

6199-6206
TANNERY, P.
1893

Mémoires de la Société des sciences
de Bordeaux 1893

RECHERCHES SUR L'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE ANCIENNE.

365

TABLE DES MATIÈRES

PRÉFACE.....	Pages. v à VIII
--------------	--------------------

CHAPITRE I

CE QUE LES HELLÈNES ONT APPELÉ ASTRONOMIE.....	1 à 25
--	--------

La science du ciel a d'abord été appelée *astronomie*, puis *astrologie*, puis *mathématique*. — A ces trois noms correspondent trois périodes distinctes de son développement dans l'antiquité. — Le sens primitif du mot astronomie a été « distinction des constellations ». — Le but se bornait à la reconnaissance des saisons et de l'heure pendant la nuit. — Constellations homériques. — Premières descriptions du ciel; les *Phénomènes* d'Aratus. — L'année lunisolaire des Grecs. — La réforme de Méton négligée à Athènes. — Les paraegmes et la prévision du temps, occupation des anciens astronomes mentionnés par Théophraste. — Moyens d'observations: le polos et le gnomon. — Indications sur d'anciens écrits, probablement versifiés. — Cléostratè; Thalès. — Le prototype versifié de la *Didascalie céleste* de Leptine. — Résumé.

CHAPITRE II

CE QUE LES HELLÈNES ONT APPELÉ ASTROLOGIE.....	26 à 55
--	---------

Emploi du terme d'astrologie par Aristote. — L'École de Cysique; Eudoxe de Cnide. — Le problème de la science est désormais posé dans toute son extension. — Part attribuée à la physique. — Application des mathématiques, limitée par l'insuffisance de leur développement. — Les précurseurs: Pythagore, Énonipide de Chios. — Fragment historique d'Eudème. — Écrits postérieurs à Eudoxe: la *Petite Astronomie*. — La *Sphérique* primitive; celle de Théodose de Bithynie. — *Phénomènes* d'Euclide. — Traités d'Autolycus. — Les *Ascensions* d'Hypsioclès; ses emprunts aux astrologues chaldéens. — Théorie de la variation des phénomènes de la révolution diurne suivant la latitude. — Question de la distance du soleil et de la lune. — Caractère des observations pendant cette époque; elles semblent servir à démontrer les théories plutôt qu'à découvrir des vérités nouvelles. — Matériel des observations: la *dioptré*; l'*arachné* d'Eudoxe. — Imperfection de l'évaluation des distances angulaires. — Le cadran solaire sphérique et le problème de la mesure du temps pendant la nuit. — Comment la solution de ce problème par Eudoxe donna naissance à l'astrolabe planisphère d'Hipparque. — L'invention de ce dernier instrument, ainsi que celle de la projection stéréographique, doit appartenir à Apollonius. — Probabilité de l'existence d'un prototype chaldéen pour l'*arachné* d'Eudoxe. — Rôle décisif de l'astrolabe pour la mesure du temps.

6199

CHAPITRE III

(2) →
6200

LES MATHÉMATICIENS ALEXANDRINS..... 56 à 81

L'École d'Alexandrie. — La question des précurseurs immédiats d'Hipparque. — L'hypothèse des épicycles : Apollonius de Perge. — L'utilisation des anciennes éclipses : Conon de Samos. — L'invention de la trigonométrie; elle ne peut être due à Hipparque et n'est pas l'œuvre d'un seul. — Le théorème fondamental peut être attribué à Apollonius. — Le calcul des cordes : Archimède. — Le *Sūrya-Siddhanta* des Hindous; indice de l'existence chez les Grecs de tables trigonométriques antérieures à Hipparque. — Comment on doit se représenter l'invention de la trigonométrie. — Archimède et Apollonius observateurs. — Les sphères armillaires. — Description de l'*organon* de Ptolémée. — Le *météoroscope*. — L'instrument universel d'Hipparque; sa dioptré. — Les armilles équatoriales; leur objet. — Observations de cette période rapportées par Ptolémée. — Hauteurs méridiennes. — Anciennes divisions de la circonférence. — Résumé.

CHAPITRE IV

(3) →
6201

LES POSTULATS DE L'ASTRONOMIE D'APRÈS PTOLÉMÉE ET LES AUTEURS ÉLÉMENTAIRES..... 82 à 102

Précis de cosmographie antérieurs à Ptolémée. — Geminus et son *Introduction aux Phénomènes*. — Cléomède. — Théon de Smyrne. — Pline l'Ancien. — Analyse des six premiers chapitres du Livre I de la *Syntaxe* de Ptolémée; les cinq postulats astronomiques; leur histoire. — La révolution diurne comme uniforme autour d'un axe fixe. — Prétendues vérifications. — Opinions contraires. — Le ciel comme sphérique. — Le monde comme fini. — La terre au centre du ciel et pratiquement considérée comme un point. — Arguments contre le système d'Aristarque de Samos. — Le maintien du système géocentrique n'a pas entravé le progrès de la science chez les anciens. — Véritable caractère de la réforme de Copernic.

