

6199-6206
TANNERY, P.
1893

Mémoires de la Société des sciences
de Bordeaux 1893

RECHERCHES SUR L'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE ANCIENNE.

365

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE.....	Pages. v à VIII
--------------	--------------------

CHAPITRE I

CE QUE LES HELLÈNES ONT APPELÉ ASTRONOMIE.....	1 à 25
--	--------

La science du ciel a d'abord été appelée *astronomie*, puis *astrologie*, puis *mathématique*. — A ces trois noms correspondent trois périodes distinctes de son développement dans l'antiquité. — Le sens primitif du mot astronomie a été « distinction des constellations ». — Le but se bornait à la reconnaissance des saisons et de l'heure pendant la nuit. — Constellations homériques. — Premières descriptions du ciel; les *Phénomènes* d'Aratus. — L'année lunisolaire des Grecs. — La réforme de Méton négligée à Athènes. — Les paraegmes et la prévision du temps, occupation des anciens astronomes mentionnés par Théophraste. — Moyens d'observations: le polos et le gnomon. — Indications sur d'anciens écrits, probablement versifiés. — Cléopâtre; Thalès. — Le prototype versifié de la *Didascalie céleste* de Leptine. — Résumé.

CHAPITRE II

CE QUE LES HELLÈNES ONT APPELÉ ASTROLOGIE.....	26 à 55
--	---------

Emploi du terme d'astrologie par Aristote. — L'École de Cysique; Eudoxe de Cnide. — Le problème de la science est désormais posé dans toute son extension. — Part attribuée à la physique. — Application des mathématiques, limitée par l'insuffisance de leur développement. — Les précurseurs: Pythagore, Énonopide de Chios. — Fragment historique d'Eudème. — Écrits postérieurs à Eudoxe: la *Petite Astronomie*. — La *Sphérique* primitive; celle de Théodose de Bithynie. — *Phénomènes* d'Euclide. — Traités d'Autolycus. — Les *Ascensions* d'Hypsioclès; ses emprunts aux astrologues chaldéens. — Théorie de la variation des phénomènes de la révolution diurne suivant la latitude. — Question de la distance du soleil et de la lune. — Caractère des observations pendant cette époque; elles semblent servir à démontrer les théories plutôt qu'à découvrir des vérités nouvelles. — Matériel des observations: la *dioptra*; l'*arachné* d'Eudoxe. — Imperfection de l'évaluation des distances angulaires. — Le cadran solaire sphérique et le problème de la mesure du temps pendant la nuit. — Comment la solution de ce problème par Eudoxe donna naissance à l'astrolabe planisphère d'Hipparque. — L'invention de ce dernier instrument, ainsi que celle de la projection stéréographique, doit appartenir à Apollonius. — Probabilité de l'existence d'un prototype chaldéen pour l'*arachné* d'Eudoxe. — Rôle décisif de l'astrolabe pour la mesure du temps.

6199

CHAPITRE III

(2) →
6200

LES MATHÉMATICIENS ALEXANDRINS..... 56 à 81

L'École d'Alexandrie. — La question des précurseurs immédiats d'Hipparque. — L'hypothèse des épicycles : Apollonius de Perge. — L'utilisation des anciennes éclipses : Conon de Samos. — L'invention de la trigonométrie; elle ne peut être due à Hipparque et n'est pas l'œuvre d'un seul. — Le théorème fondamental peut être attribué à Apollonius. — Le calcul des cordes : Archimède. — Le *Sūrya-Siddhanta* des Hindous; indice de l'existence chez les Grecs de tables trigonométriques antérieures à Hipparque. — Comment on doit se représenter l'invention de la trigonométrie. — Archimède et Apollonius observateurs. — Les sphères armillaires. — Description de l'*organon* de Ptolémée. — Le *météoroscope*. — L'instrument universel d'Hipparque; sa dioptre. — Les armilles équatoriales; leur objet. — Observations de cette période rapportées par Ptolémée. — Hauteurs méridiennes. — Anciennes divisions de la circonférence. — Résumé.

CHAPITRE IV

(3) →
6201

LES POSTULATS DE L'ASTRONOMIE D'APRÈS PTOLÉMÉE ET LES AUTEURS ÉLÉMENTAIRES..... 82 à 102

Précis de cosmographie antérieurs à Ptolémée. — Geminus et son *Introduction aux Phénomènes*. — Cléomède. — Théon de Smyrne. — Pline l'Ancien. — Analyse des six premiers chapitres du Livre I de la *Syntaxe* de Ptolémée; les cinq postulats astronomiques; leur histoire. — La révolution diurne comme uniforme autour d'un axe fixe. — Prétendues vérifications. — Opinions contraires. — Le ciel comme sphérique. — Le monde comme fini. — La terre au centre du ciel et pratiquement considérée comme un point. — Arguments contre le système d'Aristarque de Samos. — Le maintien du système géocentrique n'a pas entravé le progrès de la science chez les anciens. — Véritable caractère de la réforme de Copernic.

CHAPITRE V

→
6202

LA SPHÉRICITÉ DE LA TERRE ET LA MESURE DE SA CIRCONFÉRENCE. 103 à 121

Caractère objectif du postulat de la sphéricité de la terre. — Comparaison des arguments de Posidonius et de Ptolémée. — Les anciennes évaluations de la circonférence. — Le stade des anciens; le stade légal; le stade itinéraire. — Stades d'Ératosthène, de Posidonius, de Ptolémée. — L'évaluation rapportée par Aristote peut être attribuée à Eudoxe. — Celle qu'indique Archimède semble déduite d'une réfutation (par Aristarque de Samos?) de l'hypothèse d'une figure plate pour la terre. — Les évaluations de Posidonius et de Ptolémée ne reposent pas sur des mesures réelles. — Exactitude de la mesure d'Ératosthène. — Discussion du récit de Cléomède sur cette mesure. — Détermination de l'obliquité de l'écliptique par Ératosthène; valeur antérieurement attribuée à cette obliquité.

