

5161 ~~PAF~~
TANNERY, P.
1930



5161 ~~PAF~~
TANNERY, P.
1930

POUR L'HISTOIRE
DE
LA SCIENCE HELLÈNE

PAR

Paul TANNERY

DE THALÈS A EMPÉDOCLE

DEUXIÈME ÉDITION

PAR A. DIES

Correspondant de l'Institut,
Professeur à la Faculté libre des Lettres d'Angers

Avec une Préface de M. FEDERIGO ENRIQUES.



PARIS

GAUTHIER-VILLARS ET C^e, ÉDITEURS

LIBRAIRES DU BUREAU DES LONGITUDES, DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE
Quai des Grands-Augustins, 55.

1930

Hippasus. Tannery, Paul: Pour l'histoire de la Science Hellène. 1887. siche A.
Scriptores philosophi.

Tannery, Paul: Pour l'histoire de la Science Hellène. De Thalès à Empédocle.
Paris: F. Alcan 1887. (VII, 396 S.) S. Fr. 7.50.

Introduction (p. 1-17). I. Les Doxographes grecs (p. 18-28). II. La chronologie
des Physiologues (p. 29-51). III. Thalès de Milet (p. 52-80). IV. Anaxi-
mandre de Milet (p. 81-118). V. Xenophane de Colophon (p. 119-145).
VI. Anaximène (p. 146-167). VII. Heraclite d'Ephèse (p. 168-200).
VIII. Hippasos et Alcmeon (p. 201-217). IX. Parménide d'Elée (p. 218-240).
X. Zenon d'Elée (p. 247-261). XI. Melissos de Samos (p. 262-274).
XII. Anaxagore de Clazomène (p. 275-303). XIII. Empédocle d'Agrigonte
(p. 304-338). — Appendices. I. Theophraste sur les Sensations (p. 341-368).
II. Sur l'Arithmétique pythagorienne (p. 369-391). Tables des matières.
Vel. P. Natomp.

11625/13

APPENDICE II

SUR L'ARITHMÉTIQUE PYTHAGORIENNE

1. J'ai dit (p. 275, note 2) et j'ai essayé d'établir dans mon livre sur la *Géométrie grecque* (p. 81 suiv.) que, vers le milieu du ^{ve} siècle avant notre ère, un groupe pythagorien a dû publier, pour se faire de l'argent, les travaux géométriques du Maître. Il n'y a, pour l'arithmétique, aucun indice d'une publication analogue. Si donc on peut regarder comme valables, en tant du moins qu'ils remontent à Eudème, les témoignages de l'antiquité relatifs aux connaissances géométriques de l'École, la question est toute différente pour l'arithmétique. Je me propose ici, non pas de résoudre cette question, mais de préciser comment elle se pose.

Tout d'abord, quand on parle de l'*arithmétique* chez les Grecs, il faut entendre la théorie des propriétés des nombres et exclure tout ce qui concerne le calcul, c'est-à-dire ce qui, depuis Platon au moins, a été appelé *logistique*. La distinction entre la science abstraite et l'art concret du calcul est unanimement attribuée à Pythagore par la tradition, ce qu'il suffit de constater pour le moment.

Dès le début de la période alexandrine, chez Euclide, l'arithmétique nous apparaît traitée à la façon géométrique dans les trois livres des *Éléments*, VII, VIII et IX; ce sera là désormais la matière de l'enseignement classique pour ceux qui veulent étudier les mathématiques. Doit-on considérer d'ailleurs comme appartenant à Euclide, soit la forme, soit le cadre de cet enseignement? Évidemment non; mais jusqu'où faut-il les faire remonter? La publication géométrique de l'école de Pythagore contenait-elle déjà une ébauche des livres arithmétiques des *Éléments* aussi bien que de la majeure partie des livres géométriques, ou bien

l'idée d'appliquer à la démonstration des vérités arithmétiques les procédés déjà en vigueur, depuis plus ou moins longtemps, pour la géométrie est-elle seulement venue à quelque mathématicien postérieur ? Il est bien difficile de se prononcer.

D'un côté, l'ordre même suivi par Euclide, le rejet de l'arithmétique après la géométrie, est absolument contraire à la tradition pythagorienne, et il ne semble pouvoir s'expliquer que si la partie des *Éléments* relative aux nombres a été, dans le *corpus* antérieur refondu par leur auteur, une addition faite depuis l'origine de ce *corpus*. D'autre part, Aristote connaît comme pythagorienne, pour l'incommensurabilité de la diagonale et du côté d'un carré, une démonstration qui se faisait en prouvant que la commensurabilité exigerait qu'un même nombre fût à la fois pair et impair. Or cette démonstration, qui d'ailleurs se retrouve encore aujourd'hui dans Euclide, suppose sur les nombres certaines notions qui ont pu, dès l'origine, être établies avec l'appareil géométrique et se trouver ainsi intercalées à une place n'ayant aucun rapport avec leur caractère primordial. Le noyau formé par ces notions aura pu être successivement grossi par les auteurs géométriques, depuis Hippocrate de Chios jusqu'à Euclide.

Quoi qu'il en soit, on doit constater : 1^o que la façon dont Euclide a traité l'arithmétique ne peut aucunement être regardée comme une tradition pythagorienne ; 2^o que le cadre qu'il a rempli a sans doute, sur certains points, dépassé les connaissances de l'École, car, même en admettant, par exemple, qu'elle se soit occupée des nombres *parfaits*, *abondants* ou *déficients* (1), il est invraisemblable que la construction euclidienne du nombre parfait ait été connue au temps de Platon ; 3^o qu'au contraire ce cadre laissait en dehors nombre de questions dont les pythagoriens s'étaient certainement occupés, ainsi que je le montrerai plus loin, notamment celles relatives aux sommations, nombres polygones, pyramidaux, etc. ; 4^o que par conséquent il y'avait pendant la période hellène, au moins au IV^e siècle, une façon de traiter l'arithmétique différente de celle qui devint, chez les mathématiciens, classique après Euclide, et que cette façon fut, dans la suite, attribuée aux pythagoriens.

2. Vers la fin du I^{er} siècle de notre ère, la tradition relative à ce

(1) Le nombre parfait est celui qui est égal à la somme de ses diviseurs, comme 6, 28, 496 ; le déficient est le nombre plus grand que cette somme, l'abondant, le nombre plus petit.

mode d'enseignement aboutit à l'*Introduction arithmétique* de Nicomaque de Gérasa, qui prenait d'ailleurs le titre de pythagoricien. Ce petit traité n'est de fait qu'un manuel destiné aux étudiants en philosophie, mais il eut la fortune singulière de devenir l'ouvrage arithmétique classique, quand la décadence des études scientifiques se prononça; son influence se prolongea pendant tout le moyen âge; les derniers Byzantins, comme Isaac Argyre, le commentent encore, tandis que sa paraphrase latine par Boèce domine en Occident. Comme cadre, il embrasse d'ailleurs l'ensemble des travaux de la période hellène, avec leurs développements pendant la période alexandrine; comme forme, il se distingue par l'absence de toute démonstration réelle; la théorie est systématiquement réduite au procédé de généralisation par simple induction, mais elle est agrémentée de digressions à prétentions philosophiques, qui furent certainement le motif déterminant du succès de l'ouvrage, eu égard au public auquel il s'adressait.