CHAPITRE V

→
6202

LA SPHÉRICITÉ DE LA TERRE ET LA MESURE DE SA CIRCONFÉRENCE. 103 à 121

Caractère objectif du postulat de la sphéricité de la terre. — Comparaison des arguments de Posidonius et de Ptolémée. — Les anciennes évaluations de la circonférence. — Le stade des anciens; le stade légal; le stade itinéraire. — Stades d'Ératosthène, de Posidonius, de Ptolémée. — L'évaluation rapportée par Aristote peut être attribuée à Eudoxe. — Celle qu'indique Archimède semble déduite d'une réfutation (par Aristarque de Samos?) de l'hypothèse d'une figure plate pour la terre. — Les évaluations de Posidonius et de Ptolémée ne reposent pas sur des mesures réelles. — Exactitude de la mesure d'Ératosthène. — Discussion du récit de Cléomède sur cette mesure. — Détermination de l'obliquité de l'écliptique par Ératosthène; valeur antérieurement attribuée à cette obliquité.

CHAPITRE VI

→
6202

LE MOUVEMENT GÉNÉRAL DES PLANÈTES..... 122 à 128

Analyse du chapitre 7, Livre I de la *Syntaxe*. — L'indépendance du mouvement des planètes professée dans l'École de Pythagore. — Ses conséquences mécanistes. — Elle est rejetée par les Stoïciens partisans de la finalité. — Compromis final :

RECHERCHES SUR L'HISTOIRE DE L'ASTRONOMIE ANCIENNE. 367

Posidonius. — Opinions différentes sur l'ordre des planètes. — Hypothèse d'Héraclide du Pont sur Mercure et Vénus. — Comment elle fut écartée.

CHAPITRE VII

LES CERCLES DE LA SPHÈRE..... 129 à 141

Histoire des notions techniques sur les cercles célestes. — Le zodiaque. — Erreur d'Hipparque sur la position attribuée par Eudoxe aux points équinoxiaux et solsticiaux par rapport aux signes. — Callippe, auteur de la division classique. — Survivance postérieure de la tradition ancienne. — Du terme de *colure*. — Des cercles arctique et antarctique chez les anciens. — Les zones terrestres. — Les climats. — La distinction moderne des zones est due à Posidonius. — Sommaire de la *Syntaxe* du Livre I, chap. 8, à la fin du Livre II; théorie de la trigonométrie, tables diverses. — Distinction de l'heure équinoxiale et de l'heure saisonnière. — Résumé.

CHAPITRE VIII

LA LONGUEUR DE L'ANNÉE SOLAIRE..... 142 à 160

(*Syntaxe*, Livre III.) — La définition de l'année comme tropique appartient à Hipparque. — Anciennes déterminations de la longueur de l'année solaire. — Comment se posa la question des différentes sortes d'années. — Témoignage de Théon de Smyrne sur les distinctions faites dans l'École d'Alexandrie. — Le choix entre l'année tropique et l'année sidérale pour régler l'année civile a dépendu de motifs religieux. — Discussion par Hipparque de la question de la fixité de l'année tropique. — Cette discussion est postérieure à sa détermination de l'année et appartient à son traité de la précession. — Des erreurs dans les observations de solstices et d'équinoxes. — Comment faisait-on ces observations? — Inexactitude de celles que Ptolémée s'attribue. — Les équinoxes dans l'année julienne et d'après le Concile de Nicée. — Déterminations successives des anciens pour la longueur des saisons. — Du mode de dater les observations dans la *Syntaxe*. — L'année égyptienne et l'ère de Nabonassar. — Principes pour la réduction des dates de Ptolémée.

CHAPITRE IX

LES TABLES DU SOLEIL..... 161 à 178

(*Syntaxe*, Livre III, suite.) — Tables du mouvement moyen en longitude. — Signification primitive du mot *époque*. — Origine chaldéenne des tables; la période de 18 ans. — Conjectures sur les différences de forme entre les tables d'Hipparque et celle de Ptolémée. — Table de l'anomalie. — Théorie géométrique. — Importance des erreurs dans le calcul de la longitude du soleil d'après les Tables de la *Syntaxe*. — Part d'Hipparque dans ces erreurs; responsabilité de Ptolémée. — Sur le prétendu mouvement du soleil en latitude, rejeté par Hipparque. — Données historiques. — L'hypothèse de ce mouvement remonte à Eudoxe; elle a été maintenue, dans l'École d'Alexandrie, jusqu'après Hipparque. — De la distinction entre le temps moyen et le temps vrai, d'après Ptolémée.

CHAPITRE X

LES PÉRIODES D'HIPPARQUE POUR LES MOUVEMENTS LUNAIRES... 179 à 201

(*Syntaxe*, Livre IV.) — Complications qu'offre la théorie de la lune. — Pourquoi elle doit être fondée sur l'observation des éclipses. — Des quatre différentes révolutions de la lune. — Anciennes déterminations de la lunaison. — La période éclipse

6203

6204



6205

V. *Sur les opinions conjecturales des anciens concernant les distances des planètes à la terre* 323

6206
→

Nombre assignés par Pline, Censorinus et Martianus Capella aux distances des planètes, et attribués à Pythagore. — La source commune de ces trois compilateurs est le polygraphe Varron. — Désaccord entre les trois sources touchant l'échelle musicale correspondant à la progression des distances. — Confirmation du texte de Censorinus. — Recherches des sources où avait puisé Varron. — Du dogme de l'harmonie des sphères chez les Pythagoriciens. — Les combinaisons précises sur les distances ne sont pas antérieures à Hipparche. — Texte du grammairien Achille. — Varron a combiné des données de différentes sources. — Correction d'un passage de Pline. — Autres déterminations conjecturales rapportées par Martianus Capella et Macrobe. — Des observations réelles sur lesquelles ces déterminations sont censées s'appuyer.

