

Waerden, B.L. van der & J.J. Burckhardt

Das Astronomische System der Persischen Tafeln I

In: Centarus, 13 - 1969 - p. 1-28

5331  
WAERDEN, B.L. v.d.  
1969

D331

Astr.

[3] J. J. BURCKHARDT und B. L. VAN DER WAERDEN: Das astronomische System der persischen  
Tafeln I. Centaurus 13, p. 1 (1968).

VV 5700

A

# Das astronomische System der Persischen Tafeln I

von

J. J. BURCKHARDT und B. L. VAN DER WAERDEN\*

## 1. *Die Horoskope des Māshallāh*

Einer freundlichen Mitteilung von E. S. Kennedy (American University, Beirut) verdanken wir die Kenntnis von 16 Horoskopen, die in einem Manuskript des Astrologen Ibn Hibintā: München cod. arab. 852, *Al Mughnī fī al-Nujūm* enthalten sind. Ibn Hibintā teilt uns mit, dass die Horoskope aus einem Buch des Māshallāh stammen und von diesem mit Hilfe des persischen Tafelwerkes *Zij-i Shāh* berechnet wurden. Māshallāh oder Masha 'Allāh oder Messahala war ein bekannter Astrologe, der unter dem Kalifen al-Mansūr (754–775) lebte und unter al-Ma'mūn (813–833) gestorben ist. Die Horoskope sind immer für den Anfang eines Sonnenjahres gerechnet, d.h. für den Augenblick, an dem die Sonne die mittlere (oder vielleicht auch die wahre) Länge Null hat. Dieser Augenblick, den die Araber *tahwīl* nennen, fällt ungefähr mit dem Frühlings-äquinoktium zusammen. Die Mitteilung, dass die Horoskope nach dem *Zij-i Shāh* berechnet sind, wird wohl stimmen, denn andere Tafelwerke gab es zur Zeit des Māshallāh noch kaum.

In der Tabelle 1 geben wir zuerst die Nummern der Horoskope in chronologischer Reihenfolge, dann die Reihenfolge im Manuskript, dann in der Übersetzung von Kennedy<sup>1</sup> die Beschreibung des Jahres, für das das betreffende Horoskop berechnet wurde, schliesslich die julianische Jahreszahl. Die Jahreszahlen der neueren Horoskope (6–16) wurden von Kennedy bestimmt, die der älteren (1–5) von uns. Die Datierungen werden sich durch den Erfolg unserer Rechnungen von selbst rechtfertigen.

Unser Problem ist: die Konstanten der Tafel und die Rechenmethode, nach der die Horoskope berechnet sind, zu bestimmen.

\* Mathematisches Institut, Universität Zürich.

Tabelle 1  
*Jahreszahlen*

| Nr.<br>(Chron.) | Nr.<br>im Ms. | Beschreibung des Jahres bzw. des Ereignisses                                                                                                                                                                         | Julian.<br>Jahr |
|-----------------|---------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1               | 1             | The shift from the air to the water triplicity which indicated the Deluge.                                                                                                                                           | —3320           |
| 2               | 10            | The conjunction of the year of the Deluge, the second of the middle conjunction beginning with 1 above.                                                                                                              | —3300           |
| 3               | 11            | The eighth conjunction of the middle conjunction in which the birth of Christ occurred, in the fire triplicity.                                                                                                      | —45             |
| 4               | 12            | The conjunction following that of 11 above, the small conjunction indicating the birth of Christ.                                                                                                                    | —25             |
| 5               | 13            | The year of Christ's birth.                                                                                                                                                                                          | —12             |
| 6               | 14            | The conjunction of the shift to the <i>Qirān al-Millah</i> , the equinox of 571 A.D.                                                                                                                                 | 571             |
| 7               | 15            | The fourth conjunction of the <i>Qirān al-Millah</i> .                                                                                                                                                               | 630             |
| 8               | 16            | The fifth conjunction of the <i>Qirān al-Millah</i> .                                                                                                                                                                | 650             |
| 9               | 2             | The conjunction which indicated the rise of the 'Abbāsid dynasty, the <i>taḥwīl</i> of 749 A.D. This was the tenth conjunction of the middle conjunction, known as <i>Qirān al-Millah</i> , in the water triplicity. | 749             |
| 10              | 3             | The shift from the water to the fire triplicity of 809 A.D.                                                                                                                                                          | 809             |
| 11              | 4             | The second conjunction of the middle conjunction beginning with 3 above.                                                                                                                                             | 829             |
| 12              | 5             | The third conjunction of the set beginning with 3 above.                                                                                                                                                             | 848             |
| 13              | 6             | The fourth conjunction of the set beginning with 3 above.                                                                                                                                                            | 868             |
| 14              | 7             | The fifth conjunction of the set beginning with 3 above.                                                                                                                                                             | 888             |
| 15              | 8             | The sixth conjunction of the set beginning with 3 above.                                                                                                                                                             | 908             |
| 16              | 9             | The seventh conjunction of the set beginning with 3 above.                                                                                                                                                           | 928             |

Die Horoskope 11–16 gehören nicht mehr in die Zeit des Māshallāh, aber er kann sie ja für die Zukunft berechnet haben.

In der Tabelle 2 geben wir die Längen der Planeten von Saturn bis Merkur, des Mondes und des aufsteigenden Mondknotens nach dem Text so, wie sie uns von E. S. Kennedy mitgeteilt wurden. Die letzte Kolonne enthält den *Azsendenden* oder *Horoskop*, d. h. den am Horizont aufgehenden Grad der Ekliptik.

Tabelle 2

## Die Horoskope

| Nr. | Jahr  | Sa              | Ju              | Ma              | Ve              | Me              | Mo     | Kn     | As     |
|-----|-------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--------|--------|--------|
| 1   | -3320 | 211;56<br>retr. | 192;39<br>retr. | 207;17<br>retr. | 356;16<br>retr. | 333;24          | 53;13  | 98     | 259    |
| 2   | -3300 | 86;0            | 74;36           | 49;49           | 1;2<br>retr.    | 333;22          | 179;30 | 71     | 334    |
| 3   | -45   | 249;9           | 238;18          | 310;49          | 315;29          | 9               | 26;13  | -      | 10;37  |
| 4   | -25   | -               | 115;24          | 110             | -               | -               | 153    | -      | 91     |
| 5   | -12   | 286;28          | 152;30<br>retr. | 81;22           | 44              | 4;59            | 82;44  | -      | 198    |
| 6   | 571   | 216;13<br>retr. | 214;26<br>retr. | 72;15           | 2;16            | 18;26<br>retr.  | 91;10  | 217;13 | 202    |
| 7   | 630   | 214;30          | 203;4           | 275             | 349             | 11;13           | 2;30   | 331    | 288    |
| 8   | 650   | 92;2            | 83;7            | 82;40           | 41;23           | 4;40<br>retr.   | 136;17 | -      | 10     |
| 9   | 749   | 229<br>retr.    | 216;8<br>retr.  | 349             | 47;6            | 357;12<br>retr. | 323;5  | -      | 235    |
| 10  | 809   | 240+x           | 239;32          | 323;45          | 346;10          | 349             | 16;39  | 118;18 | 93     |
| 11  | 829   | 126             | 115;44          | 122;7           | 45;30<br>retr.  | 334             | 148;18 | 91     | 120;30 |
| 12  | 848   | 335;55          | 341             | 218;12<br>retr. | 40;12           | 341;22          | 155;43 | 83     | 124;28 |
| 13  | 868   | 250;18<br>retr. | 229;17<br>retr. | 47;34           | 332;5           | 336;59          | 283;12 | 128;9  | 179;39 |
| 14  | 888   | 122;56          | 108;20          | ?               | 43;32           | 334;27          | 32;0   | 28     | 228    |
| 15  | 908   | 345;28          | 334;34          | 350;45          | 352;37          | 345;45<br>retr. | 68;22  | -      | 263    |
| 16  | 928   | 252;1           | 252;11          | 28;13           | 37;46           | 349;14          | 329;22 | -      | 98     |

Unser Vorgehen ist folgendes. Wir stellen zunächst Hypothesen über die Konstanten und Rechenmethoden auf, die uns auf Grund von Mitteilungen über die persischen Tafeln und die Methoden der Perser plausibel erscheinen. Wo die Mitteilungen uns im Stich lassen, ziehen wir verwandte Tafeln wie die des Al-Khwārizmī heran oder wir setzen vorläufige Werte für die Konstanten ein. Sodann berechnen wir die Längen, wie sie auf Grund dieser Hypothesen sein sollten, und vergleichen die

berechneten Längen mit denen des Textes. Schliesslich überlegen wir uns, wie man durch Änderung der Konstanten oder der Rechenmethoden die Übereinstimmung verbessern könnte.

## 2. Die Perser und ihre Tafeln

Um zu vernünftigen Hypothesen über die Rechenmethode und die Konstanten des *Zij-i Shāh* zu kommen, müssen wir zunächst einmal zusammenstellen, was über die persischen Rechenmethoden und Tafeln bekannt ist.

Wie Birūnī uns in seinem Masudischen Kanon<sup>2</sup> mitteilt, hat Khosro Anūshīrvān im Jahre 556 einer Versammlung von Astronomen den Auftrag gegeben, den *Zij Shahriyārān*, gennant *al-Shāh* zu korrigieren. Man kann daraus schliessen, dass es damals schon einen älteren *Zij Shahriyārān* gab, aber für die Zwecke unserer Untersuchung können wir dieses ältere Tafelwerk beiseite lassen, da Māshallāh dieses um 556 schon veraltete Werk zweihundert Jahre später wohl nicht benutzt haben wird.