Nicomaque composa également, sous le nom de *Théologoumènes de l'arithmétique*, un traité perdu qui nous est connu tant par l'analyse qu'en a fait Photius dans sa *Bibliothèque*, que par des extraits qui figurent dans un livre anonyme du ^{iv}e siècle de notre ère, livre qui porte le même titre et est conçu sur le même plan. Les propriétés mystiques des divers nombres de la décade γ sont successivement exposées pour chacun d'eux, en même temps qu'une très riche et très singulière synonymie d'après laquelle ces nombres auraient reçu des appellations ou des épithètes appartenant à des divinités du Panthéon hellène ou à des personnifications mythologiques.

Nous possédons encore, du ⁱⁱe siècle avant notre ère, l'ouvrage de Théon de Smyrne: *Ce qui en mathématiques est utile pour la lecture de Platon*, dont l'auteur traite d'abord de l'arithmétique, sur un plan analogue à celui de Nicomaque dans son *Introduction*; puis de la Musique, où il comprend la théorie des rapports et des proportions, ce en quoi il paraît suivre la tradition antique; viennent ensuite, passablement développées, les propriétés mystiques de la décade, puis quelques mots sur la Géométrie, la stéréométrie et les médiétés ⁽¹⁾, après quoi Théon passe à l'Astronomie.

(1) Les anciens appelaient de ce nom un groupe de trois termes, dont le moyen était déterminé en fonction des deux autres par suite d'une égalité établie entre le rapport de deux différences des termes et celui de deux termes; ils distinguaient dix sortes de médiétés; les premières, médiétés

3. Au iv^e siècle, Iamblique compose sur l'arithmétique un traité qui est un véritable commentaire de l'*Introduction* de Nicomaque et qui a été édité d'une façon assez incorrecte par Tennulius (Arnheim, 1668). Ce traité formait la quatrième partie d'un ouvrage intitulé : *Discours sur la secte pythagorique*, et dont nous possédons également les trois premiers livres, *Sur la Vie pythagorique*, *Exhortation à la Philosophie*, *Sur la science mathématique en général*. D'un scholie à la vérité incomplet, comme des passages où Iamblique annonce des développements ultérieurs, on a conclu qu'il avait dû aller jusqu'à la décade pythagorique et que nous aurions par suite perdu six livres : *Sur la physique*, *Sur l'éthique*, *Sur la théologie*, *Sur la musique*, *Sur la géométrie*, *Sur la sphérique*. Il n'y a pas cependant de preuves décisives établissant que Iamblique avait complètement achevé son travail, qui était une compilation d'auteurs antérieurs et en général, pour les mathématiques au moins, plus anciens que Nicomaque; aucune trace ne subsiste en effet des trois derniers *Discours*. Mais Syrianos, dans ses commentaires sur la Métaphysique d'Aristote (Venise, 1536) cite le V^e et le VII^e livre de Iamblique, et ces citations semblent bien indiquer que ces livres étaient respectivement consacrés, en fait, à la physique et à la théologie.

On peut trouver singulière cette intercalation de trois livres qui rompent la série de l'exposition des quatre sciences mathématiques reconnues par les pythagoriens; mais il faut se rendre compte que, malgré l'apparence, ces trois livres formaient la suite naturelle de l'arithmétique, en traitant, conformément à la tradition, du rôle des nombres dans la nature et de leurs propriétés mystiques soit dans l'ordre humain, soit dans l'ordre divin. Les citations de Syrianos, qui touchent expressément les nombres, confirment l'exécution de ce plan, très nettement exposé par Iamblique à la fin de son IV^e livre, celui consacré à l'arithmétique :

« Arrêtons ici l'introduction suivant le pythagorien Nicomaque. Plus tard, si Dieu le permet, nous rendrons plus complète cette même introduction arithmétique et nous t'offrirons ce complément, puisque, par le moyen de cet écrit, tu seras déjà capable d'aller plus loin. Nous y comprendrons tous les autres *épanthèmes*

arithmétique, géométrique et harmonique correspondent aux proportions continues de même nom chez les modernes; les autres ne sont plus considérées de nos jours.

relatifs aux nombres depuis l'unité jusqu'à la décade et rentrant dans la physique, dans l'éthique et encore et surtout dans la théologie; ainsi il te sera plus facile et très simple de recevoir l'enseignement des trois introductions suivantes, je veux dire de la Musique, de la Géométrie et de la Sphérique. »

Ainsi Iamblique annonce, avant de passer aux trois autres sciences mathématiques, un *seul* traité, que l'abondance des matières lui aura fait diviser en trois livres, mais qu'il considère comme faisant essentiellement partie de l'arithmétique. On voit aussi, qu'en dehors des considérations générales (qu'on peut croire, étant donné Iamblique, avoir été passablement étendues, mais sans intérêt majeur), ce traité devait surtout être constitué par des développements sur les propriétés mystiques des dix premiers nombres, les seuls qui paraissent jamais avoir été l'objet de spéculations de ce genre.

4. La perte des trois livres en question de Iamblique est compensée pour nous dans une certaine mesure par l'existence de cette petite compilation anonyme dont j'ai déjà parlé et qui est intitulée les *Théologoumènes de l'arithmétique* (éditée en dernier lieu par Ast, Leipzig, 1817). La date de cette compilation ne peut guère être précisée; l'auteur le plus récent qu'elle cite est Anatolius, qui fut un des maîtres de Iamblique et qui avait écrit lui-même dix livres sur les nombres successifs de la décade. On a attribué les *Théologoumènes* à Iamblique et prétendu que cet ouvrage représentait son livre VII. Cette opinion ne peut se défendre; ce n'est ni son style, ni ses procédés de compilation; la citation faite par Syrianos ne peut s'y retrouver; enfin et surtout les *Théologoumènes* correspondent, non pas au livre VII seul, mais bien aux livres V, VI et VII de Iamblique. Ils exposent, en effet, pour chacun des nombres de la décade pris successivement, à la fois les propriétés d'ordre physique, d'ordre éthique et d'ordre théologique; nous y voyons, par exemple, pour le nombre 5, qu'il y a cinq éléments (propriété physique), que la pentade est au plus haut degré représentative de la justice (propriété éthique), qu'elle est appelée *Némésis*, etc. (propriété théologique).

Évidemment l'auteur a puisé aux mêmes sources que Iamblique; certains passages se retrouvent exactement comme fond et sous une forme au moins très voisine, par exemple dans le traité arithmétique qui constitue le livre IV de Iamblique; mais la confusion qui règne, à l'intérieur du chapitre consacré à chaque

nombre, entre les propriétés de divers ordres, semble assez prouver que le compilateur n'a pas profité du travail opéré par Iamblique pour distinguer ces propriétés d'après leur caractère, et que par suite il a dû écrire vers la même époque, mais avant la publication des trois livres V à VII. Les *Théologoumènes* doivent donc nous représenter, encore plus fidèlement que ne le feraient ces trois livres perdus, l'état de la tradition avant Iamblique.

5. Le plus important morceau de cette compilation (p. 61) est un fragment de Speusippe, malheureusement corrompu en divers endroits, mais qu'il est relativement facile de corriger. J'en donnerai plus loin la traduction annotée; pour le moment, je vais reproduire les indications qui le précèdent :

« Speusippe, fils de Potone, sœur de Platon, auquel il succéda à l'Académie avant Xénocrate ⁽¹⁾, ne cessa d'étudier tout particulièrement les leçons des pythagoriciens et surtout les écrits de Philolaos; il composa un très joli petit livre qu'il intitula : *Sur les nombres pythagoriques*. Du commencement à la moitié, il y traite avec une rare élégance :

» Des nombres *linéaires, polygones, plans et solides* de toute sorte;

» Des cinq figures qu'on attribue aux éléments du monde, de leurs propriétés particulières et corrélatives ⁽²⁾;

» De la proportion continue et de la discontinue ⁽³⁾.

