]	[δ η λβ]	[ε ε κε]
	[ζ β ιδ]	δ γ ιβ	[α δ δ]	[η δ λβ]	[ε ε κε]
	Col. I	Col. II	Col. III	Col. IV	Col. V
	[ε ε λ]	[γ ε ιη]	[ζ α ζ]	[ζ θ ξγ]	
	ε ζ λε	[ε δ κδ]	[α ζ ζ]	[θ ζ ξγ]	
	ζ ε λε	[δ ε κδ]	[ζ β ιδ]	[ζ ι ο]	
	ε η μ	ε ε λ	β ζ ιδ	[ι ζ ο]	
5	η ε μ	ε ε λ	ζ γ κα	[η α η]	
	ε θ με	ε ε λς	γ ζ κα	[α η η]	
	θ ε με	ε ε λς	ζ δ κη	[η β ις]	
	ε ι ν	ε ζ μβ	δ ζ κη	[β η ις]	
	ι ε ν	ζ ε μβ	ζ ε λε	[η γ κδ]	
10	ε α ε	ε η μη	ε ζ λε	[γ η κδ]	
	α ε ε	η ε μη	ζ ε μβ	[η δ λβ]	
	ε β ιβ	[ε θ νδ]	ε ζ μβ	[δ η λβ]	
	β ε ιβ	[θ ε νδ]	[ζ ζ μθ]	[η ε μ]	
	[ε γ ιη]	[ε ι ξ]	[ζ ζ μθ]	[ε η μ]	
		[ι ε ξ]	[ζ η νς]	[η ε μη]	
15			[η ζ νς]	[ε η μη]	
	Col. VI	Col. VII	Col. VIII	Col. IX	

1196¹ B

[+] τὸ θ εν ψων χξς > τῆς α θ +

τῶν β ς ιη	τῶν ρ ια θ	τῶν ,ς χξς[>]
τῶν γ γ	τῶν σ κβ ς ιη	τῶν ,ζ ψοζ> θ
τῶν δ γ θ	τῶν τ λγ γ	τῶν ,η ωπη L γ ιη
5 τῶν ε L ιη	τῶν υ μδ γ θ	τῶν ,θ ,α
τῶν ς >	τῶν φ νε L γ ιη	τῶν ,,α ,α ρια θ
τῶν ζ > θ	τῶν χ ξς >	
τῶν η L γ ιη	τῶν ψ οζ > θ	
τῶν θ α	τῶν ω πη L γ ιη	
10 τῶν ι α θ	[τῶν]ν + ρ	
τῶν κ β ς ιη	[τῶν ,α ρια θ]	
τῶν λ γ γ	[τῶν ,β σκβ ς ιη]	
τῶν ν ε L ιη	[τῶν ,γ τλγ γ]	
τῶν ξ ς >	[τῶν ,δ υμδ γ θ]	
15 τῶν ο ζ > θ	[τῶν ,ε φνε L ιη]	
τῶν π η L γ ιη		
τῶν ς ι		

