

5911
NADAL, R.
1989

RESTITUTION A PARTIR D'UN TEXTE D'UN INSTRUMENT D'ASTRONOMIE, LA SPHERE MOBILE D'HIPPARQUE*

L'astronomie est une science fondée sur l'observation. Mais les astronomes ont ressenti dès la plus haute Antiquité le besoin de compléter les observations par des mesures, afin de mieux étudier la position et le mouvement des astres et parvenir ainsi à une meilleure connaissance des phénomènes célestes. Les quantités mesurées étaient des angles entre des directions passant toutes par l'œil de l'observateur et il ne faut pas s'étonner si tous les instruments d'observation dont nous avons conservé la trace, surtout par la littérature, étaient conçus dans ce but.

Le plus ancien de tous ces instruments est sans nul doute le gnomon, simple piquet planté verticalement sur un sol horizontal. L'étude de l'ombre portée du gnomon au cours de la journée fournit une évaluation des durées et permet de déterminer aisément le méridien du lieu. Tout au long de l'année elle donne la hauteur du Soleil qui, à certaines époques remarquables (solstices et équinoxes), permet de connaître la latitude du lieu d'observation et l'obliquité de l'écliptique.

Un deuxième instrument, qui a certainement évolué jusqu'à la description que nous en fait Héron⁽¹⁾, est la dioptré. Conçu pour la mesure de l'angle que font deux directions quelconques, il sert en astronomie à mesurer la distance angulaire de deux astres. Un relevé du ciel par triangulation à l'aide de cet instrument rend alors possible l'établissement d'atlas célestes en procédant de proche en proche.

Il est fort probable qu'Hipparque a utilisé ces deux instruments qu'il cite dans ses écrits⁽²⁾. Mais, selon certains auteurs, c'est un astrolabe qu'il aurait utilisé pour établir son catalogue d'étoiles. Si la dioptré est un simple instrument de repérage, l'astrolabe, d'invention plus récente, permet, lui, d'obtenir directement les coordonnées écliptiques des astres⁽³⁾.

Enfin, les astronomes de l'Antiquité, tout comme ceux de notre époque, avaient sûrement besoin de conserver le temps durant leurs observations nocturnes, et ce rôle était probablement dévolu aux clepsydras alors que de jour le cadran solaire remplissait cet office.

Tels étaient, sans que notre énumération se veuille exhaustive, les instruments dont s'aidaient les astronomes grecs pour observer le ciel. Les observations leur permettaient de réaliser des représentations matérielles du ciel auxquelles ils pouvaient recourir dans leurs efforts constants pour « sauver les phénomènes ».

* par R. NADAL et J.P. BRUNET, Observatoires du Pic du Midi et de Toulouse

Face à la voûte céleste, l'observateur semble être situé au centre de l'Univers, dont il ne perçoit que les apparences, et tout se passe comme si les objets célestes étaient tous à la même distance, c'est-à-dire situés sur une sphère. Il est donc tout naturel de représenter le ciel sur un globe, plutôt que sur une carte plane, car il est aisé d'y reporter les angles mesurés à l'aide des instruments décrits précédemment. L'utilisateur du globe céleste ne peut en voir que l'extérieur, sur lequel les constellations sont représentées inversées, et il doit s'imaginer être au centre du globe pour avoir une figuration du ciel conforme à la réalité.

On admet généralement que la construction des globes célestes a précédé celle des globes terrestres et qu'Anaximandre de Milet (vers -550) est l'auteur du premier globe céleste. Le globe le plus ancien qui nous soit parvenu date de la fin du 11^{ème} siècle et est dû à un artisan arabe de Valence (Espagne), Ibrahim Ibn Saïd as Sahlî'al-Wazzan. Il est conservé au Musée d'Histoire des Sciences de Florence⁽⁴⁾. Pour ce qui est de l'Antiquité, nous ne conservons que des représentations artistiques de tels instruments, comme par exemple celle que nous en fournit la sculpture connue sous le nom d'Atlas Farnèse conservée au Musée de Naples. Mais la littérature ancienne nous a transmis quelques renseignements sur les globes célestes et leur construction. En particulier, Ptolémée⁽⁵⁾ s'étend assez longuement sur la construction de la sphère solide dite à précession.

