

Gros, P. Nombres irrationnels e nombres parfaits chez Vitruve
Melanges de l'Ecole francaise de Rome 1976 88 669-704 C8 numbers

6262

GROS, P.

1976

Nombres irrationnels et nombres parfaits chez Vitruve

Gros Pierre

Mélanges de l'Ecole française de Rome. Antiquité, Année 1976, Volume 88, Numéro 2
p. 669 - 704

[Voir l'article en ligne](#)

Pierre Gros,~~ Nombres irrationnels et nombres parfaits chez Vitruve~~, p. 669-704. La faible familiarité de Vitruve avec les irrationnels, et son goût pour les rapports arithmétiques élémentaires le conduisent à éviter le recours explicite aux schémas géométriques faisant intervenir des incommensurables; en face d'une construction complexe, comme celle de la volute du chapiteau ionique, il préfère s'en tenir, au niveau du discours, à une présentation incomplète, quitte à donner un dessin coté au terme du chapitre. Inversement, plusieurs rapports fractionnaires des livres III et IV du ~~De architectura~~ ne sont en fait que des approximations arithmétiques de montages géométriques simples. Les véritables formules opératoires se trouvent ainsi faussées, comme on le constate à propos de l'implantation du tribunal de la basilique de Fanum. Dans le passage du livre III concernant les nombres parfaits, Vitruve se fait l'écho des spéculations des euclidiens, sans s'aviser qu'il énonce des rapports harmoniques fréquemment mis en œuvre dans les ordonnances ioniques. Le plus souvent, dans son traité, l'atomisation modulaire entraîne une méconnaissance de ces rapports, pourtant toujours présents.

Avertissement

L'éditeur du site « PERSEE » – le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation – détient la propriété intellectuelle et les droits d'exploitation. A ce titre il est titulaire des droits d'auteur et du droit sui generis du producteur de bases de données sur ce site conformément à la loi n°98-536 du 1er juillet 1998 relative aux bases de données.

Les oeuvres reproduites sur le site « PERSEE » sont protégées par les dispositions générales du Code de la propriété intellectuelle.

Droits et devoirs des utilisateurs

Pour un usage strictement privé, la simple reproduction du contenu de ce site est libre.

Pour un usage scientifique ou pédagogique, à des fins de recherches, d'enseignement ou de communication excluant toute exploitation commerciale, la reproduction et la communication au public du contenu de ce site sont autorisées, sous réserve que celles-ci servent d'illustration, ne soient pas substantielles et ne soient pas expressément limitées (plans ou photographies). La mention Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation sur chaque reproduction tirée du site est obligatoire ainsi que le nom de la revue et- lorsqu'ils sont indiqués - le nom de l'auteur et la référence du document reproduit.

Toute autre reproduction ou communication au public, intégrale ou substantielle du contenu de ce site, par quelque procédé que ce soit, de l'éditeur original de l'oeuvre, de l'auteur et de ses ayants droit.

La reproduction et l'exploitation des photographies et des plans, y compris à des fins commerciales, doivent être autorisés par l'éditeur du site, Le Ministère de la jeunesse, de l'éducation nationale et de la recherche, Direction de l'enseignement supérieur, Sous-direction des bibliothèques et de la documentation (voir <http://www.sup.adc.education.fr/bib/>). La source et les crédits devront toujours être mentionnés.

NOMBRES IRRATIONNELS ET NOMBRES PARFAITS CHEZ VITRUVÉ

PAR

Pierre GROS

Ancien Directeur des Etudes à l'Ecole

Nombreuses sont les données chiffrées contenues dans le *De architectura*, du moins dans les livres III à VI qui traitent des édifices publics et privés. Elles se présentent le plus souvent comme des relations numériques simples, avec ou sans référence explicite à un module de base et à ses sous-multiples. A feuilleter les commentaires de A. Choisy et de A. Birnbaum on retire même l'impression que la matière de ces livres peut se réduire en dernière analyse à une série de rapports, et que la connaissance de ces rapports garantissait aux yeux de Vitruve la correction d'un entablement, la beauté d'un portique ou l'agrément d'une *domus*¹. Il y a cependant quelque légèreté à exploiter ces textes, si riches d'indications apparemment fort précises, comme de simples répertoires de proportions, sans s'interroger, avant d'en faire l'application directe aux vestiges archéologiques qu'on entend analyser ou restituer avec leur aide, sur la nature et l'origine des recettes qu'ils proposent². Car on s'aperçoit vite, et tous les commentateurs en ont fait l'expérience, que ces recettes ne sont pas toutes faciles à comprendre. Il arrive en effet, si l'on en tente loyalement la transcription graphique, que l'on bute sur des difficultés qui tiennent soit à la teneur même des développements, soit à leurs silences; d'où des hypothèses souvent contradictoires, et diverses corrections, qui

¹ A. Choisy, *Vitruve*, t. II-III, Paris, 1909 (réédit. en 1974); A. Birnbaum, *Vitruvius und die griechische Architektur*, Vienne, 1914.

² Un exemple récent d'utilisation maladroite, parce que mal assurée philologiquement et peu fondée historiquement, des « cotes vitruviennes » est fourni par le livre de N. Ferchiou, par ailleurs utile et bien documenté, *Architecture romaine de Tunisie. L'ordre: rythmes et proportions dans le Tell*, Tunis, 1975.

s'appuient à l'ordinaire sur deux types de postulats également invérifiables: la tradition manuscrite est fautive¹; Vitruve a mal lu sa ou ses sources grecques². Il arrive en outre, même quand la présentation théorique est satisfaisante, que l'on reste perplexe devant le caractère peu « opératoire » de certains rapports, et des schémas de construction qu'ils impliquent, dès lors qu'on en imagine concrètement la mise en œuvre sur un chantier antique³.

Aussi est-on en droit de se demander si le caractère parfois déconcertant de certaines données chiffrées ne tient pas d'abord aux traitements qu'elles ont dû subir pour entrer dans la trame des développements vitruviens. Ces traitements peuvent avoir été imposés soit par la nature même du « genre » théorique, dont nous avons essayé de dégager quelques lois dans un article précédent⁴, soit du fait des rapports très particuliers que — c'est l'un des acquis important des études les plus récentes sur le *De architectura*⁵ — l'auteur latin entretenait avec les mathématiques grecques et hellénistiques qui restaient ou du moins auraient dû être celles de son temps. Autrement dit, malgré la succession linéaire des chapitres, et l'uniformité voulue de leur présentation, les chiffres fournis par Vitruve ne semblent pas avoir tous la même portée. Il convient de distinguer les données premières des données déduites, celles qui sont des points de départ inévitables de celles qui sont des points d'arrivée plus ou moins arbitraires. Il convient également de démêler ce qui, d'une construction arithmétique ou géométrique trouvée dans un manuel hellénistique, pouvait être absorbé par le discours vitruvien, de ce qui, pour des raisons de principe ou par manque de compétence, devait en être passé sous silence ou transformé.

C'est une relecture de ce genre que nous proposons ici d'une série de passages significatifs, où nous essaierons d'abord de retrouver certains emplois masqués ou méconnus des nombres irrationnels.

¹ Voir l'attitude de Choisy à l'égard du texte de III, 5,8 concernant les architraves ioniques (*op. cit.*, I, p. 82 et II, p. 154). Cf. P. Gros, dans *Latomus*, 34, 1975, p. 995 sq.

² Tendance assez bien représentée par A. Birnbaum, qui paraît souvent tenté de corriger le texte pour le rendre plus proche des préceptes présumés d'Hermogènes (cf. *op. cit.*, p. 13 sq.).

³ C'est le cas pour la porte dorique (IV, 6,1). Voir *infra*, p. 692.

⁴ *Structures et limites de la compilation vitruvienne dans les livres III et IV du De architectura*, dans *Latomus*, 34, 1975, p. 986 sq.

⁵ Cf. J. Soubiran, *Vitruve, De l'architecture*, IX, *Collect. des Universités de France*, Paris, 1969, p. xxvi sq.; E. W. Marsden, *Greek and Roman Artillery, Technical Treatises*, Oxford, 1971, p. 197 sq.

Mais auparavant, il convient de cerner au plus près les connaissances théoriques de Vitruve sur ce point précis.

Les difficultés éprouvées par cet écrivain pour concevoir et par suite nommer certaines notions mathématiques ont été rappelées par J. Soubiran dans son édition du livre IX. C'est en effet dans la préface de ce livre que se trouvent rassemblées les démonstrations les plus « savantes » de tout l'ouvrage, et que le théoricien aborde en particulier, à propos de la duplication du carré, le problème des nombres irrationnels ¹.

Ou plutôt qu'il devrait l'aborder, car on constate, à cette occasion, qu'il est incapable de définir clairement le carré d'un nombre et, à plus forte raison, la notion d'irrationalité. « Si l'on a un emplacement ou un champ carré, et qu'on veuille le doubler, comme cela exige une sorte de nombre que les multiplications ne permettent pas de trouver — *genus numeri quod multiplicationibus non invenitur* — des tracés linéaires corrects amènent la solution » ². Or le nombre qu'il faut trouver, en l'occurrence, est une surface, laquelle est par définition le produit d'une multiplication. Vitruve veut dire en fait, et il l'explique ensuite, que si l'on a un terrain de 100 pieds de côté et qu'on souhaite le porter à 200, on ne peut y parvenir en multipliant 14 par 14 ou 15 par 15 ³. Mais la façon dont il s'exprime prouve qu'il ne sait plus voir dans les irrationnels ce que Platon et Euclide appelaient des puissances — *δυνάμεις* — c'est-à-dire des longueurs qui ne sont commensurables que potentiellement, par les surfaces qu'elles « peuvent », comme disaient autrefois nos mathématiciens ⁴.

Une fois constatée l'impossibilité d'une solution arithmétique, Vitruve expose donc la solution géométrique. Sans revenir sur le détail des ignorances d'ordre historique ou technique que révèle son texte, soulignons qu'il paraît n'avoir pas saisi le lien qui existe entre ce problème de la

¹ IX, *praef.* 4 sq.

² *Ibid.*: *Locus aut ager paribus lateribus si erit quadratus eumque oportuerit duplicare, quod opus fuerit genere numeri quod multiplicationibus non invenitur, eo descriptionibus linearum emendatis reperitur.* (= 213,14 sq.)

³ *Ibid.* (= 213,23 sq.). Vitruve peut sembler effleurer ici la méthode d'Archytas qui fait intervenir la moyenne arithmétique et la moyenne harmonique de deux nombres inégaux pour former le nombre n , non carré parfait, qui est le produit de ces deux nombres. Mais il est peu probable qu'il ait compris le principe de cette méthode, selon lequel une racine carrée est enfermée dans l'intervalle de deux nombres rationnels différents, dont la différence peut être réduite à l'infini. Cf. P.-H. Michel, *De Pythagore à Euclide*, Paris, 1950, p. 426 et p. 520.

⁴ Cf. *Théétète*, 148 b, et note complémentaire, p. 264, de l'édition de A. Diès, dans la *Collection des Universités de France*. Voir aussi A. Rey, *La maturité de la pensée scientifique en Grèce*, Paris, 1939, p. 330 sq.

duplication du carré et le théorème de Pythagore, dont il traite pourtant dans le paragraphe suivant¹. Et de même qu'il ne voit pas dans la première démonstration un cas particulier — celui du triangle rectangle isocèle — de la seconde, il ne dit rien qui puisse nous empêcher de douter qu'il a vraiment compris le caractère constant de la propriété des triangles rectangles, puisque seul le triangle « égyptien » 3-4-5 est invoqué²; on s'étonne de surcroît que ce praticien ne fasse aucune allusion à deux autres figures semblables, souvent mises à contribution en architecture car elles possèdent aussi des côtés à nombres entiers, les triangles 5-12-13 et 48-55-73³.

Même en tenant compte de la maladresse ou de la sottise de sa source — une compilation orientée sans doute vers l'aspect anecdotique des « grandes découvertes »⁴ — on conviendra que le maniement des irrationnels et leur construction géométrique ne lui sont guère familiers. Au niveau des principes, du reste, l'existence de ces êtres mathématiques devait constituer pour Vitruve, comme pour beaucoup d'esprits antiques, une manière de scandale. Dans la mesure où la beauté d'un édifice réside d'abord dans la *symmetria* ou *commodulatio*, c'est-à-dire dans la commensurabilité de toutes ses parties entre elles et des parties avec le tout, les irrationnels trouvaient difficilement place au sein d'un système, qui nous apparaît fondé sur la transparence arithmétique des relations modulaires⁵.

Aussi s'étonnera-t-on que plusieurs auteurs aient cru devoir postuler l'existence de modules irrationnels, dans un contexte où la *proportio* implique, dans toutes les mensurations d'un édifice, la présence d'une unité, la *rata pars*, qui en constitue une partie « aliquote » en ce qu'elle y est contenue un nombre exact de fois⁶. D'une littérature abondante, et parfois ésotérique, on nous permettra de ne retenir que trois exemples,

¹ IX, *praef.* 6.

² J. Soubiran, *op. cit.*, p. XXVIII et p. 47.

³ Cf. F. W. Schlikker, *Hellenistische Vorstellungen von der Schönheit des Bauwerks nach Vitruv*, Berlin, 1940, p. 54.

⁴ Comme le note J. Soubiran (p. XXIX, n. 4) on retrouve des séquences du même ordre chez Plutarque (*Non posse suaviter vivi secundum Epicuri decreta*, XI = *Moralia* 1094 BC), issues sans doute d'un manuel de compilateur comparable sinon identique.

⁵ III, 1,1. Sur la notion de *symmetria* chez Vitruve, cf. F. W. Schlikker, *op. cit.*, p. 60-61 et p. 68-71. Pline, *HN*, 34, 65, note: *non habet latinum nomen symmetria*. Cf. en dernier lieu Th. Lorenz, *Polyklet*, Wiesbaden, 1972, p. 57 sq.

⁶ III, 1,1 (= 65,3 sq.): *proportio est ratae partis membrorum in omni opere totoque commodulatio, ex qua ratio efficitur symmetriarum* (texte de C. Fensterbusch).

qui ont en commun un mode de lecture plus ingénieux que rigoureux des textes sur lesquels ils prétendent s'appuyer.