1196¹ A

Col. I	Col. II	Col. III	Col. IV	Col. V
[2 × 1 = 2]	[2 × 8 = 16]	[3 × 5 = 15]	[4 × 2 = 8]	[4 × 9 = 36]
[1 × 2 = 2]	[8 × 2 = 16]	[5 × 3 = 15]	[2 × 4 = 8]	[9 × 4 = 36]
[2 × 2 = 4]	2 × 9 = [18]	[3 × 6 = 18]	[4 × 3 = 12]	4 × 10 = 40
[2 × 2 = 4]	9 × 2 = 18	[6 × 3 = 18]	3 × 4 = 12	10 × 4 = 40
[2] × 3 = 6	2 × 10 = 20	3 × 7 = 21	4 × 4 = 16	5 × 1 = 5
[3 × 2 = 6]	10 × 2 = 20	7 × 3 = 21	4 × 4 = 16	1 × 5 = 5
[2 × 4 = 8]	3 × 1 = 3	3 × 8 = 24	4 × 5 = 20	[5 × 2 = 10]
[4 × 2 = 8]	1 × 3 = 3	8 × 3 = 24	5 × 4 = 20	2 × 5 = 10
[2 × 5 = 10]	3 × 2 = 6	3 × 9 = 27	4 × 6 = 24	5 × 3 = 15
[5 × 2 = 10]	2 × 3 = 6	9 × 3 = 27	6 × 4 = 24	3 × 5 = 15
[2 × 6 = 12]	3 × 3 = 9	3 × 10 = 30	4 × 7 = 28	5 × 4 = 20
[6 × 2 = 12]	[3 × 3 = 9]	10 × 3 = 30	[7 × 4 = 28]	4 × 5 = 20
[2 × 7 = 14]	3 × 4 = 12	[4 × 1 = 4]	[4 × 8 = 32]	[5 × 5 = 25]
[7 × 2 = 14]	4 × 3 = 12	[1 × 4 = 4]	[8 × 4 = 32]	[5 × 5 = 25]
				[5 × 6 = 30]
Col. VI	Col. VII	Col. VIII	Col. IX	
[6 × 5 = 30]	[3 × 6 = 18]	[7 × 1 = 7]	[7 × 9 = 63]	
5 × 7 = 35	[6 × 4 = 24]	[1 × 7 = 7]	[9 × 7 = 63]	
7 × 5 = 35	[4 × 6 = 24]	[7 × 2 = 14]	[7 × 10 = 70]	
5 × 8 = 40	6 × 5 = 30	2 × 7 = 14	[10 × 7 = 70]	
8 × 5 = 40	5 × 6 = 30	7 × 3 = 21	[8 × 1 = 8]	
5 × 9 = 45	6 × 6 = 36	3 × 7 = 21	[1 × 8 = 8]	
9 × 5 = 45	6 × 6 = 36	7 × 4 = 28	[8 × 2 = 16]	
5 × 10 = 50	6 × 7 = 42	4 × 7 = 28	[2 × 8 = 16]	
10 × 5 = 50	7 × 6 = 42	7 × 5 = 35	[8 × 3 = 24]	
6 × 1 = 6	6 × 8 = 48	5 × 7 = 35	[3 × 8 = 24]	
1 × 6 = 6	8 × 6 = 48	7 × 6 = 42	[8 × 4 = 32]	
6 × 2 = 12	[6 × 9 = 54]	6 × 7 = 42	[4 × 8 = 32]	
2 × 6 = 12	[9 × 6 = 54]	[7 × 7 = 49]	[8 × 5 = 40]	
[6 × 3 = 18]	[6 × 10 = 60]	[7 × 7 = 49]	[5 × 8 = 40]	
	[10 × 6 = 60]	[7 × 8 = 56]	[8 × 6 = 48]	
		[8 × 7 = 56]	[6 × 8 = 48]	

[+] Le $\frac{1}{9}$ de (un talent) est $666 \frac{2}{3}$ (drachmes); de 1, $\frac{1}{9}$ +		
de 2 = $\frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	de 100 = $11 \frac{1}{9}$	de 6 000 = $666 \frac{2}{3}$
de 3 = $\frac{1}{3}$	de 200 = $22 \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	de 7 000 = $777 \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$
de 4 = $\frac{1}{3} + \frac{1}{9}$	de 300 = $33 \frac{1}{3}$	de 8 000 = $888 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$
5 de 5 = $\frac{1}{2} + \frac{1}{18}$	de 400 = $44 \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$	de 9 000 = 1 000
de 6 = $\frac{2}{3}$	de 500 = $55 \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ (sic) + $\frac{1}{18}$	de 10 000 = 1 111 $\frac{1}{9}$
de 7 = $\frac{2}{3} + \frac{1}{9}$	de 600 = $66 \frac{2}{3}$	
de 8 = $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$	de 700 = $77 \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$	
de 9 = 1	de 800 = $88 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$	
10 de 10 = 1 $\frac{1}{9}$	[de] 900 = 100	
de 20 = $2 \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	[de] 1 000 = $111 \frac{1}{9}$	
de 30 = $3 \frac{1}{3}$	[de] 2 000 = $222 \frac{1}{6} + \frac{1}{18}$	
(de 40 = $4 \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$)	[de] 3 000 = $333 \frac{1}{3}$	
de 50 = $5 \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$	[de] 4 000 = $444 \frac{1}{3} + \frac{1}{9}$	
de 60 = $6 \frac{2}{3}$	[de] 5 000 = $555 \frac{1}{2} + \frac{1}{18}$ (?)	
15 de 70 = $7 \frac{2}{3} + \frac{1}{9}$		
de 80 = $8 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$		
de 90 = 10		