CHAPITRE VI

→
6202

LE MOUVEMENT GÉNÉRAL DES PLANÈTES..... 122 à 128

Analyse du chapitre 7, Livre I de la *Syntaxe*. — L'indépendance du mouvement des planètes professée dans l'École de Pythagore. — Ses conséquences mécanistes. — Elle est rejetée par les Stoïciens partisans de la finalité. — Compromis final :

RECHERCHES SUR L'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE ANCIENNE. 367

Posidonius. — Opinions différentes sur l'ordre des planètes. — Hypothèse d'Héraclide du Pont sur Mercure et Vénus. — Comment elle fut écartée.

CHAPITRE VII

LES CERCLES DE LA SPHÈRE..... 129 à 141

Histoire des notions techniques sur les cercles célestes. — Le zodiaque. — Erreur d'Hipparque sur la position attribuée par Eudoxe aux points équinoxiaux et solsticiaux par rapport aux signes. — Callippe, auteur de la division classique. — Survivance postérieure de la tradition ancienne. — Du terme de *colure*. — Des cercles arctique et antarctique chez les anciens. — Les zones terrestres. — Les climats. — La distinction moderne des zones est due à Posidonius. — Sommaire de la *Syntaxe* du Livre I, chap. 8, à la fin du Livre II; théorie de la trigonométrie, tables diverses. — Distinction de l'heure équinoxiale et de l'heure saisonnière. — Résumé.

CHAPITRE VIII

LA LONGUEUR DE L'ANNÉE SOLAIRE..... 142 à 160

(*Syntaxe*, Livre III.) — La définition de l'année comme tropique appartient à Hipparque. — Anciennes déterminations de la longueur de l'année solaire. — Comment se posa la question des différentes sortes d'années. — Témoignage de Théon de Smyrne sur les distinctions faites dans l'École d'Alexandrie. — Le choix entre l'année tropique et l'année sidérale pour régler l'année civile a dépendu de motifs religieux. — Discussion par Hipparque de la question de la fixité de l'année tropique. — Cette discussion est postérieure à sa détermination de l'année et appartient à son traité de la précession. — Des erreurs dans les observations de solstices et d'équinoxes. — Comment faisait-on ces observations? — Inexactitude de celles que Ptolémée s'attribue. — Les équinoxes dans l'année julienne et d'après le Concile de Nicée. — Déterminations successives des anciens pour la longueur des saisons. — Du mode de dater les observations dans la *Syntaxe*. — L'année égyptienne et l'ère de Nabonassar. — Principes pour la réduction des dates de Ptolémée.

CHAPITRE IX

LES TABLES DU SOLEIL..... 161 à 178

(*Syntaxe*, Livre III, suite.) — Tables du mouvement moyen en longitude. — Signification primitive du mot *époque*. — Origine chaldéenne des tables; la période de 18 ans. — Conjectures sur les différences de forme entre les tables d'Hipparque et celle de Ptolémée. — Table de l'anomalie. — Théorie géométrique. — Importance des erreurs dans le calcul de la longitude du soleil d'après les Tables de la *Syntaxe*. — Part d'Hipparque dans ces erreurs; responsabilité de Ptolémée. — Sur le prétendu mouvement du soleil en latitude, rejeté par Hipparque. — Données historiques. — L'hypothèse de ce mouvement remonte à Eudoxe; elle a été maintenue, dans l'École d'Alexandrie, jusqu'après Hipparque. — De la distinction entre le temps moyen et le temps vrai, d'après Ptolémée.

CHAPITRE X

LES PÉRIODES D'HIPPARQUE POUR LES MOUVEMENTS LUNAIRES... 179 à 201

(*Syntaxe*, Livre IV.) — Complications qu'offre la théorie de la lune. — Pourquoi elle doit être fondée sur l'observation des éclipses. — Des quatre différentes révolutions de la lune. — Anciennes déterminations de la lunaison. — La période éclipse

6203

6204



6205

V. *Sur les opinions conjecturales des anciens concernant les distances des planètes à la terre* 323

6206
→

Nombre assignés par Pline, Censorinus et Martianus Capella aux distances des planètes, et attribués à Pythagore. — La source commune de ces trois compilateurs est le polygraphe Varron. — Désaccord entre les trois sources touchant l'échelle musicale correspondant à la progression des distances. — Confirmation du texte de Censorinus. — Recherches des sources où avait puisé Varron. — Du dogme de l'harmonie des sphères chez les Pythagoriciens. — Les combinaisons précises sur les distances ne sont pas antérieures à Hipparche. — Texte du grammairien Achille. — Varron a combiné des données de différentes sources. — Correction d'un passage de Pline. — Autres déterminations conjecturales rapportées par Martianus Capella et Macrobe. — Des observations réelles sur lesquelles ces déterminations sont censées s'appuyer.

F3
P. H. H. E. T. S.

VI. *Les sphères célestes selon Nastr-Eddin Attâsi*, par M. Carra de Vaux 337

Le *Memento d'astronomie* de Nastr-Eddin. — Notice historique sur l'auteur. — Analyse de l'ouvrage. — Traduction du chapitre XI. — Notes. — Figures.

ERRATA 363

B
K
→

WDA. VV 534 Wg
UBI. 438 f 31-39

Tannery, Paul: Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne. *Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, 4. sér. II. Paris: Gauthier-Villars & fils 1893. (VIII, 370 S., 1 tabl.) 8. Fr. 6.

I. Ce que les Hellènes ont appelé astronomie (p. 1-23). II. Ce que les Hellènes ont appelé astrologie (p. 26-55). III. Les mathématiciens alexandrins (p. 56-81). IV. Les postulats de l'astronomie d'après Ptolémée et les auteurs élémentaires (p. 82-102). V. La sphéricité de la terre et la mesure de sa circonférence (p. 103-121). VI. Le mouvement général des planètes (p. 122-128). VII. Les cercles de la sphère (p. 129-141). VIII. La longueur de l'année solaire (p. 142-160). IX. Les tables du soleil (p. 161-178). X. Les périodes d'Hipparque pour les mouvements lunaires (p. 179-201). XI. Les tables de la lune (p. 202-218). XII. Les parallaxes de la lune et du soleil (p. 219-230). XIII. Les prédictions d'éclipses (p. 231-243). XIV. La théorie des planètes (p. 244-263). XV. Le catalogue des fixes (p. 264-282). — Appendice. I. Traduction de la Didascalie céleste de Leptine (Art d'Eudoxe) (p. 283-294). II. Vie d'Eudoxe d'après Diogène Laërce (VIII, 83-91). Observations sur la vie d'Eudoxe (p. 295-300). III. Sur la Trigonométrie des anciens (p. 301-305). IV. La Grande Année de Joseph (p. 306-322). V. Sur les opinions conjecturales des anciens concernant les distances des planètes à la terre (p. 323-336) ...

