

6565 pdf.
BUSTOS RUIZ MORALES, M.
 1999
 16 p

Búsqueda personalizada

JUNIO - JULIO

ISSN: 1.131-9.100

domingo, 06 de junio de 2010

ARTÍCULOS

Noticias

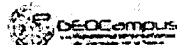
Mapping Iberoamérica

Números Anteriores

BUSCAR

[Anuncios Google](#) [GPS Topografía](#) [Geodesia](#) [Mapa Tierra](#) [Topografía.com](#)

<< volver



CURSOS
de sistemas
de información geográfica
por Internet

LA MEDICIÓN DE LA TIERRA ENTRE PITÁGORAS Y LA ERA ESPACIAL.

Julio de 1999

Ruiz Bustos, M. Ruiz Morales, M. Ministerio de Fomento. Instituto geográfico Nacional.

Introducción.

En la antigua Grecia ya se suponía que la Tierra era esférica, llegando a calcularse la longitud de la circunferencia máxima en varias ocasiones, antes de la conocida medición de Eratóstenes. Los geógrafos árabes continuaron con esa tradición llegando inclusive a idear nuevos métodos, como sucedería con al Biruni en el Califato de Bagdad. Tras el paréntesis de la Edad Media, en la que llegó a cuestionarse la esfericidad terrestre, se realizaron varios intentos de medir el radio de la esfera, con resultados demasiado dispares. La creación de la Academia de Ciencias francesa trató de evitar esa ambigüedad, encargándole a Piccard la primera determinación rigurosa del radio de la Tierra. La prolongación del arco de meridiano que empleó el abad francés (Amiens-Malvoisine) evidenció la variabilidad de su curvatura, comprobándose tras las expediciones científicas a Lapónia y al Virreinato de Perú que el modelo esférico debía sustituirse por otro elipsoidal con achatamiento polar, tal como había preconizado Newton. Sucesivas mediciones del desarrollo de un grado en diferentes latitudes y la comparación entre todas ellas confirmaron que el modelo matemático de la Tierra era un elipsoide de revolución, calculándose su semieje mayor y el achatamiento, aunque este no se pudiese evaluar entonces con la debida exactitud. En el siglo XIX se comienza a cuestionar el modelo anterior, defendiendo tanto Gauss, como Helmert, que la forma real de la Tierra era la de una de las superficies equipotenciales de su campo gravitatorio, precisamente la más próxima al nivel medio del mar. Poco tiempo después se acuñaría el término geoide para referirse a dicha superficie equipotencial. Posteriores medidas gravimétricas permitieron mejorar los modelos elipsoidales previos, así sucedió con el de Hayford, adoptado como internacional en Madrid (1924), o con el de Krasovsky. La llegada de la geodesia espacial, confirmó la bondad de las determinaciones del semieje ecuatorial, precisó el valor del achatamiento y las discrepancias entre el geoide, como superficie física real, y el elipsoide, como superficie matemática ideal, además de permitir obtener con gran exactitud todos los términos que se descen del potencial de la gravedad.

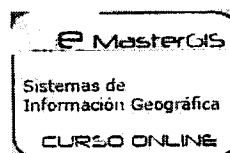
Algunos egipólogos afirman que la primera medición de nuestro planeta la hicieron los egipcios en el siglo XVI antes de Cristo. Sin embargo, y aunque hoy día se acepta que existen indicios para suponer que los constructores de la gran pirámide de Giza incorporaron información geodésica en sus dimensiones, se admite también que fueron Pitágoras y otros sabios de su escuela los primeros en razonar que la Tierra debía ser esférica puesto que el Sol y la Luna también lo eran.