F3
P. 111-115

VI. *Les sphères célestes selon Nastr-Eddin Attâsi*, par M. Carra de Vaux 337

Le *Memento d'astronomie* de Nastr-Eddin. — Notice historique sur l'auteur. — Analyse de l'ouvrage. — Traduction du chapitre XI. — Notes. — Figures.

ERRATA 363

B
K
→

WDA. VV 534 W8
UBI. 438 f 31-39

Tannery, Paul: Recherches sur l'histoire de l'astronomie ancienne. *Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. sér. II. Paris: Gauthier-Villars & fils 1893. (VIII, 370 S., 1 tabl.) 8. Fr. 6.

I. Ce que les Hellènes ont appelé astronomie (p. 1-23). II. Ce que les Hellènes ont appelé astrologie (p. 26-55). III. Les mathématiciens alexandrins (p. 56-81). IV. Les postulats de l'astronomie d'après Ptolémée et les auteurs élémentaires (p. 82-102). V. La sphéricité de la terre et la mesure de sa circonférence (p. 103-121). VI. Le mouvement général des planètes (p. 122-128). VII. Les cercles de la sphère (p. 129-141). VIII. La longueur de l'année solaire (p. 142-160). IX. Les tables du soleil (p. 161-178). X. Les périodes d'Hipparque pour les mouvements lunaires (p. 179-201). XI. Les tables de la lune (p. 202-218). XII. Les parallaxes de la lune et du soleil (p. 219-230). XIII. Les prédictions d'éclipses (p. 231-243). XIV. La théorie des planètes (p. 244-263). XV. Le catalogue des fixes (p. 264-282). — Appendice. I. Traduction de la Didascalie céleste de Leptine (Art d'Eudoxe) (p. 283-294). II. Vie d'Eudoxe d'après Diogène Laërce (VIII, 83-91). Observations sur la vie d'Eudoxe (p. 295-300). III. Sur la Trigonométrie des anciens (p. 301-305). IV. La Grande Année de Josephé (p. 306-322). V. Sur les opinions conjecturales des anciens concernant les distances des planètes à la terre (p. 323-336) ...

825

kost 22 kwartjes!

T

voor 1900 4611

APPENDICE V.

Sur les opinions conjecturales des anciens concernant
les distances des Planètes à la Terre.

1. Eudème (dans Simplicius, *De cælo*, 212 s.) nous apprend qu'Anaximandre fut le premier à spéculer sur les distances des planètes, et que la question de leur ordre fut d'abord soulevée par les Pythagoriens; l'apparente contradiction de ce double renseignement se lève aisément, d'après ce que nous connaissons du système du Milésien.

Il plaçait les étoiles, parmi lesquelles il confondait les cinq planètes, à une distance égale à 9 fois le rayon de la terre, qu'il supposait d'ailleurs cylindrique; la lune à 18 fois, le soleil à 27 fois ce même rayon. Ces deux dernières données sont établies sur des textes; la première est restituée ⁽¹⁾ seulement par conjecture, mais, ce semble; en toute sûreté, d'après la progression des nombres proportionnels à 1, 2, 3.

L'école de Pythagore, sinon le maître lui-même, apprit à distinguer les planètes et les rangea, à partir de la terre, dans un ordre qui, à n'en pas douter, fut le suivant :

Lune, Soleil, Vénus, Mercure, Mars, Jupiter, Saturne.

Mais, à la différence de ce qui a lieu pour Anaximandre, aucun témoignage suffisamment ancien ne mentionne des distances que les Pythagoriens auraient attribuées aux planètes, et le fragment précité d'Eudème peut, au contraire, induire à penser qu'ils s'étaient abstenus de rien prétendre préciser à cet égard.

Pline, le premier (*Hist. nat.*, II, 19), fait toutefois assigner par

(1) Voir, sur cette restitution du système d'Anaximandre, mon volume : *Pour l'histoire de la science hellène*. Paris, Alcan, 1887, p. 90 et suiv.

Pythagore un nombre défini de stades pour la distance de la terre à la lune; il ajoute que la distance du soleil serait double, celle des étoiles triple, et qu'en cela Sulpicius Gallus partageait l'opinion du Samien (1).

Nous retrouvons ici une progression analogue à celle d'Anaximandre avec une simple interversion des positions; mais Pline continue (II, 20) en attribuant à Pythagore l'évaluation d'une série de distances tout à fait différente et en relation avec la doctrine de l'harmonie des sphères.

Sauf pour chaque source une légère divergence sur laquelle nous reviendrons, la même série, également liée à ce nombre défini de stades, 126,000, que Pline vient d'indiquer comme donné par Pythagore, se retrouve d'une part dans Censorinus (*De die natali*, 13) et dans Martianus Capella (*De nuptiis Philologiae et Mercurii*, II, 169-198).