825

kost 22 kwartjes!

T

voor 1900 4611

CHAPITRE IX

Les Tables du Soleil.

1. Le chapitre 2 du livre III de la *Syntaxe* se termine par des tables pour le calcul du mouvement moyen du soleil en longitude.

Ptolémée partage le jour, non pas en 24 heures, mais en 60 minutes, qu'il subdivise en 60 secondes. Il évalue dès lors l'année tropique (comptée de 365 j. $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{100}$) à 365 j. 14' 48". Il divise 360° par ce nombre et trouve pour mouvement moyen journalier

$$0^{\circ}59'8''17'''13^{IV}12''31^{VI}.$$

Il donne d'après ce nombre : 1° le mouvement moyen horaire et ses multiples jusqu'à 24; 2° les 30 premiers multiples du mouvement moyen journalier, dont le dernier lui donne le moyen mouvement pour le mois égyptien de 30 jours; 3° les 12 premiers multiples du moyen mouvement pour le mois égyptien; 4° les 18 premiers multiples du mouvement moyen annuel pour 365 jours (en retranchant, bien entendu, les circonférences entières); le dernier multiple lui donne le moyen mouvement pour une période de 18 années égyptiennes; 5° les 45 premiers multiples de ce mouvement moyen pour 18 années vagues. Cette table embrasse donc un espace de 810 années vagues. Il est singulier qu'il ne l'ait pas étendue jusqu'à 900 ans au moins, puisque plus loin, pour définir l'*époque moyenne*, il fait un calcul portant sur 879 années égyptiennes.

2. Ce terme d'*époque* est passé de l'astronomie dans la langue usuelle où il a pris une signification tout à fait différente, tandis

que l'usage technique en a restreint le véritable sens originaire. Il n'est peut-être pas inutile de s'arrêter sur ce point, alors que dans des ouvrages qui font autorité ⁽¹⁾, on prend le sens usuel comme le primitif et qu'on donne pour étymologie « ἐποχή, de ἐπέχειν, retenir, parce que l'époque est un point fixe où l'on s'arrête dans le temps ».

Dans le langage astronomique des Grecs, ἐπέχειν (tenir, occuper) se disait du soleil ou de la lune comme occupant tel degré de l'écliptique; l'ἐποχή ou l'époque signifie donc en général la situation du soleil en longitude; l'*époque moyenne* n'a donc proprement pas d'autre sens que celui de longitude calculée d'après le mouvement moyen.

La véritable légende des tables de Ptolémée doit se traduire comme suit :

« Accroissement de la distance (ἀποχή) du soleil à l'apogée ou de la longitude (ἐποχή) moyenne du soleil pour la première année de Nabonassar. »

Cette légende indique que les nombres des tables, correspondant au temps écoulé depuis le 1^{er} thoth de l'an 1 de Nabonassar, à midi (comme Ptolémée le précise dans son texte), peuvent être indifféremment ajoutés aux valeurs qu'avaient à ce moment la distance du soleil à l'apogée et la longitude moyenne, suivant que l'on veut déterminer tout d'abord, pour le moment auquel se rapporte le calcul, soit la distance à l'apogée, nécessaire pour calculer l'équation du centre, soit la longitude moyenne.

Ptolémée indique d'ailleurs, comme il était nécessaire, d'une part la longitude de l'apogée, qu'il considère comme constante (Gémeaux 5° 30', soit 65° 30'), de l'autre pour midi du 1^{er} thoth de l'an 1 de Nabonassar, la valeur de l'ἀποχή à partir de l'apogée 265° 15', et celle de l'ἐποχή moyenne (Poissons 0° 45', soit 330° 45'). Ces indications, répétées sur les manuscrits en tête des colonnes des tables, sans le complément naturel que cette *époque* ou longitude moyenne est celle qui se rapporte au point de départ convenu

(1) Par exemple le Dictionnaire de Littré.

pour les tables, ont entraîné la méprise qui s'est produite sur le véritable sens du mot, puisque les astronomes entendent précisément par époque du mouvement moyen la longitude moyenne au moment d'où sont supposées partir les tables qu'ils emploient.

3. Bien entendu, pour Ptolémée, ce moment est purement conventionnel; son époque est calculée, au moins de la façon dont il le présente, dans l'hypothèse que la longitude moyenne a été de $182^{\circ} 10'$ (l'équation étant supposée de $2^{\circ} 10'$) au moment d'un équinoxe d'automne qu'il donne comme observé par lui le 7 athyr de la 17^e année d'Adrien (25 septembre 132) à deux heures équinoxiales après midi. Il néglige d'ailleurs une fraction d'un peu plus de $43''$; il ne prétend donc obtenir au plus qu'une approximation d'une minute, qu'il ne dépassera d'ailleurs pas dans la table d'anomalie.

Dans ces conditions, la complexité des tables du mouvement uniforme appelle la critique. Il suffisait d'y donner les secondes et, pour ce faire, il était inutile de pousser jusqu'à la sixte le calcul du mouvement journalier moyen. L'exactitude apparente est d'autant plus illusoire que, d'après la discussion d'Hipparque, on ne pouvait guère compter que sur une approximation d'un quart de jour dans l'observation des équinoxes. L'erreur sur la longueur de l'année pouvait donc atteindre, même si Ptolémée eût fait, 300 ans après Hipparque, ses observations sans idées préconçues, environ $10'$ de jour ⁽¹⁾.