Bespreking tafel 1

De lijst met vermenigvuldigingen op zijde A start met $2 \times 1 = 2$ en nadien dezelfde oefening maar dan andersom. Deze omkering van vermenigvuldiger en vermenigvuldigtal komt terug op het hele tafeltje en is een empirisch systeem om na te gaan of de uitkomst klopt. Hierboven zijn de vermenigvuldigingen te lezen die gaan tot $6 \times 8 = 48$ en gaat verder op zijde A van tafeltje twee.

Zijde B van het houten tafeltje bevat breuken van het getal negen. En gaat van 1 tot 10000. De aard van de oefening lijkt erop te wijzen dat ze niet louter werden gekopieerd maar zelf werden opgelost door de student in kwestie of iemand die de oefening dicteerde. En ja, ook in het Oude Egypte werden rekenfouten gemaakt. Zo is er op zijde B van dit tafeltje een foute berekening voor de deling $500/9 = 55 \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{18}$. De $\frac{1}{3}$ hoort hier niet thuis. Dit is merkwaardig aangezien $50/9$ wel correct werd opgelost. Dit toont aan dat elke afzonderlijk werd uitgevoerd, zonder te kijken naar de deling van het getal dat tien maal kleiner is.¹⁴

Zijde A kan gezien worden als een voorbeeld van de klassieke Griekse wiskunde, zijde B daarentegen krijgt een eerder praktische zijde aangezien de delingen worden uitgevoerd met talenten en drachmen als voorbeeld. Of dit gezien moet worden als een samensmelting van Griekse en faraonische wiskunde is een vraag die moeilijk te beantwoorden is. Zo is een toepassing op basis van munten in de wiskunde niet vreemd en zijn er in deze bronnen geen voorbeelden te zien van praktische berekeningen voor bouwkunde of driehoeksmeetkunde.

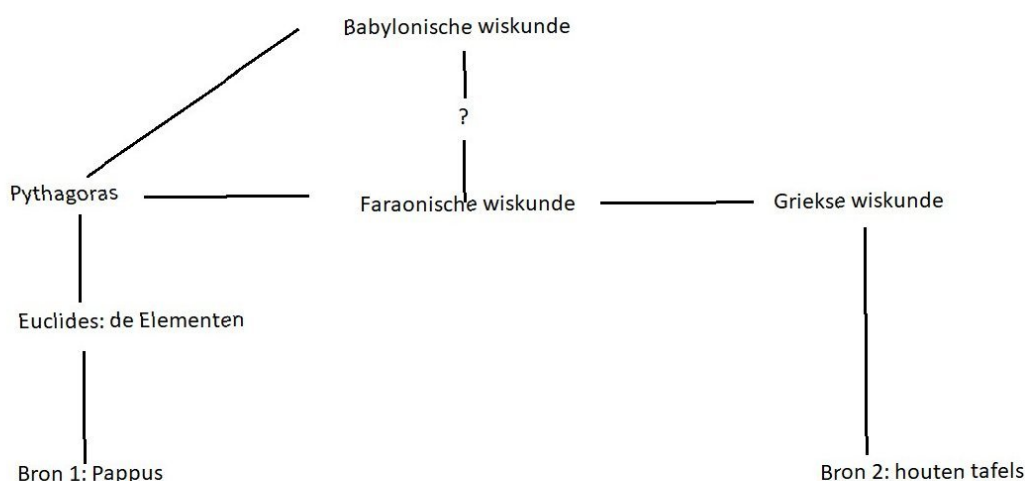
¹⁴ Ibidem.

Een reis doorheen de wiskunde

Het Plimpton 322 tablet mag dan wel erg gecontesteerd zijn, toch zijn er aanwijzingen dat ook de Babyloniërs gebruik maakten van Pythagorese drietallen. Naast dit tablet zijn er nog vele andere. Zo is er bijvoorbeeld het tablet YBC 7289, dat ook berekeningen bevat die verwijzen naar de stelling van Pythagoras. De Babyloniërs hebben misschien nooit de echte stelling geformuleerd of bewezen, maar het gebruik was hen niet onbekend. Nu rijst de vraag welke tussenstappen hier genomen moeten worden om tot bij Pappus te komen?