Il est dès lors de toute évidence que Pline aura mélangé les renseignements provenant de deux sources distinctes: l'une était un écrit où Sulpicius Gallus (2) mettait en avant, en s'appuyant sur l'autorité d'un nom célèbre, une combinaison numérique simple qu'il pouvait bien avoir reçue par quelque tradition, mais qui présente trop peu d'originalité pour mériter plus longtemps l'attention.

L'autre source, compilée par Pline, Censorinus et Martianus Capella, admettait que Pythagore avait voulu appliquer sa doctrine de l'harmonie des sphères à la détermination des distances relatives des planètes à la terre, et que, de plus, il avait su calculer, par quelque autre moyen inconnu, la valeur absolue de la distance de la lune.

D'après ce que l'on sait sur la façon dont ont été composés les ouvrages de Censorinus et de Martianus Capella, on ne peut douter que cette seconde source ne soit quelque écrit du polygraphe

(1) Ad solem ab ea duplum, inde ad duodecim signa triplicatum, in qua sententia et Gallus Sulpicius fuit noster.

(2) Les deux premiers auteurs que Pline nomme comme les ayant utilisés dans son livre II sont Varron et Sulpicius Gallus.

romain Varron, lequel vivait dans la première moitié du premier siècle avant notre ère.

2. L'échelle musicale que donnent nos trois auteurs est la suivante :

	CENSORINUS	PLINE	CAPELLA
De la Terre à la Lune....	1 ton	1 ton	1 ton
De la Lune à Mercure....	1/2	1/2	1/2
De Mercure à Vénus.....	1/2	1/2	1/2
De Vénus au Soleil.....	1 1/2	1 1/2	1 1/2
Du Soleil à Mars	1	1	1/2
De Mars à Jupiter	1/2	1/2	1/2
De Jupiter à Saturne.....	1/2	1/2	1/2
De Saturne aux fixes.....	1/2	1 1/2	1 1/2
TOTAL.....	6 tons	7 tons	6 tons 1/2

Les divergences entre ces trois échelles ne peuvent être attribuées qu'à l'incorrection des manuscrits de Varron; car la similitude de langage entre Pline et Censorinus, par exemple, suffit à prouver que tous deux faisaient des extraits d'un même auteur, et que cet auteur écrivait lui-même en latin.

L'accord des deux passages est en effet général, non seulement dans le fond, mais même dans les détails de la forme. Ainsi, Pline dira, pour la distance de Mercure à Vénus : *ab eo ad Venerem fere tantundem*; Censorinus écrit : *hinc ad phosphoron, quæ est Veneris stella, fere tantundem*. Quand il s'agit de déterminations prétendument précises, l'emploi du mot *fere* (à peu près) est au moins singulier, et s'il se retrouve de part et d'autre devant *tantundem*, on ne peut nier la communauté d'origine.

D'autre part, Pline termine en expliquant pour les Romains ce qu'est le stade, c'est-à-dire l'unité suivant laquelle Pythagore aurait déterminé la distance de la terre à la lune : *Stadium centum viginti quinque nostros efficit passus, hoc est pedes sexcentos viginti quinque*. Censorinus commence par le même renseignement : *Stadium autem in hac mundi mensura id potissimum intellegendum est quod Italicum vocant, pedum sexcentorum viginti quinque*. Il remarque ensuite, ce que Pline a négligé de

faire, qu'il existe des stades de différentes longueurs. Mais l'évaluation que donnent tous les deux pour le stade qu'aurait employé Pythagore, trahit nettement le caractère romain de leur source commune.

3. Des trois échelles reproduites plus haut, celle de Censorinus mérite seule d'être prise en considération. Elle est seule, en effet, d'accord avec la remarque qu'il fait, évidemment d'après Varron, qu'il y a une quarte (deux tons et demi) du ciel des fixes au soleil, et une octave, soit six tons, du même ciel à la terre. Pline trouvant une somme de sept tons, par suite de l'adjonction fautive d'un ton au dernier intervalle, n'a pas hésité à écrire une phrase qui témoigne de son ignorance en musique : *ita septem tonis effici quam diapason harmoniam vocant, hoc est universitatem concentuum*. Martianus Capella reconnaît bien que le total doit former une octave de six tons; il ne s'est même pas donné la peine de mettre d'accord avec cette condition les nombres qu'il copiait.

On a objecté, pour défendre l'échelle donnée par Pline, que celle de Censorinus n'est pas conforme à la division régulière de l'octachorde, mais cette objection tombe devant le fait que cette dernière échelle est la seule tant soit peu détaillée que l'on trouve dans des auteurs grecs puisant dans des sources antérieures à Varron. Il est d'ailleurs évident que ce dernier n'a fait lui-même que transcrire ou interpréter quelque document grec.

Il me reste à montrer que ce document ne pouvait être qu'une fantaisie de littérateur alexandrin d'une époque très rapprochée de Varron, et qu'on ne peut aucunement imputer aux anciens Pythagoriens une idée aussi peu scientifique, développée d'une façon aussi ridicule que celle que nous retrouvons dans Pline, Censorinus et Martianus Capella.