Der Name *Zij-i Shāh* ist arabisch. Das persische Original, in Pahlavi, hiess wahrscheinlich *Zik-i Shatro-ayār*<sup>3</sup>. Über das Zustandekommen dieses Tafelwerkes gibt *al-Hāshimī* in seinem unpublizierten Werk "On the reasons behind the zijes" uns genauere Auskunft. Die folgende Übersetzung verdanken wir E. S. Kennedy:

f95r

- 17 Khusro Anushirwan, when he beheld the difference between the Arkand
- 18 and what Ptolemy asserted, he gathered together the people learned in computation
- 19 and in (astrological) judgments, and he looked over these two books. He found the
- 20 Arkand to be the most accurate by observation and eyesight,
- 21 and judgments based on its planets more accurate. So he worked out a zij called
- 22 "The Shah" and he
- 23 made it in kardajas (*mukardaja*) with four kardajas. They were using it until the
- reign of
- 22 Yazdigerd ibn Shahriyar ibn Khusro. He brought out a zij and he named it after the
- example of
- 23 the Shah. He made it (in) three kardajas and called it "The Triple". Its explanatory
- text and apogees and nodes

f95v

- 1 and mean (motions) and equations correspond to those of the Arkand as to midnight
- (epoch). People still work with it.

Was “three kardajas” und “four kardajas” bedeutet, darüber können wir nur Vermutungen aufstellen, aber was “Arkand” bedeutet, darüber geben uns die arabischen Quellen Auskunft. *Khandakhādyaka* ist der Titel eines erhaltenen Werkes von Brahmagupta<sup>4</sup>, das die Araber schon im 8. Jahrhundert übersetzten und *Arkand* nannten<sup>5</sup>. In diesem Werk erklärt Brahmagupta Regeln zur Berechnung der Planetenpositionen, die auf dem “Mittelnachtsystem” des Aryabhata beruhen. Auf dem gleichen Mitternachtsystem beruht auch der alte Sūrya-Siddhānta, aus dem Varāha Mihira<sup>6</sup> uns einen ausführlichen Auszug gibt. Der alte Sūrya-Siddhānta und der *Khandakhādyaka* stimmen in allen Einzelheiten überein.

Die Notiz des Hāshimī lehrt uns also, dass die Astronomen des Khusro sich bei der Revision des *Zij-i Shāh* nach dem *Khandakhādyaka* gerichtet haben. Wörtlich kann das nicht stimmen, denn Brahmagupta hat das Werk erst 665 geschrieben, aber Aryabhata lebte um 500, ein halbes Jahrhundert vor Khusro, und die Astronomen des Khusro können sehr wohl sein Mitternachtsystem benutzt haben.

Al-Hāshimī berichtet weiter, dass es zwei verschiedene Fassungen des *Zij-i Shāh* gegeben hat, von denen eine unter Khusro und die andere unter Yazdigerd III (632–642) geschrieben wurde. Auch die letzte Fassung stimmte nach Al-Hāshimī in vielen Punkten (Apogeen, Knoten und mittleren Bewegungen) mit dem Arkand, also auch mit dem alten Sūrya-Siddhānta überein. Welche von beiden Fassungen Māshallāh benutzt hat, wissen wir nicht.

E. S. Kennedy hat in einer grundlegenden Arbeit, die unter <sup>1</sup> schon zitiert wurde, alles zusammengestellt, was wir aus arabischen Quellen über den *Zij-i Shāh* wissen, und dabei viele Übereinstimmungen mit dem *Khandakhādyaka*, den wir künftig kurz *Khand.* nennen werden, festgestellt. Sie beziehen sich auf die Apogeen und die Berechnung der Aszendenten, der Schattenlängen und der Korrekturen von der mittleren zur wahren Bewegung.

Was die maximalen Mittelpunktsgleichungen der Sonne und des Mondes betrifft, wissen wir aus Al-Bīrūnī, *Rasā'il* III 24: 7–11 (siehe Fussnote 5), dass die Werte des *Zij-i Shāh* genau mit den indischen Werten 2°14' und 4°56' übereinstimmen, weil diese Werte nämlich “had passed from India to the Persians”. Bīrūnī bestätigt also, was wir von Al-Hāshimī schon wussten, dass der *Zij-i Shāh* (zumindest in seinen letzten beiden Fassungen) von der indischen Astronomie und insbe-

sondere von Mitternachtsystem des Aryabhata stark beeinflusst wurde.

Sehr bemerkenswert ist, dass Al-Bīrūnī zuerst vom *Zij-i Shāh* und dann von “den Persern” spricht. “Die Perser” bedeutet also hier dasselbe wie “Die Autoren des *Zij-i Shāh*”.

Dasselbe bemerken wir an anderen Stellen. In der Chronologie (Übers. Sachau, p. 121) sagt Al-Bīrūnī, dass “die Perser” das Jahr auf

$$365;15,32,30$$

Tagen setzen. Das entspricht einem “*Umdrehungsüberschuss*” (Überschuss der Umdrehungen des Fixsternhimmels in einem Jahr über 366 volle Umdrehungen) von  $93^{\circ}15'$  (nämlich  $0;15,32,30$  mal  $360^{\circ}$ ). Auch Al-Hāshimī bestätigt uns, dass dieser Wert von “den Persern und Māsha'allāh” benutzt wurde (Kennedy, Survey p. 147). In einer Tabelle aus dem Escorial II Codex Arabe 927, die in Kennedy's Survey auf p. 147 wiedergegeben ist, wird der gleiche Wert für Māsha'allāh und den *Zij-i Shāh* bezeugt. Das stimmt genau zu den Mitteilungen von al-Bīrūnī und al-Hāshimī, wenn wir annehmen, dass diese beiden mit “den Persern” einfach die Autoren des *Zij-i Shāh* gemeint haben.

Diese Erkenntnis verhilft uns zu einer plausiblen Interpretation einer anderen Stelle in der Chronologie des Bīrūnī, die sich auf Abū Ma'shar bezieht. Al Bīrūnī schreibt in der Übersetzung von Sachau (p. 29), nachdem die “star-cycles” des Abū Ma'shar zu 360 000 Jahren beschrieben hat:

This man, who is so proud of his ingenuity, had computed his star-cycles only from the motions of the stars, as they had been fixed by the observations of the Persians.

“Die Perser” haben also nach Bīrūnī die Planeten beobachtet und auf Grund ihrer Beobachtungen die Bewegungen der Planeten bestimmt. Wo haben sie diese Bewegungen schriftlich niedergelegt, so dass Abū Ma'shar sie benutzen konnte? Natürlich im *Zij-i Shāh*, denn dieses Tafelwerk enthielt selbstverständlich Tafeln für die mittleren und wahren Bewegungen der Planeten. Die Worte des Bīrūnī legen also die Annahme nahe, dass Abū Ma'shar seinen Zyklus von 360 000 Jahren dem *Zij-i* entnommen hat.

Aus dieser Annahme folgt aber, dass die Planeten nach dem *Zij-i Shāh* in 360 000 Jahren eine ganze Zahl von Umläufen vollführen. Ferner kann man vermuten, dass diese Umlaufszahlen genau oder fast genau mit den von Abū Ma'shar selbst angenommenen Umlaufszahlen übereinstimmen. Diese sind in einem anderen Buch von Bīrūnī<sup>7</sup> angegeben:

|                    |           |
|--------------------|-----------|
| Saturn             | 12 214    |
| Jupiter            | 30 352    |
| Mars               | 191 402   |
| Venus              | 585 199   |
| Merkur             | 1 494 741 |
| Mond               | 4 812 778 |
| Apogeum des Mondes | 19 365    |
| Knoten des Mondes  | 19 360    |

Wie Kennedy und van der Waerden<sup>8</sup> gezeigt haben, sind die letzten beiden Zahlen wahrscheinlich in

|         |        |
|---------|--------|
| Apogeum | 40 685 |
| Knoten  | 19 352 |

zu korrigieren. Die Zahlen für Saturn und Jupiter sind sicher korrekt. Die für Merkur ist vielleicht um 1 zu vermindern.

In der Chronologie (p. 29) teilt Al-Bīrūnī uns weiter mit, dass nach der Rechnung des Abū Ma'shar alle Planeten im Jahre –3101 ganz nahe bei 0° Aries standen. Da wir mit Bīrūnī annehmen, dass Abū Ma'shar bei seinen Rechnungen die von den Persern bestimmten Bewegungen zugrunde gelegt hat, und da wir "die Perser" mit den Autoren des *Zij-i Shāh* identifiziert haben, so folgt, dass auch nach dem *Zij-i Shāh* die Positionen am Anfang des Sonnenjahres –3101 nahe bei 0° gestanden haben müssen. Wie nahe, das wird die Rechnung schon zeigen.

Der Ausdruck "Die Perser" kommt noch einmal bei Ibn al Qifti vor, der schreibt<sup>9</sup>:

Er (Al-Khwārizmī) stützte sich in seinen Tafeln auf die mittleren Oerter des Sindhind, wich aber von ihm ab in den Gleichungen (der Planeten) und in der Schiefe (der Ekliptik). Er setzte seine Gleichungen fest nach der *Methode der Perser* und die Deklination der Sonne nach der Methode des Ptolemaios.