(1) Διαδοχος δὲ ἀκαδημίας, πρὸ Ξενοκράτους ἐξαιρέτως σπουδασθεῖσων ἀεὶ πυθαγορικῶν ἀκροάσεων. La virgule doit évidemment être placée après Ξενοκράτους, sans quoi ἀεὶ demeure inexplicable. Au reste, Xénocrate, suivant l'exemple de Speusippe, écrivit deux livres : *Sur les nombres* et *Théorie des nombres* (Diog. L., IV, 3).

(2) Ἰδιότητος αὐτῶν πρὸς ἄλληλα καὶ κοινότητος. Le mot καὶ doit être transposé avant πρὸς.

(3) Ἀναλογίας τε καὶ ἀνακολουθίας. Avant ἀναλογίας, on pourrait désirer la répétition de la préposition περὶ pour mieux marquer la division en trois parties de la première moitié du livre de Speusippe, car il est impossible d'expliquer ces deux termes d'*analogie* et d'*anacoluthie* en les rapportant aux cinq polyèdres réguliers, dont Speusippe avait parlé en second lieu, comme Platon dans le *Timée*, quoiqu'à vrai dire ce fût là l'objet de spéculations purement géométriques et non pas arithmétiques. Car si les anciens ont pu dénommer des nombres comme *pyramides* (tétraèdres) ou *cubes* (hexaèdres), ils ne semblent jamais en avoir considéré comme octaèdres, dodécaèdres ou icosaèdres.

Quant aux deux termes d'*analogie* et d'*anacoluthie*, le second n'est pas connu d'ailleurs comme technique. Le premier désigne d'habitude la proportion (en général géométrique) entre trois ou quatre termes. Mais plus loin, Speusippe l'emploie nettement pour désigner une progression par différence, qu'il qualifie de première analogie; il doit donc entendre par *analogie*

» Après quoi, la seconde moitié du livre est directement consacrée à la *décade*. Speusippe montre qu'elle est au plus haut degré naturelle et formatrice dans les choses; qu'elle est comme une idée organisatrice des effets cosmiques, et cela par elle-même, sans qu'il y ait rien là qui dérive de nos opinions, du hasard ou de la fantaisie; enfin qu'elle a été, pour le Dieu auteur de l'Univers, comme un modèle accompli de tous points. Voici au reste comment il en parle. »

Il est inutile d'insister sur le caractère néo-platonicien de cette dernière phrase; il n'enlève aucune authenticité ni au fragment qui suit, ni aux renseignements qui précèdent. Or, nous retrouvons déjà là l'ébauche du plan de l'arithmétique pythagorienne, tel que le conçoit Iamblique, c'est-à-dire l'exposition des propriétés générales des nombres, suivie de l'exposition des propriétés spéciales et plus ou moins mystiques des dix premiers nombres.

D'autre part, le sujet de la première partie du livre de Speusippe atteste suffisamment que l'arithmétique pythagorienne dépassait déjà le cadre auquel Euclide s'est restreint et s'étendait dans celui qu'a rempli Nicomaque (1).

6. Je ne discuterai pas par le menu les additions de détail et les changements de terminologie qui ont pu avoir lieu, dans l'intérieur de ce cadre, depuis l'époque de Speusippe. Iamblique donne à cet égard des renseignements précieux, et j'aurai l'occasion de signaler plus loin les plus importants. Il serait, à divers égards, plus inté-

une progression (sans limitation du nombre des termes), soit d'ailleurs arithmétique (première analogie), soit géométrique (seconde analogie).

Le terme d'*anacoluthie* peut dès lors recevoir une explication très simple. Ce sera une proportion arithmétique ou géométrique entre quatre termes (ou une suite de proportions entre un plus grand nombre de termes) ne formant point progression. Ainsi les proportions discontinues :

$$\begin{array}{c} \div 1 \cdot 2 : 5 \cdot 6 \\ \div \div 1 : 2 :: 8 : 16 \end{array}$$

appelées plus tard *analogies* entre quatre termes, auraient été nommées *anacoluthies* par Speusippe.

(1) L'antiquité des dénominations dont il s'agit ici, et par conséquent des théories figuratives qui leur ont donné naissance, est attestée d'ailleurs, pour les termes *plans* et *solides*, par des textes de Platon, et pour celui de *polygones* par le titre d'un ouvrage de Philippe le Locrien (Suidas, v. φιλόσοφος). Le fragment de Speusippe est au contraire unique à cette époque pour l'expression *linéaires* (γραμμικαί), désignant les nombres déjà dits autrement *premiers* ou *non-composés*, et pour celle de nombre *pyramide*, que l'on retrouvera plus loin. Ici, elle rentre dans le terme général : *solides de toutes sortes*.

ressant de déterminer le degré d'antiquité réel et la véritable origine des spéculations sur les nombres de la décade.

Il n'est pas clair que Speusippe se soit étendu sur les propriétés spéciales des nombres autres que 10, mais il est suffisamment connu par Aristote qu'une partie au moins des pythagoriens s'attachait exclusivement aux dix premiers nombres pour développer à leur sujet des considérations d'ordre physique ou moral. Quant aux tendances proprement mystiques, leur ancienneté n'est pas aussi authentiquement assurée et l'on est généralement porté à considérer leur développement comme s'effectuant à partir de la renaissance du pythagorisme, pendant la période gréco-romaine, et sous l'influence des idées orientales.

A la vérité, Iamblique est imbu de ces idées et on en trouve des traces incontestables dans les *Théologoumènes* (par exemple le mot d'*anges*). Mais une conclusion formelle ne peut être tirée de là. La synonymie mystique, déjà complètement développée du temps de Nicomaque, a au contraire un caractère exclusivement hellène; si lui-même est un Oriental, il paraît avoir utilisé, comme source principale et immédiate, les écrits de Moderatus de Gades, qui lui-même se rattache à l'école fondée à Rome, au premier siècle avant notre ère, par un certain Sextius (Sextus de Iamblique) et dont les disciples ont, comme leur maître, reçu la culture grecque, mais appartiennent surtout à l'Occident. C'est à cette école qu'on doit de fait la naissance du néo-pythagorisme, qui, à compter de Nicomaque, se perd dans l'éclectisme général.

Sextius a sans doute mélangé aux éléments traditionnels de nouvelles formules, mais les a empruntées directement aux stoïciens. Quant aux éléments traditionnels, Iamblique prétend qu'il les a recueillis directement (*κατὰ διὰδοχὴν*). Il faudrait admettre pour cela que, tandis que le pythagorisme proprement dit s'éteignait dans la Grèce propre, tandis qu'il ne revivait dans aucun des États fondés par les successeurs d'Alexandre, l'*acousmatisme* aurait obscurément persisté dans l'Italie, désormais isolée de la Grèce à la suite de la conquête romaine, et que ce serait ainsi que, la première de toutes les écoles philosophiques grecques, la secte pythagorique se trouva implantée à Rome.

Mais, quoiqu'il y ait quelques indices d'une continuation, pendant cette période obscure, des orgies pythagoriques en Italie, quoique certains des nombreux fragments éthiques qui nous ont été conservés par Stobée sous le nom de divers pythagoriens puissent

provenir en fait d'Italiens de la Grande-Grèce ayant ainsi vécu sous la domination romaine, il n'en est pas moins beaucoup plus probable que la tradition recueillie par Sextus fut surtout représentée pour lui par l'œuvre des faussaires alexandrins, d'autant plus libres dans leurs inventions relatives au pythagorisme que l'École avait plus complètement disparu en Orient et que les documents qui la concernaient étaient plus vagues et moins authentiques. On se trouve dès lors en présence de problèmes dont la solution ne semble guère pouvoir être espérée; cependant, pour ce qui concerne notamment la synonymie mystique relative aux nombres, il ne semble point que les idées orientales, dont les Grecs de cette époque s'étaient encore à peine imbus, aient pu avoir quelque influence sérieuse.