4. Cet abus de calcul semble devoir être mis sur le compte de Ptolémée; pour tout le reste, sauf en ce qui concerne l'extension à 810 ans, il a dû purement et simplement reproduire les tables d'Hipparque ⁽²⁾.

Pline (*Hist. nat.*, II, 12) nous apprend que celles-ci, pour le soleil et la lune, comportaient des prévisions pour six cents ans;

(1) En réalité, elle était d'environ $15^{\circ},6$ de jour, soit 6 minutes $\frac{1}{4}$ d'heure.

(2) Peut-être aussi a-t-il changé l'ère en comptant à partir de midi, tandis qu'Hipparque aurait compté de minuit (Pline, *Hist. nat.*, II, 77).

si l'on remarque que ce laps de temps correspond à l'intervalle entre Nabonassar et Hipparque, que l'objet principal des tables, au moins pour le grand public, était la prédiction des éclipses, et qu'en fait Hipparque a utilisé pour sa théorie les anciennes observations d'éclipses des Chaldéens, il est clair que ses tables devaient être calculées pour le passé autant que pour l'avenir, que l'époque devait dès lors correspondre à l'ère de Nabonassar.

Or, la durée qu'il admettait pour l'année était la même que celle adoptée par Ptolémée; les éléments concernant l'anomalie étaient également identiques, ainsi que nous le verrons; enfin, si on calcule la longitude moyenne à midi du 1^{er} thoth de l'an 1 de Nabonassar en partant de l'équinoxe d'automne donné par Ptolémée comme celui dans l'observation duquel Hipparque avait le plus de confiance (le 26/27 septembre 147 avant J.-C. à minuit, qui correspond au 3/4 épagomène de l'an 601 de Nabonassar), on trouve l'époque moyenne des tables de Ptolémée avec une erreur de 7' seulement, tandis que, comme nous venons de le dire, avec les données de Ptolémée, l'erreur s'élève à 43', c'est-à-dire que l'époque moyenne aurait dû être diminuée d'une minute. Ceci nous prouve bien que les tables de la *Syntaxe* sont en réalité les tables d'Hipparque et que le point de départ réel en est l'équinoxe d'automne précité.

5. Si Hipparque avait, comme Ptolémée, adopté une grande période de 18 ans, on peut évidemment fixer l'étendue totale de ses tables à 612 ans (34×18). Ptolémée aura porté cette étendue à 810 ans, en même temps probablement qu'il introduisait inutilement de plus petites fractions de la circonférence que la seconde de degré.

Le choix de cette période de 18 ans, à laquelle Ptolémée devait plus tard dans ses *Tables manuelles* substituer celle plus commode de 25 ans, tenait d'ailleurs sans aucun doute à une tradition bien antérieure à Hipparque; c'est en effet, sauf une différence de 15 j. $\frac{1}{3}$, la petite période chaldéenne pour la prédiction des éclipses.

Nous ne pouvons douter, d'après les renseignements fournis par Geminus (ch. XV), que les Chaldéens ne fissent usage, pour la lune et pour le soleil, des mouvements moyens et de l'anomalie. C'est dire que, pour annoncer les éclipses, ils ne se contentaient pas de répéter une suite périodique observée; ils calculaient des positions en longitude, ce qui présentait une importance considérable dans les idées de l'astrologie judiciaire, puisque la signification des éclipses changeait, suivant le lieu du ciel où elles avaient lieu.

L'invention des tables astronomiques remonte donc en réalité aux Chaldéens; il nous est d'ailleurs possible de préciser dans une certaine mesure les différences entre les tables d'Hipparque et les antérieures.

L'usage des tables chaldéennes devait être limité aux besoins de l'astrologie judiciaire; en dehors des éclipses à prédire, elles devaient permettre de trouver la position du soleil pour une date et une heure données (de naissance ou de conception), mais il suffirait de pouvoir le faire pour un laps de temps comparable à la durée de la vie humaine. Les tables devaient donc comporter au plus deux ou trois périodes de 18 ans et on en renouvelait successivement l'époque, par exemple au commencement du règne de chaque souverain.

Le mouvement moyen du soleil était calculé en admettant pour l'année une durée de 365 j. $\frac{1}{4}$, et rapporté aux constellations zodiacales, beaucoup plutôt qu'aux points équinoxiaux ou solsticiaux; enfin, l'équation, c'est-à-dire la différence entre la position vraie ou la position moyenne, était regardée, suivant les habitudes chaldéennes, comme variant proportionnellement au temps à partir de l'apogée ou du périégée.

Les réformes capitales introduites par Hipparque sont donc en dehors de la plus grande extension donnée aux tables :

1° Le choix des points équinoxiaux comme origine des longitudes, l'affirmation du déplacement rétrograde de ces points, et la détermination de l'année tropique ;

2° La substitution, à l'hypothèse d'une inégalité proportionnelle

au temps, d'une combinaison géométrique permettant la détermination de cette inégalité.

Sous ce dernier rapport, Hipparque avait été incontestablement précédé par les géomètres alexandrins, puisque Apollonius avait constitué la théorie du mouvement des épicycles. Mais c'est à lui qu'on doit au moins les déterminations numériques de l'excentricité et de la position de la ligne des apsides, telles que nous les retrouvons dans la *Syntaxe*.

6. Ptolémée explique (livre III, 7) comment se fait le calcul de la position vraie du soleil pour une date et heure donnée à Alexandrie.