Sur ces globes célestes sont représentés, en plus du dessin des constellations et de la place des étoiles les plus brillantes, un certain nombre de cercles fondamentaux (écliptique, équateur, tropiques, colures, etc.). Le globe peut tourner autour d'un axe passant par les pôles de l'équateur et solidaire d'une armille méridienne qui, elle-même, peut tourner dans son plan tout en restant perpendiculaire à une autre armille qui matérialise l'horizon du lieu (figure 1). On voit aisément que cet instrument, qui permet de simuler le mouvement apparent diurne du ciel pour n'importe quelle latitude, offre la possibilité de parvenir rapidement à de nombreuses constatations comme la simultanéité de certains phénomènes, l'existence d'étoiles toujours visibles ou toujours invisibles, etc. De plus, si les cercles les plus importants (écliptique, équateur et méridien) sont gradués, il peut devenir un instrument de calcul d'une grande efficacité, évitant le recours à la trigonométrie sphérique qui en était à ses débuts dans l'Antiquité et dont la pratique était d'une grande lourdeur puisqu'on ne possédait alors que des tables de cordes. C'est ainsi que les Grecs pouvaient calculer pour n'importe quelle latitude la durée du jour à toute époque de l'année, celle du lever ou du coucher des constellations, des signes du Zodiaque, etc.

Nous savons par Ptolémée⁽⁶⁾ que le célèbre astronome grec Hipparque (-193, -120 environ) a possédé un tel globe céleste. Le « Commentaire aux Phénomènes d'Eudoxe et d'Aratos » (cf. note 2) est le seul texte de l'œuvre d'Hipparque qui nous soit parvenu ; il donne, à première lecture, l'impression qu'Hipparque s'est aidé de cet instrument lors de sa rédaction. Comment en effet imaginer que les descriptions soient uniquement issues de l'observation ? Voici, à titre d'exemple, ce que dit Hipparque à propos du coucher de Cassiopée⁽⁷⁾ :

Pendant le coucher de Cassiopée, se couche l'arc du Zodiaque qui va du 21^{ème} degré du Bélier au milieu du 24^{ème} degré du Taureau et passe au méridien l'arc qui va du milieu du 24^{ème} degré du Cancer au 5^{ème} degré de la Vierge. L'étoile sur la tête se couche la première et celle sur les pieds la dernière.

Les étoiles qui passent au méridien sont, au début, la patte avant du Lion, la boréale des deux qui suivent des étoiles de la tête du Lion et l'étoile la plus brillante de l'Hydre et, à la fin, la deuxième, à partir de la queue, des étoiles brillantes du Dragon ainsi que l'étoile sur le bec et celle sur la tête du Corbeau.

Le coucher de Cassiopée dure deux heures deux tiers.

Ce passage du texte nous apporte un certain nombre d'informations :

- Plusieurs étoiles sont décrites par leur position au sein de leur constellation ou par leur éclat et il est en général aisé de les identifier. Ainsi, celle sur la tête de Cassiopée est celle que nous appelons maintenant ζ Cas.

- Une étoile se couche du temps que tel point de l'écliptique se couche et que tel autre passe au méridien. Hipparque repère la position de ces deux points sur l'écliptique. Par ailleurs, cette étoile se couche du temps que d'autres étoiles passent au méridien.

- La durée totale du coucher de Cassiopée est enfin indiquée, c'est l'intervalle de temps qui sépare le coucher de la première de celui de la dernière étoile de la constellation à se coucher.