Dios midiendo el mundo. Ilustración de una biblia del siglo XIII.
 Biblioteca Nacional de Viena (Codice 2554)

Ciertamente, de Pitágoras a Filolao se suceden a lo largo de un siglo varias generaciones de pitagóricos pudiéndose asegurar que a ellos se debe la afirmación tan trascendente de que la Tierra es esférica. No obstante como puede suponerse las pruebas sobre su esfericidad son más remotas: la progresiva aparición de los objetos elevados sobre el nivel del mar, las variaciones de tiempo en la entrada del Sol y de la Luna en el círculo de la oscuridad y el reflejado por la propia Tierra en los eclipses lunares, se adujeron como

- ☐ Productos
- ☐ Índice de Anunciantes
- ☐ Bolsa (valores del GIS)
- ☐ Direcciones de Interés
- ☐ Cursos
- ☐ Eventos
- ☐ Redacción
- ☐ Meteorología
- ☐ Concursos
- ☐ Estadísticas
- ☐ Publicidad
- ☐ Librería
- ☐ Búsquedas
- ☐ Comité Científico
- ☐ Normas para Autores
- ☐ Glosario
- ☐ :: Inicio ::



REGÍSTRASE

☐ Anónimo

 Usuarios activos en la página:
 51

 Usuario

 Password

¿Desea registrarse?

¿Ha perdido su contraseña?

Búsqueda personalizada

JUNIO - JULIO

ISSN: 1.131-9.100

ARTÍCULOS

Noticias

Mapping Iberoamérica

Números Anteriores

[Anuncios Google](#) [GPS Topografía](#) [Geodesia](#) [Mapa Tierra](#) [Topografía.com](#)

<< volver



LA MEDICIÓN DE LA TIERRA ENTRE PITÁGORAS Y LA ERA ESPACIAL.

Julio de 1999

Ruiz Bustos, M. Ruiz Morales, M. Ministerio de Fomento. Instituto geográfico Nacional.

Introducción.

En la antigua Grecia ya se suponía que la Tierra era esférica, llegando a calcularse la longitud de la circunferencia máxima en varias ocasiones, antes de la conocida medición de Eratóstenes. Los geógrafos árabes continuaron con esa tradición llegando inclusive a idear nuevos métodos, como sucedería con al Biruni en el Califato de Bagdad. Tras el paréntesis de la Edad Media, en la que llegó a cuestionarse la esfericidad terrestre, se realizaron varios intentos de medir el radio de la **esfera**, con resultados demasiado dispares. La creación de la Academia de Ciencias francesa trató de evitar esa ambigüedad, encargándole a Piccard la primera determinación rigurosa del radio de la Tierra. La prolongación del arco de meridiano que empleó el abad francés (Amiens-Malvoisine) evidenció la variabilidad de su curvatura, comprobándose tras las expediciones científicas a Laponia y al Virreinato de Perú que el modelo esférico debía sustituirse por otro elipsoidal con achatamiento polar, tal como había preconizado Newton. Sucesivas mediciones del desarrollo de un grado en diferentes latitudes y la comparación entre todas ellas confirmaron que el modelo matemático de la Tierra era un **elipsoide** de revolución, calculándose su semieje mayor y el aplastamiento, aunque este no se pudiese evaluar entonces con la debida exactitud. En el siglo XIX se comienza a cuestionar el modelo anterior, defendiendo tanto Gauss, como Helmert, que la forma real de la Tierra era la de una de las superficies equipotenciales de su campo gravitatorio, precisamente la más próxima al nivel medio del mar. Poco tiempo después se acuñaría el término **geoide** para referirse a dicha superficie equipotencial. Posteriores medidas gravimétricas permitieron mejorar los modelos elipsoidales previos, así sucedió con el de Hayford, adoptado como internacional en Madrid (1924), o con el de Krasovsky. La llegada de la geodesia espacial, confirmó la bondad de las determinaciones del semieje ecuatorial, precisó el valor del aplastamiento y las discrepancias entre el geoide, como superficie física real, y el elipsoide, como superficie matemática ideal, además de permitir obtener con gran exactitud todos los términos que se deseen del potencial de la gravedad.

Algunos egiptólogos afirman que la primera medición de nuestro planeta la hicieron los egipcios en el siglo XVI antes de Cristo¹. Sin embargo, y aunque hoy día se acepte que existen indicios para suponer que los constructores de la gran pirámide de Giza incorporaron información geodésica en sus dimensiones, se admite también que fueron Pitágoras y otros sabios de su escuela los primeros en razonar que la Tierra debía ser esférica puesto que el Sol y la Luna también lo eran.