Die "Gleichungen" sind die Korrekturen von der mittleren zur wahren Länge der Planeten. In jedem Tafelwerk ist eine Methode angegeben, diese Gleichungen zu berechnen. Die "Methode der Perser" stand selbstverständlich in dem Tafelwerk der Perser, eben dem *Zij-i Shāh*. Also ist die Hypothese gerechtfertigt, dass im *Zij-i Shāh* dieselbe Methode zur Berechnung der Gleichungen gelehrt wurde wie in den erhaltenen Tafeln des Al-Khwārizmī. Die Methode ist in der Edition Neugebauers<sup>10</sup> und in

einer Abhandlung von van der Waerden<sup>11</sup> genau erklärt; wir werden sie im Abschnitt 5 noch einmal erläutern. Eine ganz ähnliche Methode findet man im Khand. und in anderen indischen Werken; auch diese werden wir im Abschnitt 5 erklären. Die zur Erklärung nötigen Begriffe aus der griechischen Astronomie sollen im Abschnitt 4 erörtert werden.

### 3. Hypothesen

Die Ausführungen des vorigen Abschnittes legen folgende Hypothesen nahe:

*Erste Hypothese. Die Umlaufszahlen der Planeten in 360000 Jahren sind ganze Zahlen, und zwar nehmen wir vorläufig folgende Werte an:*

|                    |           |
|--------------------|-----------|
| Saturn             | 12 214    |
| Jupiter            | 30 352    |
| Mars               | 191 402   |
| Venus              | 585 199   |
| Merkur             | 1 494 751 |
| Mond               | 4 812 778 |
| Apogäum des Mondes | 40 685    |
| Knoten des Mondes  | 19 352    |

Die Rechnung wird zeigen, dass einige von diesen Umlaufszahlen ein wenig geändert werden müssen, um eine genaue Übereinstimmung zu erhalten.

*Zweite Hypothese. Am Anfang des Sonnenjahres —3101, wenn die mittlere Länge der Sonne Null ist, sind die mittleren Längen der Planeten und des Mondes fast Null.* Zunächst werden wir sie genau gleich Null setzen. Die Rechnung wird zeigen, dass zumindest bei Saturn und dem Monde Korrekturen anzubringen sind.

*Dritte Hypothese. Zur Berechnung der Korrekturen von der mittleren zur wahren Länge sind die gleichen Methoden anzuwenden wie in den Tafeln von Al-Khwārizmī.*

Zur Anwendung dieser Methode braucht man zwei Tafeln: eine für die Mittelpunktsgleichung oder *erste Korrektur* und eine für die *zweite Korrektur*, die von der Elongation zur mittleren Sonne abhängt. Beide Korrekturen sind nach bekannten trigonometrischen Formeln zu berechnen, sobald man ihre Maxima kennt. Die Maxima des *Zij-i Shāh* wurden von

E. S. Kennedy<sup>1</sup> bestimmt und in Kennedy's Table 2 (p. 256) zusammengestellt. Die aus verschiedenen Quellen gewonnenen Ergebnisse in den Kolonnen 1, 2 und 3 dieser Tafeln stimmen fast überein.

Da es für unsere Rechnungen auf 1 bis 2 Bogenminuten Unterschied nicht ankommt, haben wir uns in allen Zweifelsfällen für die Werte des Māshallāh entschieden. Wir nehmen also an:

*Vierte Hypothese. Die maximalen Korrekturen sind die in Tabelle 3 angegebenen.*

Tabelle 3

*Maximale Gleichungen*

|              | Erste<br>Korrektur | Zweite<br>Korrektur |
|--------------|--------------------|---------------------|
| Sonne.....   | 2°13'              |                     |
| Mond.....    | 4°56'              |                     |
| Saturn.....  | 8°37'              | 5°44'               |
| Jupiter..... | 5° 6'              | 10°52'              |
| Mars.....    | 11°12'             | 40°31'              |
| Venus.....   | 2°13'              | 47°11'              |
| Merkur.....  | 4° 0'              | 21°30'              |

Wir brauchen weiter die Apogeen. Die Werte für die oberen Planeten und die Sonne können Kennedy's Table 3 (1, p. 257) entnommen werden. Für Venus und Merkur sind die Apogeen des *Zij-i Shāh* nicht überliefert, aber wenn wir Kap. 10 des Khwārizmī und den Khand. heranziehen, können wir trotzdem eine plausible Hypothese aufstellen. Zunächst stellen wir die überlieferten Werte zusammen:

Tabelle 4

*Apogeen*

|              | Shāh Zij | Khwārizmī | Khand.<br>=alter S S |
|--------------|----------|-----------|----------------------|
| Sonne.....   | 80°      | 77°55'    | 80°                  |
| Saturn.....  | 240°     | 244°55'   | 240°                 |
| Jupiter..... | 160°     | 172°32'   | 160°                 |
| Mars.....    | 115°     | 128°24'   | 110°                 |
| Venus.....   |          | 81°15'    | 80°                  |
| Merkur.....  |          | 224°54'   | 220°                 |

Bei Saturn haben wir zwischen Khwārizmī und dem Khand. eine Differenz von  $4^{\circ}55'$ , die wohl durch die Berücksichtigung der Präzession zu erklären ist. Der Shāh Zīj stimmt mit dem Khand. überein. Bei Merkur finden wir fast dieselbe Differenz, nämlich  $4^{\circ}54'$ . Wir wollen auch hier annehmen, dass der Shāh mit dem Khand. übereinstimmt.

Für Venus nimmt der Khand. dasselbe Apogeum an wie für die Sonne. Der Shāh nimmt für die Sonne das gleiche Apogeum an wie der Khand. Die Annahme liegt also auf der Hand, dass der Shāh auch für Venus das gleiche Apogeum annahm, nämlich  $80^{\circ}$ . Bemerkenswert ist, dass auch die maximale Mittelpunktsgleichung nach dem Shāh Zīj für die Sonne und Venus denselben Wert hat, nämlich  $2^{\circ}13'$ . Wenn aber die Apogeen und Mittelpunktsgleichungen übereinstimmen, so bedeutet das, dass der exzentrische Kreis, den die Sonne um die Erde beschreibt, genau zusammenfällt mit dem Exzenter, auf dem der Epizykel der Venus läuft.

Da es nur auf die relativen Bewegungen ankommt, kann man die Sonne ebenso gut als stillstehend annehmen, wie Aristarchos von Samos und Aryabhata, der Urheber des Systems des Khand. es getan haben. Man erhält dann die folgende Formulierung: Venus läuft auf einem konzentrischen Kreis um die Sonne, die Erde aber auf einem exzentrischen.

Wir nehmen also an:

*Fünfte Hypothese. Die Apogeen der Sonne und der fünf Planeten von Saturn bis Merkur liegen bei*

$$80^{\circ}, 240^{\circ}, 160^{\circ}, 115^{\circ}, 80^{\circ}, 220^{\circ}.$$

Das Apogeum des Mondes ist nicht fest. Für seine Umlaufzahl in 360 000 Jahren haben wir schon eine Hypothese gemacht. Die Lage im Jahr  $-3101$  nehmen wir so an, wie im Khand., nämlich bei  $90^{\circ}$ . Den Knoten nehmen wir bei  $180^{\circ}$  an, wie im Khand. Also:

*Sechste Hypothese. Am Anfang des Sonnenjahres  $-3101$  lag das Apogeum des Mondes bei  $90^{\circ}$ , der Knoten bei  $180^{\circ}$ .*

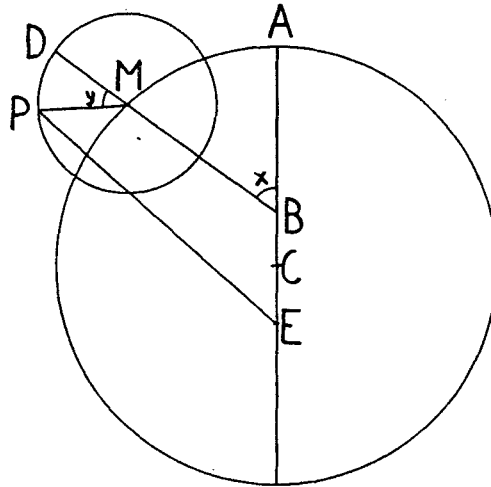
Schliesslich müssen wir uns noch entscheiden, ob die Rechnung für den Augenblick gemacht werden soll, wo die mittlere Länge der Sonne, oder für den, wo die wahre Länge der Sonne Null ist. Da nach dem Khand. die mittlere Länge der Sonne am Anfang des Sonnenjahres  $-3101$ , der Epoche des Systems, Null gesetzt wurde, entscheiden wir uns zunächst für die einfachere Hypothese:

*Siebente Hypothese. Die Horoskope sind für den Augenblick gerechnet, wo die mittlere Länge der Sonne Null ist.*

#### 4. Die Epizykelhypothese und die mittleren Längen

Wir haben angenommen, dass die wahren Längen der Planeten aus den mittleren Längen nach der "Methode der Perser" zu berechnen sind, d. h. nach der Methode, die in der Gebrauchsanweisung der Tafeln des Al-Khwārizmī<sup>10</sup> erklärt wird. Eine etwas kompliziertere Methode, die von den indischen Astronomen immer angewandt wird, nennen wir "Methode der Inder". Beide Methoden sollen im nächsten Abschnitt erklärt werden.

Die persische und die indische Methode beruhen beide auf der Epizykelhypothese. Nach dieser Hypothese bewegt sich jeder Planet P auf einem kleinen Kreis, dem *Epizykel*, dessen Mittelpunkt M einen grösseren Kreis um die Erde E beschreibt. Der Mittelpunkt C dieses Kreises fällt nicht



mit der Erde E zusammen: der Kreis ist *exzentrisch*. Die Verlängerung von EC trifft den Kreis in einem Punkt A, dem *Apogäum* des Exzenter. Man rechnet immer so, als ob der Exzenter und der Epizykel sich in der Ebene der Ekliptik befinden würden. Das ist eine sehr gute Näherung.