In 2007 verscheen het boek van Eli Maor over de geschiedenis van de stelling van Pythagoras. Hier kaart hij, zoals wel vaker, het probleem rond de piramides en hun geheimen aan. Om zo een constructie te kunnen bouwen, is wiskundige kennis zeer belangrijk, maar wisten de architecten ook meer over Pythagoras driehoeken. Driehoeken zijn immers een essentieel onderdeel van een pyramide. Een van de belangrijkste bronnen uit de faraonische periode voor de wiskunde is de Rhind papyrus, ontdekt door Egyptoloog Henry Rhind. Op deze papyrus zijn verschillende wiskundige problemen uitgewerkt maar er is helaas geen verwijzing naar de stelling van Pythagoras. Echter het stilzwijgen van de bronnen wil niet zeggen dat de Egyptenaren het niet kenden. Ondanks het ontbreken van de stelling is het wel duidelijk dat er reeds veel gekend was op vlak van wiskunde en trigonometrie. Deze kennis heeft ook zeker een invloed gehad op de latere Griekse wiskunde zoals eerder aangegeven.¹⁵

Na deze stap komen we uit bij Pythagoras en zijn stelling, die later een enorme invloed hadden op Euclides en de Euclidische meetkunde, die tot op de dag van vandaag nog steeds gebruikt wordt. Het lijkt erop dat er een lijn kan getrokken worden tussen de Babyloniërs en de Grieken voor driehoeksmetkunde, maar ook de invloed van Egyptenaren en hun praktische wiskunde moeten hier ondanks het ontbreken van de stelling van Pythagoras in de bronnen zeker aan deze lijst toegevoegd worden.



Figuur 4 Schematische voorstelling van mogelijke invloeden in de wiskunde

¹⁵ Eli MAOR, *The Pythagorean theorem: a 4.000 year history*, Princeton: Princeton university press, 2007; Clifford A. PICKOVER, *Het wiskunde boek*.

In de tweede bron is het veel moeilijker om een directe invloed terug te vinden. Deze schooloefeningen zijn langs de ene kant erg theoretisch maar langs de andere kant bevatten ze ook een praktische toepassing op munten. Ondanks het missen van een directe link naar een voorganger is de kans bestaande dat dit een samensmelting is van jaren aan wiskundige kennis en eventueel zelfs geïntroduceerd door andere beschavingen maar om dit met zekerheid te kunnen zeggen zal er naar een groter bronnencorpus moeten gekeken worden.

Even alles op een rij zetten. Onder de Babyloniërs kende de wiskunde een eerste bloeiperiode. Op de vele kleitabletten die bewaard zijn kunnen simpele praktische berekeningen worden teruggevonden, gaande van het tellen van de voorraden tot toepassingen in de bouwkunde. Uit deze periode zijn onze belangrijkste bronnen de Rhind papyrus en de Moskou papyrus.



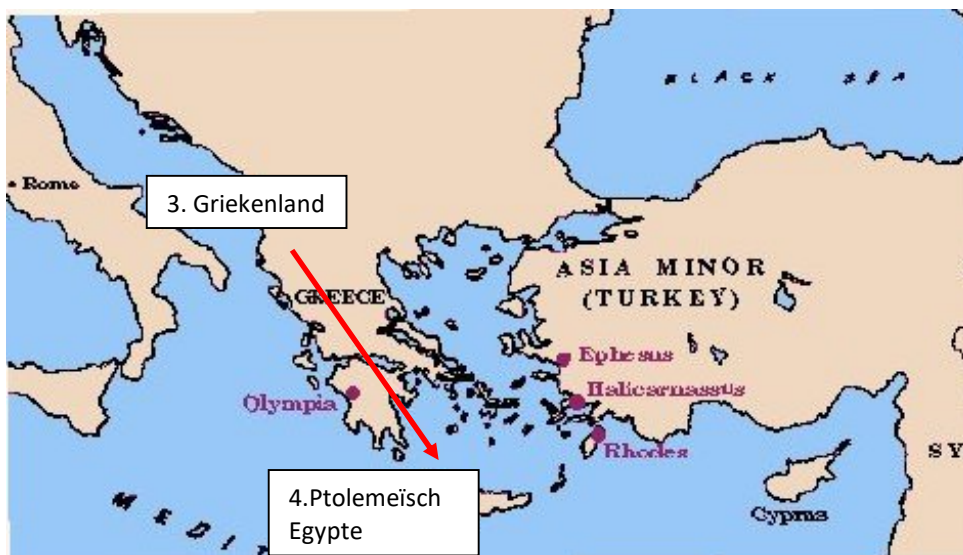
Figuur 5 Kaart van de invloed van Babylon op Egypte

