

6349
HOPPE, E.
1920

IA

- 2477 Diels, Hermann: Antike Technik. 7 Vorträge. 2. erw. Aufl. Mit 78 Abb., 18 Tltn u. 1 Titelbild. Leipzig u. Berlin: B. G. Teubner 1920. VIII, 243 S. 8°. geb. 21.15 M.
Rec. Bayer. Bl. Gymn. 56: '20, 130-1 v. Eduard Stemplinger.
Berl. phil. Wo. 40: '20, 1137-40 v. K. Tittel. Lit. Zentralbl. 71: '20, 572-3 v. Hans Lamer. Naturw. Wo. N. F. 19: '20, 431f. v. Miehe. N. Jbb. 45: '20, 237-40 v. J. I(l)berg. Nord. Tidsskr. Filol. 4. R. 9: '20, 63. (v. Ungenannt.) Physik. Zeitschr. 21: '20, 645 v. G. Prange. Zeitschr. math. u. nat. Unt. 51: '20, 286f. v. W. Lietzmann. Zeitschr. phys. u. chem. Unt. 33: '20, 155 v. F. Poske.
ds.: s. Nr. 1050.
- 2478 Ferekel: Cor ultimura moriens. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 305-6 [bes. nach Aristoteles].
- 2479 Fotheringham, J. K.: Astronomical Comments on Dr. T. Rice Holmes's Note on the Julian Calendar. Class. Quart. 14: '20, 97-9. <s. auch Nr. 2484.>
- 2480 ds.: Cleostratus. A Postscript. [Vgl. B. '19, 103]. Journ. Hell. Stud. 40: '20, 208-9 (Gerichtet gegen Nr. 2472).
Ganszyniec, R.: s. Nr. 679. 2440. 2441.
- 2481 Garrison, Fielding, H.: The Greek Cult of the Dead and the Chthonian Deities in Ancient Medicine. Annals of Medical History. Spring Number 1917, S. 35-53.
- 2482 Heiberg, J. L.: Naturwissenschaften u. Medizin im klassischen Altertum. 2. Aufl. Mit 25 Fig. i. T. Leipzig u. Berlin: B. G. Teubner 1920. 104 S. kl. 8°. (Aus Natur u. Geisteswelt. Nr. 370.)
Kart. 2.80 M., geb. 3.50 M.
Rec. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 275 v. Sudhoff.
- 2483 Hellmann, Gustav: Beiträge zur Gesch. d. Meteorologie. II. s. B. '18, 134. '19, 103.
Rec. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 35-6 v. Günther.
- Hirschberg, J.: s. Nr. 731.
Hoffmann, E.: s. Nr. 1001.
- 2484 Holmes, T. Rice: The Earliest Visible Phase of the Moon. Class. Quart. 14: '20, 172. <s. auch Nr. 2479.>
- 2485 ds.: A Supplementary Note on the Julian Calendar. Class. Quart. 14: '20, 46-7. <s. auch Nr. 2479.>
- Holth, S.: s. Nr. 2655.
- 2486 Hoppe, E[dmund]: Die Bedeutung der $\nu\epsilon\lambda\alpha\tau\epsilon\varsigma$ in der griechischen Mathematik. Mitt. der Mathemat. Gesellsch. in Hamburg. Bd. 5: '11/20 (Heft 6). 299-304.
Rec. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 115-6 v. Günther.
- 2487 ds.: Die Entwicklung des Infinitesimalbegriffs. Philol. 76: '20, 355-359.
- 2488 Hübotter, Franz: 3000 Jahre Medizin. Ein geschichtl. Grundriß, umfassend die Zeit von Homer bis zur Gegenwart unter bes. Berücksichtigung der Zusammenhänge zwischen Medizin u. Philosophie. Berlin: Oscar Rothacker 1920. Autogr. Druck. 535 S. fol. 80.— M.
Rec. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 270-1 v. G. Sticker.
- 2489 Jeansolme, E.: Le chancre mou existait-il à Alexandrie au IV^e siècle de l'ère chrétienne? Bullet. soc. fr. hist. méd. 14: '20, 233-8.
Anz. Mitt. Gesch. Med. 19: '20, 276 v. Sigerist.