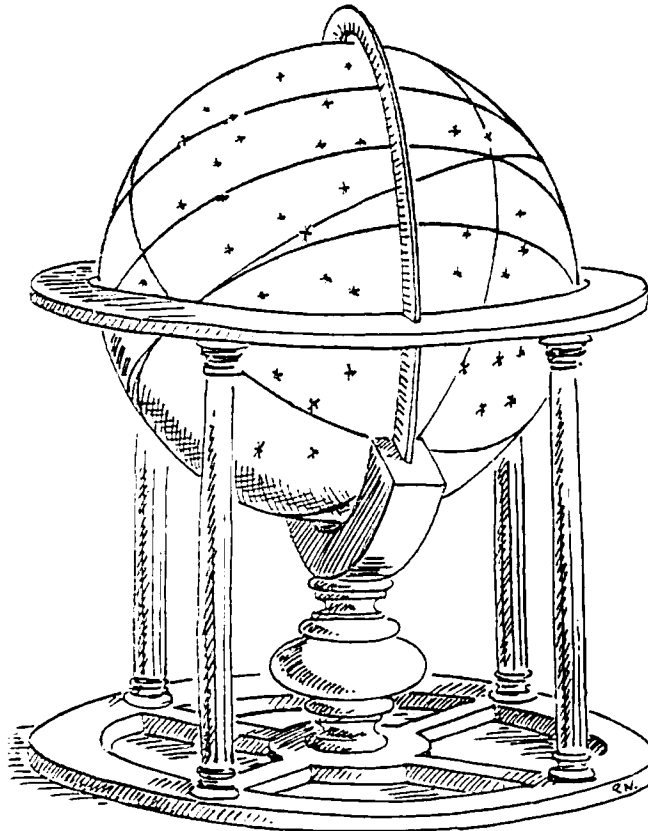


Figure 1 — Vue artistique d'un globe céleste.

Hipparque décrit ainsi le lever et le coucher de 43 constellations pour la latitude de 36° , mais les manuscrits comportent une lacune pour le coucher de deux d'entre elles, le Centaure et le Corbeau. En vue d'une exploitation numérique, le passage cité peut être résumé par le tableau suivant, où la première ligne concerne les simultanités qui se produisent au début du coucher de Cassiopée et la deuxième celles qui se produisent à la fin :

Couchers			Culminations		
ζ Cas	21 Ari $\lambda = 20^\circ$	24,5 Crv $\lambda' = 20^\circ$	α Leo	μ Leo	α Hya
ϵ Cas	24,5 Tau $\lambda = 53^\circ,5$	5 Vir $\lambda' = 154^\circ$	κ Dra	α Crv	ϵ Crv
Etoiles	Ecliptique		Etoiles		

Il s'imposait de commencer le traitement des renseignements contenus dans le texte par celui des données numériques, c'est-à-dire celles concernant l'écliptique seul. Le texte fournit 165 couples (λ, λ') tels que le point de l'écliptique de longitude λ se lève ou se couche du temps que culmine le point de l'écliptique de longitude λ' . Les nombres donnés par Hipparque sont exprimés en degrés et demi-degrés ; or, quelle que soit la latitude, on ne peut avoir aussi souvent simultanéité entre passage à l'horizon et passage au méridien de points de l'écliptique dont la longitude soit exactement un entier ou un demi-entier. Les longitudes λ et λ' sont donc arrondies par Hipparque au demi-degré. Si l'on suppose connues la latitude φ et l'obliquité ϵ de l'écliptique, il est possible de savoir si les couples (λ, λ') sont cohérents compte tenu de l'arrondi effectué. On constate que pour les valeurs approchées qu'Hipparque attribue à φ et à ϵ ($\varphi = 36^\circ$ et $\epsilon = 24^\circ$), seulement 124 couples sont cohérents. Nous avons recherché, par une méthode d'autocorrélation, des valeurs de j et de e qui rendent maximum le nombre de couples cohérents. Un maximum de 142 couples est obtenu lorsque $\varphi = 36^\circ 15'$ et $\epsilon = 23^\circ 43'$. Mais la comparaison des longitudes indiquées par Hipparque à celles que l'on peut calculer en fixant φ et e à ces valeurs conduit à un histogramme des résidus bimodal.