Wenn M sich gleichförmig auf dem Exzenter bewegt, so ändert sich der Winkel ACM gleichförmig im Laufe der Zeit. Bei Ptolemaios aber ist die

Bewegung von M nicht gleichmässig. Ptolemaios nimmt auf CA einen Ausgleichspunkt B an und lässt M sich so bewegen, dass der Winkel  $x = \text{ABM}$  sich im Laufe der Zeit gleichförmig ändert.

Ob man nun die Komplikation des Ptolemaios annimmt oder nicht, jedenfalls gibt es eine Richtung BM (oder beim einfachen Modell CM), die sich gleichförmig dreht. Die zu dieser Richtung gehörige Länge L (vom Nullpunkt der Ekliptik bis zur Richtung BM gemessen) heisst die *mittlere Länge* L des Planeten. Von der mittleren Länge kommt man zur wahren, indem man zwei Korrekturen hinzufügt. Die *erste Korrektur* rührt von der Exzentrizität her, die *zweite Korrektur* vom Epizykel. Auf die Berechnung der Korrekturen gehen wir im nächsten Abschnitt ein.

Die Länge des Apogeums sei a, die mittlere Länge des Planeten L. Dann ist der Winkel ABM gleich

$$x = L - a.$$

Er ändert sich gleichförmig mit der Zeit.

Bei den drei oberen Planeten Saturn, Jupiter und Mars ist der Epizykelradius MP immer parallel zu der Richtung zur mittleren Sonne. Ist  $L_s$  die mittlere Sonnenlänge, so ist der Winkel  $\text{DMP} = y$  gleich der Differenz der mittleren Längen der Sonne und des Planeten

$$y = L_s - L.$$

Dieser Winkel y ist für die zweite Korrektur massgebend, während die erste Korrektur in der Hauptsache vom Winkel x abhängt.

Bei den unteren Planeten Venus und Merkur ist die Richtung BM die Richtung von der Erde zur mittleren Sonne; man hat also

$$L = L_s \quad \text{und} \quad x = L_s - a.$$

Bei Venus hat der Exzenter, auf dem M sich bewegt, nach unseren Hypothesen dieselbe Exzentrizität und dasselbe Apogeum wie die Sonnenbahn. Indem man eine Ähnlichkeitstransformation vornimmt, kann man den Exzenter genau mit der Sonnenbahn zur Deckung bringen<sup>12</sup>. Wir nehmen also an, dass Venus sich in P befindet und die Sonne in M. Die Richtung MP bestimmt die heliozentrische Position der Venus. Ist  $L'$  die mittlere heliozentrische Länge der Venus, so ist der Winkel y

$$y = L' - L_s.$$

Die gleiche Formel gilt auch für Merkur.

Am Anfang des Abschnittes 3 wurden Umlaufszahlen der Planeten in 360 000 Jahren angenommen. Im Falle von Venus und Merkur sind diese Umlaufszahlen *heliozentrisch* gedacht. (In der Tat war Aryabhata, der für Venus und Merkur fast dieselben Umlaufszahlen angibt, ein Anhänger des heliozentrischen Systems.) Gemeint ist also, dass die Richtung MP vom Epizykelmittelpunkt zum Planeten sich in 360 000 Jahren so viele Male im Kreis dreht, wie im Abschnitt 3 angegeben ist.

Kennt man die Umlaufszahlen und die mittleren Längen der Planeten am Anfang des Sonnenjahres  $-3101$ , so kann man die mittleren Längen zu jeder Zeit leicht berechnen. Es sei  $T'$  die Anzahl der Sonnenjahre, die seit dem Anfang des Sonnenjahres  $-3101$  verstrichen ist. In unseren Horoskopen ist  $T'$  stets eine ganze Zahl. Ist  $T$  die julianische Jahreszahl des betreffenden Jahres, so ist

$$T = -3101 + T'.$$

Es sei ferner  $c$  die mittlere Länge des betreffenden Planeten am Anfang des Sonnenjahres  $-3101$  und  $b$  die jährliche mittlere Bewegung. Dann ist

$$L = c + bT' = c + b(T + 3101).$$

Alle Bewegungen und Längen werden in Graden ausgedrückt. Analog gilt für Venus und Merkur

$$L' = c + b(T + 3101).$$

Für die Sonne gilt dieselbe Formel; nur ist hier  $c = 0$  und  $b = 360$ :

$$L_s = 360(T + 3101).$$

Analoge Formeln gelten für die mittlere Länge, das Apogeum und den Knoten des Mondes. Beim Mondknoten ist  $b$  negativ, da der Knoten rückläufig ist.

### 5. Die Methode der Perser und die der Inder

Die Korrektur von der mittleren zur wahren Länge nennen wir  $K$ , die mittlere Länge  $L$ . Dann ist also

$$(1) \quad \lambda = L + K.$$

die wahren Längen des Planeten.

Die Berechnung von  $K$  nach Al-Khwārizmī beruht für jeden einzelnen Planeten auf zwei Tafeln. Die erste Tafel gibt die erste Korrektur oder

“Mittelpunktsgleichung”  $f$  – bei Khwārizmī *Examinatio centri* genannt – als Funktion des Argumentes  $x$ . Die Tafel beruht auf der Formel

$$(2) \quad f = g \sin x,$$

wobei  $g$  die maximale Korrektur ist. Die bei Al-Khwārizmī angegebenen  $f$ -Werte stimmen mit der Formel (2) gut überein. Im Einzelnen ist zu bemerken:

- a) die Tafeln sind nicht genau symmetrisch bezüglich  $90^\circ$ ,
- b) bezeichnen wir die Differenz Tafelwert von Khwārizmī minus Maschinenrechnung mit  $\Delta$ , so ist für alle Planeten an den Vielfachen von  $30^\circ$  stets  $|\Delta| \leq 2'$ .

Für die einzelnen Planeten ist zu bemerken:

*Saturn*:  $\Delta$  ist stets positiv oder Null und  $\Delta \leq 4'$

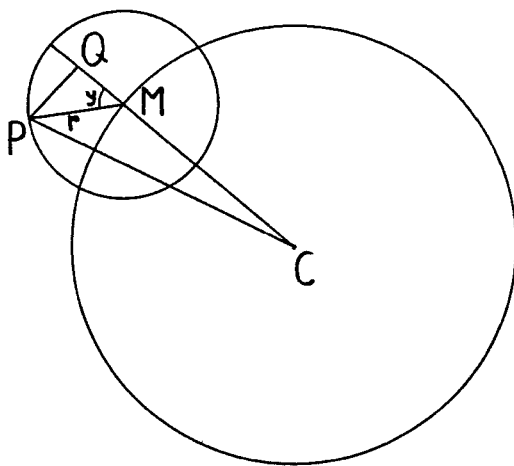
*Jupiter*:  $\Delta$  ist meist negativ oder Null, bei  $70^\circ$  ist  $|\Delta| = 4'$ , sonst stets  $|\Delta| \leq 3'$ .

*Mars*:  $\Delta$  ist meist negativ oder Null und  $|\Delta| \leq 6'$ .

*Venus*:  $|\Delta| \leq 2'$ .

*Merkur*:  $\Delta$  ist stets negativ oder Null und  $|\Delta| \leq 5'$ .

Die zweite Tafel dient zur Berechnung der zweiten Korrektur, die bei Khwārizmī *Examinatio elheza* heisst. Diese Korrektur wird so berechnet, als ob der Exzenter ein Konzenter wäre. Den Radius des Konzenters kann



man gleich 1 annehmen. Ist dann  $r$  der Epizykelradius, so sind im Dreieck CMP zwei Seiten  $CM = 1$  und  $MP = r$  und der eingeschlossene Winkel

$$CMP = 180^\circ - y$$

bekannt, also kann man den Winkel  $z$  bei C ausrechnen, etwa nach der Formel

$$(3) \quad \operatorname{tg} z = \frac{r \sin y}{1 + r \cos y}$$

Die Tafel bei Khwārizmī stimmt bei den verschiedenen Planeten unterschiedlich. Wir bezeichnen nun wiederum mit  $\Delta$  die Differenz des Tafelwertes bei Khwārizmī minus die Maschinenrechnung.

*Saturn:* Im allgemeinen ist  $|\Delta| \leq 1^\circ$ . Zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  ist  $\Delta = -2'$ ; von  $120^\circ$  an steigt  $\Delta$  bis zu  $3'$  bei  $126^\circ$  und fällt wieder auf  $1'$  bei  $136^\circ$ .

*Jupiter:* Im allgemeinen ist  $|\Delta| \leq 2'$ . Von  $138^\circ$  an steigt  $\Delta$  gleichmässig bis zu  $10'$  bei  $165^\circ$ , um sodann bis zu  $180^\circ$  auf  $0'$  abzunehmen.

*Mars:*  $\Delta$  weist verschiedene Unregelmässigkeiten auf. Von  $8^\circ$  mit  $\Delta = 0$  nimmt  $\Delta$  ab bis zu  $30^\circ$  mit  $\Delta = -3'$ , um bei  $50^\circ$  wieder  $0'$  zu sein. Zwischen  $70^\circ$  und  $120^\circ$  ist eine weitere Unregelmässigkeit, die bei  $105^\circ$  mit  $\Delta = 6'$  ihr Maximum annimmt. Von  $120^\circ$  an steigt  $\Delta$  bis zu  $128^\circ$  mit  $\Delta = 8'$ , geht bis  $132^\circ$  zu  $\Delta = -2'$  zu einem lokalen Minimum. Von dort an wächst  $\Delta$  bis zu  $\Delta = 2'$  bei  $138^\circ$  und nimmt sodann ab bis zu  $\Delta = -21'$  bei  $160^\circ$ . Der Verlauf bis zu  $180^\circ$  ist unregelmässig, die Werte sind stets negativ.