J. Hambidge¹, et après lui M. Ghyka², ont tiré parti d'une brève notation de I, 1, 4 sur l'utilité de la géométrie, pour faire de Vitruve le représentant d'une théorie « dynamique » de la symétrie des surfaces, fondée sur la notion platonicienne de « puissance ». Quand on sait le faible degré de conceptualisation auquel était parvenu l'écrivain latin en ce domaine, on mesure d'emblée le caractère hasardeux d'une telle hypothèse. D'autant que le passage en question ne lui offre qu'une base des plus minces: « Grâce à l'arithmétique, dit Vitruve, on calcule le prix des constructions et on développe le système des mesures; quant aux questions difficiles de symétrie (c'est-à-dire de commensurabilité), on les résout par un raisonnement et des méthodes géométriques »³. Replacée dans son contexte, cette phrase offre une signification concrète: Vitruve donne à savoir que les éléments qui n'auront pu être réduits à un ensemble de relations numériques simples (certaines *difficiles quaestiones*, précisément), il se contentera de les dessiner; la géométrie, comme il le rappelle dans le même paragraphe, se définit pour lui comme l'ensemble des techniques faisant intervenir la règle, le compas et l'équerre; c'est un moyen d'exécution, et non une source de réflexion⁴. Ainsi l'*entasis* des colonnes⁵ ou le renflement central des stylobates (les trop fameux *scamilli impares*⁶) doivent l'irritante concision des développements qui leur sont consacrés au fait qu'ils étaient l'objet d'un croquis, *forma descripta*, à la fin du livre III⁷. Relevés dans

¹ J. Hambidge, *The Parthenon and other Greek Temples. Their dynamic Symmetry*, New Haven, 1924.

² M. Ghyka, *Le nombre d'or, rites et rythmes pythagoriciens dans le développement de la civilisation occidentale*, 2 vol., Paris, 1931. Voir particulièrement I, p. 40 sq. et p. 52 sq.

³ I, 1,4: *per arithmetice vero sumptus aedificiorum consummantur, mensurarum rationes explicantur, difficilesque symmetriarum quaestiones geometricis rationibus et methodis inveniuntur.*

⁴ I, 1,4: *geometria autem plura praesidia praestat architecturae; et primum ex euthygrammis circini tradit usum, e quo maxime facilius aedificiorum in arcibus expediuntur descriptiones normarumque et librationum et linearum directiones.*

⁵ III, 3,13.

⁶ III,4,5. On ne compte plus les interprétations auxquelles ce texte a donné lieu depuis celle de Barbaro dans son édit. de 1567. Les dernières en date sont celles de H. Altrogge, dans *AA*, 1963, col. 717 sq., de S. Sinos, dans *AA*, 1974, p. 157 sq. (à propos de la courbure du stéréobate du Parthénon), et de S. Stucchi, *Architettura Cirenaica*, Rome, 1975, p. 25, fig. 14 et p. 28 (temple de Zeus à Cyrène).

⁷ Sur les *formae descriptae* du livre III, cf. III, 3,13 (*entasis*); III, 4,5 (*scamilli impares*); III, 5,8 (volutes du chapiteau ionique). On saisit mal pour-

des manuels hellénistiques, ces croquis dispensaient le théoricien de toute mise en forme discursive: ils représentaient à eux seuls les *geometricae rationes*.

Cette prédilection pour l'arithmétique et les nombres entiers, imposée dans une large mesure par les responsabilités financières auxquelles l'architecte était confronté¹, trouvait sa caution dans l'idée, chère à Vitruve, que les mensurations idéales de l'être humain, réduit pour les besoins de la cause à un seul plan, sans aucune prise en compte des volumes², manifestent l'attachement de la nature à des conceptions où triomphe la transparence des rapports, le *commensus*. Ces rapports, tirés pour l'essentiel du « Canon » de Polyclète, mais présentés en III, 1,2-3, comme des données physiques permanentes, et non pas comme des choix esthétiques, constituaient à ses yeux le fondement légitime du système modulaire en architecture³.

Or tout récemment E. Lorenzen a voulu définir, à partir du « Canon » vitruvien, deux sortes de « grilles », l'une rationnelle, applicable aux schémas architecturaux, l'autre irrationnelle, plus particulièrement réservée à la sculpture⁴. Sans entrer dans le détail d'un raisonnement complexe, rappelons que cet auteur, féru des théories de Le Corbusier sur le « modulator »⁵, s'attache d'abord à évaluer numériquement le diamètre du cercle

quoi W. Sackur (*Vitruv und die Poliorketiker*, Berlin, 1925, p. 12-19) met en doute l'existence d'illustrations dans l'œuvre originale. Comme le note C. H. Krinsky, dans *Journal of The Warburg and Courtauld Institute*, 30, 1967, p. 43, n. 65, il est difficile d'imaginer que Vitruve aurait pu présenter à l'Empereur un livre où les illustrations promises n'étaient pas données. Sur ce problème voir aussi J. Soubiran, *op. cit.*, p. 46. Les croquis qu'on relève dans quelques manuscrits du *De architectura* sont de pure fantaisie (Voir par exemple les dessins de corniches et de chapiteaux prétendant illustrer III, 5, dans le Sclatstatensis 1153 b nunc 17). A cet égard, la situation est très différente de celle des Πολιορκητικά d'Apollodore de Damas, où l'on peut tirer parti des très nombreux croquis dont s'agrémentait la tradition manuscrite, et qui semblent remonter pour la plupart à des archétypes antiques (cf. R. Schneider, *Griechische Poliorketiker*, I, Berlin, 1908, (= *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Philolog.-Histor. Klasse, Neue Folge*, X, 1)).

¹ Voir le passage déjà cité de I, 1,4, sur l'utilité de l'arithmétique pour le calcul des *sumptus aedificiorum*.

² III, 1,2-3. Cf. Th. Lorenz, *op. cit.*, p. 57.

³ III, 1,2 (= 65,9 sq.): *corpus enim hominis ita natura composuit*. Cf. P. E. Arias, *Policleto*, Florence, 1964, p. 47.

⁴ E. Lorenzen, *Technological Studies in the Ancient Metrology*, Copenhagen, 1966, p. 9 sq. et p. 23 sq. Voir aussi, du même, *Along the Line where Columns are set*, Copenhagen, 1970, p. 17 sq. et p. 30, et Th. Thieme, dans *Opuscula Romana*, XI, 1976, p. 127 sq.

⁵ *Technol. Studies*, p. 23, fig. 6.

où, selon Vitruve, doit s'inscrire le corps humain: il parvient au résultat de 214,66 cm, soit, nous dit-il, quarante fois la valeur du module architectural de base, lequel se déduit, d'ailleurs laborieusement, d'un examen métrologique de la planimétrie du Parthénon¹. En manière de justification d'une démarche qui laisse perplexe, Lorenzen évoque les phrases où Vitruve établit, à un niveau d'extrême généralité, un parallèle entre la « symétrie » des temples et celle de la figure humaine². Constatant ensuite que cette ordonnance modulaire ne s'applique pas à la statue du Doryphore — ce qui, convenons-en, est fâcheux, pour un « Canon » dérivé de celui de Polyclète — l'auteur imagine un second cercle, de 240 cm de diamètre cette fois, implicitement postulé, nous affirme-t-on, par Vitruve lui-même, qui se trouve être dans le rapport irrationnel $\sqrt{5}$ avec le rayon du cercle précédent³. Il y a là, au total, un échafaudage d'hypothèses qui repose sur une série de manipulations textuelles et sur la contamination de données hétérogènes. A titre d'exemple signalons que, pour obtenir le côté du carré tangent au cercle où s'inscrit le corps humain, Lorenzen limite la hauteur de ce dernier à la racine des cheveux⁴, alors que Vitruve parle explicitement du *summum caput*⁵; sans méconnaître la difficulté, l'auteur passe outre, invoquant « des études récentes concernant la statuaire égyptienne »⁶. La crédibilité d'une telle recherche demeure donc faible. Plus convaincante apparaît en ce secteur l'analyse que R. Tobin vient de donner du « Canon » polyclétéen⁷; bien qu'elle ne se réfère nullement à Vitruve, on peut en inférer la démarche réelle de celui-ci, qui consiste précisément à éliminer les éléments irrationnels. Selon Tobin en effet, la mystérieuse phrase de Pline sur les statues « carrées » de Polyclète n'exprimerait pas un jugement esthétique, mais serait en quelque sorte le résidu incompris d'une méthode de construction desdites statues⁸.

¹ *Ibid.*, p. 111 sq.

² III, 1,3: *similiter vero sacrarum aedium membra ad universam totius magnitudinis summam ex partibus singulis convenientissimum debent habere commensus responsum*; III, 1,4: *ergo si ita natura composuit corpus hominis [...]* *cum causa constituisse videntur antiqui, ut etiam in operum perfectionibus singulorum membrorum ad universam figurae speciem habeant commensus exactionem.*

³ *Ibid.*, p. 25 sq.

⁴ *Ibid.*, p. 24, n. 11.

⁵ III, 1, 3: *nam si a pedibus imis ad summum caput mensum erit...*

⁶ *Ibid.*, p. 44 sq.

⁷ R. Tobin, *The Canon of Polykleitos*, dans *AJA*, 79, 1975, p. 307 sq.

⁸ Pline, *HN*, 34,56: *quadrata tamen esse ea (sc. signa) ait Varro et paene ad unum exemplum*. Sur les interprétations antérieures, voir le commentaire *ad loc.* de H. Gallet de Santerre, dans *Collection des Universités de France*, p. 222-223.

Reprenant les mensurations du Doryphore de Naples, la copie la plus soignée du célèbre « Canon », il montre que toutes ses dimensions entretiennent des rapports irrationnels et que plus précisément deux mesures voisines sont liées par la relation dite des « carrés dynamiques » : c'est en rabattant la diagonale du carré formé sur la longueur de la petite phalange qu'on obtient la phalange médiane, et ainsi de suite, jusqu'aux plus grandes mensurations. Si nous prenons l'exemple du visage, nous parvenons au tableau suivant (mesures exprimées en cm)¹ :

racine des cheveux : 20,09
medium superciliorum : 14,2
milieu de l'arête nasale : 10,4
base du nez : 7,1
ligne de séparation des lèvres : 5,02
base du menton : 0

Toutes ces mesures se déduisent les unes des autres en multipliant la plus petite par $\sqrt{2}$ pour obtenir la suivante, avec une marge d'erreur qui oscille entre 0,01 et 0,08.

Mettons en regard le texte de Vitruve : « Quant au visage, on mesure le tiers de sa hauteur du bas du menton jusqu'à la base du nez; le nez, de la base des narines jusqu'au milieu de la ligne des sourcils en mesure autant; de cette limite jusqu'à la racine des cheveux on obtient de même un autre tiers »². Qu'est-ce à dire, sinon que le théoricien, au prix d'approximations minimes, et d'ailleurs imperceptibles dans le système d'unités qu'il utilisait, a choisi un type de subdivisions qui certes ne rendait plus compte du mode de calcul originel, mais assurait entre les divers points remarquables des relations arithmétiques simples³.

Tout en reconnaissant le caractère essentiellement répétitif de la division modulaire, et son apparente incompatibilité avec les irrationnels, l'architecte J. Vicari⁴ n'en présente pas moins une restitution du temple

¹ R. Tobin, *loc. cit.*, p. 315, fig. 10.

² III, 1,2: *ipsius autem oris altitudinis tertia est pars ab imo mento ad imas nares, nasum ab imis naribus ad finem medium superciliorum tantundem, ab ea fine ad imas radices capilli frons efficitur item tertiae partis.*

³ Pour les subdivisions du pied, Vitruve (III, 1,8) ne descend pas en-dessous du *digitus*, qui vaut environ 1,85 cm. Il avait le choix, en l'occurrence, entre deux types de progressions: 1-2-4 (5,02; 10,4; 20,09) et 1-2-3 (7,1; 14,2; 20,09). Il est remarquable qu'il ait choisi la progression la plus linéaire.

⁴ J. Vicari, *Actualité de l'architecture gréco-romaine*, dans *Mélanges Col-lart*, Lausanne, 1976, p. 335 sq.

eustyle de Vitruve qui fait intervenir le nombre ϕ ($= 1,618$), lequel définit comme on sait la « relation dorée » de la Renaissance italienne¹, et n'est autre que la transposition arithmétique de la division euclidienne « en moyenne et extrême raison »². Selon lui le module vitruvien hérité d'Hermogénès serait un élément variable multiplié par cette constante, ce qui revient à le transformer évidemment en un nombre irrationnel³. L'ensemble de sa démonstration s'appuie en fait sur l'idée que le mot ἀναλογία désigne toujours et uniquement la relation ϕ ⁴. C'est là une définition inacceptable car, pas plus chez Platon que chez Vitruve, la notion d'« analogie » ne s'applique exclusivement à cette médiété géométrique d'un type particulier: dans le « Timée », où l'on en trouve les applications les plus explicites, elle définit la μεσότης γεωμετρική à caractère continu qui permet de réaliser, de multiples façons, la récurrence analogique des formes, des longueurs ou des volumes⁵. Chez Euclide, son acception n'est guère moins large, puisqu'elle désigne l'« identité rationnelle »⁶, et lorsque Vitruve la recueille, il n'en limite pas davantage le champ sémantique, puisqu'il l'assimile, dans le seul passage du *De architectura* où il en fasse mention, à la notion de *proportio*⁷. Autrement dit, et quelles que soient les réserves qu'on puisse faire sur cette équivalence, établie en premier lieu par Cicéron, semble-t-il, entre le mot latin et le mot grec⁸, l'ἀναλογία

¹ Cf. L. Pacioli di Borgo, *De divina proportionem*, Venise, 1509. Voir sur ce point M. Ghyka, *op. cit.*, I, p. 43 sq. et P.-H. Michel, *De Pythagore à Euclide*, Paris, 1950, p. 600 sq.

² P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 523 et p. 526 sq. (où l'on trouve explicitées toutes les constructions proposées par Euclide de ce partage en extrême et moyenne raison, ἄκρον καὶ μέσον λόγον (Eucl. VI, déf. 3)). Voir aussi J. Vicari, *loc. cit.*, p. 336-337.

³ J. Vicari, *loc. cit.*, p. 340 sq. et fig. 6, p. 341.

⁴ C'est du moins ce qui ressort des notations des p. 336 et 340.

⁵ *Timée*, 31 c, 32 a-c. Voir sur ce point les remarques de M. Ghyka, *op. cit.*, I, p. 77, n. 1. L'ἀναλογία définit une chaîne de relations conçue de telle façon que, dans une progression, tous les termes jouent le même rôle les uns par rapport aux autres. Ainsi des quatre composantes du monde qui sont « accordées par l'analogie », ἀνά τὸν αὐτὸν λόγον. Voir de même, en 31c, la définition de la progression de trois nombres selon ces normes: c'est l'ἀναλογία κάλλιστα.

⁶ Cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 367 sq.

⁷ III, 1 ($= 65,2-3$): *ea autem paritur a proportionem, quae graece dicitur.*

⁸ Cf. Cicéron, *Timaeus*, IV, 13 (p. 217 édit. Mueller): *id optime adsequitur quae graece ἀναλογία, latine (audendum est enim, quoniam haec primum a nobis novantur) comparatio proportionem dici potest.* Voir sur ce point la note ad loc. de S. Ferri, *Vitruvio*, p. 94 sq. Il est piquant de relever, dans un tout autre contexte, cette remarque de R. Barthes, qui ne songe sans doute guère à Vitruve: « En

n'implique rien d'autre, chez Vitruve, que la présence d'un module dans une construction. C'est surinterroger gravement le texte que de lui demander une spécification de ce module.