7. Examinons maintenant quelle peut être la valeur des citations expresses, relatives à l'arithmétique, d'auteurs déterminés qui se rencontrent dans les sources que nous avons mentionnées? En les passant en revue, il convient d'exclure celles de ces citations dont la tendance est seulement philosophique, comme celles qui se rapportent au rôle des idées d'unité ou de dualité; il convient aussi d'examiner à part celles dont le caractère est purement scientifique. L'origine des citations de ces deux classes peut en effet être différente; les dernières peuvent provenir, par exemple, de l'histoire arithmétique d'Eudème, les premières se trouvent, au contraire, liées en général à la tradition platonicienne et doivent faire l'objet de discussions spéciales.

Il est impossible de soutenir l'authenticité d'écrits pythagoriens sous des noms d'auteurs antérieurs à Philolaos ou à Archytas. Cependant il faut remarquer que la tradition attribue, soit à Pythagore, soit à ses disciples immédiats, la rédaction de poèmes mis sous le nom d'Orphée, et que, si ces poèmes ont été l'objet de falsifications et d'interpolations de toutes dates, il en existait incontestablement dès le ^v^e siècle avant notre ère.

On ne peut donc négliger absolument les citations des *Théologoumènes* (VI et IX), d'après lesquelles :

1^o Les pythagoriens, suivant les traces d'Orphée, appelaient l'hexade *holomélie*, ce qui paraît se rapporter à la propriété du nombre 6, en tant que parfait, d'être égal à la somme de ses parties aliquotes;

2^o Orphée et Pythagore ont particulièrement appelé l'ennéade *Kourétide*, *Hypérion*, *Terpsichore*. Ici nous sommes en plein

mysticisme, et nous rencontrons cette singulière synonymie que Nicomaque a recueillie.

Ceci ne pourrait-il pas nous faire croire que cette synonymie est apparue tout d'abord dans des hymnes analogues à ceux qui nous restent sous le nom d'Orphée, mais consacrés aux nombres de la décade? Ne serait-elle dès lors qu'une fantaisie alexandrine?

8. Du pythagorien Aristée de Crotone, successeur immédiat de Pythagore, suivant la tradition, Iamblique (p. 168) rapporte qu'il avait parlé de la proportion :

$$6 : 8 :: 9 : 12,$$

enseignée à Pythagore par les Babyloniens, et les *Théologoumènes* (VI) disent qu'il avait montré que, dans la décade, il n'est pas possible de trouver un autre nombre que 6 susceptible de tous les rapports de l'harmonie psychique, c'est-à-dire sans doute pouvant servir de point de départ à une telle proportion.

Cette citation ne pourrait avoir de valeur que si elle s'appuyait sur un témoignage traditionnel de Philolaos, auquel la connaissance de cette proportion et la désignation de l'âme comme harmonie sont au reste attribuées. Une attribution de ce genre ne peut guère être contestée, puisqu'elle se réfère à un ouvrage célèbre dans l'antiquité et qui existait certainement encore au temps de Iamblique. On a de cet ouvrage de nombreux fragments, dont l'authenticité est généralement reconnue et dont plusieurs ont un caractère mystique très accusé; mais je me borne aux citations qui concernent spécialement les nombres.

Il semble résulter du texte de Nicomaque (II, 26) que Philolaos aurait appelé le cube *harmonie géométrique*, parce que, dans les nombres des faces, des sommets et des arêtes de ce polyèdre, il retrouvait la proportion harmonique : 6, 8, 12.

Il est à remarquer que, d'après le commentaire inédit d'Asclépius sur Nicomaque, cette appellation du cube aurait été mentionnée par Aristote dans son traité *De l'âme*, tandis que dans le texte que nous possédons de ce traité, cette mention ne se retrouve pas. D'autre part, d'après le fragment 2 de Philolaos, celui-ci entendait proprement par *harmonie* l'octave, formée par la réunion de la *syllabe* (quarte) et de la *ῥή* ἑξῆς (quinte), ce qui se retrouve bien dans la proportion harmonique ci-dessus. Ceci tend à faire penser que, s'il a défini l'âme une *harmonie*, il supposait quelque combinaison analogue à celle de Platon dans le *Timée*.

Théon (*Mus.*, 49) dit que Philolaos s'était longuement étendu sur les propriétés de la *décade*, et les *Théologoumènes* (X) ajoutent que, d'après lui, on l'a appelée *foi*; toutefois, leur texte ne permet pas de décider s'il lui avait en réalité donné ce nom, ou si quelque néo-pythagoricien avait trouvé dans son langage un motif suffisant pour adopter cette synonymie.

Les *Théologoumènes* (IV) citent encore un fragment du livre *De la nature*, fragment d'après lequel Philolaos distinguait dans l'homme quatre parties primordiales : le cerveau, le cœur, le nombril, les organes génitaux. Ici nous rencontrons, dans ce quaternaire, un type des énumérations de choses qui sont au nombre de trois, quatre, cinq, etc., énumérations fréquentes dans les divers documents relatifs aux pythagoriens. C'est principalement sous cette forme qu'ils présentaient les propriétés des nombres relativement à la physique; on doit voir surtout là un procédé mnémotechnique pour le classement des connaissances de toutes sortes, et ce procédé se retrouve, plus ou moins développé, chez les peuples les plus différents; mais il est clair que son emploi systématique conduit naturellement à attribuer aux nombres des propriétés mystiques.

D'après Théon (*Mus.*, 49), Archytas aurait écrit un livre spécial *Sur la década*; les *Théologoumènes* (VII) citent un livre *Sur l'hebdomade* du pythagoricien Proros. Suivant Iamblique (*Sur la vie pythagorique*), ce dernier était de Cyrène et particulièrement lié avec Clinias de Tarente, lequel doit avoir vécu au temps de Platon, puisque Aristoxène (dans Diogène Laërce) prétend qu'il aurait empêché le disciple de Socrate de brûler les œuvres de Démocrite. Proros aurait dit que les pythagoriens disaient *πεντάς* pour désigner le nombre 7; ce témoignage est curieux en ce qu'il indique au sein de l'École une certaine influence exercée au moins par le langage des populations italiotes voisines de la Grande-Grèce.

Enfin les *Théologoumènes* (V) citent un fragment du livre *Sur les nombres* d'un certain Mégillus; on s'y trouve en pleine synonymie mystique; mais l'époque où vivait ce pythagoricien ne peut être déterminée, et, comme il ne figure pas sur les listes de Iamblique, il est très probablement postérieur au IV^e siècle avant notre ère.

Les conclusions à tirer de ce relevé paraissent être les suivantes : le plan général d'une Arithmétique traitant d'abord des propriétés générales de tous les nombres, puis des propriétés de toutes sortes

spéciales aux dix premiers nombres paraît n'avoir été conçu qu'après Archytas, mais il remonte à l'époque qui le suit immédiatement (Speusippe), et il est de fait conforme à la tradition à partir de Philolaos. Les propriétés énumératives des nombres de la décade (ce que j'ai qualifié de procédé mnémotechnique) apparaissent déjà dans Philolaos, mais le développement en est probablement postérieur; quant à la synonymie théologique, son origine est enveloppée du mystère qui cache celle des hymnes orphiques.