Dios midiendo el mundo. Ilustración de una biblia del siglo XIII.
Biblioteca Nacional de Viena (Codice 2554)

Ciertamente, de Pitágoras a Filolao se suceden a lo largo de un siglo varias generaciones de pitagóricos pudiéndose asegurar que a ellos se debe la afirmación tan trascendente de que la Tierra es esférica. No obstante como puede suponerse las pruebas sobre su esfericidad son más remotas: la progresiva aparición de los objetos elevados sobre el nivel del mar, las variaciones de tiempo en la entrada del Sol y de la Luna en el círculo de la oscuridad y el reflejado por la propia Tierra en los eclipses lunares, se adjudicaron como

domingo, 06 de junio de 2010

- ☐ Productos
- ☐ Índice de Anunciantes
- ☐ Bolsa (valores del GIS)
- ☐ Direcciones de Interés
- ☐ Cursos
- ☐ Eventos
- ☐ Redacción
- ☐ Meteorología
- ☐ Concursos
- ☐ Estadísticas
- ☐ Publicidad
- ☐ Librería
- ☐ Búsquedas
- ☐ Comité Científico
- ☐ Normas para Autores
- ☐ Glosario
- ☐ :: Inicio ::



REGÍSTRESE

☐ Anónimo

Usuarios activos en la página:

51

Usuario

Password

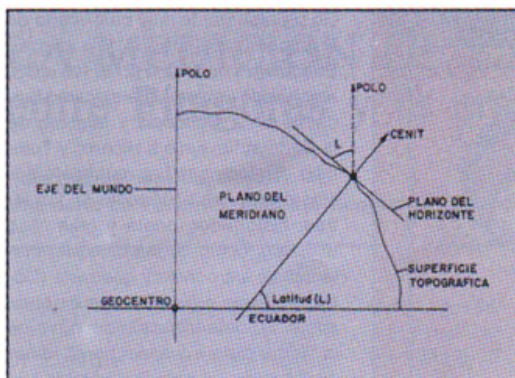
¿Desea registrarse?

¿Ha perdido su contraseña?

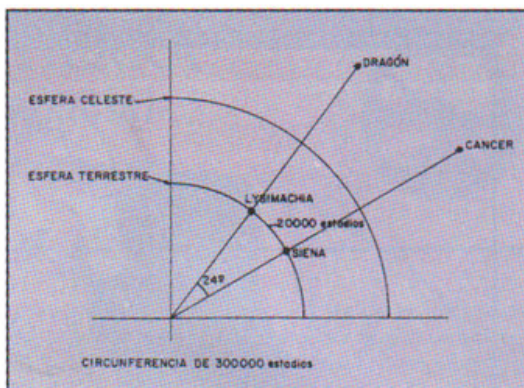
tales desde muy antiguo. Así lo aseguraba el mismo Pitágoras, que la consideraba también aislada, en el espacio, y Parménides, a quien Teofrasto le atribuye el mérito de haber sido el primer defensor de la teoría por el año 470 a.C. A partir de tales nociones fue elaborando la escuela un verdadero sistema astronómico dado a conocer no solo por Teofrasto sino también por Aristóteles (384, 322 a.C.). De la profundidad y rigurosidad de los razonamientos efectuados por este último puede ser muestra su refutación de una afirmación que negaba la esfericidad de la Tierra: a los que aseguraban que si la Tierra fuese esférica la línea que ocupa parcialmente el Sol en su orto y ocaso debiera ser circular y no aparecer recta, les contestaba, en el segundo libro De coelo, diciendo que había que tener en cuenta la distancia entre la Tierra y el sol así como las dimensiones de la circunferencia terrestre que él cifró en 400000 estadios². Aristóteles no dudó por tanto de la esfericidad terrestre, que ya consideraba como algo natural y que porbó con observaciones que aún pueden repetirse: la sombra de la Tierra sobre la Luna durante sus eclipses es invariablemente circular, asimismo puede comprobarse como el polo celeste³ alcanza mayor altura sobre el horizonte a medida que se realicen desplazamientos desde el Sur hacia el Norte.