Une fois écartées ces diverses interprétations, il convient de garder en mémoire, pour essayer de reposer le problème sur des bases plus saines, les modalités du maniement des irrationnels dans la pensée grecque, et le caractère empirique de leur découverte comme de leur utilisation.

Les travaux de A. Rey¹ et de P.-H. Michel² ont retracé l'histoire de cette question: si les Pythagoriciens avaient constaté depuis longtemps l'incommensurabilité de la diagonale du carré, $\sqrt{2}$, il fallut attendre la fin du V^e s. pour qu'une méthode graphique de détermination des irrationnels fût mise au point. Platon nous apprend que c'est à Théodore de Cyrène, mathématicien contemporain de Socrate et du néo-pythagoricien Philolaos de Tarente, qu'on en doit l'invention: « Théodore, que voici, avait fait devant nous (c'est le jeune mathématicien athénien, Théétète, qui parle) les constructions graphiques relatives à quelques-unes des puissances, montré que $\sqrt{3}$ et $\sqrt{5}$ ne sont point commensurables à l'unité, et continué à les étudier une par une jusqu'à racine de 17; il s'était, pour une certaine raison, arrêté là »³. Anderhub a montré que la figure de Théodore n'était certainement pas celle des « rectangles dynamiques » (Fig. 1) qu'on lui attribue encore souvent⁴, mais celle de la *genetrix irrationalium*, qui présente le double avantage de requérir seulement l'emploi de la règle et

dehors de ces transgressions, ce qui s'oppose bénéfiquement à la perfide Analogie, c'est la simple correspondance structurale: l'Homologie, qui réduit le rappel du premier objet à une allusion proportionnelle (étymologiquement, c'est-à-dire en des temps heureux du langage, analogie voulait dire proportion) » (*Roland Barthes par lui-même*, Paris, 1975, p. 48). En fait, dans le sens où l'utilise ici Barthes, le mot proportion a déjà perdu sa signification originelle; la seule équivalence réelle eût été un composé de *ratio*, et non pas de *portio*, qui eût désigné valablement un phénomène de correspondance. Plus qu'à l'étymologie, c'est à l'usage que le mot proportion doit le sens qu'on lui prête maintenant.

¹ A. Rey, *op. cit.*, p. 330 sq.

² P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 412 et p. 420 sq.

³ *Théétète*, 147 d: περὶ δυνάμεων τι ἡμῖν Θεόδωρος ὅδε ἔγραφε, τῆς τε τρίποδος πέρι καὶ πεντέποδος ἀποφαίνων ὅτι μήκει οὐ σύμμετροι τῇ ποδιαίᾳ, καὶ οὕτω κατὰ μίαν ἐκάστην προαιρούμενος μέχρι τῆς ἐπτακαίδεκάποδος· ἐν δὲ ταύτῃ πως ἐνέσχετο. Cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 455 sq.

⁴ J. H. Anderhub, *Jocaseria aus den Papieren eines reisenden Kaufmanns, gewidmet den Freunden des Hauses Kalle und C.A.G.*, Wiesbaden-Biebrich, 1941, p. 159 sq., cité par J. Bousquet, *Le trésor de Cyrène, Fouilles de Delphes, II*, Paris, 1952, p. 79 et p. 103.

de l'équerre, et d'expliquer pourquoi Théétète s'est arrêté à 17^1 ; comme le rappelle J. Bousquet, la construction ainsi définie (Fig. 2) contient en elle-même l'explication de l'irritant $\pi\omega\varsigma$ du texte platonicien, puisque, au-delà de $1/17$, les triangles se chevaucheraient, ôtant ainsi clarté et valeur pédagogique à la figure tout entière².

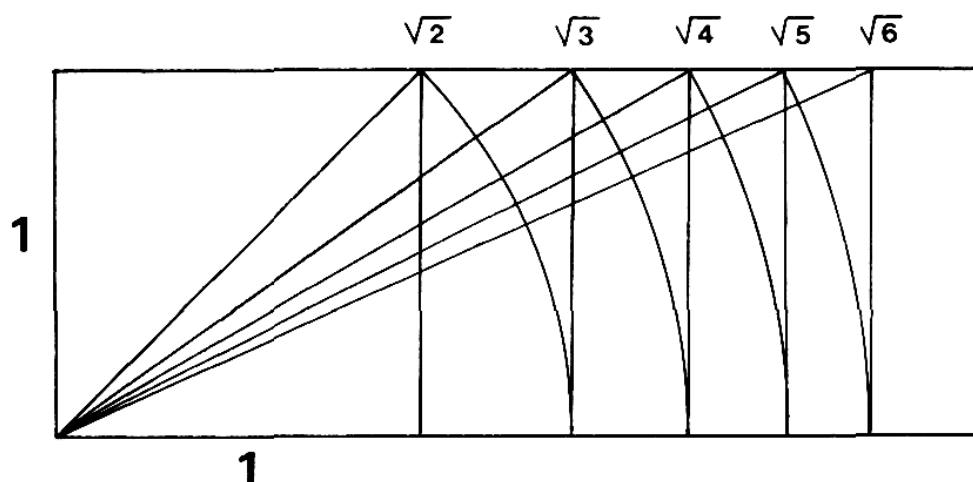


Fig. 1 - LES « RECTANGLES DYNAMIQUES ».

Mais parallèlement à ce procédé fort simple, il existait sans doute, dès l'époque de Platon, de Théétète et d'Archytas de Tarente, des formules d'approximation des premières racines³. Théon de Smyrne, ce glossateur du II^e s. ap. J.-C., nous en a conservé une, celle des deux colonnes d'entiers appelés respectivement « côtés » et « diagonales »⁴. On en trouve du reste un exemple chez Platon lui-même, qui présente 7 comme la « diagonale rationnelle » de 5, c'est-à-dire comme la valeur entière la plus proche de la diagonale du carré de côté 5, à une unité près⁵.

¹ J. Bousquet, *op. cit.*, p. 102. Sur les raisons antérieurement invoquées pour l'arrêt à $1/17$, cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 463 et p. 477.

² *Ibid.*, fig. 16.

³ A. Rey, *op. cit.*, p. 335.

⁴ Théon de Smyrne, *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium* (édit. E. Hiller, Teubner, 1878), I, chap. 31: περί πλευρικών και διαμετρικών ἀριθμῶν. Cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 427.

⁵ *République*, VIII, 546 c: ἐκατὸν μὲν ἀριθμῶν ἀπὸ διαμέτρων ῥητῶν πεμπάδος, δεομένων ἐνὸς ἐκάστων ... $7 = 1/49$ alors que la diagonale du carré de côté 5 vaut $1/50$.

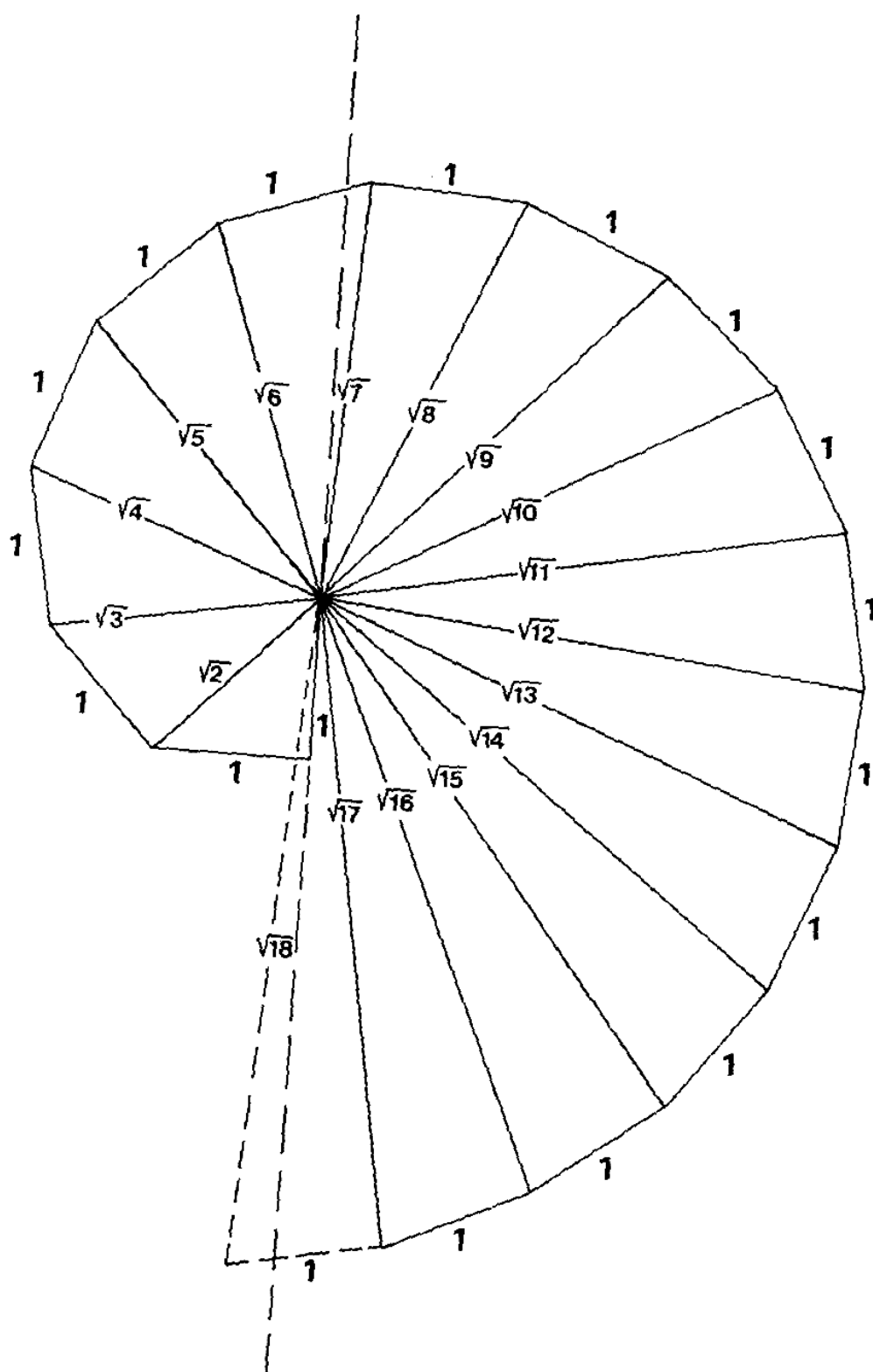


Fig. 2 - LA « GENETRIX IRRATIONALIUM ».

Il paraît légitime de penser que les architectes du IV^e s. ne sont pas restés étrangers à ces recherches, et qu'ils ont essayé d'en tirer un profit à la fois théorique et pratique. Sans évoquer le cas très particulier du ou des bâtisseurs du trésor de Cyrène, à Delphes, qui semblaient travailler, si du moins on accepte l'ingénieuse reconstitution de J. Bousquet, dans la droite ligne des spéculations de leur compatriote Théodore¹, on peut supposer qu'un Pythéos de Priène, qui se prétendait, au témoignage de Vitruve, le dépositaire de la culture de son temps², avait tenu à exploiter les applications possibles de ce progrès des mathématiques. Or, si les études abondent sur son temple d'Athéna Polias, elles ne font guère apparaître, parmi les très nombreuses relations arithmétiques qui s'établissent entre tous ses éléments, un recours patent aux irrationnels³. De même la monographie récente d'A. Bammer, sur l'Artémision du IV^e s. à Ephèse, insiste avec raison sur l'aspect « atomiste » du système modulaire qui rend toutes les composantes interchangeable au sein de la structure d'ensemble, et ne fait nullement apparaître des éléments non commensurables ou seulement approchés⁴. On constate en fait un recul devant l'emploi des irrationnels, qui s'explique sans doute, indépendamment des raisons idéologiques ou métaphysiques que l'on se plaît parfois à imaginer⁵, par une nécessité pratique, liée aux exigences du devis, du cahier des charges, et de la facturation des travaux: le caractère minutieux des comptes, dont l'épigraphie nous conserve quelques exemples⁶, excluait

¹ J. Bousquet, *op. cit.*, p. 77 sq. Voir aussi S. Stucchi, *Architettura Cirenaica*, Rome, 1975 (= *Monografie di archeologia libica*, IX), p. 61 sq., et p. 95 sq. (à propos du Strategeion de Cyrène). Sur Théodore et ses épigones, cf. F. Lasserre, *The Birth of Mathematics in the Age of Plato*, Londres, 1964, p. 65 sq.; P. M. Fraser, *Ptolemaic Alexandria*, Oxford, 1972, p. 381; S. Stucchi, *op. cit.*, p. 99.

² I, 1,12: *ideoque de veteribus architectis Pytheos, qui Prieni aedem Minervae nobiliter est architectatus, ait in suis commentariis architectum omnibus artibus et doctrinis plus oportere posse facere, quam qui singulas res suis industriis et exercitationibus ad summam claritatem perduxerunt.*

³ Cf. par ex. Th. Wiegand, H. Schrader, *Priene*, 1904; G. Gruben, *Die Tempel der Griechen*, Munich, 1966, p. 357 sq.; M. Schede, *Die Ruinen von Priene*, Berlin, 1964, p. 25 sq.

⁴ A. Bammer, *Die Architektur des jüngeren Artemision von Ephesos*, Wiesbaden, 1972, p. 34 sq. Sur Paeonios d'Ephèse et l'architecture du IV^e s., cf. W. Voigtländer, *Der jüngste Apollontempel von Didyma*, Tübingen, 1975, p. 14 sq.

⁵ On ne lit pas sans quelque réticence les analyses sociologiques et idéologiques de A. Bammer, dans *Architektur und Gesellschaft in der Antike*, Vienne, 1974, particulièrement p. 83 sq.

⁶ Voir entre autres les comptes de construction du temple d'Asclépios à Epidaure (IG IV, 2,102) présentés par G. Roux, *L'architecture de l'Argolide aux IV^e et III^e s. av. J.-C.*, Paris, 1961, p. 424 sq.

l'intrusion de mensurations importantes, qui n'eussent pas été transposables en des nombres entiers de modules, lesquels, pour des raisons de commodité faciles à comprendre, étaient le plus souvent des multiples ou des sous-multiples d'unités de mesure courantes ¹.

Au III^e et au II^e s. les choses évoluent cependant; les temples d'Hermogénès à Magnésie présentent un réseau de rapports dont la clarté arithmétique est moins nette que celle de Priène ², et de fait le retour à certains montages géométriques s'accorde bien avec la recherche archaïsante d'une époque où l'on s'efforce de se dégager de l'emprise des schémas hérités du tardo-classicisme. La notion même d'eurythmie, qui semble présider aux compositions de cette période, tend à briser, F. W. Schlikker l'a bien montré, les cadres rigides de la *symmetria*, et à gauchir les données quantitatives dans un sens harmonique, où peuvent intervenir des données irrationnelles ³.