Die paläographisch sehr leichte Aenderung von fulm- in culm- ist in der Handschrift von Statius silvae (Matrit. M. 31), die bekanntlich auch die Haupthandschrift des Manilius ist, Silv. 2, 7, 60 schon von den Itali mit Evidenz vorgenommen. Umgekehrt ist falsch culm- statt fulm- überliefert Lucr. 6, 296 (korrigiert von Marullus). Amm. 24, 6, 14 (verbessert von Lindenbrog). Die Ueberlieferung schwankt Germ. frg. 4, 128 *rumpuntur culmina nimbis* (der Herausgeber mit M A* S, *culminant imbres* A, *fulmina et imbres* P. *fulmina nimbis* Wakefield).

Der Ansetzung eines zu *fulcio* gehörenden *fulmen*, die schon in die neueste (9.) Auflage von Heinichens Schulwörterbuch eingedrungen ist, dürfte mithin endgültig der Boden entzogen sein.

München.

H. Rubenbauer. G. Dittmann¹⁰⁾.

3. Die Entwicklung des Infinitesimalbegriffs.

Bekanntlich sagt Archimedes in seiner 1906 wieder aufgefundenen *ἔφοδος*¹⁾ in Bezug auf den Beweis des Eudoxos, daß die Pyramide der dritte Teil des Prismas mit gleicher Grundfläche und Höhe, der Kegel der dritte Teil des Cylinders von gleicher Grundfläche und Höhe sei: „οὐ μικράν ἀπονεύμι ἀν τῷ Δημοκρίτῳ μερῖδα πρώτῳ τὴν ἀπόφασιν τὴν περὶ τοῦ εἰρημένου σχήματος χωρὶς ἀποδείξεως ἀποφηνάμεν“. Aus dieser Bemerkung haben einige²⁾ den Schluß gezogen: das Verfahren des Demokrit könne kein anderes gewesen sein als das des Cavalieri, „das Volumen ist das Integral, die Summe der unzählig vielen unendlich kleinen Prismen, deren Grundflächen die veränderlichen Querschnitte sind.“

Nun hat Archimedes die gleiche Sache aber noch einmal erwähnt in dem Buche *περὶ σφαίρας καὶ κυλίνδρου*³⁾. Da sagt I. I. IV p. 1292, 65 ff.); doch wird für das Synonymum *fastigium* die gleiche Verwendung von den alten Grammatikern ausdrücklich bezeugt (s. Thes. ling. lat. VI p. 321, 72 ff.). Schon Bentley hat auf die ähnliche Ausdrucksweise Manil. 2, 806 *per latera atque imum templi summumque cacumen* verwiesen (vgl. Housman z. d. St.).

¹⁰⁾ Der Aufsatz ist ursprünglich von meinem Kollegen Rubenbauer im Anschluß an seine Bearbeitung des Artikels *fulmen* im Thes. ling. lat. allein verfaßt worden und hat dann durch mich einige Erweiterungen erfahren. Da die äußerliche Scheidung der von jedem von uns beigebrachten Teile nicht tunlich erschien, haben wir uns entschlossen gemeinsam zu unterzeichnen, auch um zum Ausdruck zu bringen, daß unsere Auffassung des Problems die gleiche ist. [Dittmann.]

¹⁾ Archimedis Opera. (Heiberg) II p. 430. 1913.

²⁾ Simon, Geschichte der Mathem. im Altertum 1909, p. 181 und Heiberg, Hermes 42. 1907 p. 300.

³⁾ Archimedes opera I p. 4. 1900.

er: „καὶ γὰρ τούτων προϋπαρχόντων φυσικῶς περὶ ταῦτα τὰ σχήματα, πολλῶν πρὸ Εὐδόξου γεγενημένων ἀξίων λόγου γεωμετρῶν συνέβαιεν ὑπὸ πάντων ἀγνοεῖσθαι μὴδ' ὑφ' ἐνὸς κατανοηθῆναι.“ Wie reimen sich diese beiden Aussprüche mit einander? Man wird sagen unter ἀπόδειξις verstehe Archimedes den von Eudoxus gefundenen Exhaustionsbeweis, der habe freilich dem Demokrit gefehlt, aber statt dessen habe er denselben Weg beschritten, den auch Archimedes gegangen sei, nämlich die Summation der Schnitte vorgenommen. Allein dann hätte Archimedes in dem zweiten Ausspruch doch nicht den Ausdruck κατανοηθῆναι gebrauchen können. Freilich unterscheidet Archimedes bei geometrischen Erkenntnissen scharf zwischen θεωρεῖται und ἀποδείκνυται; mit ersterem bezeichnet er eine geometrische Induktion, während das ἀποδείκνυται für den strengen geometrischen Beweis, für die Exhaustionsmethode, gebraucht wird. Aber unter das κατανοηθῆναι gehört doch auch sicher die induktive Erkenntnis.