4. L'existence du dogme de l'harmonie des sphères est parfaitement constatée chez les Pythagoriens du IV^e siècle avant notre ère, grâce au témoignage d'Aristote; Platon y a fait lui-

même une allusion assez nette dans le mythe d'Er au livre X de la République. Or, ce dogme devait nécessairement entraîner l'École à conclure que les distances des planètes étaient liées d'une certaine façon, ainsi que leurs distances réelles, aux sons qu'elle supposait émis par les sphères, autrement dit à des nombres en relations harmoniques.

Tant que l'on ne prétendait pas préciser ces relations en dehors de déterminations ayant une base scientifique, une conclusion de ce genre était tout aussi rationnelle que, par exemple, la loi moderne de Bode. Or, il n'existe aucun indice sérieux que les Pythagoriens du IV^e siècle aient été plus loin que cette conclusion; si, en particulier, dans le mythe d'Er, les largeurs des anneaux (*σφόνδυλαι*) représentent, comme je le crois, les distances successives des planètes entre elles, Platon aurait supposé pour ces distances un certain ordre déterminé d'après des motifs qu'il est possible de deviner, mais il se serait abstenu de toute détermination précise et il ne semble point que ses indications puissent être mises d'accord avec une hypothèse quelconque sur l'harmonie des sphères (1).

La doctrine de cette harmonie a dû, au reste, se constituer au plus tôt dans la génération immédiatement antérieure à celle de Platon, par conséquent à un moment où les exigences de la pensée scientifique réclamaient déjà beaucoup plus que d'arbitraires combinaisons numériques comme celles d'Anaximandre. Nous avons, en effet, un grave motif de croire que la doctrine de l'harmonie des sphères était étrangère à Philolaos, et que, par suite, elle n'a pas été formulée avant l'époque d'Archytas.

L'harmonie dont parle Aristote ne peut être que celle des notes d'une même octave; la lyre peut d'ailleurs être heptachorde ou octachorde, suivant que l'on considère les sept planètes seules ou que, dans le système géocentrique, on ajoute la sphère des fixes. Mais dans le système de Philolaos, où cette sphère est immobile,

(1) Voir, dans la *Revue philosophique* d'août 1881, mon troisième article sur l'Éducation platonicienne.

tandis que la terre et un astre invisible (l'Antichthone) servant à expliquer les éclipses de lune, circulent autour du foyer central de l'Hestia, il y a neuf mobiles, et il est impossible d'établir la correspondance avec une lyre grecque.

La doctrine de l'harmonie semble être découlée d'une idée dont l'antériorité au IV^e siècle est beaucoup mieux assurée (1), celle que les quatre sciences mathématiques sont sœurs et que d'ailleurs les lois qu'elles étudient sont celles qui régissent l'univers. Cette conception de l'harmonie était assez frappante pour faire fortune dans l'École dès qu'elle fut émise; mais ce n'était point réellement une tradition remontant au Maître.

Le disciple d'Archytas, Eudoxe de Cnide, imagina le premier une méthode scientifique pour mesurer le rapport des distances à la terre du soleil et de la lune; le premier de ces deux astres était, d'après lui, 9 fois plus éloigné que le second.

Dans la *Didascalie de Leptine* (49), qui présente nombre de traits empruntés à Eudoxe, ce même rapport est présenté comme étant celui qui correspond à la relation de la quinte au ton. Ce dernier intervalle représente la distance de la terre à la lune; tandis que celle de la lune au soleil sera d'une quarte.

Ces mêmes relations se retrouvent dans les combinaisons reproduites d'après Varron; mais elles s'y trouvent mêlées à des éléments absolument étrangers aux conceptions d'Eudoxe. D'un côté, le soleil est placé au milieu des sept planètes, tandis que le Cnidien le situait, comme les Pythagoriens, immédiatement après la lune. D'autre part, les distances sont supposées proportionnelles aux intervalles musicaux et non pas aux nombres correspondant à ces intervalles; la distance du soleil à la terre (quinte) est dès lors posée de 3 fois $\frac{1}{2}$ la distance (un ton) de la terre à la lune.

Nous sommes dès lors en pleine fantaisie; Eudoxe, au contraire, si défectueux que fussent ses moyens d'observation et, par suite, les résultats auxquels il est arrivé, procédait *a posteriori* pour

(1) Par Archytas (dans Nicomaque, *Introd. arithm.* I, 3) au début de son livre sur l'Harmonique.

essayer de confirmer les vues émises sur l'harmonie des sphères. Sa méthode était absolument scientifique et nous n'avons pas le droit de supposer que ses maîtres fussent entrés dans une autre voie.

5. De nombreux auteurs de l'antiquité ont d'ailleurs rapporté, comme dues aux Pythagoriens, diverses correspondances entre les planètes et les cordes de la lyre. Mais aucune de ces correspondances n'a un caractère authentique; il suffit de remarquer que toutes celles où le soleil est situé au milieu des planètes appartiennent à la tradition stoïcienne et sont postérieures à Ératosthène; que toutes celles où l'harmonie procède par notes descendantes de la lune à Saturne ne remontent pas au delà de Nicomaque (1^{er} siècle de l'ère chrétienne), qui a le premier renversé le sens antérieurement admis. Enfin celles qui dépassent les limites de l'octave doivent être également exclues, comme nous l'avons déjà indiqué.