Mais au moment où Vitruve recueille ces traditions, elles se sont souvent dégradées, coupées désormais de la réflexion théorique qui les avait vu naître, en de simples conventions dont la raison d'être n'apparaît plus à ceux même qui en recommandent l'emploi. Aussi est-ce à l'état de traces, parfois volontairement dissimulées sous des rapports numériques, que subsistent dans son texte les montages irrationnels.

Les rares passages où il recommande l'emploi de schémas géométriques faisant intervenir la diagonale du carré sont étrangement syncopés, et l'on n'y rencontre jamais un développement qui tire les conséquences des prémisses.

Le seul cas vraiment clair est celui des *atria* de la troisième catégorie, dont la longueur est obtenue par le rabattement de la diagonale d'un carré construit sur la largeur ⁴. Vitruve évoque donc explicitement la valeur $\sqrt{2}$, mais pour en faire le dernier terme d'une série numérique, non pas pour en exploiter les propriétés spécifiques; en cela l'indication n'est pas différente de celle du livre IV où l'on apprend que les périptères doriques de six colonnes sur neuf présentent un rapport longueur/largeur compris entre 1,409 et 1,429, selon qu'on englobe ou non dans le calcul du dénomi-

¹ Cf. sur ce sujet les notations de W. Hoepfner, dans *AM*, 84, 1969, p. 165 sq., à propos du module adopté au temple d'Athéna à Ilion.

² G. Gruben, *op. cit.*, p. 364 sq.

³ F.-W. Schlikker, *op. cit.*, p. 72 sq. Voir aussi R. Martin, dans *Grèce hellénistique*, Paris, 1970, p. 36 sq.

⁴ VI, 3,3: *tertium, uti latitudo in quadrato paribus lateribus describatur inque eo quadrato diagonios linea ducatur, et quantum spatium habuerit ea linea diagonii, tanta longitudo atrio detur* (texte de C. Fensterbusch).

nateur le rebord du stylobate de part et d'autre du portique des longs côtés¹; choisissant indifféremment la construction géométrique ou sa valeur approchée, Vitruve révèle qu'il se préoccupe assez peu du caractère hautement opératoire de $\sqrt{2}$, et ne prétend en exploiter les ressources ni au niveau du « design », ni à celui des recettes de chantier².

Dans trois autres cas la construction qu'il suggère implique le recours à $\sqrt{2}$, mais il n'est pas sûr qu'il s'en soit avisé. En tout cas il ne juge pas utile de l'indiquer, et affecte d'ignorer que son schéma comporte une mesure irrationnelle.

1. — La construction des volutes du chapiteau ionique: « Que la ligne verticale soit divisée en 9 parties et demie et que huit d'entre elles soient affectées aux volutes. Ensuite, au point de séparation entre 4,5 et 3,5, qu'on place le centre de l'*oculus*, et qu'on trace depuis ce centre une circonférence dont le diamètre ait la longueur d'une de ces huit parties. Que dans cette circonférence qui délimitera la grandeur de l'*oculus*, on tire un diamètre horizontal répondant à la ligne verticale. Ensuite que le tracé de la volute, commencé par le haut, tangentiellement à l'abaque, diminue, à chaque quart de cercle, de la moitié du diamètre de l'*oculus*, jusqu'à ce qu'on rejoigne le premier quart, situé sous l'abaque »³ (Fig. 3). Tous les commentateurs ont noté que la description de Vitruve était incomplète en ce qu'elle n'indiquait pas le moyen de placer les centres de chacun des quarts de cercle qui composent cette volute⁴. Mais pourquoi ne l'indique-t-il pas? C'est là ce qui importe. De la lecture d'un croquis facial coté trouvé dans un « Skizzenbuch » hellénistique, il ne retient que des rapports simples, calculés à partir de points remarquables répartis sur

¹ IV, 3,3, et IV, 3,7. Cf. F. W. Schlikker, *op. cit.*, p. 144 sq.

² L'étude récente de J. J. Coulton, *Towards Understanding Doric Design: the Stylobate and Intercolumnations*, dans *Ann. of the British School of Athens*, 64, 1974, p. 61 sq., a mis en évidence le caractère discontinu des préceptes vitruviens concernant le projet en plan et en élévation, même dans le livre III, le plus unitaire. Voir particulièrement p. 67 sq.

³ III, V, 5-6: *tunc ex novem partibus et dimidia (...) reliquae octo volutis constituentur (...) Tunc in eo loco, qui locus dividit quattuor et dimidiam et tres et dimidiam partem, centrum oculi; signeturque ex eo centro rotunda circinatio tam magna in diametro quam una pars ex octo partibus est. Ea erit oculi magnitudine, et in ea catheto respondens diametros agatur. Tunc ab summo sub abaco inceptum <schema volutae> in singulis tetrantorum actionibus dimidiatum oculi spatium minuatur, doneque in eundem tetrantem, qui est sub abaco, veniat* (texte de C. Fensterbusch).

⁴ Cf. en dernier lieu C. Fensterbusch, *Vitruv, zehn Bücher über Architektur*, Darmstadt, 1964, fig. VII, 3.

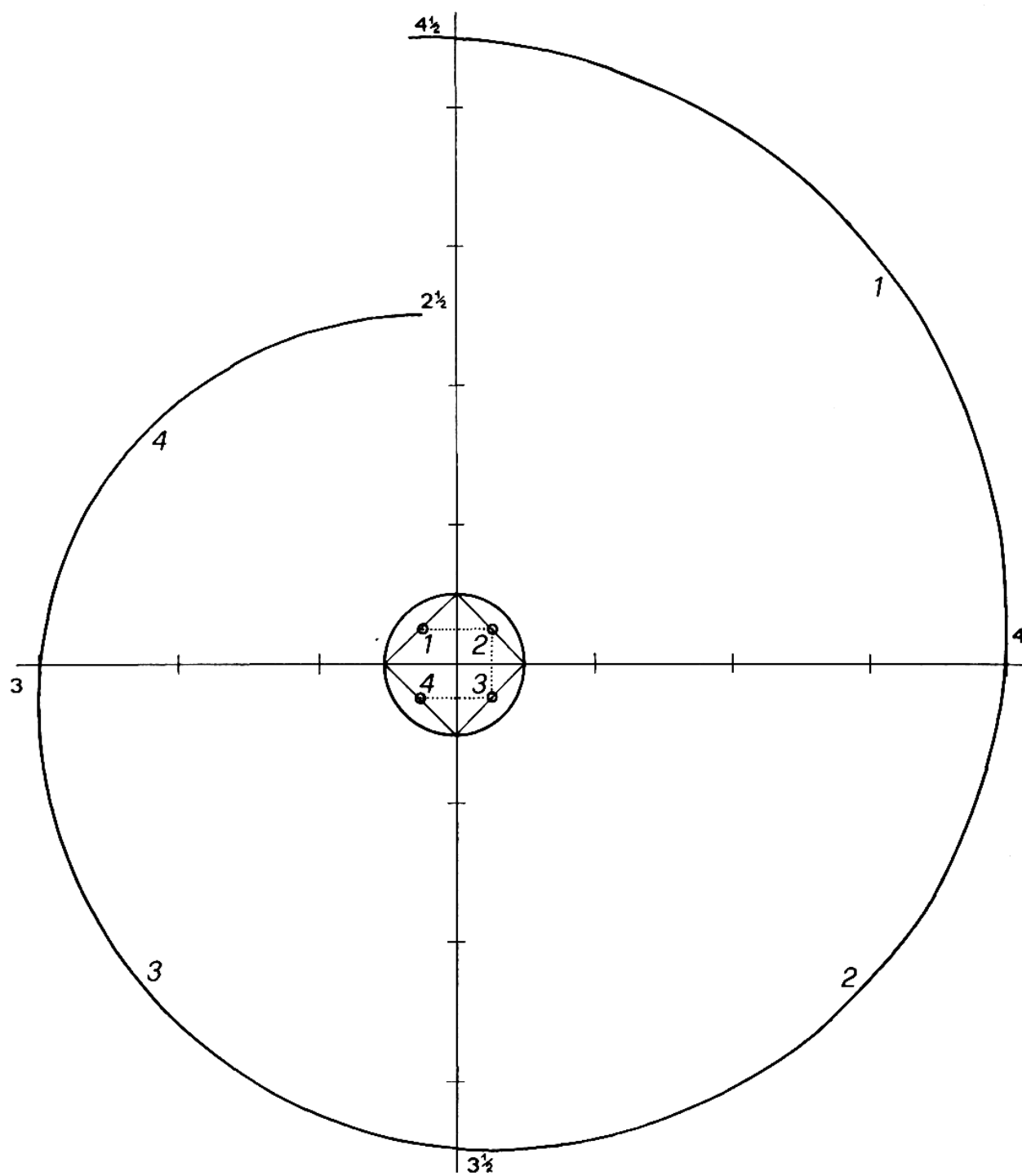


Fig. 3 – LE SCHÉMA DE CONSTRUCTION DES QUATRE PREMIERS SEGMENTS
DE LA VOLUTE IONIQUE D'APRÈS VITRUVÉ.

des lignes perpendiculaires¹. Et il interrompt son discours, lorsqu'il serait contraint d'évoquer des constructions ou des mesures irrationnelles. Nous avons là l'exemple type de ces *difficiles quaestiones* qui requièrent des croquis. Un peu plus loin, conscient d'avoir été incomplet, Vitruve, comme saisi d'un remords, reprend la question en ces termes: « Au sujet des volutes, un croquis méthodique indiquera à la fin du livre comment les tracer, pour qu'elles présentent un enroulement correct, exécuté au compas »².

Dans la pratique, les choses sont assez simples. Comme le notait déjà Lohde en 1873³, les architectes de la fin du XVI^e s., Palladio, Vignola et Delorme, sans se référer directement au texte vitruvien, avaient trouvé empiriquement, en praticiens habiles qu'ils étaient, ce qui peut se démontrer par l'arithmétique, à savoir que les centres des quatre premières volutes doivent se trouver au milieu de chacun des côtés du carré inscrit dans l'*oculus*, et dont les diagonales sont les deux lignes perpendiculaires qui se croisent en son centre⁴ (Fig. 4). Vitruve laissait d'ailleurs entendre que ce carré devait être construit, en mettant en place un diamètre horizontal: type de notation apparemment inutile puisqu'elle n'aboutit à rien dans le texte, mais qui représente en réalité l'embryon, ou le résidu, d'une construction géométrique préalable à la localisation des centres; si cette construction reste hors de portée du discours vitruvien c'est qu'elle comporte une mesure irrationnelle, non réductible à un multiple simple du petit module qui régissait jusqu'ici tout le montage: si le diamètre de l'*oculus* est égal à d , le côté du carré inscrit vaut en effet $d/\sqrt{2}$.

¹ Cf. P. Gros, *Structures et limites de la compilation vitruvienne dans les livres III et IV du De architectura*, dans *Latomus*, 34, 1975, p. 990 sq.

² III, 5,8: *de volutarum descriptionibus, uti ad circinum sint recte involutae, quemadmodum describantur, in extremo libro, forma et ratio earum erit subscripta.*

³ A. von Mauch, *Die architektonischen Ordnungen, Nachtrag*, 1873, Taf. 18 sq. avec explication de M. Lohde.

⁴ Voir à ce sujet R. Martin, *Chapiteaux ioniques de l'Asklépiéon d'Athènes*, dans *BCH*, 68-69, 1944-45, p. 340 sq. et D. Constantinidès, *A propos d'un chapiteau de Délos: le problème du tracé des volutes ioniques dans l'Antiquité*, dans *Etudes Déliennes, Supplément I au BCH*, Paris-Athènes, 1973, p. 137 sq.; on consultera aussi l'excellente étude de W. Hoepfner, *Zum ionischen Kapitelle bei Hermogenes und Vitruv*, dans *AM*, 83, 1968, p. 213 sq. Claude Perrault, dans les notes de son édition de Vitruve de 1673 (p. 94 et pl. XXI), avait repris l'ensemble de la question et rappelé les solutions proposées par ses prédécesseurs. (Ces notes n'ont malheureusement pas été reproduites dans la réédition de 1965). Pour Philibert de l'Orme, qui offre également une bonne illustration du texte vitruvien, cf. *Architecture de Philibert de l'Orme*, Rouen, 1648, V, 27, p. 162 sq.

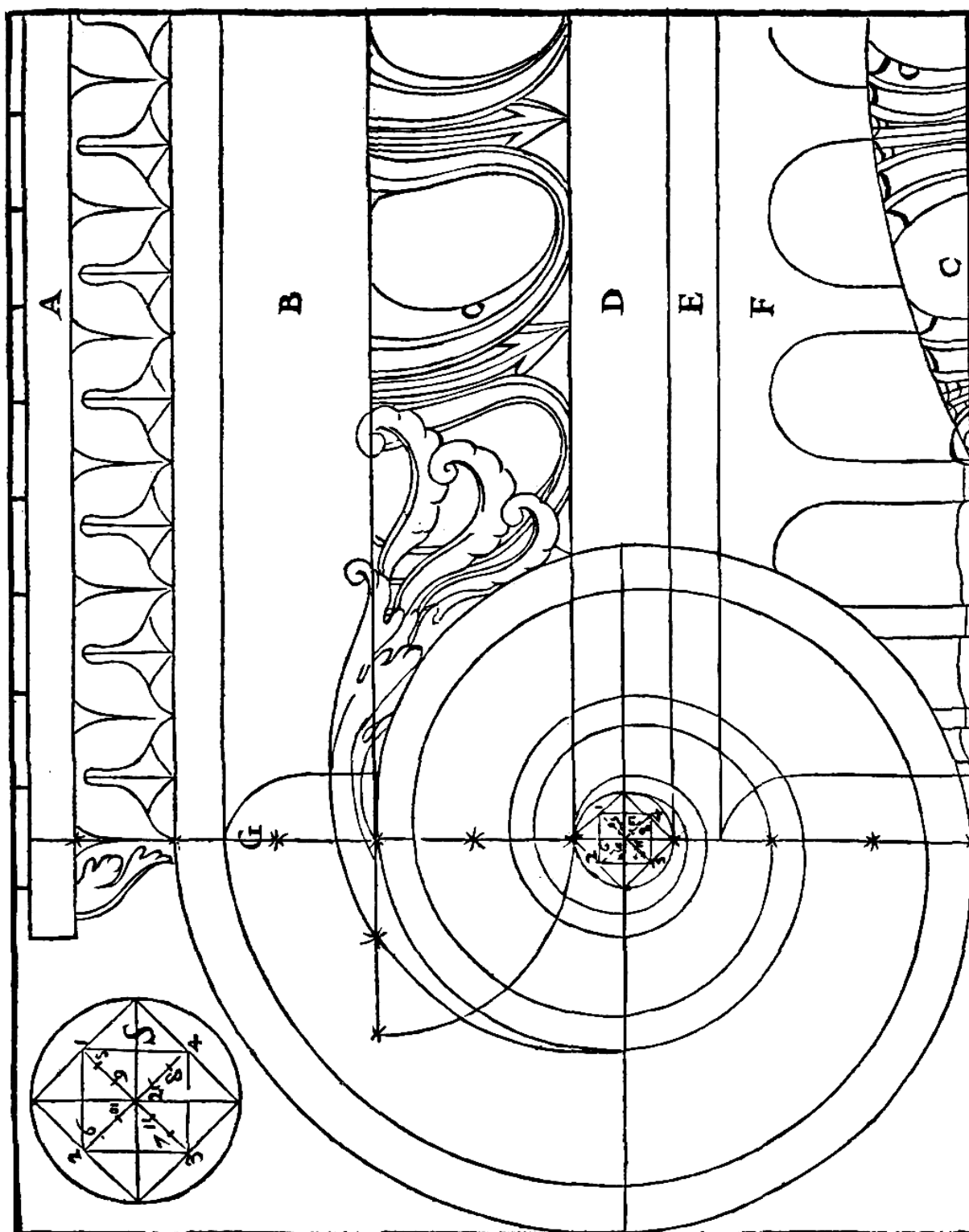


Fig. 4 — LES CARRÉS INSCRITS DANS L'« OCULUS » DE LA VOLUTE, D'APRÈS PALLADIO, « I QUATTRO LIBRI DELL'ARCHITETTURA », VENISE, 1570, I, CHAP. 16, P. 34.