De entre todos los sabios peripatéticos sobresale Dicearco de Mesana (350, 290 a.C.) considerado como uno de los más importantes geógrafos griegos. En su obra describe el ecumene y lo dimensiona: 60000 estadios de Este a Oeste y 40000 estadios de Norte a Sur. Con independencia de la dificultad presente al transformar dichas medidas en unidades actuales, se puede y debe afirmarse que son menos aproximadas que las obtenidas en el siglo siguiente por Eratóstenes de Cirene. A Dicearco se le atribuye la medida del arco de meridiano comprendido entre Siena y Lysimachia, así como la extrapolación para asignar a la circunferencia terrestre un total de 300000 estadios. Para ello observó que en el cenit de Lysimachia estaba la cabeza de la constelación del Dragón mientras que el cenit de Siena correspondía con la de Cáncer. Como el arco determinado por las dos constelaciones lo cifró en 1/15 de la circunferencia celeste, las verticales de ambas ciudades abarcarían sobre la superficie terrestre un arco de idéntica amplitud. Dado que la distancia entre ambas ciudades se estimaba en 20000 estadios, resultaba para la totalidad de la circunferencia una longitud de 300000 estadios. Dicearco hizo también una descripción general de la Tierra y realizó un estudio sobre la altura de los montes del Peloponeso y Grecia, el cual resulta muy significativo a la vista del escaso interés mostrado por los antiguos en el conocimiento del relieve terrestre.

Creada la biblioteca de Alejandría por Tolomeo I, aconsejado por Demetrio de Falero discípulo de Teofrasto, y siendo ya la esfericidad de la Tierra un hecho casi incuestionable, surgió pronto como meta de sus filósofos el cálculo riguroso de sus dimensiones. Un representante muy cualificado de la escuela alejandrina fue el gran Eratóstenes de Cirene (275, 195 a.C.), reconocido universalmente como fundador de la Geodesia y también de la Cartografía, junto a Hiparco y Tolomeo. Eratóstenes fue realmente polifacético, pues brilló tanto en las letras: historiador, poeta y gramático (filólogo), como en las ciencias: matemático, astrónomo y geodesta (filósofo), siendo además hasta un buen atleta. Su determinación del radio de la Tierra, dada a conocer por Cleómedes, supuso un progreso notable con relación a los intentos llevados a cabo con anterioridad. Es sabido que una vez elegidas Alejandría y Siena, que consideraba en el mismo meridiano, se limitó a comparar el valor angular de dicho arco con el desarrollo correspondiente, ya conocido por los agrimensores egipcios. El valor angular, diferencia de latitudes, lo halló usando un gnomon semiesférico en Alejandría ya que al realizar la observación solar en el instante del mediodía, correspondiente al solsticio de verano; no había sombra en Siena, por encontrarse esta en el trópico de Cáncer. Así obtuvo para distancia cenital del Sol un valor próximo a los $7^{\circ}12'$ equivalentes a 1/50 de la circunferencia. Como la medida de los agrimensores se cifraba en 5000 estadios, dedujo para la longitud de la circunferencia terrestre un total de 250000 estadios, aunque al parecer diera la cifra de 252000 a fin de que fuese divisible por 360, de ese modo correspondieron a cada grado 700 estadios⁴. Independientemente de la aproximación del resultado, lo más sobresaliente de la medida de Eratóstenes fue el método utilizado (en su obra Medida de la Tierra explicó el procedimiento seguido) que ha venido siendo aplicado de modo ininterrumpido hasta prácticamente nuestros días.



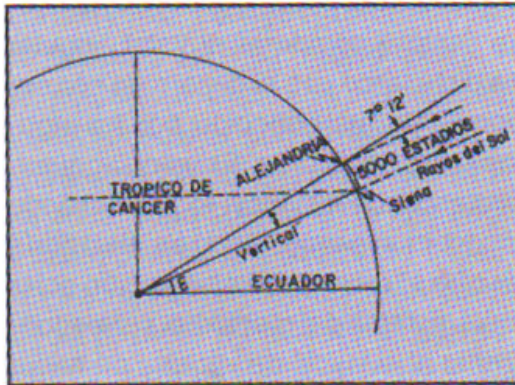
La latitud como altura del polo.