Als tweede is er dan de faraonische wiskunde, gebruikt door de scriba die ook belangrijk was in praktische toepassingen. Nadien steken we de zee over naar Griekenland waar de praktische wiskunde wordt omgezet in een eerder theoretische vorm met stellingen en formules. In Griekenland vinden we ook zogenoemde wiskundige genieën terug zoals Archimedes, Ptolemaeus en uiteindelijk Pythagoras en de Pythagorese school.



Figuur 6 Kaart van de invloed van Egypte op Griekenland

Pythagoras en andere Griekse wiskundigen krijgen navolging wanneer een deel van de macht verschuift naar Ptolemeïsch Egypte en dan voornamelijk in de broeihaard van wetenschappelijke kennis uit die periode; Alexandrië. Hier komt de Euclidische meetkunde tot stand en worden er grote samenvattende werken geschreven zoals dat van Pappus van Alexandrië. In deze werken is de invloed van andere beschavingen en bloeiperioden nooit ver weg. Tot hier dus de ons welbekende werken die werden overgeleverd via middeleeuwse manuscripten.



Figuur 7 Kaart van de invloed van Griekenland op Ptolemeïsch Egypte

Evenwijdig hieraan loopt de wiskunde die werd aangeleerd en die we terug vinden op bronnen zoals papyri en houten tafels. Hier is de lijn zoals eerder vermeld veel minder rechtlijnig maar toch neemt dit niet weg dat er aanwijzingen zijn van invloeden van buitenaf.

Voor beide vormen van wiskunde blijft het moeilijk om verder terug te gaan dan de Griekse wiskunde. Zoals wel vaker hoe verder terug in de tijd hoe moeilijker het wordt om met

zekerheid te zeggen dat een link wel degelijk een link is. Zo missen we tussen de Babylonische en de Klassieke Griekse periode de tussenstappen die ons beeld vervolledigen.

Ware genieën bestaan niet?

Van Plimpton 322 in Babylonië tot Pappus in Alexandrië. De weg die werd afgelegd is zeker niet rechtlijnig geweest. Sommige invloeden voornamelijk in de ons bekendere Griekse wiskunde zijn makkelijker zichtbaar dan sommige andere samensmeltingen van wiskundige kennis. Het werk van Pappus is van dit eerste een echt schoolvoorbeeld met invloeden van Euclides, Pythagoras en andere wiskundigen en mogelijk zelfs al dan niet directe invloed uit de praktische wiskunde van de Babyloniërs en misschien zelfs faraonisch Egypte.

Over Ptolemeïsch Alexandrië kan dus gezegd worden dat invloeden uit andere periode en beschavingen nooit veraf waren. Voor de rest van Ptolemeïsch Egypte is dit veel moeilijker waar te nemen in de gekende bronnen. Toch is ook hier de kans groot dat er invloeden van overal waren in bijvoorbeeld de schoolboeken in de rest van Egypte.

Academici zijn het eens over de kennis van Babyloniërs van Pythagorese drietallen en ook over de versmelting in Egypte en Griekenland van de praktische en de theoretische wiskunde en ook de invloeden van andere wiskundigen in het werk van de Alexandrijnse wiskundigen is bijna niet uit te sluiten. Ondanks de vele gelijkenissen die te vinden zijn in de wiskunde door de Oudheid heen blijft het moeilijk om van directe invloeden te spreken. Op veel plekken zijn er nog missing links, zo missen we verschillende tussenstappen tussen Babylon en Pythagoras.