2. – Le tracé de la cannelure dorique. « Si les colonnes doivent être refouillées, on obtiendra le gabarit des cannelures en procédant ainsi: que l'on dessine un carré dont le côté ait la même dimension que la largeur d'une cannelure, qu'au milieu de ce carré soit placée la pointe d'un compas avec lequel on tracera une courbe qui touche les angles du carré, et que la distance entre la portion de circonférence et le côté du carré soit celle dont les colonnes doivent être refouillées au gabarit »¹. Si l'on donne la valeur 1 au côté du carré, la distance en question, h , qui indique la profondeur des cannelures, sera égale à $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$ (Fig. 5). Prenons garde qu'une telle figure n'est pas, par définition, opératoire, puisque, après

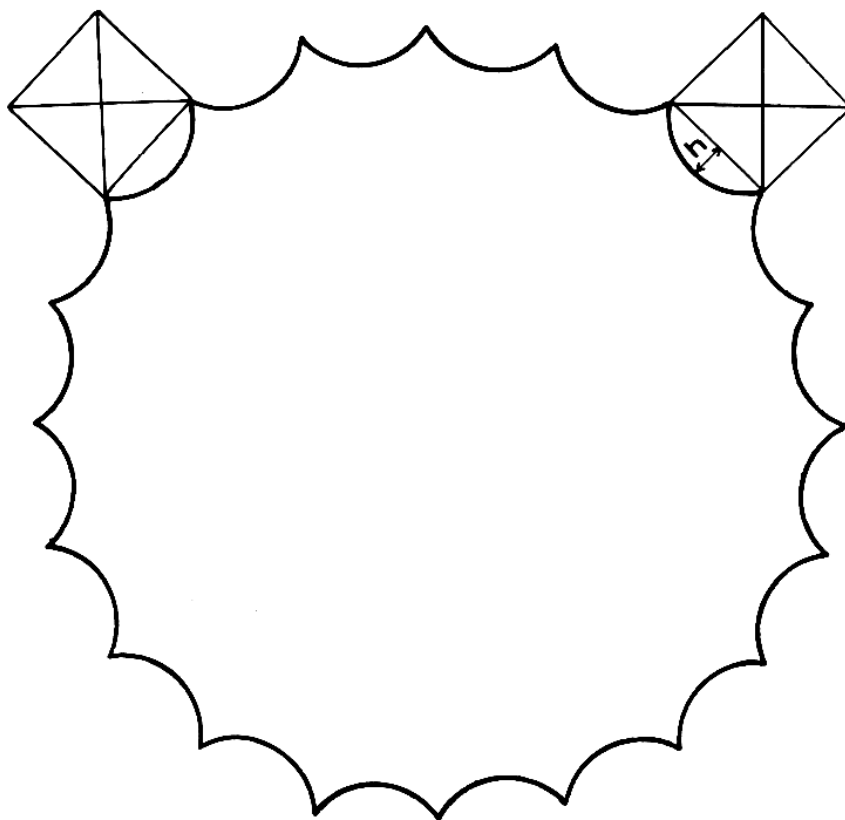


Fig. 5 – LE TRACÉ DES CANNELURES DE LA COLONNE DORIQUE D'APRÈS VITRUVÉ.

¹ IV, 3,9: *sin autem excavabuntur sic est forma facienda, ita uti quam magnum est intervallum striae, tam magnis paribus lateribus quadratum describatur; in medio autem quadrato circini centrum conlocetur et agatur linea rotundationis, quae quadrationis angulos tangat, et quantum erit curvaturae inter rotundationem et quadratam descriptionem, tantum ad formam excaventur* (texte de C. Fensterbusch).

son exécution sur la planche à dessin, elle devait donner lieu à une approximation ($h \simeq 1/5$ du côté du carré) pour pouvoir être utilisée. En fait l'intérêt de la notice vitruvienne est de verser une pièce au dossier de la polygonisation des colonnes doriques, en ce qu'elle implique le dégagement préalable d'une série de facettes sur les tambours; les exemples archéologiques ne manquent pas d'une telle pratique, et W. Dinsmoor a mis en évidence l'importance technique de cette phase intermédiaire¹. Mais il est certain qu'elle devait présenter aussi, aux yeux des bâtisseurs, l'avantage de faciliter, fût-ce au prix d'approximations, la réinsertion dans le système rationnel d'éléments qui, de par leur forme circulaire, tendaient naturellement à lui échapper². Le plan théorique des théâtres grecs ou latins, avec l'inscription dans un cercle de trois carrés ou de quatre triangles, définissant sur la circonférence une douzaine de points remarquables où s'accroche le tracé régulateur, participe certainement d'une recherche du même ordre³. Dans le cas particulier de la colonne à vingt cannelures, la détermination de la longueur de la facette peut d'effectuer encore plus simplement, sans recourir à l'un des procédés employés par les mathématiciens grecs pour la résolution géométrique du problème de la quadrature du cercle, au moyen d'un montage très simple, dont la fig. 6 donne le schéma⁴.

¹ W. B. Dinsmoor, *The Architecture of Ancient Greece*, 2^e édit., 1960, p. 176, fig. 65.

² Cf. S. Ferri, *op. cit.*, p. 122 sq.

³ V, 7 et 8.

⁴ Un schéma du même type est suggéré par F. Rakob, pour la mise en place de l'axe des colonnes de la tholos du Forum Boarium (*Der Rundtempel am Tiber in Rom*, Mainz a/Rhein, 1973, Beilage 21).

On notera que le montage géométrique ne permet d'atteindre qu'une valeur approchée de la longueur théorique du côté (x) du polygone régulier à vingt côtés, qui doit s'inscrire dans le cercle. En effet: $AB = 2x = \sqrt{r^2 + \frac{r^2}{4}} - \frac{r}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \times r$, ce qui correspond à: 0,618... r . En procédant par la trigonométrie (x étant considéré cette fois comme la base d'un triangle isocèle dont les deux côtés égaux sont des rayons formant un angle de 18°), la valeur de $2x$ est en réalité de 0,627... r . L'erreur, de 0,008, soit 1,3%, n'empêche pas une construction satisfaisante.

Ce qui est intéressant, c'est que la valeur approchée de $2x$ fait intervenir le rapport ϕ , puisque $\frac{\sqrt{5} - 1}{2} = \frac{1}{\phi}$, et l'on sait que J.-P. Adam a mis en évidence une construction simplifiée du « rectangle d'or » qui s'apparente au montage de la fig. 6 (cf. *Le temple de Héra II à Paestum*, dans *RA*, 1973, p. 226).

Que Vitruve ne fasse état ni du caractère irrationnel de ladite facette, ni des particularités remarquables de sa détermination graphique, nous paraît

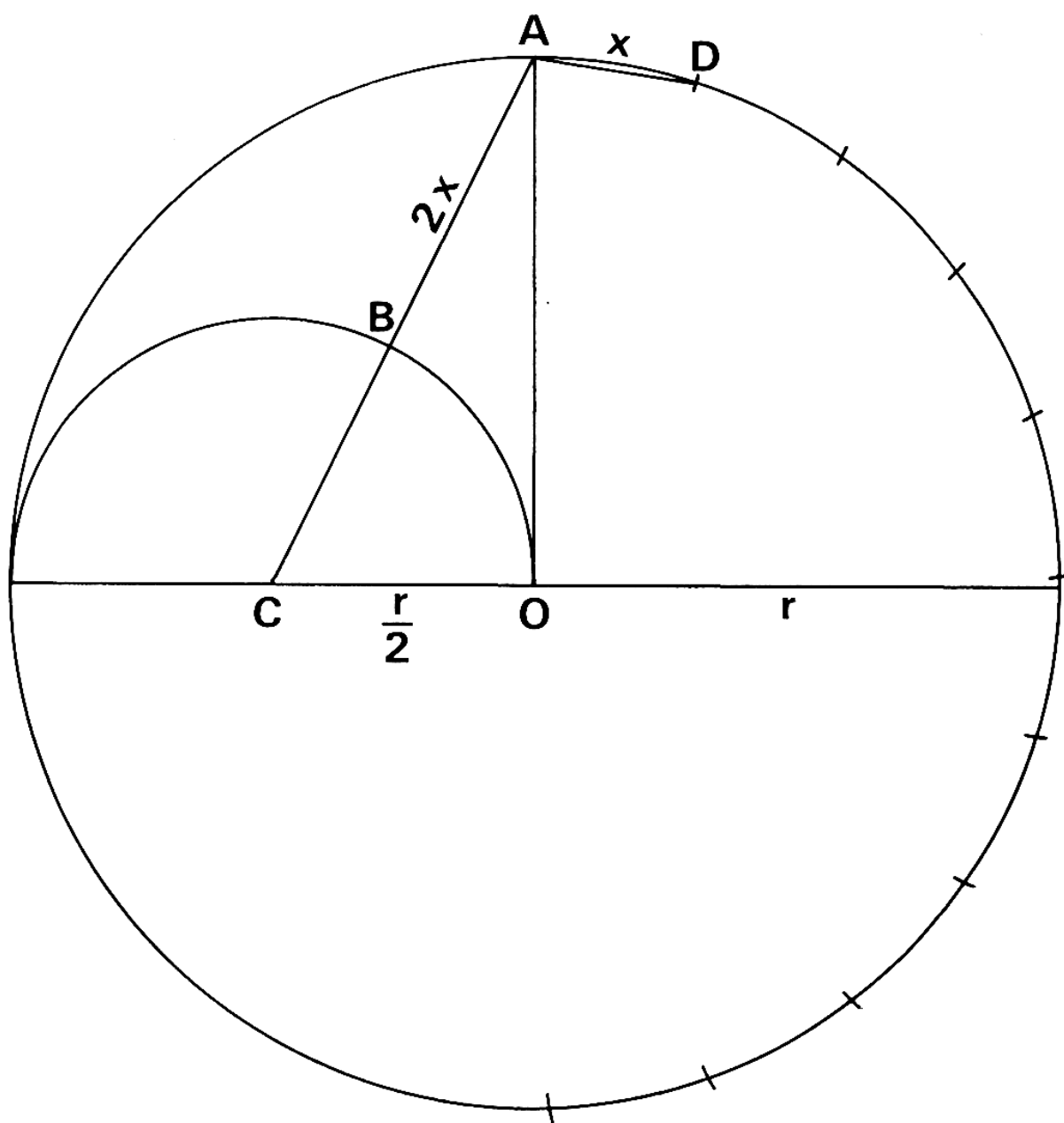


Fig. 6 – SCHÉMA PERMETTANT LA DÉTERMINATION RAPIDE DE LA DIMENSION DES FACETTES DE LA COLONNE DORIQUE À 20 CANNELURES.

une nouvelle confirmation indirecte du faible intérêt qu'il porte à ces questions, et de l'incertitude des moyens dont il dispose pour les appréhender. Il est peu probable que la figure annoncée en IV, 3,10 (= 94,8 sq.), pour expliquer l'*entasis*, ait aussi présenté un procédé de polygonisation de la colonne.

3. – La construction de l'abaque du chapiteau corinthien. Ce dernier exemple nous paraît, plus que d'autres, révélateur de la volonté vitruvienne de gommer la présence des irrationnels: « La largeur de l'abaque doit se calculer ainsi: que les diagonales qui vont d'angle en angle mesurent deux fois la hauteur du chapiteau »¹. Comme cette dernière est égale à un diamètre de base de la colonne, l'indication vise à préserver la transparence modulaire de l'élément, fût-ce aux dépens de celle de son schéma de construction. Car on attendrait plutôt, d'un point de vue pratique, une indication précise concernant le côté de ce carré qu'est le tailloir, du moins dans sa phase initiale. Mais si l'on pose que la diagonale vaut $2D$, le côté n'entre plus dans la *symmetria* d'ensemble, puisqu'il vaut, lui, $D\sqrt{2}$. Jean Goujon a présenté depuis longtemps la seule figure qui réponde au texte vitruvien, et permette une construction rapide: un carré de côté D sur la diagonale duquel on développe un second carré; les mesures de celui-ci répondront exactement aux préceptes du théoricien² (Fig. 7). Nous retrouvons donc ici un cas d'application du procédé de la duplication du carré. Mais Vitruve, s'il s'en est avisé, n'en souffle mot, et affecte même d'ignorer le caractère irrationnel du côté, puisqu'il propose ensuite de prendre $1/9^e$ de sa mesure pour la profondeur de la lunule qui déterminera la concavité des faces du tailloir, dans leur état définitif³.

* * *

Au total, qu'elles soient latentes ou explicites, les constructions irrationnelles de Vitruve ne dépassent pas le stade élémentaire du rabattement de la diagonale du carré ou de la duplication de celui-ci: l'attitude est sans doute davantage dictée par la prudence que par un principe quelconque, mais les effets limitatifs de cette prudence sont accrus par les silences et les syncopes d'un discours qui, de toute évidence, n'est pas fait pour absorber les incommensurables, et tend à en minimiser l'importance, voire, chaque fois que cela est possible, à les faire participer à la *commodulatio*.