On prendra, d'après les tables du mouvement uniforme, l'accroissement de longitude correspondant au nombre d'ans, jours et heures écoulé depuis l'origine de l'ère. On l'ajoutera à $265^{\circ}15'$ (distance à l'apogée lors de cette origine) et on retranchera 360° autant de fois que possible; le reste m sera la distance moyenne à l'apogée au moment considéré, c'est-à-dire ce qu'on appelle aujourd'hui abusivement l'anomalie moyenne ⁽¹⁾.

$$m = 265^{\circ}15' + nt.$$

En ajoutant ce reste m à la longitude constante de l'apogée, on aura la longitude moyenne :

$$l = m + 65^{\circ}30'.$$

D'autre part on cherchera dans la table de l'anomalie la correction correspondant à l'arc m ; cette correction, E (qu'on appelle aujourd'hui l'*équation*), est désignée par Ptolémée sous le nom de *prosthaphérèse*, qui indique qu'elle est additive ou soustractive suivant que m est supérieur ou inférieur à 180° . On a donc pour la longitude vraie, suivant l'occurrence :

$$L = l \mp E.$$

(1) Anomalie signifie proprement inégalité. Ptolémée emploie ce terme pour caractériser le mouvement vrai par rapport au mouvement uniforme (moyen). L'expression technique pour l'arc à partir de l'apogée ou du périégée (comme on compte plutôt aujourd'hui) était ἀποχή, ainsi qu'on l'a vu.

D'ailleurs la valeur de E qui correspond à m est égale et de signe contraire à celle qui correspond à $360^\circ - m$. La colonne d'entrée de la table d'anomalie est donc double; la première comprenant les arcs de 0° à 180° (de 6 en 6 degrés de 0° à 90° , de 3 en 3 depuis 90° jusqu'à 180°), la seconde la différence de ces arcs à 360° .

Les corrections ne sont données qu'en degrés et minutes.

7. La théorie géométrique de l'anomalie n'est d'ailleurs fondée sur aucune observation qui en établisse la supériorité sur l'hypothèse de la variation en progression arithmétique. Pour exposer cette théorie, Ptolémée (livre III, 3) part simplement de la thèse pythagoricienne, qu'on ne doit admettre dans le ciel que des mouvements circulaires et uniformes. Il complète ainsi la série des postulats énoncés au début de son ouvrage.

A l'exemple d'Hipparque (voir Théon de Smyrne, ch. 26), il développe parallèlement deux hypothèses qui conduisent exactement aux mêmes résultats :

1° Le soleil parcourt, pendant l'année tropique T , un cercle excentrique à la terre de rayon R . La distance du centre de ce cercle à la terre est une fraction eR du rayon. La valeur de R est arbitraire, celle de e est déterminée d'après les phénomènes.

2° Le soleil parcourt, pendant l'année tropique T et dans le sens contraire à l'ordre des signes, un cercle (épicycle) de rayon eR . Le centre de cet épicycle décrit, dans le sens de l'ordre des signes et pendant le même temps T , un cercle concentrique à la terre et de rayon R .

Il démontre que le moindre mouvement apparent correspond à l'apogée et le plus rapide au périhélie; que, si on compte les arcs à partir de l'apogée, la plus grande différence entre l'arc v du mouvement apparent inégal (ce que nous appelons l'anomalie vraie) et l'arc m du mouvement uniforme (anomalie moyenne) correspond à la valeur de $v = 90^\circ$ (1).

(1) Dans l'hypothèse du mouvement elliptique, cette proposition n'est pas rigoureuse.

Ceci posé, il admet, sans aucune discussion, que, dans le mouvement du soleil, il n'y a qu'une seule inégalité et qu'elle peut se représenter au moyen de l'hypothèse de l'excentrique. Il s'agit seulement de déterminer l'excentricité e et l'orientation de la ligne des absides.

8. A cet effet, il suffit de connaître la longueur de deux saisons consécutives, soit le printemps et l'été; d'après Hipparque, leurs durées sont respectivement de 94 j. $\frac{1}{4}$ et 92 j. $\frac{1}{4}$. Ptolémée confirme ces estimations d'après ce qu'il aurait observé en 139 et 140.

Soient α et β les nombres de degrés correspondant aux durées en question (en fait le produit de ces durées par le rapport $\frac{360}{365,25}$), on aura

$$e^2 = \frac{1}{4} crd^2 (\alpha + \beta - 180^\circ) + \frac{1}{4} crd^2 (\alpha - \beta),$$

c'est-à-dire

$$e^2 = \cos^2 \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) + \sin^2 \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right).$$

La durée des autres saisons sera d'ailleurs déterminée. On aura, pour l'automne,

$$\gamma = 180^\circ - \beta,$$

et, pour l'hiver,

$$\delta = 180^\circ - \alpha.$$

Enfin la longitude A de l'apogée sera donnée par la relation ⁽¹⁾

$$crd (180 - A) = \frac{crd (\alpha - \beta)}{e}.$$

Le calcul donne à Ptolémée

$$e = \frac{2^\circ 29' \frac{1}{4}}{60} \text{ ou environ } e = \frac{1}{11} = 0,04166... \text{ au lieu de } 0,0415277...$$

$$A = 65^\circ 30',$$

résultats déjà admis par Hipparque.

(1) Ou, si l'on veut, $tg A = \frac{\cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)}{\sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)}.$

Ces calculs sont faits assez grossièrement, comme si les tables de cordes inscrites ne donnaient que les minutes. On trouverait rigoureusement d'après les données,

$$e = 0,041366276...$$

$$A = 65^{\circ} 25' 43'',6.$$

Ptolémée détermine ensuite la valeur maxima de l'équation du centre, qui est égale à $\arcsin e$, pour $v = 90^{\circ}$:

$$E_{90} = 2^{\circ} 23';$$

il enseigne à calculer cette équation en fonction de l'anomalie moyenne m , ou de l'anomalie vraie v .

$$\sin E = \sin(m-v) = \frac{e \sin m}{\sqrt{1 + 2e \cos m + e^2}} = e \sin v,$$

ce qui revient à la formule

$$\operatorname{tg} v = \frac{\sin m}{\cos m + e}.$$

Il donne ensuite la table de l'anomalie et détermine l'époque de celle du mouvement uniforme.

9. Pour apprécier le degré d'exactitude des tables de Ptolémée ou plutôt d'Hipparque, on doit naturellement distinguer les erreurs dont elles sont entachées, d'une part pour le mouvement moyen, d'autre part pour l'anomalie.