Ce résultat, à première vue anormal, vient cependant renforcer notre impression initiale, car l'hypothèse selon laquelle Hipparque a pu s'aider d'un globe céleste pour écrire son traité devient maintenant très vraisemblable si l'on interprète l'existence des deux modes par le fait qu'Hipparque a pu lire les longitudes écliptiques de part et d'autre d'une armille méridienne épaisse. L'épaisseur trouvée pour cette armille est faible, elle est de $0^\circ,5$ environ, ce qui a sans doute pu laisser croire à Hipparque qu'il pouvait la négliger dans ses lectures⁽⁸⁾.

Les enseignements que nous venons de tirer du texte permettent alors d'aborder l'étude du globe céleste lui-même et, en particulier, celle de la représentation des étoiles qui y sont reportées. Dans le passage cité plus haut, l'étoile ζ Cas se couchait, mais ailleurs Hipparque décrit son lever. Dans chaque cas une donnée numérique (λ, λ') est associée au phénomène et il est donc possible de déterminer ses coordonnées à partir du texte. Il en est ainsi pour 75 étoiles figurant sur le globe céleste.

Du fait que les données numériques associées aux phénomènes stellaires sont arrondies, une étoile donnée ne doit pas se trouver en un point défini de la sphère mais à l'intérieur d'une surface polygonale. Par ailleurs, la longitude écliptique lue au méridien a pu l'être selon l'une ou l'autre des deux faces de l'armille méridienne et il en est de même du repérage de l'étoile lors de sa culmination. Il s'ensuit donc que l'étoile ne doit pas se trouver à l'intérieur d'un polygone donné mais à l'intérieur d'un polygone à choisir parmi plusieurs. Ce choix ne peut pas être fait a priori mais la connaissance de ces polygones permet de calculer la probabilité pour que l'étoile présente des écarts donnés, en ascension droite et en déclinaison, par rapport à la position théorique qu'elle aurait à une époque t . La connaissance de l'ensemble des polygones permet ensuite de calculer la probabilité pour qu'une étoile quelconque parmi les 75 présente de tels écarts.

Ces écarts sont petits et l'on est en droit de traiter le problème dans le plan en ramenant toutes les positions théoriques en un même point et tous les polygones à un même référentiel lié à ce point. Les calculs faits pour l'époque $t = -175$ conduisent à une loi de probabilité « expérimentale » totalement erratique et qui évolue peu dans un large domaine autour de cette époque (figure 2a). Or, il est légitime d'admettre que les erreurs commises par Hipparque lors des observations et lors du report des étoiles sur le globe obéissent à une loi normale à deux dimensions. Afin de retrouver cette loi à partir de la loi expérimentale obtenue, il est nécessaire d'introduire dans les calculs un nouveau paramètre. Il en est un qui s'imposait tout naturellement : le diamètre des étoiles. Il semble en effet peu probable qu'Hipparque ait représenté les étoiles sur son globe par des points. Il les a sûrement représentées par des surfaces, plus visibles, que l'on peut assimiler statistiquement à des cercles de même diamètre d .

L'introduction de ce nouveau paramètre est d'autant plus justifiée que, de tout temps, les astronomes ont représenté les étoiles sur leurs globes par des cercles ou des symboles s'inscrivant dans un cercle. Sur le globe de al-Wazzan, par exemple, les étoiles sont figurées par des cercles dont le diamètre varie de 1° à 2° environ. Ptolémée lui-même, dans le passage cité à propos de la construction de la sphère solide, conseille de les peindre de couleurs différentes, selon leur aspect ; ce ne sont donc pas des points. Enfin, dans le problème qui est le nôtre, l'introduction du paramètre d permet de traiter des données que nous avons dû laisser de côté en supposant les étoiles représentées par des points.

La prise en compte de d dans les calculs conduit à un accroissement des dimensions des polygones où doivent se trouver les étoiles et à des modifications notables de la loi de probabilité expérimentale des écarts. Un accord presque parfait avec la loi de Gauss est obtenu pour la valeur $d = 1^\circ,7$ (figure 2b).