*Venus:*  $\Delta$  hat ein kleines Minimum von  $-2'$  bei  $35^\circ$ , ein kleines Maximum von  $3'$  bei  $85^\circ$ . Von  $116^\circ$  an wächst  $\Delta$  bis es bei  $130^\circ$  ein Maximum von  $7'$  erreicht, fällt sodann bis zu  $147^\circ$  mit  $-6'$ , steigt wieder zu einem Maximum von  $8'$  bei  $155^\circ$ , fällt zu einem Minimum von  $-12'$  bei  $169^\circ$  und beträgt bei  $177^\circ$   $\Delta = 12'$ .  $\Delta$  zeigt somit zwischen  $150^\circ$  und  $180^\circ$  einen sehr unregelmässigen Verlauf.

*Merkur:* Im Gegensatz zu Venus ist bei Merkur im allgemeinen  $|\Delta| \leq 2'$ . Nur zwischen  $140^\circ$  und  $156^\circ$  ist  $\Delta = 6'$ .

Die durch (3) definierte Funktion nennen wir  $z = \psi(y)$ . Die "Methode der Perser" lässt sich nun durch folgende Formeln beschreiben:

$$\begin{aligned}
 (4) \quad & z = \psi(y) \\
 (5) \quad & x' = x + \frac{1}{2}z \\
 (6) \quad & f = g \sin x' \\
 (7) \quad & z' = \psi(y + f) \\
 (8) \quad & K_1 = z' - f \\
 (9) \quad & \lambda_1 = L + K_1.
 \end{aligned}$$

$\lambda_1$  ist die wahre Länge, berechnet nach der Methode der Perser.

Die Methode der Inder ist noch etwas komplizierter. Man berechnet zunächst  $z$ ,  $x'$  und  $f$  nach (4), (5), (6). Dann bildet man

$$\begin{aligned}
 (10) \quad & x_2 = x' - \frac{1}{2}f \\
 (11) \quad & f_2 = g \sin x_2 \\
 (12) \quad & z_2 = \psi(y + f_2) \\
 (13) \quad & K_2 = z_2 - f_2 \\
 (14) \quad & \lambda_2 = L + K_2.
 \end{aligned}$$

$\lambda_2$  ist die wahre Länge, berechnet nach der Methode der Inder.

Bei der Methode der Perser hat man zunächst die zweite Korrektur  $z$  nach (4) zu bilden, dann die erste Korrektur  $f$  nach (6) und dann wieder die zweite Korrektur nach (7). Man muss also dreimal eine Grösse aus einer Korrekturtafel entnehmen. Bei der indischen Methode muss man die Tafeln viermal benützen: zuerst die zweite nach (4), dann die erste nach (6), dann wieder die erste nach (11) und wiederum die zweite nach (12). Das Endergebnis unterscheidet sich nur wenig von dem der persischen Methode.

Die Methode der Inder wird unter anderem im Khand. erklärt. Nach dem im Abschnitt 2 zitierten Zeugnis des Al-Hāshimī hat die Khusro-Version des Zīj-i Shāh sich in vielem nach dem Khand. gerichtet. Also ist es möglich, dass in dieser Version die Methode der Inder benutzt wurde. Nach al-Hāshimī wurden die Tafeln mit vier kardajas gemacht<sup>17</sup>. Es ist möglich, dass damit die vier Korrekturglieder  $z$ ,  $f$ ,  $f_2$  und  $z_2$  gemeint sind, die jeweils den Tafeln entnommen werden müssen. Wenn diese Interpretation richtig ist, so müsste man die weitere Mitteilung des Hāshimī, dass die Yazdigerd-Tafeln mit drei kardajas gemacht wurden, so deuten, dass in dieser letzten Version des Zīj-i Shāh die "Methode der Perser" gelehrt wurde. Dazu stimmt wieder, dass in den Tafeln des Khwārizmī ebenfalls diese einfachere Rechenvorschrift zugrunde gelegt

wurde. Die Annahme liegt nahe, dass Khwārizmī die letzte Edition der Tafeln bevorzugt oder nur diese gekannt hat.

Welche Version der Tafeln Māshallāh benutzt hat, wissen wir nicht. Wir werden daher die Rechnungen sowohl nach der persischen wie nach der indischen Methode durchführen und zusehen, welche Methode am besten zu den überlieferten Planetenpositionen passt.

## 6. Die Datierung der Horoskope

Die Horoskope 6–16 sind alle für den Anfang eines Sonnenjahres ausgestellt, in dem eine mittlere Konjunktion von Jupiter und Saturn stattfindet. Diese mittleren Konjunktionen sind leicht auszurechnen. Ihre julianischen Jahreszahlen sind

571, 630, 650, 749, 809, 829, 848, 868, 888, 908, 928,

wie in Tabelle 1 angegeben.

Horoskop 5 soll für das Jahr der Geburt Christi gelten. Nun sagt Bīrūnī in seiner Chronologie (S. 33 der Übersetzung von Sachau), dass Jesus im 17. Jahr des Augustus geboren wurde. Dieses Jahr beginnt im julianischen Jahr  $-13$  und endet im Jahr  $-12$ . Berechnet man nun die Position von Jupiter und Saturn, etwa nach dem Khand., für den Anfang der Sonnenjahre  $-13$  und  $-12$ , so sieht man, dass nur das Jahr  $-12$  gut zum Text passt. Andere Jahre um Christi Geburt passen gar nicht. Das Datum des Horoskopes 5 ist also  $-12$ .

Das Horoskop 4 bezieht sich nach dem Text auf das Jahr einer Konjunktion, die die Geburt Christi anzeigte. Das Jahr der letzten Konjunktion vor  $-12$  ist  $-25$ , und das Jahr der unmittelbar vorangehenden Konjunktion ist  $-45$ . Also sind die Horoskope 3 und 4 auf die Jahre  $-45$  und  $-25$  zu datieren. Die Längen der Planeten stimmen gut zu dieser Datierung, wie wir noch sehen werden.

Um die ersten beiden Horoskope zu datieren, ziehen wir noch einmal den vorzüglichen Bīrūnī heran. Er schreibt in seiner Chronologie (S. 28 der Übersetzung von Sachau): "The astrologers . . . found as the interval between the Deluge and the beginning of the reign of Nebukadnezar 2604 years". Die Ära des Nabonassar<sup>13</sup>, die Al-Bīrūnī Ära des Nebukadnezar nennt, begann  $-747$ . Nach der Rechnung der Astrologen würde die Flut also im Jahre  $-3351$  stattfinden. Man findet in der Literatur auch andere Daten für die Flut, z. B.  $-3101$  nach Abū Ma'shar<sup>14</sup>.

Suchen wir also in dieser Gegend nach einer Datierung der Flut, die zu den Horoskopen 1 und 2 passt: Im Horoskop 1 stand Saturn bei  $211^{\circ}56'$ , und im gleichen Jahr fand eine Konjunktion statt. Da Saturn sich nur langsam bewegt, fand die Konjunktion nicht weit von  $212^{\circ}$  statt, im Anfang des Zeichens Scorpio. Das stimmt zu der Angabe des Textes, die Konjunktion sei die erste in einer Wasser-Triplizität. Für eine Erklärung der vier Triplizitäten siehe die unter <sup>1</sup> und <sup>14</sup> zitierten Arbeiten von Kennedy.

Wenn man die mittleren Bewegungen des Khand. zugrunde legt, so begann eine Wasser-Triplizität im Jahre  $-3340$  mit einer mittleren Konjunktion von Jupiter und Saturn bei  $331^{\circ}$ , im Anfang der Fische. Wenn man aber am mittleren Ort des Saturn eine negative Korrektur von etwas mehr als einem Grad anbringt, so findet die Konjunktion nicht am Anfang der Fische, sondern am Ende des Wassermannes statt, also beginnt die Wasser-Triplizität erst 20 Jahre später, im Jahre  $-3320$  mit einer Konjunktion im Anfang des Skorpions. Diese Konjunktion würde genau zur Beschreibung des Textes passen: "The shift from the air to the water triplicity which indicated the Deluge". Das Datum des ersten Horoskops wäre also  $-3320$  und des zweiten  $-3300$ .

Wir werden nachher sehen, dass die aufgrund unserer Hypothesen berechneten Längen von Saturn und Jupiter für diese zwei Daten fast genau mit den Längen des Textes übereinstimmen. Auch die anderen Planeten stehen in der Gegend, wo sie nach dem Text stehen sollen.

Die Richtigkeit unserer Daten wird ausserdem dadurch bestätigt, dass die Längen des Mondknotens genau stimmen, wie wir jetzt sehen werden.