Wir sind nun aber in der Lage, nachweisen zu können, woran die geometrische Induktion bei Demokrit gescheitert ist. Plutarch erzählt⁴⁾, welche Schwierigkeit Demokrit nicht habe überwinden können: ἀνίστοι μὲν γὰρ οὖσαι (αἱ τῶν τμημάτων ἐπιφάνειαι) τὸν κῶνον ἀνώμαλον παρέξουσιν, πολλὰς ἀποχαράξεις λαμβάνοντα βαθμοειδεῖς καὶ τραχύτητας· ἴσων δ' οὖσων, ἴσα τμήματα ἔσται καὶ φανεῖται τὸ τοῦ κυλίνδρου πεπονηθὲς ὁ κῶνος, ἐξ ἴσων συγκείμενος καὶ οὐκ ἀνίστων κύκλων, ὅπερ ἐστὶν ἀτοπώτατον. Ἐνταῦθα δὴ τὸν Δημόκριτον ἀποφαίνων ἀγνοοῦντα „τὰς μὲν ἐπιφανείας“, φησί, „μήτ' ἴσας εἶναι μήτ' ἀνίστους, ἀνίστα δὲ τὰ σώματα τῷ μήτ' ἴσας εἶναι μήτ' ἀνίστους τὰς ἐπιφανείας“. Demokrit steht also vor der Schwierigkeit, den Kegel als Summe kleiner Prismen aufzufassen, und hat diese Schwierigkeit nicht überwunden; er kommt entweder zu der treppenförmigen Begrenzung, oder zu einem Cylinder. Dies Hindernis wäre nicht entstanden, wenn er den Infinitesimalbegriff gehabt hätte. Den Satz selbst, daß die Pyramide ein Drittel des Prismas ist, konnte Demokrit, der nach dem Zeugnis der Zeitgenossen viel experimentiert hat, sehr wohl durch Wägen oder ein Flüssigkeitsmaß finden, aber das würde Archimedes nicht unter das κατανοεῖν rechnen. So ist kein Zweifel, daß das Cavalierische Verfahren **nicht** von Demokrit angewandt ist.

Den Infinitesimalbegriff finden wir aber nicht zuerst bei Archimedes, sondern bei Platon und ich halte dies für die wesentlichste Tat Platons auf dem Gebiet der Mathematik. Die klare Entwicklung desselben findet man freilich nicht im Timaios oder Theaetetus oder im Staat, wo die mathematischen

⁴⁾ Plutarch, De comm. notitiis adversus Stoicos c. 39. 1079 E.

Leistungen Platons gewöhnlich gesucht werden, sondern in dem nach allgemeiner Ansicht später als all die genannten Dialoge geschriebenen Philebos.

Zunächst beklagt sich Platon, daß die modernen Weisen ohne weiteres von der Einheit zum Unbegrenzten übergehen wollen: οἱ δὲ νῦν τῶν ἀνθρώπων σοφοὶ ἐν μὲν, ὅπως ἂν τύχῃσι, τὰ πολλὰ θάττον καὶ βραδύτερον παιοῦσι τοῦ δέοντος, μετὰ δὲ ἐν ἄπειρα εὐθύς⁵⁾. Es sei vielmehr nötig, die Idee der Einheit und Vielheit von der Idee des Unbegrenzten (ἄπειρον) zu trennen. Denn, so fährt er fort: ὥσπερ γὰρ ἐν ὁτιοῦν εἴ τις ποτε λάβῃ τοῦτο, ὥς φαμεν, οὐκ ἐπ' ἀπείρου φύσιν δεῖ βλέπειν εὐθύς ἀλλ' ἐπὶ τινὰ ἀριθμόν, οὕτω καὶ τὸ ἐναντίον . . (18 A). Darum unterscheidet er die beiden Begriffe durchaus: λέγω τοίνυν τὰ δύο, ἃ προτίθεμαι, ταῦτ' εἶναι, ἅπερ νῦν δῆ, τὸ μὲν ἄπειρον, τὸ δὲ πέρας ἔχον (24 A). Um dies an einem Beispiel klar zu machen, wählt er die Bezeichnung: wärmer — kälter, zwischen denen es keine Begrenzung gibt: θερμότερου καὶ ψυχρότερου πέραν πρῶτον ὅρα πέρας εἴποτε τί νοήσῃς ἄν. Immer ist in dem Wärmeren wie in dem Kälteren ein mehr oder weniger, beide haben kein Ende, sondern in steter Fortbewegung ist das Wärmere und ebenso das Kältere: προχωρεῖ γὰρ καὶ οὐ μένει τό τε θερμότερον αἰεὶ καὶ τὸ ψυχρότερον ὡσαύτως (24 D). Alles dagegen, was sich wie Zahl zu Zahl oder Maß zu Maß verhält, gehört zum Begrenzten. Dagegen stellt das Unbegrenzte einen Werdeprozeß dar für ein Begrenztes: συμμίσγνυ . . . τὸ μετὰ ταῦτα τὴν αὐτοῦ πέρατος γένναν (25 D). Darum besteht alles Sein aus der Gesamtheit des von der Begrenzung umschlossenen Unbegrenzten: ξυμπάντων τῶν ἀπείρων ὑπὸ τοῦ πέρατος δεδεμένων (27 D).