9. J'aborde maintenant les citations qui présentent un caractère plus proprement scientifique.

Pour Pythagore lui-même, il suffit de mentionner : 1^o le fragment de l'écrit *Sur les Dieux* (*Théolog.*, IV), relatif à la distinction des quatre sciences mathématiques, fragment certainement apocryphe, mais bien conforme à la tradition; 2^o la définition du nombre, attribuée au Maître par Iamblique (p. 11), mais qui est évidemment postérieure aux stoïciens; 3^o les affirmations qu'il connaissait : le triangle rectangle en nombres (*Théolog.*, I); la propriété des nombres *amis* 284 et 220 d'être réciproquement égaux, chacun à la somme des parties aliquotes de l'autre, (*Iambl.*, p. 47); les trois proportions, arithmétique, géométrique et harmonique (Nicomaque, II, 22), ainsi que la proportion déjà citée — 6 : 8 : : 9 : 12 et l'application des rapports de ces derniers nombres à la théorie de la musique, ce en quoi il aurait été suivi par Aristée, Timée de Locres, Philolaos et Archytas (*Iambl.*, p. 168).

Dans l'ordre des temps, nous rencontrons ensuite Hippiasos, le chef des *Acousmatiques*; Iamblique (p. 11) attribue à ces derniers une définition du nombre qui n'a pas plus d'authenticité que celle mise sous le nom de Pythagore et il lie constamment (p. 141, 159, 163) Hippiasos à Archytas à propos des proportions, tandis que Théon (*Mus.*, 12) dit assez vaguement qu'Hippiasos avait fait des recherches expérimentales sur l'acoustique.

Ces dernières indications ont une certaine importance; car les écrits authentiques d'Archytas, en particulier son traité sur l'*Harmonique*, devaient subsister au temps de Iamblique, à côté des écrits apocryphes qui pouvaient aussi porter le nom de l'ancien pythagorien ⁽¹⁾; or, il est très possible qu'Archytas, dans le traité en question, ait nommé cité Hippiasos et se soit appuyé sur lui. Lorsque Iamblique notamment rapporte que la proportion harmo-

(1) En particulier ceux qui en font l'inventeur des dix catégories d'Aristote.

nique avait d'abord été appelée *sous-contraire* et que son nom fut changé plus tard d'après Archytas et Hippiasos, on peut bien faire remonter à ce dernier une appellation qui devait déjà être au moins connue par Philolaos. Quant à l'invention des trois *médiétés* sous-contraires, il ne semble pas qu'il faille la faire remonter au delà d'Archytas, d'autant que Iamblique se contredit sur la question; dans deux passages, il la donne à Archytas et Hippiasos, dans un troisième (p. 142) à Eudoxe, disciple d'Archytas, ainsi que le fait également Proclus d'après Eudème; en ce qui concerne les quatre dernières médiétés, Iamblique donne expressément leurs inventeurs, Myonide ⁽¹⁾ et Euphranor, comme postérieurs à Ératosthène; ils seraient donc au plus tôt du II^e siècle avant J.-C.

Les citations de Timée de Locres par Iamblique se rapportent à l'ouvrage apocryphe calqué sur le dialogue de Platon qui porte ce nom; il n'y a donc pas à s'y arrêter.

De Philolaos, il ne cite que des formules philosophiques sur l'infini et le fini et une prétendue définition du nombre qui peut dériver d'un texte authentique, mais ne le représente sans doute pas exactement; au reste, le livre *Sur la nature* n'était nullement un ouvrage mathématique et sa valeur scientifique consistait surtout dans sa partie physique et astronomique.

Théon (*Arithm.*, 3) remarque que Philolaos et Archytas disent indifféremment l'un ou l'unité, c'est-à-dire qu'ils ne distinguent pas entre le nombre un et l'idée platonicienne de l'unité. Il cite d'Archytas (*Arithm.*, 5) un fragment probablement emprunté au livre *Sur la décade*, et où il prétend trouver la preuve d'une doctrine pythagorienne rapportée par Aristote et d'après laquelle l'unité étant principe du nombre en général, aussi bien du pair que de l'impair, ne peut être regardée comme impaire et doit être appelée *paire-impaire* (ἀρτισπέριστος). Mais le fragment cité doit précisément être entendu dans le sens opposé et dans le fragment 2 de Philolaos, le *pair-impair* est un nombre pair qui n'est pas une puissance de 2. L'autorité d'Aristote ne peut donc faire regarder l'application à l'unité de l'épithète en question comme généralement courante dans l'École.

Théon (*Mus.*, 13) dit enfin, probablement d'après le traité sur l'*Harmonique*, qu'Archytas (il ajoute Eudoxe) avait reconnu que les sons les plus hauts correspondent aux vibrations les plus

(1) La leçon περί τε Μυωνίδην me paraît plus plausible que celle de Tenulius : περί Τεμνωνίδην.

rapides et que les rapports numériques correspondant aux accords musicaux doivent exister entre les vitesses des mouvements.

Nous savons d'autre part qu'Archytas avait introduit dans les rapports musicaux d'autres nombres que les quatre premiers; il est possible que ce soit à cette occasion qu'il ait recherché d'autres médiétés que l'harmonique et que les combinaisons de Myonide et d'Euphranor se relient au même ordre d'idées; rien ne prouve que ces derniers aient été soit des pythagoriens, soit même à proprement parler des arithméticiens, et non pas seulement des musico-graphes (1).

10. Ajoutons à toutes les citations qui précèdent celle de Clinias de Tarente, contemporain de Platon, par les *Théologoumènes* (IV), à propos de la distinction des quatre sciences mathématiques, nous n'avons en somme dans tout cela aucune trace d'écrits pythagoriens vraiment consacrés à ce que nous appelons arithmétique.

Pythagore fut incontestablement un mathématicien remarquable et ses connaissances en arithmétique doivent avoir eu une assez grande extension. Mais, si l'on met en dehors celles qui se sont trouvées liées à son enseignement géométrique, on ne voit pas, d'après ces citations, que ni lui ni son école aient constitué un véritable corps de doctrine. L'effort principal semble s'être porté surtout sur la théorie des rapports et des proportions dans le but de les appliquer à l'étude de la musique, et cet effort aboutit à l'œuvre d'Archytas. Les extensions ultérieures de la science, autant qu'il en est parlé, seraient dues à des mathématiciens qui, comme Eudoxe, peuvent se rattacher plus ou moins à l'école pythagorienne, mais en sont réellement distincts.

Il y a toutefois une exception singulière, celle d'un Thymaridas, qui paraît avoir composé un ouvrage réellement arithmétique, renfermant en particulier une proposition intéressante pour l'histoire de l'algèbre, et à laquelle Iamblique donne le nom d'*épanthème*.

Cette proposition peut s'énoncer comme suit en langage moderne : Si l'on connaît la somme S de n inconnues $x_1, x_2, \dots, x_n$, ainsi que les $n-1$ sommes obtenues en additionnant séparément x_1 avec chacune des inconnues suivantes, en faisant la somme de ces $n-1$ sommes partielles, retranchant S , et divisant par $n-2$, on aura x_1 , d'où l'on conclura immédiatement la valeur des autres inconnues.

(1) Athénée cite Euphranor *περί αὐλῶν*.

Iamblique applique cette proposition à la solution en nombres entiers *minimi* des systèmes d'équation indéterminés :

$$(1) \quad x_1 + x_2 = 2(x_1 + x_2), x_1 + x_2 = 3(x_1 + x_2), x_1 + x_2 = 4(x_1 + x_2)$$

et

$$(2) \quad x_1 + x_2 = \frac{3}{2}(x_1 + x_2), x_1 + x_2 = \frac{4}{3}(x_1 + x_2), x_1 + x_2 = \frac{5}{4}(x_1 + x_2)$$

La solution, d'ailleurs très élégante, se rapproche singulièrement des procédés de Diophante pour les systèmes analogues, et elle doit, comme principe au moins, remonter à l'époque de l'épanthème.