Les caractéristiques de la distribution théorique étant maintenant connues –ce sont celles de la distribution expérimentale obtenue pour cette valeur de d – il est alors aisé de connaître pour toute valeur t de l'époque le polygone qui convient le mieux à la position de chacune des 75 étoiles, c'est-à-dire celui auquel correspond la probabilité la plus grande. L'étude du produit des 75 probabilités maximales permet alors de déterminer avec précision l'époque des observations. On trouve $t = -140$, ce qui confirme que les observations ont été faites par Hipparque lui-même. Autre résultat du calcul, on sait, pour chaque culmination indiquée dans le texte, selon quelle face de l'armille méridienne Hipparque a lu ses longitudes écliptiques ou repéré les étoiles. Enfin, dans le cas de couples (λ, λ') non cohérents, on peut déceler celle des deux longitudes qui a le plus de chances d'être erronée, qu'elle le soit du fait d'Hipparque lui-même ou de celui d'un copiste.

Une méthode analogue nous a permis d'évaluer à $1^\circ,8$ environ la coudée utilisée par Hipparque quand il dit par exemple qu'une étoile « précède le méridien d'une demi-coudée ». De même, il est possible d'estimer le degré de précision avec lequel Hipparque a travaillé quand il dit par exemple qu'une étoile « précède légèrement le méridien ». Ce « légèrement » vaut en moyenne $0^\circ,4$. On est enfin en possession des coordonnées des 75 étoiles sur le globe céleste⁽⁹⁾.

En conclusion, l'hypothèse selon laquelle Hipparque s'est aidé d'un globe céleste pour écrire son traité se voit confirmée par le calcul. Ceci amène la constatation suivante touchant à l'utilisation de tels instruments : ils pouvaient servir à des fins didactiques en fournissant de façon simple des enseignements qualitatifs ou des valeurs numériques approchées ; une telle utilisation est attestée à l'évidence par le traité d'Hipparque qui s'adresse non à des spécialistes mais à un public, certes cultivé, mais peu soucieux de la précision scientifique.

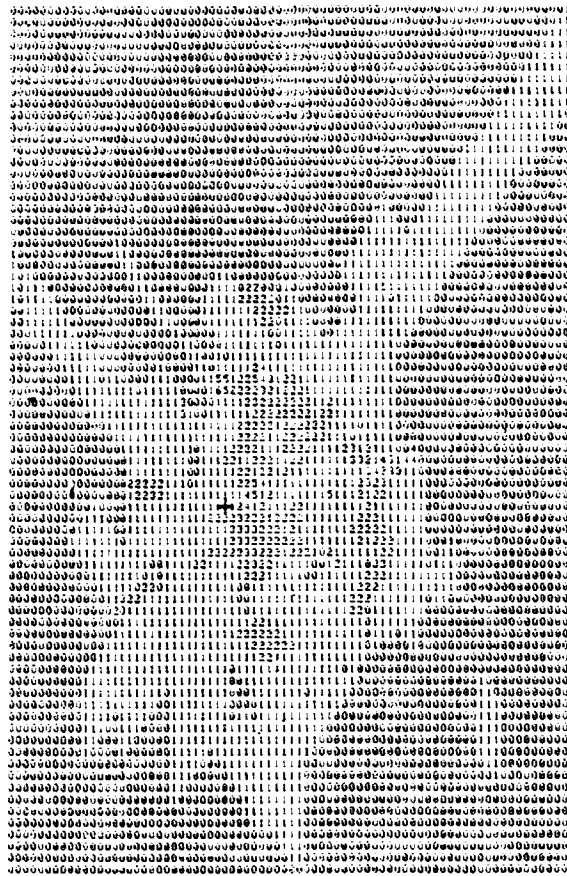


Figure 2a — Loi de probabilité expérimentale des écarts de la position des étoiles sur le globe céleste par rapport à leur position théorique obtenue pour l'époque $t = -175$. Les probabilités en chaque point du rectangle sont données selon une échelle conventionnelle allant de 0 à 10, le nombre 10 étant remplacé par le symbole $\$$. Le domaine couvert par la distribution s'étend sur quelques degrés seulement autour de la position théorique des étoiles, indiquée par une croix.