D'après les témoignages les plus complets, ceux de Théon de Smyrne (*De astronomia*, XV) et du grammairien Achille (*Uranologion de Petau*, p. 136) empruntés à Adraste ou à Thrasyllé, les premiers auteurs qui auraient cherché à préciser la question seraient des poètes : Aratus dans son *Canon*, Ératosthène dans son *Hermès*. Mais il ne semble pas que l'un ou l'autre ait été plus loin que l'indication de la correspondance avec l'heptachorde ou l'octachorde commun (1) telle qu'elle se présentait naturellement de l'hypate à la nète (de la corde la plus basse à la plus haute) pour un ordre donné des planètes, de la lune à Saturne ou à la sphère des fixes. Aucun d'eux n'aura introduit une corde nommée d'après l'un des genres distingués depuis Aristoxène, sans quoi leur opinion aurait sans doute été conservée de préférence à celle dont nous allons parler.

Après Aratus et Ératosthène, Achille indique également le mathématicien Hypsiclès comme ayant traité la question de l'har-

(1) Ératosthène avait certainement adopté l'octachorde.

monie des sphères avant Adraste et Thrasyllé, et il donne ensuite, comme généralement admise par les musiciens, une échelle musicale qui se rapproche singulièrement de celle de Censorinus. D'autre part, Théon de Smyrne cite des vers d'un Alexandre d'Étolie d'où l'on peut déduire précisément cette dernière échelle.

Cet Alexandre d'Étolie serait un contemporain d'Aratus; mais des vers du passage rapporté par Théon de Smyrne sont cités par Chalcidius comme étant d'Alexandre de Milet (Polyhistor) et par Héraclite le grammairien (*Alleg. Hom.*, XII) comme d'Alexandre d'Éphèse (Lychnos). Si Théon de Smyrne a commis une erreur, ce qui semble probable, l'auteur (Polyhistor ou Lychnos) serait un contemporain de Varron, et ce dernier aurait pu le connaître personnellement.

Il semble donc qu'Hypsioclès aurait été le premier auteur de la combinaison, assez singulière au point de vue musical, qui, à peine modifiée par Alexandre (Lychnos?), fut adoptée par Varron.

6. Voici la traduction du passage d'Achille. Pour en faciliter l'intelligence, j'ajoute aux noms grecs des cordes de la lyre l'indication des notes correspondantes de la gamme moderne en prenant pour UT les deux sons extrêmes de l'octave (1).

« Les musiciens supposent que le cercle du zodiaque joue dans l'harmonie le rôle du son appelé *diatonique diezeugmène* [paranète = UT,]; Saturne, celui du son de la *chromatique diezeugmène* [paranète = SI]; Jupiter, de l'*enharmonique diezeugmène* [paranète = SI⁶]. Mars correspond à la *paramèse* [LA]; Mercure (2), à la *mèse* [SOL]; Vénus, à la *diatonique des mèses* [likhanos = FA]; le Soleil, si on le place le sixième et non le quatrième, au *likhanos des mèses* [chromatique = MI, plutôt qu'enharmonique = MI⁶]; la Lune, qui est la septième, à l'*hy-*

(1) Le texte d'Achille demande quelques corrections nécessaires sur lesquelles il ne peut y avoir de difficulté et que j'ai exposées dans l'*Archiv für Geschichte der Philosophie*, IV, 1 : Une opinion faussement attribuée à Pythagore.

(2) L'ordre adopté ici est le véritable ordre pythagorien, qu'Achille reconnaît d'ailleurs n'être plus généralement admis. Alexandre et Varron substituèrent le soleil à Mercure et inversement.

» *pate des mèses* [RÉ]. Enfin, quelques-uns ⁽¹⁾ veulent que l'intervalle jusqu'à la terre représente celui qui part du *diatonique* » *des hypates* [likhanos = UT]. »

Voici maintenant la traduction des vers d'Alexandre :

« L'*hypate* ⁽²⁾ [UT], c'est la Terre que son poids maintient au milieu, et la sphère des fixes est la *nète synemmène* ⁽³⁾ [UT₁]; le Soleil ⁽⁴⁾, qui domine les astres errants, a le rôle de la *mèse* [SOL]; la sphère de crystal en est une quarte [SOL-UT₁]; au-dessous de celle-ci, à un demi-ton, se meut Phainon (Saturne, SI); de celui-ci à Phaéton [Jupiter, SI⁶], l'intervalle est le même, comme de ce dernier à l'astre puissant d'Arès [Mars, LA]; au-dessous, à un ton, vient le Soleil ⁽⁴⁾ [SOL], qui charme les mortels; à trois demi-tons au-dessous du Soleil éclatant, Kythérée [Vénus, MI] ⁽⁵⁾; à un demi-ton de celle-ci, le Stilbon d'Hermès ⁽⁶⁾ [Mer-cure, MI⁶]; l'intervalle est le même pour la Lune [RÉ] à l'éclat changeant comme sa forme; au centre, la Terre [UT], à une quinte au-dessous du Soleil [SOL], la Terre à cinq zones, avec son feu brûlant sous l'air, où s'harmonisent les rayons ignés et les frimas glacés. Ainsi, le ciel comprend six tons et donne l'octave. Telle est la sirène harmonisée par Hermès, le fils de Zeus, la cithare à sept tons, image du monde divinement sage. »