11. Il y a évidemment un assez grand intérêt historique à déterminer l'âge où vivait Thymaridas. Nesselmann (*Algebra der Griechen*) l'avait supposé postérieur à Nicomaque; Moritz Cantor dans ses *Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker* l'a regardé comme un ancien pythagorien, mais dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, il a cru devoir, devant les contradictions de Th.-H. Martin, abandonner cette opinion; toutefois, dans sa préface, il a mentionné que je croyais pouvoir la reprendre.

En fait, le nom de Thymaridas ne nous est connu que par Iamblique. Il le donne, dans son commentaire sur Nicomaque (p. 11, 36, 88, 91, 95), comme un mathématicien qui a : 1^o défini l'unité une περαινουσα ποσότης; 2^o nommé les nombres premiers εἰθυγραμμοί; 3^o inventé l'épanthème dont je viens de parler. Dans le livre *De la vie pythagorique* (éd. Kiessling, p. 224, 302, 470), nous rencontrons trois fois le même nom, une fois sans désignation de patrie, une fois comme celui d'un Tarentin, une fois comme celui d'un Parien.

La première fois, dans un passage emprunté, d'après Meiners, à Nicomaque, Thymaridas est cité le dernier (après Hippasos) parmi les anciens pythagoriens illustres dont les écrits ont été conservés. Il est évidemment naturel de l'identifier avec notre mathématicien, mais on ne peut en conclure qu'il soit représenté comme un disciple *immédiat* de Pythagore. Si le texte de Iamblique se prête à cette interprétation admise par Fabricius (édition Harles, I, 877), il ne peut y avoir là qu'une inadvertance de rédaction, puisque la liste commence par Philolaos; on doit admettre qu'elle renferme seulement les diverses sommités de l'ancienne école pythagorienne, sans préciser davantage leur époque.

Il n'y a pas non plus à faire avec Fabricius du Thymaridas de ce passage le Tarentin de l'anecdote rapportée plus loin d'après Androcyde, dans son livre *Des symboles pythagoriques* ⁽¹⁾; car elle n'indique nullement que ce personnage ait joui d'une certaine célébrité, tandis qu'il n'en est pas de même de celle qui concerne Thymaridas de Paros.

« De même, Thestor le Posidoniote, ayant seulement entendu dire que Thymaridas était un pythagorien de Paros, tombé d'une grande fortune dans la misère, se serait embarqué pour Paros, après avoir réuni une somme d'argent considérable et lui aurait racheté tous ses biens. » Ici, dans ce beau trait de morale en action, nous ne pouvons méconnaître une des antiques légendes sur la confraternité pythagorienne, et nous croirons volontiers, avec Meiners, qu'elle est empruntée à Aristoxène, de même que l'a été celle bien connue de Damon et de Phintias.

Enfin, si dans le catalogue des pythagoriens du chapitre 36 de Iamblique (p. 524-528) on cherche le nom de Thymaridas, on ne le trouve pas parmi les Tarentins, tandis que chez les Pariens on trouve Εὑμαρίδας. La correction est facile à faire et elle était déjà indiquée par Reinesius.

12. Tout concorde donc à assigner à Thymaridas de Paros un rang notable parmi les anciens pythagoriens, puisque l'anecdote qui le concerne ne peut évidemment s'expliquer que si ce personnage jouissait dès son vivant d'une certaine célébrité. Voyons maintenant si les données sur ses travaux empêchent de reculer aussi loin l'époque de l'auteur de l'*épanthème*.

Pour cette proposition en particulier, il n'y a aucune difficulté; à cet égard, il me suffit de rappeler l'opinion de M. Cantor. Quant à la définition de l'unité, il est certain que Iamblique la considère comme antérieure à Euclide, puisqu'il oppose précisément cette définition — la quotité limite — à celle des auteurs plus récents (ce suivant quoi chaque chose est dite une), qui n'est autre que celle d'Euclide.

(1) « Comme il partait sur mer pour une certaine affaire, ses amis étaient venus le conduire et prendre congé de lui; l'un d'eux lui dit au moment où il montait à bord : « Puisse tout ce que tu désires, Thymaridas, te venir des dieux ! » Il répondit : « Parle mieux; puisse-je bien plutôt désirer tout ce qui me viendra des dieux ! »

Cette anecdote a une couleur stoïcienne assez marquée, et il est permis de se réserver sur l'âge d'Androcyde, identifié par Fabricius avec un contemporain d'Alexandre le Grand dont parle Plutarque. Cependant il y a à peine là une raison suffisante pour distinguer deux Thymaridas.

Dans cette définition de Thymaridas, qui, au reste, se retrouve anonyme chez Théon de Smyrne, il faut entendre par *quotité* (ποσότης) l'ensemble des nombres entiers, les fractions appartenant à la *πηλικότης*, c'est-à-dire à l'ordre des grandeurs continues; *limite* (περάλυσσα) est pris dans le sens de Philolaos; ainsi cette définition revient à celle également attribuée aux pythagoriens pour l'unité: l'intermédiaire entre les nombres et les fractions.

Le terme ποσότης paraît emprunté à la langue de Platon; on peut donc, semble-t-il, placer Thymaridas au iv^e siècle. L'expression d'εὐθυγραμμικοί (*rectilinéaires*) pour les nombres premiers est tout à fait voisine de celle de γραμμικοί (*linéaires*) qui figure dans le fragment de Speusippe. Toutes deux se rapportent à un même mode de figuration des nombres au moyen de points représentant les unités. Si un nombre est composé, ces points peuvent être rangés suivant des lignes parallèles et figurer dans leur ensemble un rectangle, alors le nombre est considéré comme *plan* (ἐπίπεδος). Mais s'il s'agit d'un nombre premier, on ne peut obtenir aucune figure régulière et il faut se contenter de ranger les points suivant une ligne droite.

Rien ne prouve que Thymaridas ait été l'inventeur de l'expression pas plus que du mode de figuration, qui était connu de Platon. On n'est donc pas en droit de conclure que ce pythagorien ait été antérieur à Speusippe, mais on n'a pas davantage à le considérer comme postérieur.

Comme enfin la figuration se faisait toujours suivant des lignes droites, on n'a certainement pas à se préoccuper du fait que l'expression abrégée *linéaires* se retrouve chez les arithméticiens grecs de préférence à celle de *rectilinéaires* ou qu'on trouve encore chez eux εὐθυμετρικοί, ce qui revient toujours à la même signification.

En somme, les trois citations de Thymaridas semblent suffisantes pour rendre probable qu'il avait écrit un véritable traité d'arithmétique, auquel on est porté à attribuer une forme toute différente de celle consacrée par Euclide. Quoique le nom de Thymaridas ne se retrouve d'ailleurs que dans Iamblique, il est possible que le succès de cette arithmétique ait été suffisant pour faire oublier les traités techniques antérieurs qui ont dû exister, mais dont on ne retrouve aucune trace ⁽¹⁾.

(1) En dehors des pythagoriens ou des pythagorisants, on ne peut citer que Démocrite comme ayant écrit un livre intitulé : *Les nombres*.