Les données numériques contenues dans le texte, aussi imprécises soient-elles, permettent par leur grand nombre de parvenir à des résultats intéressants l'histoire de l'astronomie sur lesquels nous ne pouvons nous étendre, nous réservant d'insister ici sur la restitution du globe céleste d'Hipparque. Les défauts de cet instrument, mis en évidence par le calcul, sont petits, ce qui indique qu'il est construit avec un grand soin. Les valeurs trouvées pour l'épaisseur de l'armille méridienne, le diamètre des étoiles, etc. permettent d'imaginer son aspect, sans qu'il soit possible toutefois de connaître ses dimensions. Nous avons tenté de reconstituer ce globe céleste avec le concours de l'atelier mécanique de l'Observatoire du Pic-du-Midi et de Toulouse. La figure 3 montre une vue de l'appareil qui a été réalisé. Le globe a un diamètre de 65 cm. Nous y avons tracé un équateur et un écliptique, gradués de degré en degré, et reporté les 75 étoiles étudiées.

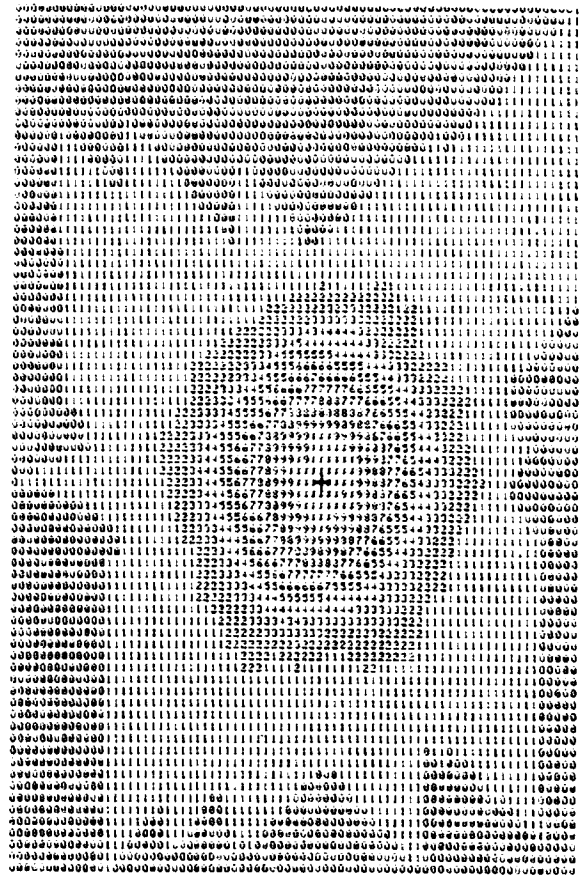


Figure 2b — Loi de probabilité obtenue pour l'époque $t = -140$ et un diamètre des étoiles $d = 1^{\circ}.7$. Les courbes d'égal probabilité sont très proches des ellipses théoriques.