### 7. Der Mondknoten

Nach unserer sechsten Hypothese lag der aufsteigende Knoten des Mondes im Jahre  $-3101$  bei  $180^{\circ}$ . Nach der ersten Hypothese wurde die Zahl der Umläufe in 360 000 Jahren zunächst als 19352 angenommen. Die jährliche Bewegung wäre dann also in dezimaler Schreibweise

$$b = -19,352.$$

Der Knoten bewegt sich gleichmässig. Die Länge des Knotens im Jahre  $T$  ist also

$$L = 180 - b(T + 3101).$$

Berechnet man nach dieser Formel die Längen des Mondknotens für die Jahreszahlen der Horoskope 4 bis 16, so findet man Werte, die um etwa  $4^\circ$  zu gross sind. Vermindert man die Umlaufszahl 19 352 um eine Einheit, so wird die Übereinstimmung erheblich besser. Die folgende Tabelle zeigt, wie gut sie ist:

Tabelle 5  
*Mondknoten*

| Nr. | Jahr  | Text            | Rechnung        | Diff. Rech.<br>minus Text |
|-----|-------|-----------------|-----------------|---------------------------|
| 1   | -3320 | $98^\circ$      | $97^\circ 52'$  | -8'                       |
| 2   | -3300 | $71^\circ$      | $70^\circ 51'$  | -9'                       |
| 6   | 571   | $217^\circ 13'$ | $43^\circ 8'$   | falsch                    |
| 7   | 630   | $331^\circ$     | $341^\circ 26'$ | $10^\circ 26'$            |
| 10  | 809   | $118^\circ 18'$ | $117^\circ 36'$ | -42'                      |
| 11  | 829   | $91^\circ$      | $90^\circ 35'$  | +35'                      |
| 12  | 848   | $83^\circ$      | $82^\circ 55'$  | -5'                       |
| 13  | 868   | $128^\circ 9'$  | $55^\circ 53'$  | falsch                    |
| 14  | 888   | $28^\circ$      | $28^\circ 52'$  | +52'                      |

## 8. Die Saturnlängen

Berechnet man auf Grund der Hypothesen des Abschnittes 3 die Längen des Saturn, so findet man Werte, die systematisch um etwas mehr als einen Grad höher sind als die des Textes. Um Übereinstimmung zu erhalten, muss man die mittleren Längen des Saturn um 1 bis  $1\frac{1}{2}$  Grad verkleinern. Dazu gibt es zwei Möglichkeiten. Man kann *erstens* die Umlaufszahl des Saturn um  $\frac{1}{2}$  verringern, wie Aryabhata es getan hat. Diesen Vorschlag haben wir 1963 gemacht (siehe die unter 8) zitierte Arbeit von Kennedy und van der Waerden, p. 325). Die Rechnung ergibt, je nachdem persisch oder indisch rechnet, die in Tabelle 6 zusammengestellten Werte.

Ob man persisch oder indisch rechnet, macht bei Saturn nicht viel aus. Bei den Horoskopen 7, 11–13 und 15 beträgt die Differenz mehrere Grade; hier sind die Textwerte offenbar falsch. Diese grossen Differenzen sind in der Tafel eingeklammert. Die übrigen Horoskope für die Jahre -45 bis 928 stimmen gut: die Differenzen sind alle kleiner als  $1^\circ$ . Drei

Tabelle 6

*Längen von Saturn berechnet für Umlaufszahl 12 214 -  $\frac{1}{3}$* 

| Nr. | Jahr  | Text    | Persisch | Diff. | Indisch | Diff. |
|-----|-------|---------|----------|-------|---------|-------|
| 1   | -3320 | 211°56' | 213° 5'  | 1° 9' | 212°45' | 49'   |
| 2   | -3300 | 86°     | 87°37'   | 1°37' | 87°52'  | 1°52' |
| 3   | -45   | 249° 9' | 249°10'  | 1'    | 249°16' | 7'    |
| 5   | -12   | 286°28' | 286°50'  | 22'   | 287°10' | 42'   |
| 6   | 571   | 216°13' | 216°16'  | 3'    | 215°58' | -15'  |
| 7   | 630   | 214°30' | 216°50'  | (2°)  | 216°32' | (2°)  |
| 8   | 650   | 92° 2'  | 92° 7'   | 5'    | 92°24'  | 22'   |
| 9   | 749   | 229°    | 229°14'  | 14'   | 229° 3' | 3'    |
| 10  | 809   | 240°    | 240°45'  | 45'   | 240°43' | 43'   |
| 11  | 829   | 126°    | 122° 5'  | (-4°) | 122°23' | (-4°) |
| 12  | 848   | 335°55' | 345°15'  | (10°) | 345° 3' | (10°) |
| 13  | 868   | 250°18' | 241°17'  | (-9°) | 241°16' | (-9°) |
| 14  | 888   | 122°56' | 122°47'  | -9'   | 123° 5' | 9'    |
| 15  | 908   | 345°28' | 357°42'  | (12°) | 357°27' | (12°) |
| 16  | 928   | 252° 1' | 252°36'  | 35'   | 252°44' | 43'   |

persisch berechnete Werte stimmen sogar sehr gut (Differenzen 1', 3', 5' für -45, +571 und 650).

Die vorsintflutlichen Horoskope 1 und 2 stimmen nicht gut. Die persisch berechneten Werte sind systematisch um 1 oder  $1\frac{1}{2}$  Grad zu gross. Um diesen Mangel zu beheben, versuchen wir es mit der *zweiten Möglichkeit*. Statt die Umlaufszahl des Saturn zu verringern, korrigieren wir die mittlere Länge des Saturn für das Epochenjahr -3101. Die Wirkung dieser Korrektur ist, dass alle mittleren Längen um einen festen Betrag, für den wir  $1^{\circ}12'$  wählen, vermindert werden. Für das Jahr 499, d.h. für die Zeit des Aryabhata kommt diese Verminderung um  $1^{\circ}12'$  genau auf das gleiche hinaus wie die Verringerung der Umlaufszahl um  $\frac{1}{3}$ ; denn  $\frac{1}{3}$  Umlauf oder  $120^{\circ}$  in 360 000 Jahren ist dasselbe wie  $1^{\circ}12'$  in den 3600 Jahren von -3101 bis +499. Für die Jahre 571 bis 928 macht die Verringerung der Umlaufszahl um  $\frac{1}{3}$  etwas mehr aus als  $1^{\circ}12'$ , für die Jahre von -45 bis -12 etwas weniger.

In der folgenden Tabelle 7 sind die korrigierten wahren Längen zusammengestellt. Dabei wurden die Horoskope 7, 11-13 und 15, die grobe Fehler enthalten, weggelassen.

Tabelle 7

*Längen von Saturn für Umlaufszahl 12 214 mit Korrektur  $C = -1^{\circ}12'$* 

| Nr. | Jahr  | Text    | Persisch | Diff. | Indisch | Diff. |
|-----|-------|---------|----------|-------|---------|-------|
| 1   | −3320 | 211°56′ | 211°52′  | −4′   | 211°32′ | −24′  |
| 2   | −3300 | 86°     | 86°11′   | +11′  | 86°26′  | +26′  |
| 3   | −45   | 249° 9′ | 249° 1′  | −8′   | 249° 6′ | −3′   |
| 5   | −12   | 286°28′ | 286°41′  | +13′  | 287° 1′ | +33′  |
| 6   | 571   | 216°13′ | 216°18′  | +5′   | 215°59′ | −14′  |
| 8   | 650   | 92° 2′  | 92°11′   | +9′   | 92°28′  | +26′  |
| 9   | 749   | 229°    | 229°18′  | +18′  | 229° 8′ | +8′   |
| 10  | 809   | 240°    | 240°50′  | +50′  | 240°49′ | +49′  |
| 14  | 888   | 122°56′ | 122°56′  | 0′    | 123°14′ | +18′  |
| 16  | 928   | 252° 1′ | 252°43′  | +42′  | 252°51′ | +50′  |

Jetzt sind alle Differenzen kleiner als  $1^{\circ}$ , auch die ersten beiden. Nach der persischen Rechnung sind fast alle Differenzen etwas kleiner als nach der indischen Rechnung, aber der Unterschied ist nicht gross. Eine persische Differenz ist  $50'$ , aber das ist nicht als Unstimmigkeit zu werten, weil im Text nur die ganzen Grade, nicht die Minuten angegeben sind. Unter den 7 Fällen, in denen die Minuten angegeben sind, finden sich 6 Fälle, in denen die Differenzen nach der persischen Rechnung kleiner als  $15'$  sind. In einem Fall ist die Differenz sogar exakt Null; das ist sehr befriedigend. In den sieben Fällen, in denen die Minuten angegeben sind, stimmt die persische Rechnung in 6 Fällen um etwa  $20'$  besser, in Nr. 16 um  $10'$ . Nur in Nr. 3 ist die indische Rechnung um  $5'$  besser. Wir dürfen daher als wahrscheinlich annehmen, dass die Horoskope von Saturn nach der persischen Methode gerechnet wurden.

### 9. Jupiter

Berechnet man die Jupiterlängen nach der persischen Methode unter der Annahme einer Umlaufszahl 30352 und einer mittleren Länge 0 zur Epoche −3101 und vergleicht sie mit den Textwerten, so erhält man die in Tabelle 8 angegebenen Differenzen:

Tabelle 8

*Jupiterlängen für Umlaufszahl 30 352*

| Nr. | Jahr  | Text    | Rechnung<br>persisch | Differenz |
|-----|-------|---------|----------------------|-----------|
| 1   | –3320 | 192°39′ | 192°20′              | –19′      |
| 2   | –3300 | 74°36′  | 74°34′               | –2′       |
| 3   | –45   | 238°18′ | 240° 5′              | +1°47′    |
| 4   | –25   | 115°24′ | 116°28′              | +1° 4′    |
| 5   | –12   | 152°30′ | 152°51′              | +21′      |
| 6   | 571   | 214°26′ | 214°26′              | +0′       |
| 7   | 630   | 203° 4′ | 204° 3′              | +59′      |
| 8   | 650   | 83° 7′  | 84°28′               | +1°21′    |
| 9   | 749   | 216° 8′ | 217°25′              | +1°17′    |
| 10  | 809   | 239°32′ | 240°45′              | +1°13′    |
| 11  | 829   | 115°44′ | 117° 5′              | +1°21′    |
| 12  | 848   | 341°    | 343°18′              | +2°18′    |
| 13  | 868   | 229°17′ | 230°38′              | +1°21′    |
| 14  | 888   | 108°20′ | 107°45′              | –35′      |
| 15  | 908   | 334°34′ | 2°32′                | falsch    |
| 16  | 928   | 252°11′ | 253°32′              | +1°19′    |

Die Rechnung nach der indischen Methode ergibt fast dasselbe. Wie man sieht, stimmen die beiden vorsintflutlichen Horoskope gut. Von den späteren stimmen nur drei einigermaßen, nämlich die für die Jahre –12, 571 und 888. Der Wert für das Jahr 908 ist ganz falsch; wir werden ihn künftig nicht mehr berücksichtigen. Die übrigen zeigen systematische Differenzen von etwas mehr als einem Grad.