(1) Comme Alexandre et Varron. Mais dans la combinaison exposée par Achille, cette hypothèse est nécessaire pour avoir l'octave. On y assigne une corde à la Terre, pour faire correspondre toutes les distances à des intervalles musicaux, quoique ce soit évidemment méconnaître le point de départ de l'hypothèse pythagorienne, un corps immobile ne devant pas rendre de son. C'est ce qui a fait rejeter la dernière correspondance, par exemple, par Adraste (Théon de Smyrne). L'auteur de la combinaison avait cependant évidemment posé cette correspondance; ayant ainsi neuf sons et voulant rester dans les limites de l'octave, il fut conduit à introduire des genres différents et à adopter en fin de compte une échelle en contradiction avec les règles généralement admises par les théoriciens de la musique grecque, mais qu'on n'en peut pas moins restituer en toute sûreté.

(2) Comme le remarque Théon, il aurait fallu dire la *diatonique des hypates*.

(3) La *nète synemmène* a la même valeur que la *paranète diatonique diezeugmène* d'Achille.

(4) Correspondant à Mercure dans l'échelle d'Achille.

(5) Ici se trouve la seule divergence avec l'échelle d'Achille.

(6) Correspondant au Soleil dans l'échelle d'Achille.

Il est aisé de vérifier que la série ascendante
 UT . RÉ . MI^b . MI . SOL . LA . SI^b . SI . UT
 est identique à celle indiquée par Censorinus. Nous avons donc
 bien là la source de Varron.

7. Cependant il est une indication donnée par Pline : « In ea (harmonia) Saturnum Dorio moveri phthongo, lovem Phrygio et in reliquis similia, iucunda magis quam necessaria subtilitate », et répétée par Martianus Capella, qui devait par suite se trouver également dans Varron, et n'est pas en accord avec l'échelle qui précède. Dans cette échelle, en effet, il n'y a qu'un demi-ton entre Jupiter et Saturne; entre les octaves phrygienne et dorienne, il y a un ton. Varron a donc dû, sur ce point, faire un emprunt à une tradition antérieure, par exemple à celle d'Aralus.

Il semble également avoir pris ailleurs que dans le poème d'Alexandre la donnée que la distance de la Terre à la Lune, représentant l'intervalle d'un ton, est de 126,000 stades.

Ce nombre est exactement la moitié de 252,000 stades, c'est-à-dire de la circonférence de la terre, d'après Ératosthène et Hipparque. Cette coïncidence suffit pour affirmer que l'évaluation attribuée à Pythagore ne remonte guère au delà du II^e siècle avant l'ère chrétienne.

Mais, même à cette date, pour être présentée avec quelque vraisemblance, elle a dû sans doute être primitivement donnée comme faite par Pythagore, non pas en stades, mais par rapport à la circonférence de la terre.

Mais quand Anaximandre avait admis un rapport de 18 entre le rayon de l'orbite lunaire et celui de la terre, pouvait-on attribuer à Pythagore un rapport qui revient seulement à 3? Cela semble d'autant plus impossible que, depuis Aristarque de Samos, les astronomes avaient été conduits à tripler ou à quadrupler au moins l'estimation du Milésien. Nous sommes donc conduits à soupçonner qu'une erreur a dû se glisser dans le nombre donné par Varron.

Si nous supposons que par quelque inadvertance de transcrip-

tion, ses manuscrits aient porté le mille de stades au lieu de la myriade, la source qu'il aurait suivie aurait fait évaluer par Pythagore la distance de la Terre à la Lune à 10 fois la demi-circonférence de la terre ou environ 30 fois le rayon terrestre; elle aurait conclu de là au chiffre de 126 myriades de stades. C'était une attribution sans doute absolument gratuite, mais en tous cas, suffisamment plausible.

Une erreur analogue existe en tous cas dans la Vulgate de Pline (II, 21, 88), qui donne pour la longueur du degré de l'orbite lunaire, d'après Petosiris et Necepsos, un peu plus de 30 stades, *triginta tribus stadiis paulo amplius*. Il faut entendre 33,000 ou plutôt 33,333 stades, ce qui revient à assigner à la distance de la Lune la valeur de 48 rayons terrestres, d'après la mesure d'Ératosthène. C'est encore là un résultat de la science grecque, rapporté à une époque antérieure et combiné avec des hypothèses plus ou moins fantaisistes.

8. En dehors des évaluations attribuées à Pythagore pour les distances des planètes, on en trouve d'également arbitraires attribuées à :

1° Platon, d'après un passage du *Timée*, où il lie ces distances à la « progression du double et du triple », c'est-à-dire à la suite des nombres

1 . 2 . 3 . 4 . 8 . 9 . 27 ;

cette assertion a donné lieu à des combinaisons diverses.

2° Archimède. Une série de nombres élevés et très complexes lui est attribuée dans la *Réfutation de toutes les hérésies* (liv. IV), connue sous le nom d'Hippolyte. Ils semblent malheureusement trop corrompus pour que l'on en puisse rien tirer de décisif.