Comme nous l'avons vu, une durée trop longue était assignée à l'année tropique; le mouvement moyen est donc trop faible et la différence atteint environ $25' \frac{1}{2}$ pour 100 ans, en comptant à partir de l'époque réelle, soit le 26/27 septembre 147 avant J.-C. à minuit, et abstraction faite de l'erreur qui a pu être commise sur l'observation de l'équinoxe vrai à ce moment.

Quant à l'anomalie, nous devons séparer l'erreur correspondant à l'hypothèse géométrique adoptée et celle qui provient de l'inexactitude dans les déterminations des éléments.

En ce qui concerne le premier point, comme les anciens ne

cherchaient pas une approximation au delà de la minute, nous pouvons, dans les développements, négliger les puissances de l'excentricité supérieures à la seconde.

On a dès lors, dans l'hypothèse du mouvement elliptique et en comptant l'anomalie à partir de l'apogée, d'après l'habitude des anciens :

$$m - v_1 = 2\epsilon \sin m - \frac{1}{4}\epsilon^2 \sin 2m,$$

ϵ étant l'excentricité de l'orbite elliptique.

Dans l'hypothèse de l'excentrique, on trouvera :

$$m - v = e \sin m - \frac{1}{4}e^2 \sin 2m;$$

d'où

$$r_1 - v = (e - 2\epsilon) \sin m - \frac{1}{4}(2e^2 - 5\epsilon^2) \sin 2m.$$

On voit que, si on suppose $e = 2\epsilon$, et par suite

$$v - r_1 = \frac{1}{4}\epsilon^2 \sin 2m,$$

l'erreur due à l'hypothèse sera au plus de $\frac{1}{4}\epsilon^2$; elle sera donc inférieure à une minute.

L'hypothèse de l'excentrique était donc parfaitement suffisante pour représenter le mouvement apparent du soleil, eu égard à l'imperfection des moyens d'observation dont disposaient les anciens.

10. Quant aux erreurs sur la valeur des éléments de l'orbite, elles concernent, d'une part, la longitude de l'apogée, de l'autre l'excentricité.

D'après la théorie actuelle, la longitude de l'apogée était de $66^\circ 5'$ environ en 147 avant J.-C. Hipparque n'avait donc commis qu'une erreur de $35'$ environ. Mais au temps de Ptolémée, par suite du déplacement de la ligne des absides, cette longitude atteignait 71° ; l'erreur était de près de $5^\circ \frac{1}{2}$.

Si l'excentricité e avait été déterminée de façon à être rigoureusement égale à 2ϵ , l'erreur résultant sur la longitude du défaut d'approximation pour l'orientation de la ligne des absides aurait été négligeable.

Mais le procédé, d'ailleurs très élégant, employé par Hipparque pour la détermination de e , était nécessairement entaché des erreurs commises sur la longueur des saisons, erreurs allant jusqu'à près de 11 heures pour le printemps et l'hiver, de 4 heures pour l'été et l'automne.

Si, d'après la théorie moderne, on admet pour la valeur de ϵ en 147 avant J.-C.,

$$\epsilon = 0,017637162...$$

on aura à peu près,

$$e - 2\epsilon = 0,0064,$$

ce qui correspond à une erreur maxima de 22' environ pour le premier terme de l'équation du centre, l'erreur sur le second terme étant d'ailleurs négligeable.

11. En résumé, les tables du soleil de la *Syntaxe* sont très imparfaites, puisqu'au temps de Ptolémée, l'erreur sur la longitude pouvait atteindre près de 100'.

A la vérité, la plus forte partie de cette erreur, celle correspondant au mouvement moyen, peut être considérée comme tenant à une mauvaise position assignée à l'origine des longitudes et ne pouvant par suite être reconnue par la comparaison avec les étoiles fixes. L'erreur commise par Hipparque sur la durée de l'année tropique revenait en effet, comme nous l'avons vu, à avancer le point vernal d'environ $25' \frac{1}{2}$ pour 100 ans.

Or, en 100 ans, la rétrogradation effective de ce point est d'environ $1^{\circ}23'40''$ par rapport aux étoiles fixes; Hipparque ne comptait que 1° . L'erreur réelle sur la différence de longitude moyenne du soleil et des fixes était donc inférieure à 2' pour 100 ans. Elle ne pouvait donc guère être reconnue par l'observation directe et le progrès ne pouvait être réalisé que par des corrections concomitantes portant sur la longueur de l'année tropique, d'après des observations d'équinoxes, et sur la rétrogradation du point vernal.

Au contraire, l'erreur sur l'anomalie était assez élevée pour être

reconnue en instituant des observations donnant pendant le cours d'une année la variation journalière de la différence de longitude entre le soleil et une même étoile, à minuit par exemple, c'est-à-dire en déterminant directement le mouvement vrai jour par jour. Mais les anciens manquaient précisément d'un moyen exact de mesurer l'heure pendant la nuit sans supposer connu le mouvement du soleil.

12. Si, comme nous l'avons indiqué, la longitude vraie du soleil servait à déterminer l'heure vraie pendant la nuit au moyen de l'astrolabe, l'erreur sur l'équation du centre entraînait pour l'heure une erreur pouvant aller jusqu'à 1 m. $\frac{1}{2}$. La mesure de temps au moyen de la clepsydre ne pouvait se faire assez exactement pour reconnaître cette erreur. Elle correspondait donc, de fait, à celle qui résulterait aujourd'hui de l'emploi d'horloges mal réglées.

Un autre procédé restait aux anciens pour contrôler l'hypothèse de l'excentrique et la détermination de ses éléments; il eût consisté à mesurer directement les différences de longitude entre le soleil et une même étoile au moment du milieu de trois éclipses de lune successives. La détermination de ce moment souffrant une incertitude beaucoup moins grande que celle des solstices et des équinoxes, ces trois observations auraient suffi, en choisissant d'ailleurs des éclipses dont les lieux auraient été à des distances respectives assez grandes, pour orienter l'orbite du soleil par rapport à la sphère des fixes et en déterminer l'excentricité. La situation du point origine des longitudes aurait ensuite été fixée d'après l'anomalie vraie au moment de l'équinoxe correspondant.