Zur Behebung dieses systematischen Fehlers stehen wieder zwei Wege offen. Die beste Übereinstimmung erhält man, indem man  $\frac{1}{3}$  von der Umlaufszahl subtrahiert; dann werden die meisten Werte fast richtig, insbesondere die beiden vor der Sintflut, wie aus der Tabelle 9 ersichtlich ist. Ob man persisch oder indisch rechnet, macht nicht viel aus.

Drei Differenzen sind (persisch und indisch) grösser als 1°; sie sind in der Tabelle eingeklammert. Von den übrigen liegen die meisten unterhalb 30′. Lässt man alle Differenzen über 30′ ausser Betracht, so bleiben die folgenden übrig:

|          |     |    |    |     |    |     |     |    |    |    |
|----------|-----|----|----|-----|----|-----|-----|----|----|----|
| Persisch | –14 | +2 | +1 | –25 | +9 | –10 | –12 | +1 | –7 | –5 |
| Indisch  | –6  | 0  | –6 | –16 | +9 | –2  | –9  | –6 | –2 | –5 |

Die indischen Werte stimmen etwas besser, aber das kann auch Zufall sein.

Tabelle 9

*Jupiterlängen für Umlaufszahl 30 352 —  $\frac{1}{3}$  mit Korrektur  $C = 0$*

| Nr. | Jahr   | Text      | Persisch | Diff.     | Indisch | Diff.     |
|-----|--------|-----------|----------|-----------|---------|-----------|
| 1   | — 3320 | 192°39'   | 192°25'  | — 14'     | 192°33' | — 6'      |
| 2   | — 3300 | 74°36'    | 74°38'   | + 2'      | 74°36'  | 0'        |
| 3   | — 45   | 238°18'15 | 238°58'  | + 40'     | 239° 1' | + 43'     |
| 4   | — 25   | 115°24'   | 115°25'  | + 1'      | 115°18' | — 6'      |
| 5   | — 12   | 152°30'   | 151°44'  | — 46'     | 151°43' | — 47'     |
| 6   | 571    | 214°26'   | 213° 4'  | (— 1°22') | 213°12' | (— 1°14') |
| 7   | 630    | 203° 4'   | 202°39'  | — 25'     | 202°48' | — 16'     |
| 8   | 650    | 83° 7'    | 83°16'   | + 9'      | 83°13'  | + 6'      |
| 9   | 749    | 216° 8'   | 215°58'  | — 10'     | 216° 6' | — 2'      |
| 10  | 809    | 239°32'   | 239°20'  | — 12'     | 239°23' | — 9'      |
| 11  | 829    | 115°44'   | 115°45'  | + 1'      | 115°38' | — 6'      |
| 12  | 848    | 341°      | 342° 5'  | (+ 1° 5') | 342° 5' | (+ 1° 5') |
| 13  | 868    | 229°17'   | 229°10'  | — 7'      | 229°15' | — 2'      |
| 14  | 888    | 108°20'   | 106°26'  | (— 1°54') | 106°19' | (— 2° 1') |
| 16  | 928    | 252°11'   | 252° 6'  | — 5'      | 252° 6' | — 5'      |

Die zweite Möglichkeit, die systematisch positiven Differenzen der Tabelle 8 zu reduzieren, besteht darin, zu allen mittleren Längen eine negative Konstante  $C$ , etwa  $-1^\circ$  oder  $-1^\circ12'$  zu addieren, wie wir es bei Saturn getan haben. Tut man das, so stimmen die Horoskope von —45 bis 928 ungefähr ebenso gut wie nach Tabelle 9, aber die beiden vorsintflutlichen 1 und 2 werden falsch. Für  $C = -1^\circ$  werden die Fehler der beiden ersten Horoskope  $-1^\circ20'$  und  $-55'$ ; für  $C = -1^\circ12'$  werden sie noch grösser.

Es sieht demnach so aus, als ob dem Zij-i Shāh für Jupiter die gebrochene Umlaufszahl  $30\,352 - \frac{1}{3}$  zugrunde lag und nicht die ganze Umlaufszahl 30 352, die wir früher angegeben haben (siehe Fussnote 7). Ganz sicher kann man allerdings nicht sein, da der Schluss auf die gebrochene Umlaufszahl nur auf den beiden ersten Horoskopen beruht.

### 10. Die Konjunktion von Saturn und Jupiter

Das Manuskript des Ibn Hibinta enthält ausser den Horoskopen auch einige Örter von Saturn-Jupiter Konjunktionen. Die Jahre und Örter sind

| Horoskop | Jahr  | Örter              | Korrigiert     |
|----------|-------|--------------------|----------------|
| 1        | —3320 | Scorpio 1°24'      |                |
| 2        | —3300 | Cancer 3°40'       | Cancer 3°49'   |
| 3        | —45   | Sagittarius 18°55' |                |
| 4        | —25   | Leo 11°20'         | Leo 21°20'     |
| 6        | 571   | Scorpio 4° 2'      |                |
| 7        | 630   | Scorpio 11°19'     | Scorpio 11°17' |
| 8        | 650   | Cancer 13°42'      |                |

Die Zahlen enthalten einige Fehler, die wir zuerst korrigieren müssen. Ibn Hibintā sagt zu Anfang, dass die Verschiebung einer Konjunktion zur nächsten 2°25' beträgt; dazu kommen natürlich 8 Tierkreiszeichen. Viermal 2°25' ist 9°40'; das ist genau die Differenz zwischen den Längen Nr. 6 und 8. Um auch die Differenzen von 1 bis 2, von 3 bis 4 und von 7 bis 8 in Ordnung zu bringen, muss man die Längen Nr. 2, 4 und 7 so berichtigen, wie es oben angegeben wurde. Man braucht jedesmal nur eine Ziffer zu berichtigen. Nach dieser Korrektur ist die Differenz zwischen den Örtern der Konjunktionen der Jahre —25 und 571, die um 30 Konjunktionen auseinander liegen, 72°42' oder 30 mal 2°25'24''. Die korrigierten Örter 3 bis 8 sind also ziemlich genau Glieder einer arithmetischen Reihe mit einer Differenz von etwas mehr als 2°25'.

Aus diesem regelmässigen Verlauf folgt, dass es sich um mittlere Konjunktionen handeln muss. Wahre Konjunktionen würden viel grössere Schwankungen aufweisen.

Vergleicht man nun die Örter der Konjunktionen mit den mittleren Längen von Saturn und Jupiter, die aus den Horoskopen für den Anfang der Jahre —3320 bis 650 erschlossen wurden, so sieht man, dass die beiden vorsintflutlichen Örter recht gut stimmen, dass aber die Örter der Konjunktionen der Jahre —45 bis 650 einen systematischen Fehler von etwas mehr als 8° aufweisen. Betrachten wir etwa die Konjunktion Nr. 6 vom Jahre 571. Die Längen von Saturn und Jupiter nach dem Horoskop und die mittleren Längen nach unseren Rechnungen waren:

|                     |        |         |         |         |         |        |
|---------------------|--------|---------|---------|---------|---------|--------|
| 571 Länge . . . . . | Saturn | Scorpio | 6°13′,  | Jupiter | Scorpio | 4°26′  |
| Mittlere Länge      | Saturn | Libra   | 28°36′, | Jupiter | Scorpio | 2°33′. |

Die mittlere Konjunktion war also schon vorbei; sie fand im vorigen Jahr ungefähr bei Libra 25°58′ statt. Nach dem Text sollte aber die Konjunktion im Jahre 571 in Scorpio 4°2′ statt finden. Die Diskrepanz beträgt mehr als 8°. Ähnlich verhält es sich in allen Jahren von —45 bis 650.

Die eben angegebenen mittleren Längen stimmen fast genau mit der Theorie des Aryabhata und recht gut mit der Wirklichkeit überein. Die Örter der Konjunktionen nach Māshallāh und Ibn Hibinta sind also eindeutig falsch.

Die beiden vorsintflutlichen Konjunktionen dagegen stimmen gut. Nimmt man, wie wir es in unseren Rechnungen getan haben, die Länge von Saturn am Anfang des Jahres —3101 als —1°12′ und die des Jupiter als 0° an, so war die mittlere Konjunktion kurz vorher in Pisces 28°0′. Setzt man wieder die Umlaufszahl von Saturn gleich 12 214 und von Jupiter gleich 30 352 —  $\frac{1}{3}$ , so ist der von Saturn zurückgelegte Weg von einer Konjunktion zur nächsten

$$\frac{12214}{18138 - \frac{1}{3}} = 242^{\circ}25'33''.$$

Rechnet man nun von Pisces 28° aus 11 Konjunktionen zurück, so kommt man auf Scorpio 1°19′. Würde man zur mittleren Länge von Saturn 3′ addieren, so würde man genau auf Scorpio 1°24′ als Ort der mittleren Konjunktion kommen. Der Text gibt Scorpio 1°24′; das stimmt also sehr gut.