13. Il ne sera peut-être pas inutile de donner quelques explications sur le mot d'*épanthème* (littéralement : *surfloraison*); ce mot n'appartient nullement à Thymaridas; Iamblique l'emploie en général pour désigner les additions à l'*Introduction* de Nicomaque, et on a pu voir qu'il s'en servait également pour parler des développements relatifs aux propriétés mystiques des nombres de la décade. Dans un passage d'ailleurs assez obscur (p. 53), il parle du procédé des « tableaux divinatoires » (μαντικῶν πλινθηδίων) « dont il est traité dans les *épanthèmes* de l'*Introduction arithmétique*. » Ces tableaux paraissent ceux dont j'ai parlé dans ma *Notice sur des fragments d'onomatomancie arithmétique* (1) et le procédé en question serait donc celui dont on se sert dans la preuve par neuf.

Il semble, d'après la façon dont s'explique Iamblique, qu'il y avait, de son temps, sous ce nom d'*épanthèmes*, comme un recueil complémentaire de l'*Introduction* de Nicomaque; c'étaient, pour ainsi dire, les matières non exigées du programme de l'arithmétique pour les étudiants en philosophie.

14. Pour terminer cette note, je vais donner, comme je l'ai promis, le fragment de Speusippe tiré des *Théologoumènes*; c'est en somme ce qui peut nous donner l'idée la plus nette des considérations de divers genres que les pythagoriens de son temps accumulaient à propos des nombres de la décade. — Les chiffres entre parenthèses de la traduction ci-après renvoient aux notes suivantes où j'ai indiqué les corrections à apporter au texte et donné les explications indispensables pour l'intelligence du fragment :

« Dix est parfait et c'est à juste titre et conformément à la
» nature que les Hellènes se sont, sans préméditation aucune,
» rencontrés avec tous les hommes de tous les pays, pour compter
» suivant ce nombre; aussi possède-t-il plusieurs propriétés qui
» conviennent à une telle perfection (1).

» En premier lieu, il devait être pair, pour renfermer autant
» d'impairs que de pairs, sans prédominance d'une des deux
» espèces; comme en effet l'impair précède toujours le pair, si le
» nombre limite n'est pas pair, il se trouve un impair en excé-
» dent (2).

» En outre de cette égalité, il convenait qu'il en existât une

(1) *Notices et Extraits des Manuscrits de la Bibliothèque nationale, etc.*, XXXI, 1885.

» autre entre les nombres premiers ou non composés et les
 » nombres seconds ou composés (3); cette égalité existe pour le
 » nombre 10, tandis qu'aucun nombre inférieur ne la présente;
 » pour les nombres supérieurs, on peut la rencontrer, comme
 » dans 12 et quelques autres (4); mais 10 est leur fondement
 » ($\pi\theta\mu\acute{\eta}\nu$), le premier qui ait cette propriété, le plus petit de
 » ceux qui la possèdent; c'est ainsi une certaine perfection qui lui
 » est spéciale, que de renfermer le premier en nombre égal les
 » non-composés et les composés (5).

» Il offre encore une troisième égalité entre les multiples et les
 » sous-multiples de ces multiples, les sous-multiples allant jusqu'à
 » 5 et leurs multiples de 6 à 10. Car si 7 n'est multiple d'aucun
 » nombre et doit être retranché, 4 est à ajouter (6), comme
 » multiple de 2, en sorte que l'égalité est rétablie.

» Dix renferme de plus tous les rapports, d'égalité, de supé-
 » riorité, d'infériorité, ceux de *quantième en sus* (7) et des
 » autres espèces, aussi bien que les *nombres* linéaires, plans et
 » solides; car 1 est point, 2 est ligne, 3 triangle, 4 pyramide, et
 » chacun de ces nombres est dans son genre le premier et le
 » principe de ses pareils. Or, ils présentent entre eux la première
 » des *progressions* (8), celle par égalité de différence et cette pro-
 » gression a pour somme totale le nombre 10.

» Dans les figures planes et solides (9), les premiers éléments
 » sont de même le point, la ligne, le triangle, la pyramide, qui
 » renferment encore le nombre 10 et y trouvent leur achèvement.

» Ainsi la pyramide (10) a 4 angles ou 4 faces et 6 arêtes, ce
 » qui fait 10. Les intervalles et limites du point et de la ligne don-
 » nent encore 4, les côtés et les angles *du triangle*, 6, c'est-à-dire
 » toujours 10 (11).

» On le rencontre aussi dans les figures, si l'on en considère le
 » dénombrement. En effet, le premier triangle est l'équilatéral,
 » qui n'a en quelque sorte qu'un seul côté et qu'un seul angle; je
 » dis un seul, à cause de l'égalité des côtés ou des angles, et parce
 » que l'égal est toujours indivisible et uniforme.

» Le second triangle est le *demi-carré*; car, ne présentant
 » qu'une seule différence dans les côtés ou dans les angles, il
 » correspond par là à la dyade.

» Le troisième est l'*hémitrigone*, moitié de l'équilatéral; car
 » il n'y a aucune égalité entre les éléments et leur nombre est
 » donc 3 (12).

» Pour les solides, en procédant de la sorte, on arrivera à 4, de façon par conséquent à rencontrer aussi la décade.

» En effet, la première pyramide est en quelque sorte *unité* (13), n'ayant, pour ainsi dire, en raison de l'égalité, qu'une seule arête ou qu'une seule face. *La seconde pyramide sera de la même façon une dyade* (14), ses angles à la base étant formés par trois plans, et l'angle au sommet par quatre, en sorte que cette différence l'assimile à la dyade. La troisième pyramide sera une *triade*, construite sur le demi-carré; avec la différence que nous avons vue dans le *demi-carré* comme figure plane, elle en présente une autre correspondant à l'angle du sommet; il y a donc rapport entre la triade et cette pyramide, dont le sommet est d'ailleurs supposé sur la perpendiculaire au milieu de l'hypoténuse (15) de la base. Enfin, de la même façon, on verra une *tétrade* dans la quatrième pyramide, construite sur une base *hémitrigone* (16).

» Ainsi ces figures prennent leur achèvement dans le nombre 10. Le résultat est le même pour la génération; car, pour la grandeur, le premier principe est le point, le second est la ligne, le troisième est la surface et le quatrième est le solide (17). »

(1) Le texte ajoute ici une phrase que l'on s'accorde à reconnaître pour une glose. « Plusieurs de ces propriétés ne lui appartiennent pas exclusivement; mais, en tant que parfait, il doit les posséder. »

(2) Les trois premières propriétés que Speusippe signale dans le nombre 10, c'est que de 1 à 10, il y a autant : 1^o de nombres pairs que d'impairs, ce qui est évident du moment où 10 est pair; 2^o de nombres premiers, 1, 2, 3, 5, 7, que de nombres composés, 4, 6, 8, 9, 10; 3^o de nombres sous-multiples, 1, 2, 3, 4, 5, que de multiples, 4, 6, 8, 9, 10. Pour cette dernière proposition, il est singulier que, du moment où 1 est compté comme sous-multiple, tous les autres nombres ne soient pas comptés comme multiples, et que 7 soit notamment excepté.

(3) L'expression technique de nombre *second* (δεύτερος) pour composé, par opposition à *premier*, est maintenant hors d'usage; elle se retrouve chez tous les arithméticiens grecs.

(4) Il est étrange qu'après 12, Speusippe ait ajouté que quelques autres nombres jouissent également de la propriété de renfermer autant de premiers que de composés. Il est en effet aisé de voir que 10, 12, 14 sont les seuls à la posséder; la phrase καὶ ὁ ἑβὼ καὶ ἄλλοι τινές semble donc suspecte.

(5) Les répétitions fatigantes qu'offre ce passage peuvent être considérées comme la définition du terme *πυθμήν* : « le plus petit nombre qui possède une propriété donnée ». Il a eu dans l'antiquité une autre acception qui peut également remonter aux pythagoriens ; celui de reste de la division d'un nombre par 9 (S. Hippolyte, Apollonius dans Pappus).