D'après ce que nous avons dit dans le chapitre précédent (VIII, 10), Hipparque était entré dans cette voie, mais, des résultats discordants de ses observations, il n'avait dégagé qu'une vérité, le déplacement relatif de la sphère des fixes et de l'orbite du soleil (précession des équinoxes); il s'était, pour le reste, trouvé en présence de divergences allant jusqu'à 40' entre la théorie et l'observation.

Il appartenait évidemment à Ptolémée de reprendre la question, au lieu de se contenter, comme il l'a fait, de mettre ces divergences sur le compte des erreurs possibles. Il reste donc responsable de l'inexactitude de ses tables du soleil. Le succès de ces tables, le fait qu'aucune tentative de correction n'a été faite après lui dans l'antiquité, prouvent seulement qu'en réalité, les astronomes anciens se contentaient, en général, d'approximations très grossières.

13. L'histoire de la théorie du soleil serait incomplète, si nous négligions de mentionner qu'on doit à Hipparque d'avoir écarté de cette théorie l'hypothèse d'un mouvement qui n'existe pas en réalité, mais auquel on n'en a pas moins cru, avant et après lui.

On sait que le plan de l'orbite lunaire accomplit, dans le sens rétrograde, une révolution autour de l'axe de l'écliptique suivant une période d'environ 18 ans $\frac{2}{3}$; Eudoxe avait supposé, par analogie, que le plan de l'orbite solaire ne coïncidait pas exactement avec celui du cercle moyen du zodiaque et qu'il était également soumis à une nutation ⁽¹⁾, mais suivant une période beaucoup plus longue et s'effectuant dans le sens direct.

J'ai cherché à démontrer ailleurs ⁽²⁾ que, si cette hypothèse s'appuyait sur des observations réelles, montrant l'infériorité de l'année tropique par rapport à l'année sidérale et accusant une obliquité de l'écliptique au-dessous de $\frac{1}{16}$ de la circonférence, valeur adoptée à cette époque, Eudoxe avait dû admettre que, de son temps, la ligne des nœuds de l'orbite solaire et du zodiaque moyen devait être plus voisine des points équinoxiaux que des points solsticiaux, que, d'autre part, l'obliquité de l'orbite sur l'équateur était inférieure à sa valeur moyenne.

Il résulte en tous cas de l'hypothèse que cette obliquité est

⁽¹⁾ Il est à peine utile de faire observer que les effets de la nutation réelle de l'écliptique sont très inférieurs aux variations que les anciens pouvaient se proposer d'apprécier.

⁽²⁾ *Mém. de la Soc. des Sc. phys. et nat. de Bordeaux*, V, — *Seconde note sur le système astronomique d'Eudoxe*, p. 145.

variable entre des limites dont la différence est double de l'inclinaison attribuée à l'orbite sur le zodiaque moyen ; que, d'un autre côté, l'année tropique est également variable et tantôt au-dessus, tantôt au-dessous de l'année sidérale.

14. Nulle part nous ne trouvons de données précises sur la durée supposée de la période ; mais le mouvement en latitude du soleil, conséquence immédiate de l'hypothèse d'Eudoxe, est nettement affirmé par quatre auteurs différents : Théon de Sinyrne (chap. 12), Martianus Capella (*De nuptiis Philologix et Mercurii*, livre VIII), Pline (*Hist. nat.*, II, 16), le faux Bède ⁽¹⁾. Les deux premiers indiquent $\frac{1}{2}$ degré, les deux derniers, 1 degré, comme valeur maxima de la digression.

D'autre part, Martianus Capella et le faux Bède marquent la Balance comme le signe où a lieu cette digression maxima ; si Théon ne dit rien à cet égard, Pline précise la situation (*sol arielis vigesima nona*) à la longitude 29°, ce qui correspond de fait à la même donnée.

Ici nous rencontrons, ce semble, une opinion différant de celle d'Eudoxe, puisque la situation de la ligne des nœuds de l'orbite serait fixe. Mais il est clair que cette hypothèse, qui reviendrait simplement à choisir pour le zodiaque moyen un autre plan que celui de l'orbite solaire, n'a jamais été formulée par un astronome et que nous nous trouvons simplement en présence d'une détermination faite à une certaine époque et que les compilateurs ont reproduite comme si elle s'était rapportée à un élément constant.

Le faux Bède n'a fait que copier Martianus Capella, en le modifiant parfois d'après Pline. Capella lui-même, auteur du v^e siècle de notre ère, semble avoir compilé l'astronomie de Varron ; en tous cas, sur les digressions des planètes, il est en accord complet avec Théon (Adraste) ; tous deux doivent donc

(1) Vol. I, p. 323 de l'édition de Cologne (1612) des Œuvres de Bède. L'auteur du traité *De Mundi cælestis terrestrique constitutione* n'est pas antérieur au ix^e siècle.

remonter à une source commune. Pline a lui-même compilé Varron; nous sommes ramenés pour l'époque de la détermination dont il s'agit, au moins à un demi-siècle après Hipparque.

15. L'existence de deux valeurs pour l'amplitude de l'oscillation semble montrer que la théorie d'Eudoxe a été reprise après lui pour être corrigée. C'est à l'auteur de cette correction qu'il faut sans doute attribuer l'orientation de la ligne des nœuds vers le 119^e degré de longitude.

La précision de cette détermination semble nous indiquer quelque astronome qui aura voulu rivaliser sous ce rapport avec Hipparque. Si nous considérons, d'autre part, que l'hypothèse de la précession des équinoxes est passée sous silence par les auteurs qui nous parlent du mouvement en latitude, nous sommes amenés à penser qu'ils nous ont conservé les débris de la théorie de quelque Alexandrin inconnu qui aura essayé d'expliquer, en reprenant la combinaison d'Eudoxe, les variations de longitude des fixes observées par Hipparque depuis l'époque d'Aristylle et de Timocharis.