Aussi paraît-il légitime de chercher, derrière certaines relations numériques, des rapports irrationnels approchés traduisant des montages géométriques simples à valeur harmonique; ce mode de décryptage s'im-

¹ IV, 1,11: *abaci latitudo ita habeat rationem, ut, quanta fuerit altitudo, tanta duo sint diagonia ab angulo ad angulum.*

² Jean Goujon, p. 50 de l'édition de J. Martin, *Architecture ou art de bien bastir de Marc Vitruve Pollion, auteur romain antique*, Paris, 1547.

³ *Ibid.*: *frontes simentur introrsus ab extremis angulis abaci suae frontis latitudinis nona.*

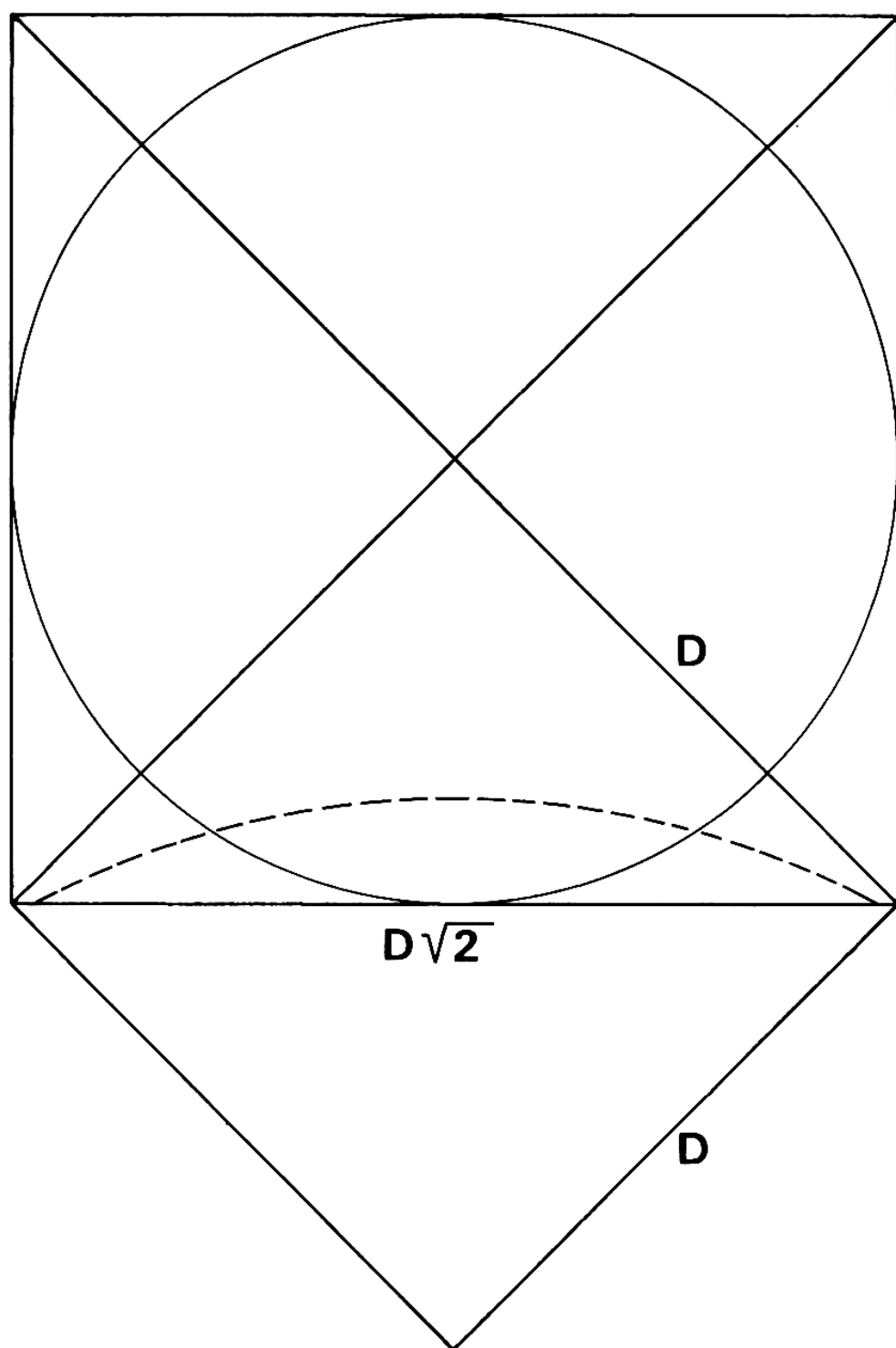


Fig. 7 - LA CONSTRUCTION DE L'ABAQUE DU CHAPITEAU CORINTHIEN
PAR LA MÉTHODE DE LA DUPLICATION DU CARRÉ.

pose lorsqu'on observe à la fois le caractère faiblement opératoire de l'indication chiffrée et l'embarras éprouvé par Vitruve pour la transcrire dans le langage arithmétique qui lui est propre.

Il n'est pas inutile à ce propos de rappeler la façon dont s'énoncent, à l'ordinaire, les fractions et les rapports fractionnaires dans le *De architectura*: l'auteur s'efforce presque toujours de maintenir le numérateur égal à l'unité, quitte à devoir garder des dénominateurs non entiers; par exemple il préfère dire $1/12,5$ à $2/25$ ¹. Cette convention le conduit à une présentation paratactique des rapports les plus élémentaires: au lieu de $2/3$, il parle de $1/2 + 1/6$ ²; au lieu de $3/16$, de $1/8 + 1/16$ ³, etc... Lorsque Vitruve doit se résoudre à modifier ses habitudes, il recourt à une circonlocution qui consiste à répéter la définition même du nombre fractionnaire: « Divisez l'unité en tant de parties, et prenez tant de ces parties »⁴. Mais le plus souvent il évite, et plus de 80 % des rapports présentés dans les livres III à VI conservent le chiffre 1 comme numérateur⁵. Aussi peut-on admettre qu'a priori une fraction présentant un numérateur supérieur à l'unité trahit, d'une certaine façon, une difficulté de transcription.

Voyons par exemple le rapport hauteur/largeur de la baie de la porte dorique, tel qu'il est donné en IV,6,1: « Que la hauteur soit divisée en douze parties, et que de celles-ci on prenne cinq et demie pour obtenir la largeur de l'ouverture à la base »⁶. Cette relation de $12/5,5$, assez difficile à mettre en œuvre, perd son étrangeté si l'on constate qu'elle correspond à une valeur approchée très satisfaisante de $\sqrt{5}$, rapport qui, lui, se construit avec beaucoup de facilité, par le rabattement de la diagonale d'un rectangle de côtés 1 et 2⁷. L'approximation, à 0,055 près, est plus satisfaisante, notons-le, que celle de 7 pour $\sqrt{50}$ proposée par Platon⁸.

¹ III, 5,8 (= 80,14-15).

² IV, 3,6 (= 92,20); IV, 6,5 (= 98,19).

³ III, 5,3 (= 78,5).

⁴ Ch. A. Choisy, *Vitruve*, I, Paris, 1909, p. 337 sq.

⁵ Cf. les remarques de J. J. Coulton, *loc. cit.*, p. 62.

⁶ IV, 6,1: *haec autem (sc. altitudo) dividatur in partes XII et ex eis quinque et dimidia latitudo luminis fiat in imo.*

⁷ $\sqrt{5} = 2,2360...$ et $12/5,5 = 2,181...$ Je dois remercier ici l'architecte G. Høllier, qui attira mon attention sur la parenté de ces deux rapports. Sur les proportions des portes doriques, cf. J.-P. Michaud, *Le trésor de Thèbes, Fouilles de Delphes, II*, Paris, 1973, p. 71 sq. et n. 1 (avec bibliogr.) et Ch. Ilinas, *Inter duas ianuas à la Maison du Lac*, dans *Supplément I au BCH*, 1973, p. 291-328. On notera que la baie de la porte dorique du « Donario degli Strateghi » à Cyrène offre un rapport hauteur/largeur de base égal à 2,171. (S. Stucchi, *op. cit.*, fig. 87, p. 98).

⁸ $\sqrt{50} = 7,071...$

Un autre ensemble de relations nous aide à mieux comprendre le type de gauchissement numérique que Vitruve se plaît apparemment à faire subir à ces procédés géométriques dont tous les ateliers devaient posséder depuis longtemps le secret. Dans le chapitre 3 du livre III, où il décrit les divers types de colonnades, il utilise comme une sorte de postulat non formulé mais très efficient une curieuse règle aux termes de laquelle la somme de la hauteur de la colonne (H) et de la distance entre les axes de deux colonnes voisines (E) doit toujours valoir 12,5¹. Dinsmoor considère cette équation, $H + E = 12,5$, comme dérivée de la théorie d'Hermogénès², ce qui est une hypothèse vraisemblable mais non certaine si l'on songe que l'architecte des temples de Magnésie est précisément celui qui a brisé le schéma contraignant des anciennes ordonnances classiques en réintroduisant une différence sensible entre les entrecolonnements latéraux et l'entrecolonnement axial: il devait donc se soucier peu d'établir une constante aussi abstraite entre le plan et l'élévation de chacune des composantes de la péristasis³. Ce qui, de plus, est irritant, c'est l'aspect peu satisfaisant et non signifiant d'une telle convention: quel intérêt peut en effet présenter pour le constructeur le fait que la somme de deux mesures perpendiculaires soit invariable? Plus que les sommes, ce sont en fait les rapports qui ont un rôle pratique. Or examinons les rapports:

	H	E	
rythme pycnostyle	10	2,5	$H/E = 4$
rythme systyle	9,5	3	$H/E = 3,166$
rythme diastyle	8,5	4	$H/E = 2,125$
rythme araeostyle	8	4,5	$H/E = 1,77$

On constate que les deux premiers sont remarquables, et se construisent aisément, puisqu'il suffit, pour obtenir la dimension verticale, de quadrupler la dimension horizontale dans le rythme pycnostyle, et, dans le rythme systyle, de rabattre la diagonale d'un carré de côtés 3 et 1, puisque 3,166 est selon toute apparence une approximation, au reste excellente, de $\sqrt{10}$ ⁴.

On entrevoit dès lors comment procédait Vitruve: à partir d'énoncés sans doute fort simples, relevés dans ses sources grecques parmi les procédés couramment employés pour établir une élévation en prenant pour

¹ III, 1,2-5 et 10.

² W. B. Dinsmoor, *op. cit.*, p. 273 sq.

³ Cf. G. Gruben, *op. cit.*, p. 366 sq.

⁴ $\sqrt{10} = 3,1622\dots$

base de calcul une dimension horizontale, il ne se contente pas de transposer en rapports numériques les schémas géométriques, mais il entend également tirer de ces rapports une donnée contraignante, qui lui permette des applications systématiques à d'autres cas, non envisagés par sa source. Peu lui importe que ladite donnée — en l'occurrence une somme — n'ait aucune utilité pratique, pourvu qu'elle soit constante. Elle lui fournit un cadre rigoureux, quoique implicite, où faire entrer les proportions des autres rythmes de colonnades, le diastyle et l'araeostyle.

Un dernier exemple, à titre de contre-épreuve, nous paraît éclairant, en ce qu'il concilie l'hypothèse philologique et l'hypothèse « opératoire ».

Le texte de IV, 6,1, qui présente les proportions relatives de la hauteur de la porte du temple dorique et du mur de fond du pronaos est fautif. Les manuscrits donnent en effet: *quae altitudo aedis a pavimento ad lacunaria fuerit, dividatur in partes tres semis et ex eis duae partes lumini varvarum altitudine constituentur*¹. Ce rapport de 3,5/2 entraîne la mise en place d'un couronnement décoratif au-dessus des piédroits d'une hauteur parfaitement démesurée, si l'on essaie de la concilier avec l'indication de la phrase précédente, qui préconise un même niveau pour le sommet de la porte (*corona summa*) et celui des chapiteaux du pronaos². Comme cette dernière notice trouve de nombreuses cautions archéologiques, en milieu grec ou italique³, il convient de corriger la première. Les éditeurs ou commentateurs n'y ont pas manqué: Choisy propose de lire 2,5/2 (rapport 5/4); Birnbaum 3/2,5 (rapport 6/5). Hypothèses qui contraignent à une correction arbitraire du texte. Depuis Rode les philologues préfèrent la leçon: *in partes tres semis et ex eis duae partes <semis>*⁴. . . Et avec raison: c'est évidemment la solution la plus satisfaisante, dans la mesure où le mot *semis*, souvent noté par un simple *s*, surtout lorsqu'il doit être répété dans une même phrase, peut être facilement absorbé par la finale du mot qui le précède, si celle-ci est précisément un *s*. Dans un autre passage,

¹ IV, 6,1 (= 96,22 sq.) Texte de C. Fensterbusch.

² IV, 6,1 (= 96,19 sq.): *uti corona summa, quae supra antepagmentum superius inponetur, aequae librata sit capitulis summis columnarum, quae in pronaos fuerint*. Déjà J. Goujon (appendice à la traduction du *De architectura* par J. Martin, Paris, 1547) notait: « Au regard des portaulx, ouvertures ou lumières, mon advis est que le texte de Vitruve n'est guère facile à entendre ».

³ Cf. F. W. Lehmann, *Samothece, The Hieron*, Princeton, 1969, p. 58-68, et p. 189 sq. Pour le temple dorique de Cori, cf. P. B. Vitucci, *Cora, Forma Italiae*, I, 5, Rome, 1968, p. 80 sq. et fig. 141, p. 81.

⁴ La lecture de Rode (Berlin, 1800) a été suivie par V. Rose et H. Müller-Strübing, Leipzig, 1867; par V. Rose, Leipzig, 1899; par F. Krohn, Leipzig, 1912; par S. Ferri, Rome, 1960; par C. Fensterbusch, Darmstadt, 1964.

en VI, 3,4, la même correction, par adjonction d'un *semis* est imposée, dans les mêmes conditions, par les données du contexte¹. Or cela nous conduit à un rapport de $3,5/2,5$ qui équivaut à une bonne approximation de $\sqrt{2}$, ou si l'on préfère à un rapport $7/5$, où l'on retrouve au numérateur la « diagonale rationnelle » et au dénominateur le « côté du carré », selon la terminologie déjà évoquée, que Platon avait vraisemblablement héritée d'Archytas de Tarente².

* * *

Concluons donc: étant donné l'affinité de l'irrationnel et du géométrique, reconnue depuis longtemps par les Grecs³, Vitruve ne pouvait, pour des raisons à la fois pratiques et théoriques, qu'accorder une place quasi clandestine à ces notions particulières que sont les nombres irrationnels: faciles à construire, ils ne sont qu'exceptionnellement énonçables, du moins avec les ressources limitées de la langue technique qu'il maîtrise⁴. Le but de Vitruve est de présenter en un discours élémentaire, tout entier transmissible en termes arithmétiques simples, les principes qu'il glane dans des manuels hellénistiques. C'est le devoir des exégètes du *De architectura* que d'essayer de retrouver, quand le besoin s'en fait sentir, la réalité géométrique ou harmonique impliquée par certains de ses montages ou de ses relations numériques. Cela non pas pour corriger le texte, mais au contraire pour le mieux saisir tel qu'il est, et comprendre derrière lui le dynamisme de formules dont il ne nous laisse trop souvent qu'une image figée.