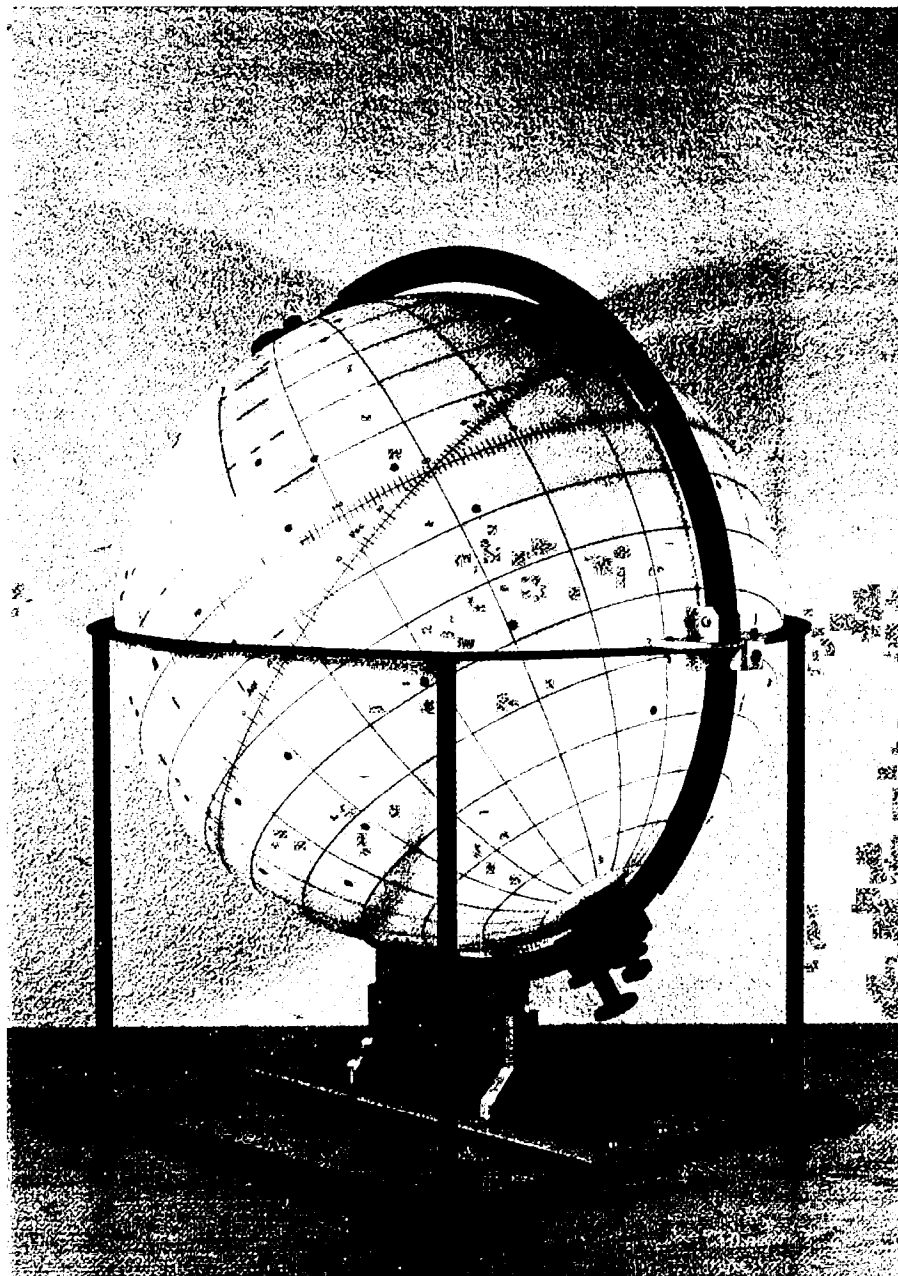
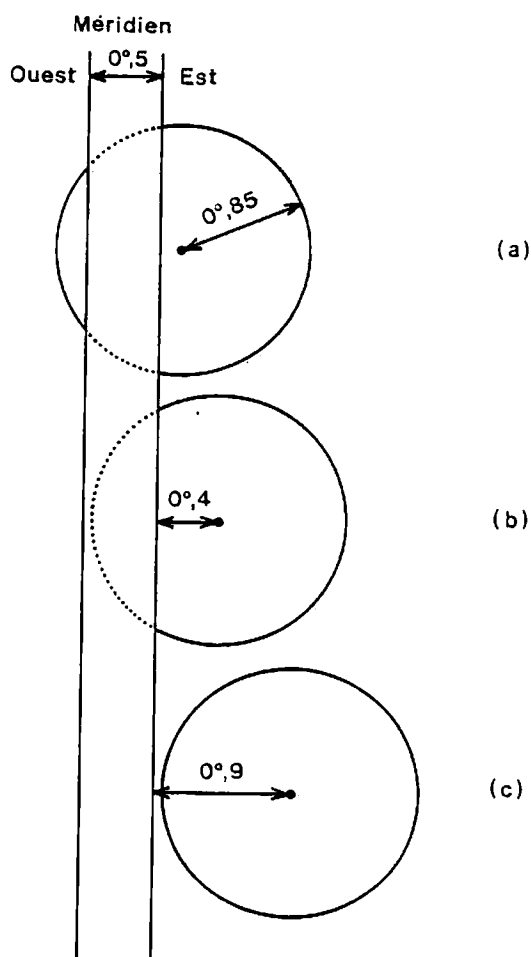