Hätte Demokrit diese Erkenntnis gehabt, so würde sich die Summation der vielen kleinen Prismen innerhalb der Pyramide verwandelt haben in die Integration, d. h. die unendliche Summierung der sich stetig ändernden Flächen. — Ich lege besonderen Wert darauf, daß Platon für alle begrenzten Dinge die Entstehung durch die stetige Bewegung des ἄπειρον lehrt. Das ist ein gewaltiger Fortschritt gegenüber den Pythagoreern, welche durch fortgesetztes Hinzufügen von Einheiten der Zahlenreihe schließlich zum Unendlichen durchdringen wollten. Ebenso groß aber ist der Gegensatz gegen Demokrit, welcher durch fortgesetztes Halbieren zu unendlich klein zu gelangen hoffte. Mit Recht sagt Platon, was sich wie Zahl zu Zahl verhält, wird nie ein ἄπειρον: πᾶν ὁ τί περ ἂν πρὸς ἀριθμὸν ἀριθμὸς ἢ μέτρον ἢ πρὸς μέτρον, ταῦτα ξύμπαντα εἰς τὸ πέρας ἀπολογιζόμενοι καλῶς ἂν δοκοῖμεν ὄραν τοῦτο (l. c. 25 B). Denn in

⁵⁾ Platon, Philebos 17 A. ff.

beiden Fällen ist immer das Verhältnis von Zahl zu Zahl vorhanden. Ebenso wenig wie Aristoteles in seiner Metaphysik (M u. N) Platons Unendlichkeitsbegriff verstanden hat und immer wieder die Demokritische Vorstellung von den fortgesetzten Teilen zur Grundlage des Platonischen *ἄπειρον* nimmt, ebenso wenig ist Simons ⁶⁾ Vorstellung, „daß das Demokritische Atom das Differential der Maße sei“, mit dem Infinitesimalbegriff vereinbar, vielmehr ist eine endliche Anzahl von Atomen in jedem Körper vorhanden. Dagegen geben die von mir hervorgehobenen Stellen des Philebos uns das Verständnis für den von Proklos ⁷⁾ in seinem Kommentar hervorgehobenen Satz: *σημείον ἀρχὴ γράμματος*.

Völliges Verständnis für Platons Unendlichkeitsbegriff finden wir erst wieder bei Archimedes. Zunächst tritt Archimedes der pythagoreischen Vorstellung entgegen, daß man durch fortgesetztes Hinzufügen von Zahlen zum Unendlichgroß gelangen könne, in dem *ψαμμίτης*. Oft wird der Sinn dieses Buches so aufgefaßt, als ob es Archimedes Absicht sei, das Gebiet der griechischen Zahlzeichen zu erweitern. Eine solche triviale Aufgabe halte ich nicht für Archimedes würdig. Mir scheint die Tendenz des Buches vielmehr aus der Einleitung hervorzugehen; da sagt er, der Zweck sei, Gelon begreiflich zu machen, daß das *ἄπειρον* nicht durch die Häufung von Sandkörnern erreichbar sei ⁸⁾. Die Erweiterung der Zahlzeichen ist also nur Mittel zum Zweck.