Daarom zou een interessante volgende stap een uitgebreider onderzoek zijn van de wiskundige bronnen in Babylon en in Faraonisch Egypte en deze nog meer in diepte vergelijken met de theoretische geschriften uit Alexandrië.

TM verwijzing.

www.trismegistos.org/authorwork/450 werk Pappus

TM 64825 / LDAB 6063 houten tafeltjes

Vertalingen van Synagoge van Pappus van Alexandrië:

1 F. Hultsch, *Pappi Alexandrini Collectionis quae supersunt e libris manu scriptis (with Latin translation and commentary)*, 3 vols., 1876-1878

2 A. Jones, *Pappus of Alexandria. Book 7 of the Collection*, 2 vols., 1986

3 P. Ver Eecke, *Pappus d'Alexandrie. La Collection mathématique (French translation and commentary)*, 2 vols., 1933

4 W. Thomson, *The Commentary of Pappus on Book X of Euclid's Elements (Arabic text with English translation and commentary)*, 1930

5 G. Junge, *Das Fragment der lateinischen Übersetzung des Pappus-Kommentars zum 10. Buch Euklids*, in: *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik, Abt. B*, vol. 3, 1934, 1-17

6 SEFRIN-WEIS Heike, *Pappus of Alexandria: Edited With Translation and Commentary by Heike Sefrin-Weis*, London: Springer, 2010.

Bibliografie

Moderne studies

ABDULRAHMAN A. Abdulaziz, "The Plimpton 322 Tablet and the Babylonian Method of

Generating Pythagorean Triples", *Cornell University Library*, 2010.

AUFRÈRE Sydney H en Marie-Hélène MARGANNE, "Encounters between Greek and Egyptian Science", in: Katelijnn VANDORPE (red.), *A Companion to Greco-Roman and Late Antique Egypt*, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, Inc., 2019, 501-518.

CAUDELIER Patrice, "Cinq tablettes en bois au musée de Louvre", *Revue Archéologique* /2, 1983, 259-280.

CUOMO Serafina, *Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity*, Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

FRASER Peter Marshall, *Ptolemaic Alexandria*, 3 dln., dl. 1, Oxford: Clarendon, 1972.

HUYLEBROUCK Dirk, "Pythagoras is back", *Eos Blogs*, 2019, <
<https://www.eoswetenschap.eu/pythagoras>>, geraadpleegd op 20/06/2020.

JONES Alexander, "Mathematics, science and medicine in the papyri", in: Roger S. BAGNALL (red.), *The Oxford handbook of papyrology* Oxford: Oxford University press, 2009.

MAOR Eli, *The Pythagorean theorem: a 4.000 year history*, Princeton: Princeton university press, 2007.

PICKOVER Clifford A., *Het wiskunde boek*, Kerkdriel: Librero, 2012.

RIHLL T. E. , "Science and Technology: Alexandrian", in: Alan B. LLOYD (red.), *A Companion to Ancient Egypt*, Oxford: Wiley-Blackwell, 2010, 409-424.

ROSSI Corinna, "Science and Technology: Pharaonic", in: Alan B. LLOYD (red.), *A companion to Ancient Egypt*, 2 dln., dl. 1, Oxford: Wiley-Blackwell, 2010.

S.N., "Pythagoras bedacht beroemde stelling niet als eerste", *De Standaard*, 2017, < https://www.standaard.be/cnt/dmf20170901_03047729 >, geraadpleegd op 27/04/2020.

---, "Zet dit 3.700 jaar oude kleitablet de geschiedenis van de wiskunde op zijn kop? Wetenschappers zeggen van wel", *De Morgen*, 2017, < <https://www.demorgen.be/tech-wetenschap/zet-dit-3-700-jaar-oude-kleitablet-de-geschiedenis-van-de-wiskunde-op-zijn-kop-wetenschappers-zeggen-van-wel~bd6a3761/> >, geraadpleegd op 27/04/2020.

SEFRIN-WEIS Heike, *Pappus of Alexandria: Edited With Translation and Commentary by Heike Sefrin-Weis.*, London: Springer, 2010.