Figure 3 — Instrument réalisé afin de restituer les caractéristiques mécaniques du globe céleste d'Hipparque. Plusieurs réglages permettent d'afficher les paramètres de la fonction d'appareil, ce qui rend possible une vérification des conclusions du calcul (Cliché OPMT).

Le texte conduit à un autre enseignement d'importance : la manière dont Hipparque se sert de son globe céleste. Elle peut choquer l'astronome contemporain qui, en aucun cas, ne se référerait indifféremment à l'une ou à l'autre des deux faces de l'armille méridienne dans ses lectures de longitudes ou pour repérer des étoiles. Mais il serait aventureux de voir dans la procédure qui est celle d'Hipparque un état encore élémentaire de la méthode scientifique. En effet, Hipparque procède, malgré les apparences, avec une certaine rigueur car, s'il utilise tout au long du texte les deux faces de l'armille méridienne, le calcul montre que, pour une culmination donnée, il repère le plus souvent longitude écliptique et étoiles selon la même face de l'armille, gardant ainsi une précision meilleure que le demi-degré. Par ailleurs, ses approximations, grossières à première vue, le sont moins quand on connaît le diamètre des étoiles et la valeur que l'on doit attribuer à la coudée ou à l'expression « légèrement ». Ces trois quantités ne semblent pas en effet choisies au hasard mais, eu égard à l'épaisseur de l'armille méridienne, constituer plutôt une échelle de valeurs permettant à Hipparque de quantifier les écarts des étoiles par rapport au méridien (figure 4).

Le « Commentaire aux Phénomènes d'Eudoxe et d'Aratos » est fort probablement le seul texte de l'Antiquité qui nous conserve de tels enseignements sur la construction et l'utilisation de cet instrument auxiliaire de la pensée astronomique qu'est le globe céleste.



NOTES

- (1) Pour une restitution de cet instrument voir, par exemple, B.L. van der Waerden, *Erwachende Wissenschaft*, Bâle, 1966, p. 173.
- (2) *Hipparchi in Arati et Eudoxi Phenomena Commentarium*. Edition avec traduction allemande de K. Manitius, Leipzig, 1894. — Hipparque mentionne le gnomon à I, 3, 6 et I, 4, 8 et la dioptré à I, 10, 24 et 26.
- (3) On ne doit pas confondre cet instrument avec l'astrolabe plan utilisé par les Arabes dès le haut Moyen-Age.
- (4) Cf. le catalogue rédigé par M.L. Righini Bonelli, *Il Museo di Storia della Scienza a Firenze*, Milan, 1976, notice n° 43 et planche 22.
- (5) *Almageste*, VIII, 3. On pourra consulter les éditions suivantes :
* *Composition mathématique de Claude Ptolémée*, par M. Halma, Paris, 1813-16. Réédition en fac-similé par Hermann, 1927.
* *Des Claudius Ptolemäus Handbuch der Astronomie*, deutsche Übersetzung und erläuternde Anmerkungen von K. Manitius, Leipzig, 1963.
* *Ptolemy's Almagest* translated and annotated by G.J. Toomer, Londres, 1984.
- (6) *Almageste*, VII, 1.
- (7) *Op. cit.*, II, 6, 9. Nous donnons de ce passage une traduction libre provisoire.
- (8) Pour le détail de l'analyse qui précède, le lecteur pourra se reporter à notre article « Le "Commentaire" d'Hipparque. — I. La Sphère mobile », *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 29, p. 201, 1984
- (9) Cette deuxième partie de notre travail fait l'objet d'un article en cours de rédaction et qui sera soumis à la revue *Archive for History of Exact Sciences*

IN ACTUALITÉ DE L'ANTIQUITÉ