Vollständig führt er die Platonische Idee erst aus in der *ἐφοδος*, wo er die erste Integration zwischen bestimmten Grenzen am Parabelsegment mit den Ordinaten auf der Achse ausführt und dann nach der gleichen Methode die folgenden Aufgaben behandelt. Ob Archimedes Platons Ideen gekannt hat, läßt sich nicht feststellen, er zitiert ihn meines Wissens nie. Da aber die Parabelquadratur schon vorher in einem besondern Buche von Archimedes angeführt war, ist es durchaus möglich, daß Archimedes unabhängig zu dem Infinitesimalbegriff gekommen ist. Aber Archimedes ging es mit seinem Infinitesimalbegriff gerade so wie Platon, beide wurden von ihren Nachfolgern nicht verstanden. Nur ein griechischer Mathematiker hat die *ἐφοδος* benutzt, das war Heron von Alexandria, der Satz 1, 11 und 12 in seiner Metrik benutzt ⁹⁾.

Bei dieser Gelegenheit sei es mir gestattet, eine Bemerkung in meiner jüngst veröffentlichten Arbeit über die nach Heron

⁶⁾ Simon, *Gesch. der Mathem. im Altertum* 1909 p. 181.

⁷⁾ Proklos, *Comm. in Euklid* I p. 88.

⁸⁾ *Archimedis opera.* (Heiberg) II p. 216.

⁹⁾ *Heronis opera* III p. 80, 84 und 130.

genannten Definitionen und Geometrie¹⁰⁾ zu ergänzen. Ich habe dort gesagt, daß Heiberg in dem 4. Bande von Herons Werken, in welchem diese untergeschobenen Machwerke veröffentlicht sind, nichts über die Echtheit aussage, und habe, da er die Echtheit der Definitionen ausdrücklich anerkannt hat, daraus den Schluß gezogen, er halte die Geometrie auch wohl für echt. Die Bemerkung ist richtig, aber es freut mich konstatieren zu können, daß Heiberg im fünften Bande, in welchem die gleichfalls ganz unechte Stereometrie veröffentlicht wird, auf die Geometrie noch einmal zurückkommt und zu dem Schlusse kommt¹¹⁾: *adparet igitur, Geometriam ex variis Collectionibus problematum et expertis Heronianis Euclidianisque coaluisse, quorum partes nonnullae nondum coniunctae adhuc extant etc.* Ich habe inzwischen in jener genannten Arbeit nachgewiesen, daß ganze 7 Reihen des Buches auf Heron zurückgehen.

Göttingen.

E. Hoppe.

4. Zur Medea des Euripides.

Wenn die Rüge in der Poetik des Aristoteles 1461 b 19 ὁρθῇ δ' ἐπιτίμησις καὶ ἀλογία καὶ μοχθηρία, ὅταν μὴ ἀνάγκης οὐσης μὴδὲν χρήσεται τῷ ἀλόγῳ ὥσπερ Εὐριπίδης τῷ Αἰγεί der Aegeusszene der Medea, nicht dem Drama Αἰγέως gilt, so hat schon Aristoteles an der mangelhaften Motivierung dieser Szene Anstoß genommen sein Urteil wird ziemlich allgemein anerkannt¹⁾. In einer scharfsinnigen Abhandlung „Medea-Probleme“ (Verh. der Sächs. Ges. d. Wiss., Philol.-hist. Kl. 1918) reinigt Erich Bethe den Dichter von dem Vorwurf mangelnden Kunstverständnisses und macht nur dessen Ehrgeiz, dessen heißen Wunsch den Athenern zu gefallen für diesen Flecken des ausgezeichneten Dramas verantwortlich. Vgl. S. 15 meiner Ausgabe: „Offenbar wollte der Dichter in der Person des Aegeus nur den athenischen Zuschauern eine interessante Rolle vorführen, wie er an diese Szene das Lied von den Schönheiten und Vorzügen des attischen Landes angeknüpft hat“.

Bethe geht aus von den V. 386—394, nach denen sich die V. 395 ff. weit besser an 385 anschließen; denn Hekate,

¹⁰⁾ Philologus 75. 1919 p. 202.

¹¹⁾ Heronis opera V p. XXII.

¹⁾ Chase will im American Journal of Philol. V (1884) S. 87 die Szene damit rechtfertigen, daß sie uns inbetr. des künftigen Schicksals der Medea beruhige und deren Schicksal dem des Jason gegenüberstelle.