D'autres nombres devaient courir également, comme nous l'avons vu, sous le nom des anciens Égyptiens Petosiris et Necepsos (VII^e siècle av. J.-C.). Mais, en dehors des séries que nous avons indiquées, nous n'en retrouvons d'un peu complète que dans Martianus Capella, où elle est anonyme et doit cependant provenir de Varron.

Les distances des planètes sont supposées proportionnelles aux nombres ronds qui correspondent aux durées des révolutions. Ainsi, la distance de la Lune étant 1, celle du Soleil sera 12; celle de Mars, $2 \times 12 = 24$; celle de Jupiter, $12 \times 12 = 144$; celle de Saturne, $28 \times 12 = 336$.

Quant à la distance de la Lune, elle est évaluée à 100 rayons terrestres, d'après un procédé qui a une apparence scientifique.

Le diamètre de la Lune est estimé à $\frac{1}{108}$ de son orbite, soit 36'. La mesure aurait été faite, au moyen de la clepsydre, par celle du temps que l'astre met à se lever. Malgré l'inexactitude du résultat, on ne peut guère mettre en doute la relation de Martianus Capella, sauf à la rapporter à une date antérieure à Hipparque.

L'ombre de la lune projetée sur la terre lors d'une éclipse totale de soleil aurait un diamètre trois fois moindre que celui de la lune. Cette ombre occuperait $\frac{1}{3}$ de la circonférence du globe, soit 20°. Le diamètre de la lune serait donc $\frac{1}{3}$ de cette circonférence, etc., mode de raisonnements qui nous reporteraient aux temps qui ont précédé Archimède.

Malheureusement les détails ajoutés par Martianus Capella ne sont guère concordants. On aurait, dit-il, observé qu'une éclipse totale sous le climat de Méroé n'est plus que partielle sous celui de Rhodes, et est absolument invisible sous celui de Borysthène. Mais du climat de Méroé à celui de Rhodes, il y a 19° 33'; de celui de Rhodes à celui de Borysthène, 12° 32'; l'arc du méridien occupé par l'ombre aurait donc singulièrement dépassé 20°.

Martianus ajoute enfin que le rapport de la Lune à son ombre aurait été déterminé d'après les climats pour lesquels le soleil était en partie éclipsé, tant à droite qu'à gauche. Ce procédé est évidemment inapplicable.

Je suis beaucoup plus porté à croire que le point de départ de l'évaluation dont il s'agit a été une tentative pour déterminer la grandeur maxima de l'ombre de la lune d'après son diamètre apparent au périgée, celui du soleil et certaines hypothèses sur les rapports des distances des deux astres à la Terre. Le calcul ayant donné un résultat à peu près d'accord avec une observa-

tion, quelque calculateur ignorant des véritables conditions du problème sera parti de ce résultat pour en déduire la distance de la Lune à la Terre, sans s'apercevoir du cercle vicieux qu'il commettait.

Si ce calcul est présenté d'une façon passablement grossière, il n'en pourrait pas moins avoir été fait dans le siècle entre Archimède et Hipparque, par exemple sur une évaluation d'Apollonius. Je ne crois pas qu'il faille attacher quelque importance à ce fait que, dans ce passage, Martianus Capella (VIII, 858) attribue à Ératosthène d'avoir évalué le circuit de la terre à 406,010 stades; car ce nombre est très probablement corrompu, et il ne doit pas nous reporter à la mesure de 400,000 stades indiquée par Aristote, et qui semble être celle d'Eudoxe. Il me paraît, en effet, impossible d'attribuer à ce dernier quelque combinaison analogue à celle que nous expose Martianus Capella.

9. Macrobe, dans son commentaire sur le songe de Scipion de Cicéron, nous indique enfin, pour le diamètre du soleil, une évaluation particulière, fondée sur une observation singulièrement erronée et sur une hypothèse tout à fait gratuite.

L'observation serait une mesure du diamètre apparent du soleil faite avec le clepsydre par les Égyptiens, et qui aurait donné $\frac{1}{116}$ de la circonférence, soit $1^{\circ} \frac{2}{3}$. Il est difficile de rejeter la possibilité d'une erreur aussi forte, lorsque nous voyons Aristarque de Samos calculer les distances du Soleil et de la Lune dans l'hypothèse d'un diamètre apparent de 2° , alors qu'Archimède nous affirme que le même Aristarque avait adopté la valeur d'un demi-degré pour ce diamètre.

L'hypothèse est que la longueur du cône d'ombre de la terre serait de 120 rayons terrestres, et qu'il irait précisément jusqu'à l'orbite du soleil.

Cette hypothèse ne concorde nullement avec l'évaluation qui précède. On en déduit en effet : 1^o que le diamètre du Soleil est rigoureusement double de celui de la Terre; 2^o que le diamètre apparent serait quelque peu inférieur à un degré. Macrobe ou

l'auteur qu'il compile (quelque grammairien) aurait donc confondu deux données incompatibles.

La seconde est sans doute quelque fantaisie alexandrine comme celles qui ont pu être mises au compte de Petosiris et de Necepsos.