Rien ne donne une meilleure idée des conventions que le théoricien croit devoir s'imposer dans ce domaine des chiffres que le passage concernant l'exèdre du *tribunal* de la basilique de Fanum. S'agissant d'une cons-

¹ VI, 3,4 (= 141,13): *longitudo dividatur in partes tres semis*.

² Sur Archytas de Tarente, cf. M. Timpanaro Cardini, *Pitagorici, testimonianze e frammenti*, Florence, 1962, II, p. 262 sq. Sur ses liens avec Platon, cf. E. Frank, *Platon und die sogenannten Pythagoräer*, 1923, p. 133 sq. et F.-W. Schlicker, *op. cit.*, p. 63.

³ Cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 414 sq.

⁴ Sur la terminologie grecque concernant les irrationnels outre le mot *δυνάμεις* mentionné p. 671, cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 414, qui recense les emplois de *ἄρρητον*, *ἄσύμμετρον*, *ἄλογον*. Sur les emplois de *radix* dans le latin des architectes de la Renaissance, voir par ex. L. A. Alberti, *De re aedificatoria*, Florence, 1485, IX, 6 (= 168 v): *haec enim quanta sit ad numerum, ignoratur; sed esse hanc constat radicem areae octonariae* (à propos de $\sqrt{8}$, diagonale du carré de côté 2).

truction dont il affirme avoir été à la fois le commanditaire et l'architecte¹, on est en droit d'espérer y découvrir la formule génératrice, dans l'état exact où il l'a utilisée, puisque aucun relais livresque ne peut être invoqué ici pour expliquer un éventuel raidissement des données de base, ou une mauvaise compréhension des recettes. Il n'en est rien. Relisons le texte de V, 1,8: « De même le podium absidé (*tribunal*) qui est dans cette construction est formé par une courbe en forme de segment de cercle; sur la corde de ce segment de cercle on mesure une distance de 45 pieds, la profondeur de la courbe étant de 15 pieds »². Ces deux indications chiffrées ne permettent pas de construire immédiatement une abside semi-circulaire en plan, puisque, cette fois encore, l'élément principal fait défaut, à savoir le centre. Certes il est facile de le déterminer géométriquement en abaissant les médianes des deux côtés égaux d'un triangle isocèle de base 40 et de hauteur 15 (Fig. 8b), selon l'application de la vieille méthode dite des « points perdus », familière à Philibert de l'Orme par exemple³. Mais les valeurs numériques présentées par Vitruve laissent à penser qu'il procéda autrement: la première donnée de départ est celle des 46 pieds de la corde, qui correspondent à l'espace libéré par les deux colonnes centrales du portique interne (Fig. 8a), dont l'auteur nous dit qu'elles ont été supprimées pour laisser libre la vue vers l'*aedes Augusti*⁴. Mais un autre élément décisif doit être tiré de V, 1,6 où l'on apprend que la largeur du promenoir périphérique, entre colonnade et murs extérieurs, est de 20 pieds⁵. Or si l'on admet que le triangle rectangle dont les cathètes mesurent respectivement 10 et 23 pieds et l'hypothénuse $\sqrt{629}$, devait être considéré par les architectes antiques, coutumiers de ce genre d'approximation, comme l'équivalent d'un triangle rectangle remarquable à trois côtés entiers, la valeur approchée de l'hypothénuse étant de 25⁶, on est en droit d'ima-

¹ V, 1,6 (= 106,12): *conlocavi curavique faciendam*...

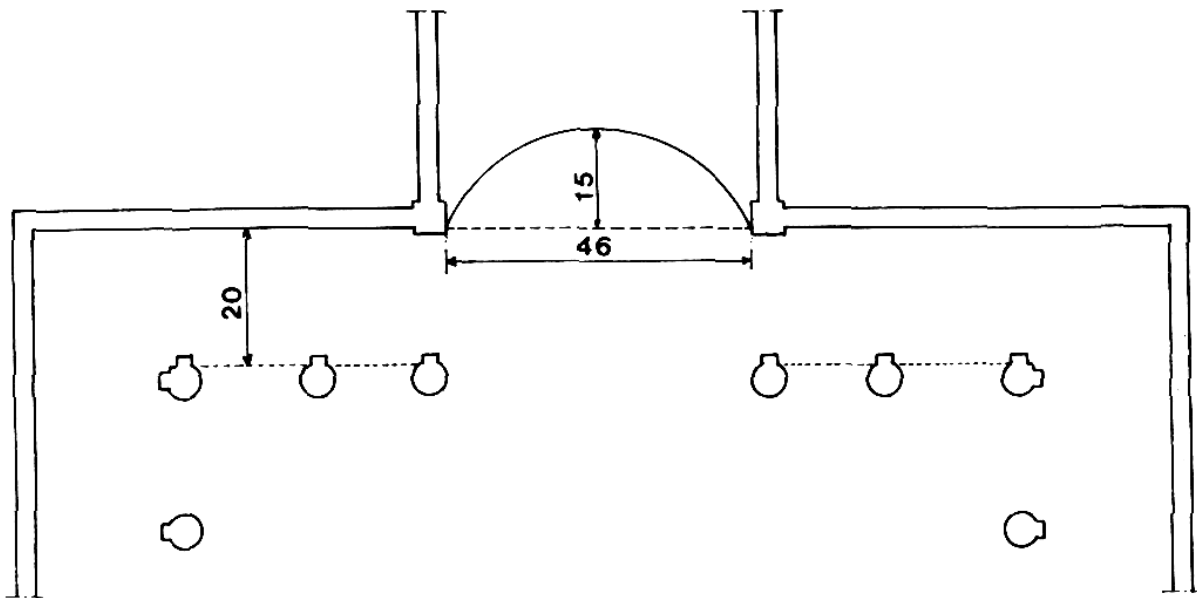
² V, 1,8: *item tribunal, quod est in ea aede, hemicycli schematis minoris curvatura formatum; eius autem hemicycli in fronte est intervallum pedes XLVI, introrsus curvatura pedes XV*... Sur le plan de la basilique de Fanum, cf. en dernier lieu l'étude précise de K. F. Ohr, dans *Bonner Jahrb.*, 175, 1975, p. 113 sq.

³ Philibert de l'Orme, *op. cit.*, p. 55 et fig. p. 56.

⁴ V, 1,7 (= 107,2-3).

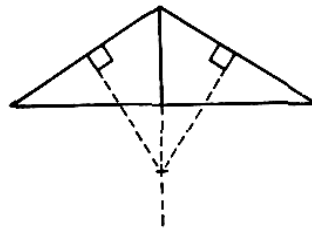
⁵ V, 1,6 (= 106, 16).

⁶ $\sqrt{629} = 25,0798$... Certes 25 n'entre pas dans la série des « nombres diagonaux » du système dont Théon de Smyrne nous a conservé le souvenir (cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 427-428), mais il constitue une approximation aussi satisfaisante. Il est certain que des triangles rectangles de ce type devaient être utilisés dans la pratique: un autre exemple est fourni par le triangle 48-55-73, déjà mentionné, dont on semblait admettre, pour en simplifier la construction, que ses cathètes étaient dans le rapport 8/7. Cf. F. W. Schlikker, *op. cit.*, p. 54, n. 67.



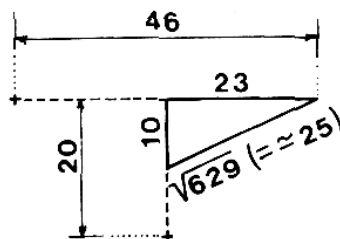
Les données brutes de V. 1, 8.

Fig. 8a - PLAN PARTIEL DE LA BASILIQUE DE FANUM, D'APRÈS K. F. OHR.



La méthode du triangle isocèle

Fig. 8b - LA DÉTERMINATION DU CENTRE DE L'ABSIDE, SELON LA MÉTHODE DES « POINTS PERDUS » (Philibert de l'Orme, *op. cit.*, p. 56), OU DU TRIANGLE ISOCÈLE.



La méthode du triangle rectangle remarquable

Fig. 8c - LE TRIANGLE RECTANGLE REMARQUABLE DE $10 \times 23 \times \sqrt{629} (\approx 25)$.

giner un mode de construction de l'exèdre particulièrement simple et efficace: prenant pour centre le milieu du promenoir périphérique, sur l'axe perpendiculaire à la corde, on obtenait, en joignant ce centre à l'une des extrémités de ladite corde, un cercle dont le rayon, très proche de 25 pieds, permettait le tracé d'une courbe de 15 pieds, à moins de 8/100^e près (Fig. 8c).

Autrement dit, le nombre 15 a toute chance d'être, dans le schéma opératoire, une résultante plus qu'une donnée première, et une résultante approchée. Ce qui nous paraît instructif en l'occurrence c'est que Vitruve présente comme une donnée brute, et immédiatement exploitable, ce qui n'est que l'aboutissement d'une technique de mise en place qu'il ne croit pas devoir décrire en tant que telle, parce qu'elle met en jeu un irrationnel ou son approximation. Il préfère, là encore, et sans y être contraint par les déformations simplificatrices d'un manuel intermédiaire, l'apparence de clarté à l'efficacité pratique, un logos lourd d'illusoire rigueur à une praxis concrète.

* * *

L'autre versant de la réflexion vitruvienne sur les nombres semble décidément coupé de toute pratique architecturale réelle, c'est celui des nombres parfaits. Plus qu'ailleurs on constate ici un divorce entre des passages théoriques elliptiques et partiellement fautifs, et, dans la suite des développements, des indications chiffrées qui semblent ne rien leur devoir. Le divorce est tellement patent que plusieurs commentateurs, parmi les plus récents, ont décidé que toute la fin du III, 1,6, consacrée aux propriétés du chiffre 6, était interpolée, ce qui les autorise à ne pas la commenter ¹.

En réalité Vitruve s'y fait l'écho — un écho bien amorti, et apparemment peu concerné par ce qu'il répercute — d'une querelle, interne aux écoles mathématiques grecques, entre les tenants du nombre 10, le *τέλειον* des pythagoriciens, appelés *antiqui*, et ceux du chiffre 6, les *mathematici*, c'est-à-dire les néo-pythagoriciens et les euclidiens ². Entrer dans les

¹ C'est le parti adopté par A. Choisy, *op. cit.*, p. 127, n. 2 et S. Ferri, *op. cit.*, p. 98, à la suite de V. Rose, dans son édition de 1899, p. 66.

² Cf. F. W. Schlikker, *op. cit.*, p. 63 et J. Bousquet, *op. cit.*, p. 89-90. Sur le nombre 10 des pythagoriciens, cf. Aëtius, *Placita*, I, 38 (H. Diels, *Doxographi Graeci*, p. 280-281 = Id., *Die Fragmente der Vorsokratiker*, I⁴, p. 349); Philolaos, *Theologumena arithmetica*, p. 81, 15 sq. et p. 82, 10, édit. De Falco (= M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, II, p. 138, l. 206 sq.); Théon de Smyrne,

méandres de cette querelle n'aurait guère d'intérêt pour notre propos, mais il faut constater que la série, présentée par le théoricien, des sous-multiples de 6 et des chiffres entiers qui jalonnent la voie de 6 à 12 est riche de substance. Si fastidieuse qu'elle soit, avec ses cascades de mots grecs et d'approximations latines, elle atteste que l'auteur a eu accès à une source assez bien informée:

« Les mathématiciens, quant à eux, raisonnant d'une façon différente, ont déclaré parfait le chiffre appelé 6, pour la raison qu'il présente, d'après leurs calculs, des divisions en accord avec lui-même: ainsi le sixième est un, le tiers deux, la moitié trois, les deux tiers, appelés par les Grecs δίμοιρος, quatre, les cinq-sixièmes, appelés πεντέμοιρος, cinq, et le chiffre parfait, six. En augmentant celui-ci jusqu'à la duplication, on rencontre après six, par l'adjonction de l'unité, le chiffre ἑφεκτος, sept; lorsque huit est accompli du fait de l'adjonction d'un tiers, c'est le chiffre sesquiterce, en grec ἐπίτριτος; par l'adjonction de la moitié, quand neuf est accompli, c'est le chiffre sesquialtère, appelé ἡμιόλιος; lorsque deux tiers sont ajoutés et la dizaine accomplie, c'est le bessaltère, nommé ἐπίδιμοιρος; dans le nombre onze, obtenu par l'adjonction de cinq, on a le second *quintarium*, appelé ἐπίπεμπτος; douze enfin, réalisé par l'addition de deux chiffres simples, est le διπλάσιος »¹.

p. 106, 10-11, édit. Hiller. J. E. Raven, dans *Class. Quarterly*, 44, 1951, p. 151, montre que la liaison entre le développement vitruvien sur le « Canon » de Polyclète et le nombre 10 atteste une ancienne liaison entre le sculpteur et les cercles pythagoriciens. La force de la « tétraktys » est précisément de contenir le nombre 10, qui est lui-même la somme des quatre premiers chiffres. Sur les spéculations platoniciennes autour de la « tétraktys », cf. *Timée*, 35, b-c et 36 a; Théon de Smyrne p. 94 sq. de l'édit. Hiller. Voir J. Bousquet, *op. cit.*, p. 86, n. 2.

Sur le chiffre 6 chez Euclide, cf. Morris R. Cohen et J. E. Drabkin, *A Source Book in Greek Science*, Cambridge (Mass.), 2^e édit., 1969, p. 10 sq. Théon de Smyrne, p. 44, 4-15, édit. Hiller, affirme que 6 est préférable à 10, car ce dernier est supérieur à la somme de ses facteurs. Cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 343 sq. (Voir *infra*, p. 700, n. 2). On trouve un écho tardif de ces recherches chez Augustin, *Civitas Dei*, XI, 30.