(6) Ces mots « à ajouter » ne se trouvent pas dans le texte grec qui paraît présenter une lacune ; mais le sens n'est pas douteux.

(7) *ἐπιμορίου*, rapport de deux nombres entiers consécutifs, $n + 1$ et n . Speusippe veut dire ici que, si l'on considère les rapports des nombres de 1 à 10, on les trouve soit égaux entre eux, soit plus grands ou plus petits de toutes les façons possibles. Ces façons correspondent évidemment à la nomenclature des dix sortes de rapports telle que l'expose Nicomaque ; l'ancienneté de cette nomenclature complexe est attestée par là-même.

(8) καὶ ἀναλογίων δὲ πρώτη. J'ai parlé plus haut de cette expression particulière à Speusippe. Il donne au reste ici la composition de la *tétractys pythagorienne*, $1 + 2 + 3 + 4 = 10$, d'après laquelle il substituera plus loin 10 à 4.

(9) C'est-à-dire en géométrie plane et en géométrie dans l'espace. Point, ligne, triangle, pyramide, ne vont plus désigner des nombres comme un peu plus haut, mais bien des figures ou éléments de figures géométriques.

(10) Pyramide est pris ici dans le sens de tétraèdre ; les angles sont les angles solides.

(11) La façon dont Speusippe retrouve une seconde fois le nombre 10 dans ces rapprochements est assez obscure. Il considère probablement un point et une ligne, à cette ligne 2 extrémités, et du point à ces deux extrémités 2 intervalles ; puis, dans un triangle (ce que n'énonce pas le texte), 3 côtés et 3 angles. Tandis que tout à l'heure la pyramide lui donnait immédiatement 10, il combine ici le point, la ligne et le triangle.

(12) Il semble qu'il y ait au fond de cet exposé une conception pythagorienne mal développée.

Le point, monade, est nécessairement simple ; la ligne, dyade, doit avoir deux espèces, droite ou courbe ; le triangle, triade, trois espèces ; la pyramide, tétrade, quatre espèces ; en tout 10.

Les trois espèces de triangle sont évidemment l'équilatéral, l'isoscèle et le scalène, où le nombre des éléments différents reproduit d'ailleurs la progression 1. 2. 3. Seulement, à l'isoscèle et au scalène Speusippe substitue, comme types des espèces, deux triangles particuliers, les mêmes qu'on retrouve avec l'équilatéral dans le *Timée* de Platon. C'est d'une part le demi-carré (*ἡμιτετράγωνον*) ou le triangle rectangle isoscèle ; d'autre part, ce que Speusippe appelle l'*hémित्रigone*, c'est-à-dire le

triangle rectangle scalène obtenu en divisant l'équilatéral par la perpendiculaire abaissée d'un sommet sur le milieu de la base.

Les pyramides devraient être, par analogie, subdivisées en quatre espèces de tétraèdres, suivant que tous les angles solides, trois ou deux seulement sont égaux ou tous enfin inégaux. Speusippe choisit encore des types spéciaux, mais celui de la seconde classe ne convient plus, car il introduit une pyramide à base carrée.

(13) τριάς γάρ πως ἡ μὲν πρώτη πυραμὶς μίαν πως γραμμὴν τε καὶ ἐπιφάνειαν ἐν ἰσότητι ἔχουσα. Le premier mot, τριάς, ne peut être défendu; c'est la troisième pyramide, ἡ δὲ τρίτη τριάδι, qui est une triade; la première ne peut être qu'une monade et il faut sûrement restituer μονάς. Cette première pyramide est évidemment le tétraèdre régulier.

(14) Les mots en italique correspondent à une lacune du texte après la phrase reproduite dans la note précédente. Je suppose, pour combler cette lacune, les mots : δυάς δὲ ἡ δευτέρα; le texte continue : παρὰ τῆς ἐπὶ τῆς βάσεως γωνίας ὑπὸ τριῶν ἐπιπέδων περιεχομένη, τὴν κατὰ κορυφὴν ὑπὸ τεττάρων συγκλειομένη, ὥστε ἐκ τούτου δυάδι εἰκέναι. Cette seconde pyramide est donc à base carrée et d'ailleurs régulière, c'est-à-dire que les quatre arêtes du sommet à la base sont égales.

(15) πλευρᾷ, mot à mot « côté ». Cette troisième pyramide, qui a pour base le *demi-carré*, est obtenue en coupant la seconde pyramide par un plan passant par le sommet et par une diagonale de la base carrée.

(16) τετράδι δὲ ἡ τετάρτη κατὰ ταῦτα, ἐπὶ ἡμιτετραγώνῳ βάσει συνισταμένη. Il est certain qu'ici ἡμιτριγώνῳ doit être substitué à ἡμιτετραγώνῳ, puisque c'est la troisième pyramide qui est construite sur une base *demi-carrée*, ἐπὶ ἡμιτετραγώνῳ βεβηκυῖα. Cette quatrième pyramide a pour base le type du triangle scalène, et l'on peut d'ailleurs supposer que, dans celle-là comme dans les précédentes, les arêtes allant du sommet à la base sont égales. On l'obtiendrait donc en coupant en deux parties égales le tétraèdre régulier par un plan bissecteur de l'un de ses angles dièdres.

(17) Le fragment tourne court. Speusippe a dû probablement continuer assez longtemps sur le même ton.

En somme, il y a là une suite de raffinements subtils qui n'ont pas d'importance au point de vue de la science arithmétique, mais qui témoigne du développement qu'elle avait acquis dès lors.

En résumé, l'arithmétique apparaît comme complète à la fin de l'âge hellène; car les développements qu'elle reçut ensuite sont insignifiants ou ne devinrent pas classiques et se perdirent par suite, comme les travaux d'Archimède, qui paraissent avoir été poussés très loin, mais dont nous ignorons la portée réelle. J'exclus,

en parlant de l'arithmétique, les solutions d'analyse indéterminée du second degré de Diophante, parce que dans la période alexandrine au moins, comme en témoigne Geminus, elles ne comptaient que pour la logistique. Mais il ne faut pas oublier que le point de départ est dans la construction du triangle rectangle en nombres, attribué à Pythagore, et qu'un écrit antérieur à Diophante, les *Philosophumena*, attribue au Maître la série des puissances exclusivement considérées par le prétendu père de l'algèbre. Quant aux problèmes déterminés de ce dernier, qui faisaient aussi, avant lui, partie de la logistique, il n'est guère douteux qu'ils ne fussent en général résolus dès l'époque hellène, comme le prouvent d'une part l'épanthème de Thymaridas, de l'autre le fait de la solution géométrique des problèmes déterminés du second degré.

Mais le singulier est que tout ce développement de l'arithmétique aurait eu lieu avant l'invention du système alphabétique de numération, dont l'origine est alexandrine, que d'un autre côté il est à très peu près anonyme, qu'on ne sait à qui l'attribuer, sauf pour des parties d'une importance relativement secondaire. Est-il sorti tout entier du cerveau de Pythagore, comme Minerve du front de Jupiter? Cela est possible; mais alors comment s'est-il transmis? Pourquoi d'autre part et dans quelles conditions a-t-il reçu ces additions tantôt prétendument philosophiques, tantôt nettement mystiques qui caractérisent l'arithmétique pythagorienne au temps de Iamblique? Voilà les questions qui restent toujours ouvertes; car, si j'ai cherché à les discuter, je n'ai nullement prétendu leur donner une solution définitive.

FIN.