## 11. Mars

Auf Grund der Hypothesen aus Abschnitt 3 sind in der folgenden Tabelle 10 die Resultate der berechneten Längen von Mars bei einer Umlaufszahl 191 402 zusammengestellt.

Die Horoskope 8, 11 und 15 sind ersichtlich falsch, wir lassen sie, zusammen mit dem fehlenden 14. im folgenden weg. Bei den übrigen sehen wir, dass sowohl bei der indischen wie bei der persischen Rechnung die Längen etwa 2° zu gross ausfallen. Wir haben daher die Umdrehungszahl um  $\frac{2}{3}$  vermindert und die Ergebnisse der Tabelle 11 erhalten.

Tabelle 10

*Marslängen für die Umlaufzahl 191 402*

| Nr. | Jahr  | Text   | Persisch | Diff.   | Indisch | Diff.   |
|-----|-------|--------|----------|---------|---------|---------|
| 1   | —3320 | 207;17 | 212;34   | 5;17    | 212;04  | 5;47    |
| 2   | —3300 | 49;49  | 50;24    | 0;35    | 50;03   | 0;14    |
| 3   | —45   | 310;49 | 313;24   | 2;35    | 313;27  | 2;38    |
| 4   | —25   | 110    | 111;34   | 1;34    | 112;04  | 2;04    |
| 5   | —12   | 81;22  | 83;20    | 1;58    | 83;06   | 2;44    |
| 6   | 571   | 72;15  | 74;18    | 2;03    | 73;56   | 1;41    |
| 7   | 630   | 275    | 274;53   | —0;07   | 274;25  | —0;35   |
| 8   | 650   | 82;40  | 74;49    | —7;51   | 74;28   | —8;12   |
| 9   | 749   | 349    | 351;27   | 2;27    | 351;46  | 2;46    |
| 10  | 809   | 323;45 | 326;22   | 2;37    | 326;34  | 2;49    |
| 11  | 829   | 122;07 | 135;52   | ca. 12° | 135;02  | ca. 13° |
| 12  | 848   | 218;12 | 221;17   | 3;05    | 220;39  | 2;27    |
| 13  | 868   | 47;34  | 52;35    | 5;01    | 52;13   | 4;39    |
| 14  | 888   | —      | 326;55   | —       | 327;08  | —       |
| 15  | 908   | 350;45 | 135;03   | —       | 136;14  | —       |
| 16  | 928   | 28;13  | 30;32    | 2;19    | 30;25   | 2;12    |

Tabelle 11

*Marslängen für die Umlaufzahl 191 402 — 3*

| Nr. | Jahr  | Text   | Persisch | Diff. | Indisch | Diff. |
|-----|-------|--------|----------|-------|---------|-------|
| 1   | —3320 | 207;17 | 212;57   | 5;40  | 212;26  | 5;09  |
| 2   | —3300 | 49;49  | 50;29    | 0;40  | 50;08   | 0;19  |
| 3   | —45   | 310;49 | 311;49   | 1     | 311;51  | 1;02  |
| 4   | —25   | 110    | 109;22   | —0;38 | 109;48  | —0;12 |
| 5   | —12   | 81;22  | 81;48    | 0;26  | 81;33   | 0;11  |
| 6   | 571   | 72;15  | 72;37    | 0;22  | 72;15   | 0     |
| 7   | 630   | 275    | 272;10   | —2;50 | 271;41  | —3;19 |
| 9   | 749   | 349    | 349;43   | 0;43  | 350;02  | 1;02  |
| 10  | 809   | 323;45 | 324;28   | 0;43  | 324;39  | 0;54  |
| 12  | 848   | 218;12 | 214;52   | —3;20 | 214;19  | —3;53 |
| 13  | 868   | 47;34  | 50;57    | 3;23  | 50;35   | 3;01  |
| 16  | 928   | 28;13  | 28;52    | 0;39  | 28;47   | 0;34  |

Die Fehler bei den Horoskopen 1, 7, 12 und 13 betragen mehrere Grade, wir lassen sie daher ausser Betracht. Bei Nr. 3 stimmen die persische und die indische Rechnung bis auf zwei Minuten überein; der Fehler beträgt  $1^\circ$ . Bei Nr. 9, Nr. 10 und Nr. 16 beträgt der Fehler sowohl nach persischer als nach indischer Rechnung mehr als  $30'$ . Bei den verbleibenden Nummern 2, 4, 5 und 6 stimmt die indische Rechnung stets etwa  $20'$  besser als die persische, bei Nr. 6 ist die Differenz zwischen Text und indischer Rechnung sogar Null.

## 12. Zusammenfassung der Ergebnisse für Saturn, Jupiter und Mars

Die Längen von Saturn wurden sehr wahrscheinlich mit der persischen Umlaufszahl 12 214 in 360 000 Jahren und einer Verschiebung der mittleren Länge von  $C = -1^\circ 12'$  für das Epochenjahr  $-3101$  nach der persischen Methode gerechnet.

Bei Jupiter und Mars müsste, um Übereinstimmung mit der Beobachtung zu erreichen, die Umlaufszahl um einen Bruchteil  $\frac{1}{3}$  bzw.  $\frac{2}{3}$  geändert werden. Solche gebrochenen Umlaufszahlen widersprechen dem persischen System. Indem ihr 12-faches wiederum ganzzahlig ist, führen sie zum indischen System des Âryabhata. In diesem werden die Umlaufszahlen in einem Mahâyuga von 4 320 000 Jahren angegeben. Im Mahâyuga finden wir für Jupiter die Umlaufszahl 364 220 des alten Sûrya-Siddhânta<sup>16</sup> und für Mars 2 296 816. Zudem werden diese beiden Planeten mittels der indischen Methode gerechnet.

Die Schlussfolgerung, dass Jupiter und Mars nach dem indischen System berechnet sind, stimmt auf das beste überein mit der im Abschnitt 2 wiedergegebenen Mitteilung des Hāshimī, nach der Khusro Anushirvan und seine Astronomen den Arkand (= Khandakhadyaka) für sehr genau befunden und ihre "Tafeln des Shāh" entsprechend eingerichtet haben. Die Methoden des Arkand sind selbstverständlich indische Methoden.

Wir werden in einem zweiten Teil versuchen, die mittleren Bewegungen für Venus, Merkur und den Mond auszuwerten. Aus den Aszendenten werden wir ferner die Jahreslänge und die geographische Breite ermitteln.

Wir danken Prof. H. P. Künzi, Direktor des Institutes für Operations Research der Universität Zürich, und Herrn M. Constam für die sorgfältige Ausführung der Maschinenrechnungen.

## NOTES AND REFERENCES

1. E. S. Kennedy, The Sasanian Astronomical Handbook *Zīj-i Shāh*. J. of the Amer. Orient. Soc. 78, p. 259.
2. Al-Bīrūnī, Al Qānūn al-Mas'ūdī. Osmania Oriental Publications Bureau, Hyderabad-Deccan (1954–56), p. 1423.
3. E. S. Kennedy, A Survey of Islamic Astronomical Tables (zu zitieren als *Kennedy Survey*). Trans. Amer. Philos. Soc. 46, p. 123 (1956), Nr. 30 (p. 129).
4. P. C. Sengupta, The Khandakhādya of Brahmagupta. Translated with introduction etc. University of Calcutta 1934.
5. Al-Bīrūnī, On Transits (Rasa'ilul-Bīrūnī), Amer. Univ. of Beirut Oriental Series No. 32, p. 37 (32: 16). See also Kennedy, Survey X 214.
6. Varāha Mihira, Panchasiddhāntikā ed. G. Thibaut and M. S. Dvivedi, Medical Hall Press, Benares 1889.
7. Al Bīrūnī, Book of Instruction in Astrology. Transl. R. R. Wright, London 1934, p. 114. Siehe auch 8. Section 6.
8. E. S. Kennedy und B. L. van der Waerden, The World-Year of the Persians, J. Amer. Oriental Soc. 83, p. 315 (1963).
9. H. Suter, Die astronomischen Tafeln des Muhammed ibn Mūsā al- Khwārizmī. Kgl. Danske Vid. Selsk. Skrifter, 7. Række, hist.-fil. Afd., III, 1 (1914), S. 33.
10. O. Neugebauer, The astronomical tables of al-Khwārizmī. Hist.-filos. Skrifter Danske Vid.-Selsk. 4, no. 2 (1962).
11. B. L. van der Waerden: Ausgleichspunkt, "Methode der Perser" etc. Archive for History of Exact Sciences I, p. 107 (1961).
12. Dieser Gedankengang ist antik: er steht bei Theon von Smyrna (ed. Hiller) p. 186–187.
13. Ptolemaios, Almagest (ed. Heiberg) S. 254.
14. E. S. Kennedy, Ramifications of the World-Year Concept, Ithaca 26 VIII–2 IX 1962 (Germann, Paris) p. 26.
15. Wie uns E. S. Kennedy mitteilt, wird in arabischer Schrift aus 18' durch Hinzufügen eines Punktes 58'. Betrachtet man das Weglassen dieser Punktes als Schreibfehler, so erhält man völlige Übereinstimmung der Textes mit der persischen Rechnung.
16. Siehe: B. L. van der Waerden, Vergleich der mittleren Bewegungen in der babylonischen, griechischen und indischen Astronomie. Centaurus 11 (1965) 1–18.
17. Zur Bedeutung des Wortes kardaja siehe: A. P. Juschkewitsch, Geschichte der Mathematik im Mittelalter (Basel 1964) S. 179 und W. Woepcke, Sur le mot kardaja ..., Nouvelles Annales de Mathematiques 13 (1854), S. 386–394.