Pour un intervalle de 150 ans environ, le Bithynien avait trouvé une augmentation de longitude qu'il avait estimée de 1° $\frac{1}{2}$ à 2°. Dans l'hypothèse d'Eudoxe, si l'on suppose la digression maxima de 1°, les points équinoxiaux oscillent sur l'équateur dans un intervalle d'environ 5°, ce qui, pour le déplacement de l'origine des longitudes, correspond à un intervalle à peine moindre.

Les observations d'Hipparque lui avaient à la vérité prouvé que dans l'intervalle qui le séparait de Timocharis, il n'y avait pas eu de variations appréciables pour la latitude, comme en eût entraîné l'hypothèse de la nutation. Mais nous ne connaissons pas suffisamment ses observations pour apprécier avec quel degré de vraisemblance la conséquence qu'il en avait tirée pouvait être révoquée en doute.

Nous ne possédons pas davantage d'éléments suffisants pour restituer la marche qui a pu être suivie pour arriver aux déter-

minations conservées par Plin. En dehors des observations d'Hipparque sur la longitude et la latitude des fixes, le calculateur que nous supposons a pu tenir compte de diverses mesures de l'obliquité de l'écliptique, etc.; il a pu enfin compléter les données qu'il possédait par des hypothèses plus ou moins gratuites. En tout cas, il serait arrivé à cette conclusion que la rétrogradation des points équinoxiaux était voisine de son maximum et qu'elle allait bientôt faire place à un mouvement en sens inverse. Or, dès avant Ptolémée, les observations d'Agrippa et de Ménélas avaient au contraire confirmé les vues d'Hipparque. On comprend dès lors que l'auteur de la *Syntaxe* ait absolument négligé une théorie déjà ruinée aux yeux des gens du métier, tandis qu'elle gardait sa vogue chez les compilateurs.

16. J'admets donc que, si la divergence sur l'amplitude de la nutation supposée ne provient pas d'une interprétation différente d'un texte ambigu dans la source commune, la plus faible des deux valeurs doit plutôt représenter celle qui avait été admise par Eudoxe; en rapprochant la ligne des nœuds et celle des solstices, le correcteur de sa théorie pouvait, sans exagérer les différences d'observation portant sur les déclinaisons maxima, rendre plus facilement compte du déplacement apparent des points équinoxiaux.

Il me semble, d'autre part, impossible que l'orientation de la ligne des nœuds vers le 119° degré de longitude soit une détermination antérieure à Hipparque. On ne conçoit pas en effet sur quoi cette détermination aurait pu être fondée, à moins d'une théorie constituée que le Bithynien aurait eu à combattre et dont nous ne rencontrons nulle trace.

La rivalité d'école entre lui et les Alexandrins semble, au contraire, assez probable d'après d'autres indices pour que nous puissions penser que, cette fois encore, c'est cette rivalité que nous avons à constater sans pouvoir, malheureusement, attribuer un nom au théoricien qui essaya de réfuter l'idée de la précession des équinoxes. Je dis théoricien, parce qu'il est impossible de

supposer qu'il s'agisse d'un des observateurs dont les noms nous ont été conservés.

17. Avant de clore ce chapitre, j'ai enfin à m'arrêter sur la fin du livre III de la *Syntaxe*, consacrée par Ptolémée à expliquer les variations du nychthémère vrai et à exposer les corrections de temps à faire en conséquence pour se servir des tables du soleil.

Le nychthémère moyen ($\delta\mu\alpha\lambda\acute{o}\nu$, uniforme) est défini comme comprenant, en sus des 360 *temps* du jour sidéral, la fraction de *temps* ⁽¹⁾ correspondant au mouvement journalier moyen; pour le nychthémère vrai ($\acute{\alpha}\nu\acute{\omega}\mu\alpha\lambda\acute{o}\nu$, inégal), il faut, au contraire, ajouter la fraction de *temps* correspondant au mouvement vrai; mais il y a lieu en outre de tenir compte de la différence ascensionnelle, par suite de l'obliquité de l'écliptique.

Après avoir montré que les variations accumulées peuvent produire, par rapport au temps moyen que supposent les tables, des différences de plus d'une demi-heure, Ptolémée déclare que pour le soleil cette différence (quoique correspondant pour la position à plus d'une minute de degré) serait négligeable et qu'on n'a pas davantage besoin d'en tenir compte pour les étoiles et les cinq planètes, mais que pour la lune dont le mouvement est beaucoup plus rapide, l'erreur pourrait aller jusqu'à 36' et qu'il est dès lors nécessaire d'apporter une correction.

Ainsi la distinction du temps moyen et du temps vrai ne sert en réalité que pour le calcul du mouvement de la lune.

18. La règle donnée par Ptolémée en termes assez obscurs peut s'énoncer comme suit :

Supposons qu'il s'agisse de réduire un temps vrai H en temps moyen h . On calculera, d'après les tables du soleil, sans distinction de temps vrai ou de temps moyen, la longitude moyenne l et la longitude vraie L ; on a, d'autre part, les longitudes moyenne l_0 et vraie L_0 à l'origine de l'ère, on cherche en degrés

(1) Je rappelle que ce *temps* est de 4 minutes sidérales.

les ascensions droites R et R_0 , correspondant aux longitudes vraies L et L_0 ; et on forme les différences ⁽¹⁾:

$$d = l - l_0, \quad D = R - R_0.$$

L'équation du temps sera $(D - d) \times 4'$, c'est-à-dire que l'on aura

$$h = H + (D - d) \times 4'.$$

Pour réduire un temps moyen en temps vrai, on procédera d'après la même formule.

Cette méthode compliquée a été suivie jusqu'à Tycho-Brahé. On voit qu'il y a théoriquement, entre le temps moyen suivant Ptolémée et le temps vrai suivant les modernes, une différence constante correspondant à $l_0 - R_0$, qui est par suite de $17^m 26^s$. Cette différence tient à ce qu'il a pris, pour le commencement de son ère, le midi vrai (d'Alexandrie) et non le midi moyen. On reconnaît, en effet, que, d'après le principe même du calcul, l'équation du temps est nulle, suivant lui, pour le temps 0.

(1) Différences qui seront positives, sauf à ajouter 350^s aux premiers termes.