¹ III, 1,6: *mathematici vero contra disputantes ea re perfectum dixerunt esse numerum, qui sex dicitur, quod is numerus habet partitiones eorum rationibus sex numero convenientes sic: sextantem unum, trientes duo, semissem tria, besem quem dimoiron dicunt quattuor, quintarium quem πεντεμοιρον dicunt quinque, perfectum sex. Cum ad duplicationem crescat, supra sex adiecto asse, εφεκτον; cum facta sunt octo, quod est tertia adiecta, tertiarium alterum, qui επιτριτος dicitur; dimidia, adiecta cum facta sunt novem, sesquialterum, qui ημιολιος appellatur; duabus partibus additis et decusis facto bes alterum, quem επιδιμοιρον vocitant; in undecim numero quod adieti sunt quinque, quintarium, quem επιπεμπτος dicunt; duodecim autem, quod ex duobus numeris simplicibus est effectus, διπλασιον. (Texte de C. Fenslerbusch, p. 139-140).*

Cette curieuse échelle numérique reflète à sa façon les spéculations des euclidiens, qui faisaient de six leur chiffre parfait pour les raisons suivantes: il est la somme de ses parties aliquotes, 1,2,3; il est lui-même épimore de 4 et de 5, et a pour épimores les chiffres 7, 8 et 9 ¹. Autrement dit, tout nombre entier peut prendre l'une de ces formes: $6n$, $6n \pm 1$, $6n \pm 2$, $6n \pm 3$ ². Vitruve ne veut rien dire d'autre, mais à son habitude, au lieu de généraliser, et de dégager, en s'élevant au niveau des principes, l'intérêt des propriétés qu'il énonce, il s'en tient à la littéralité des données numériques; cédant à la pesanteur, il dépasse même le terme significatif de 9 pour chercher dans 10 et 11 des rapports avec 6 qui n'ont plus d'intérêt; son embarras, à cet endroit, se traduit par une impropriété: le mot *ἐπίπεμπος* est abusivement employé pour le nombre 11, alors qu'il signifie, chez Théon de Smyrne, glossateur de Platon, un entier plus un cinquième ³; appliquée à 6, cette définition ne peut valoir que 7,2.

Les autres équivalences grecques proposées tout au long du texte, pour être plus correctes, ne sont pas cependant satisfaisantes, en ce qu'elles ne devraient désigner que des rapports. Mais, comme si souvent chez Vitruve, la *ratio*, réduite à une valeur numérique, perd sa portée universelle. En fait, l'*ἐπίτριτος* est le rapport épimore 4/3, l'*ἡμιόλιος* est le rapport épimore 3/2, le *δίπλασιος* est le rapport épimore 2/1 ⁴. Tous les trois représentent d'abord des médiétés harmoniques, et doivent leur importance au fait que, chez Philolaos, Archytas ou plus tard Théon de Smyrne, ils correspondent aux accords consonnants de cithare, ceux qui, obtenus par le mélange de deux sons, créent la *συμφωνία*, c'est-à-dire une seule émission tonale ⁵. Le lien entre le *λόγος* et le *διάστημα*, entre le rapport arithmétique et l'intervalle musical était fourni — les pythagoriciens l'avaient

¹ Sur la définition de l'*ἐπίμοριος λόγος* ou *ratio superparticularis* (rapport d'inégalité défini par la formule $\frac{n+1}{n}$), cf. Théon de Smyrne, p. 76,21-77,2, édit. Hiller. Voir Timpanaro Cardini, *op. cit.*, II, p. 262 sq.

² P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 359. Le chiffre 6 possédait aussi d'autres propriétés, qui lui avaient valu une faveur particulière dans le néopythagorisme: sa prétendue puissance « psychogonique » est attestée dans plusieurs textes (cf. M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, II, p. 124 sq.). On en trouve une trace chez Vitruve, qui évoque en V, *praef.* 3-4, le principe de la composition poétique en cube (216 vers = 6³); sur l'origine sans doute varronienne de ce passage, cf. E. Oder, dans *Philologus, Supplementband VII*, 1899, p. 366, n. 186.

³ Sur la terminologie des rapports chez Théon de Smyrne, cf. p. 22, l. 20 sq. de l'édit. Hiller: *ὁ δὲ τῆς ἐξάδος πρὸς τὴν πεντάδα ἐπίπεμπος*.

⁴ Sur la terminologie des rapports épimores, cf. P.-H. Michel, *op. cit.*, p. 353.

⁵ Cf. A. Rivaud, *Timée (Belles Lettres)*, p. 42 sq.

montré depuis longtemps¹ — par les longueurs respectives des cordes appelées à consonner: c'est elles qui définissent la quarte (4/3), la quinte (3/2) et l'octave (2/1), soit en grec, διὰ τεσσάρων, διὰ πέντε et διὰ πασῶν². Or il est remarquable qu'en V, 4,7, évoquant les problèmes de l'harmonie à propos de la construction des théâtres, Vitruve parle de ces accords, en les désignant par les locutions que nous venons d'indiquer³. Mais il n'établit aucun rapprochement avec les rapports numériques qui ne sont que leur transcription arithmétique, et auxquels il avait fait une allusion, maladroite il est vrai, au livre III.

Nous rencontrons ici une autre caractéristique de la réflexion théorique chez Vitruve: l'imperméabilité des sources⁴. Dans le livre V, il recourt à une source, issue, il nous le dit lui-même, d'Aristoxène de Tarente⁵, lequel, dans son traité, ne se soucie en effet que des écarts tonaux: c'est avant tout un musicien, qui part des faits acoustiques, et l'on a pu dire de lui qu'il était l'homme de l'αἰσθησις⁶. Dans le livre III Vitruve suivait vraisemblablement une tradition un peu antérieure, dérivée d'Archytas ou de tout autre mathématicien contemporain de Platon, et ne s'intéressait alors qu'aux rapports numériques. Mais il ne s'est pas avisé qu'il parlait à chaque fois de la même réalité, envisagée sous un angle différent.

¹ Voir par exemple R. Da Rios, *Aristoxeni elementa harmonica*, Rome, 1955, Appendice, p. 103 sq.

² Sur l'équivalence entre les consonances et les médiétés, voir par ex. le fragment 6 de Philolaos (M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, II, p. 208-210); Théon de Smyrne, p. 56, 11-12; p. 59, 1-2; p. 79, 15-24, etc... de l'édition Hiller; Plutarque, *De E delphico*, 10 (= 389 D), p. 24 de l'édition Flacelière (*Belles Lettres*, 1974). Pour les textes platoniciens, cf. essentiellement A. Rivaud, *Timée* (*Belles Lettres*, 1925), p. 45-46. Aristoxène, *Elem. harmon.*, I, 22,2-5 (= R. Da Rios, p. 28) remarque que l'expression διὰ τεσσάρων est déjà vieillie en son temps, car elle appartient à une époque où l'on ne mesurait pas encore les intervalles réels; mais elle marque un progrès sur les locutions de Philolaos (fragment 6 déjà cité): α δὲ συλλαβὰ ἐπίτριτον, τὸ δὲ δι' ὀξείαν ἡμιόλιον, τὸ διὰ πασῶν δὲ διπλόον.

³ V, 4,7 (= 113,15-19): *concentus, quos natura hominis modulari potest, graece quae συμφωνίαι dicuntur, sunt sex: diatessaron, diapente, diapason et disdiatessaron, disdiapente et disdiapason.*

⁴ Voir notre étude dans *Iatomus*, 34, 1975, p. 995 sq.

⁵ V, 4,1 (= 110,20 sq.): *itaque ut potuero quam apertissime ex Aristoxeni scripturis interpretabor...*

⁶ Cf. M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, II, p. 310 sq. Sur Aristoxène, outre l'édition déjà citée de Da Rios, les études les plus importantes sont celles de L. Laloy, *Aristoxène de Tarente, disciple d'Aristote, et la musique dans l'antiquité*, Paris, 1904, avec le très utile *Lexique d'Aristoxène*, et de F. Wehrli, *Die Schule des Aristoteles, Texte und Kommentar, II, Aristoxenos*, Bâle-Stuttgart, 1945.

Pourtant les architectes tardo-classiques faisaient un grand usage des médiétés harmoniques; elles constituaient un élément essentiel des tracés régulateurs et des ordonnances décoratives. A cet égard les travaux de A. Bammer sur l'architecture d'Ephèse au IV^e s. ont mis en évidence, à l'entablement de l'Artémision ou sur la frise du grand autel, de nombreux rapports épimores, qui attestent une recherche concertée des dimensions harmoniques¹; sans sortir du système modulaire, elles assuraient entre les composantes des modénatures ioniques un lien organique dont la « valeur musicale » devait contribuer, du moins le croyait-on, à la beauté de l'ensemble: des rapports de quarte, de quinte et d'octave, avec leurs dérivés, la grande tierce (5/4), la petite tierce (6/5) et la seconde (9/8), se décèlent à tous les niveaux de l'ordre².

Il est d'autant plus étonnant que Vitruve, dans sa description de l'ordonnance ionique, qui occupe pratiquement tout le livre III, n'en fasse pas mention. Là encore, les procédés de présentation nuisent à l'appréhension des schémas originels, les seuls qui pourtant méritaient qu'on s'y arrêtât. Souvent cependant les rapports qu'il propose semblent appeler d'eux-mêmes une transcription « harmonique »: à l'intérieur de l'architrave, la *media fascia* est dans un rapport de quarte (4/3) avec l'*ima fascia*³, de même que l'architrave, considérée dans son ensemble, avec la frise non décorée⁴; le rapport hauteur/largeur des denticules définit une octave (2/1)⁵, cependant que le rapport entre les pleins et les vides, sur la face antérieure de ces mêmes denticules, définit une quinte (3/2)⁶. Parfois Vitruve est conduit à diviser la modénature en une série de portions très petites, et cette atomisation fait disparaître toute relation vivante entre les diverses moulures: le cas le plus significatif est celui de la base attique, pour laquelle le théoricien préconise une division en quatre parties, assez inattendue si l'on songe que la *spira*, c'est-à-dire la partie oncée de ladite base, à l'exclusion de la plinthe, ne comporte

¹ A. Bammer, *op. cit.*, p. 34 sq. et *Geometrie und Ornament als Antithese bei Doppelmäander in Ephesos*, dans *Festschrift für F. Eichler*, Vienne, 1967, p. 14 sq.

² On notera que tous ces rapports sont épimores et, à ce titre, répondent au principe de la consonance (M. Timpanaro Cardini, *op. cit.*, I, p. 102 sq. et II, p. 310 sq.).

³ III, 5,10 (= 81,6 sq.).

⁴ A condition qu'on ne corrige pas abusivement le texte de III, 5,10 (= 81,8 sq.) comme le fait Choisy, qui prétend lire *septima* au lieu de *quarta*.

⁵ III, 5,11 (= 81,16 sq.).

⁶ III, 5,11 (= 81,17 sq.).

que trois éléments ¹ (Fig. 9). Il faut, nous dit-il, réserver $1/4$ de la totalité pour le tore supérieur; $3/4$ pour la scotie et le tore inférieur, qui devront être égaux entre eux ². Cela signifie que tore et scotie se trouvent chacun dans un rapport de quinte ($3/2$) avec le tore supérieur. De la même façon, on peut relever que, dans les bases ioniques, les deux scoties seront avec le tore dans un rapport de quarte ($4/3$) ³, etc. ... Il serait aisé de multiplier les exemples ⁴.

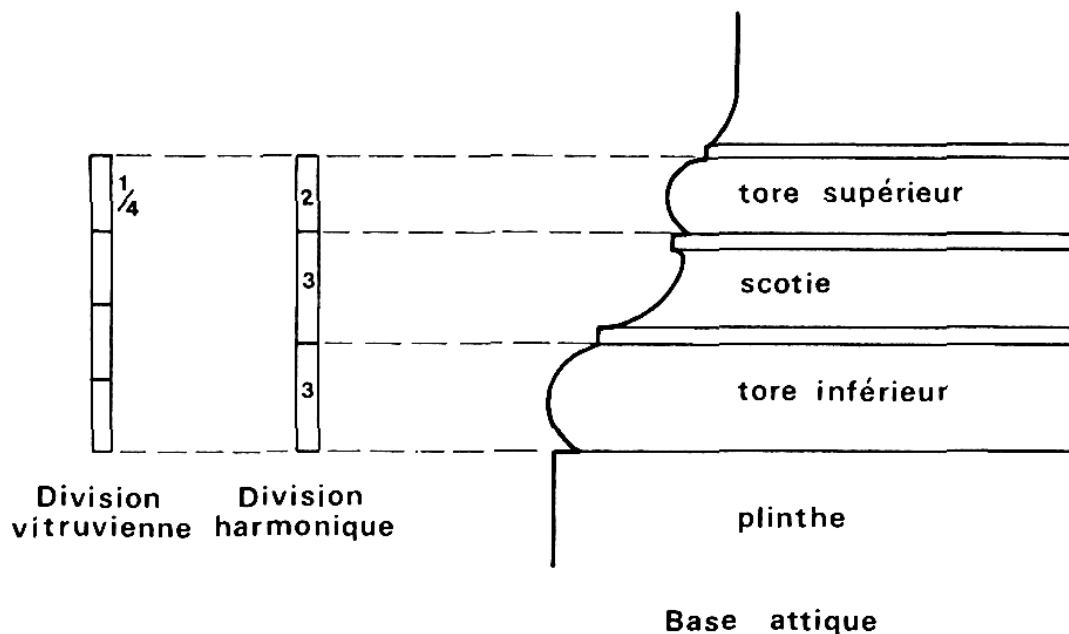


Fig. 9 – DIVISION VITRUVIENNE ET DIVISION HARMONIQUE DE LA BASE ATTIQUE.

Sans doute, ce type d'ordonnance ne rencontrait-elle plus beaucoup de faveur chez les contemporains de Vitruve, et si l'on observe encore un rapport épitrite entre le tore inférieur et le tore supérieur des bases de l'Odéon d'Agrippa, à Athènes, rien ne permet d'affirmer qu'il n'était pas

¹ III, 5,1 (= 77,6sq.)

² III, 5,2 (= 77,13 sq.)

³ III, 5,3 (= 77,20 sq.): *reliquumque praeter plinthum, quod erit tertia pars crassitudinis columnae, dividatur in partes septem, inde trium partium torus qui est in summo, reliquae quattuor partes dividendae sunt aequaliter, et una pars fiat cum suis astragalus et supercilio superior trochilus, altera pars inferiori trochilo relinquatur.*

⁴ Dans l'ordre dorique, on retrouve des mensurations qui s'ordonnent selon les mêmes rapports: la hauteur des triglyphes vaut 1,5 module et leur largeur 1 module, ce qui donne là encore une quinte ($3/2$). Cf. IV, 3, 4 (= 92,1-2).

fortuit¹. Mais les sources sur lesquelles s'appuyait l'auteur latin devaient, elles, en garder un souvenir précis, voire en préconiser l'emploi. Nous retrouvons en fait par une autre voie la conclusion à laquelle nous avait conduit l'examen des irrationnels: Vitruve ne nous donne que l'état amorphe d'une réalité qui a été vivante. Il est encore possible, sans gauchir ni surinterroger le texte, de la retrouver derrière les sèches formules d'un théoricien, qui ne saisit plus toujours la portée des informations qu'il manipule. Encore faut-il, pour ce faire, considérer les livres du *De architectura*, non pas comme un point de départ, mais comme un lieu de convergence, où se seraient stratifiées, et fossilisées, diverses traditions.

Pierre GROS

¹ Voir J. Travlos, *Bildlexikon zur Topographie des antiken Athen*, Tübingen, 1971, p. 370, fig. 475.