Medida de Dicearco (350,290 a.C.)

Posidonio (130, 50 a.C.) fue otro de los grandes geógrafos de la época, que se preocupó de calcular la longitud de la circunferencia terrestre, mediante su medición, aunque muy problemática⁵, le asignó un valor de 180000 estadios. Se cree que para ello se basó en el arco de meridiano Rodas Alejandría (trayecto marítimo) que estimó en 1/48 del meridiano, suponiendo que la distancia entre las dos ciudades era de 5000 estadios, resultarían para la circunferencia 240000 estadios, que se transformaría en 180000 si los 5000 estadios se redujeran a 3750, una cifra que fue luego aceptada tanto por Marino de Tiro como por Tolomeo. Esta desafortunada reducción alteró sustancialmente las dimensiones relativas del ecumene e

incluso la propia historia de la geografía, entendida con su primer significado, esto es como representación de la Tierra; puesto que ese error de subestimar las dimensiones del planeta se transmitió durante muchos siglos hasta llegar al Renacimiento. A partir de entonces las cuestiones relacionadas con la geodesia y la cartografía continuaron estando presentes, sobre todo, en los autores que escribían en griego. Así sucedió con Marino de Tiro a comienzos del Siglo II, recogiendo los antiguos trabajos de Eratóstenes y de Posidonio, al mismo tiempo que los ordenó hasta conseguir su propio mapa, en el que incluyó el canevas de los meridianos y de los paralelos. En la obra de Marino, descubierta y también criticada por Tolomeo, se supone que la circunferencia terrestre tiene 180000 estadios (realmente decía que cada una de sus 360 partes equivalía a 500 estadios).

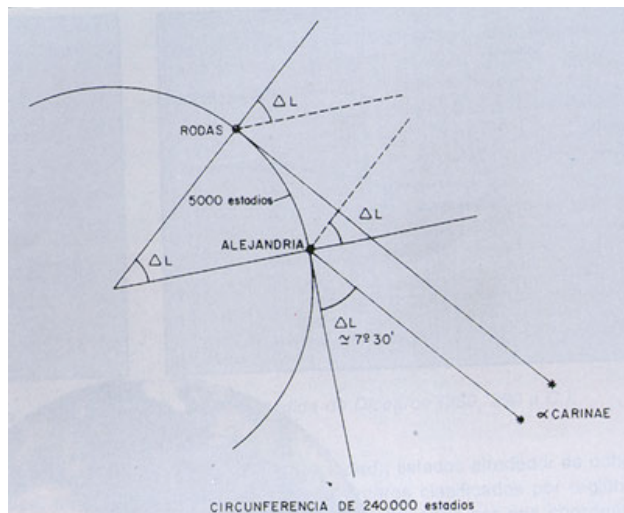


La medida de Eratóstenes (275, 195 a. C.)

Coincidiendo con el apogeo del imperio romano, y con el mandato de Marco Aurelio, aparece la obra del insigne Tolomeo (90-168 d.C.) en cuya *Composición Matemática* (Almagesto para los árabes), además de figurar la estructura geocéntrica del Universo, incluye la situación de la Tierra con sus latitudes (libros I-II), la teoría del Sol y de la Luna, especificando sus dimensiones y las de la Tierra (libros III y IV). En los trece libros de almagesto no solo recoge las aportaciones de sus predecesores sino que también incluye las propias: demuestra la esfericidad de la Tierra y emplea la Trigonometría esférica, por citar dos singulares. Tras el almagesto escribió su *Geografía*⁷, también fundamental en las Ciencias de la Tierra, perdurando sus concepciones desde entonces hasta bien entrado el Renacimiento. En el primero de los ocho libros, de que consta, trata de los principios de la geografía matemática exponiendo las generalidades correspondientes a las dimensiones de la Tierra y a la metodología cartográfica necesaria para su representación; en los restantes aparecen (casi con exclusividad), listados alrededor de ocho mil lugares clasificados por regiones e identificados por sus coordenadas geográficas: latitud y longitud. A Tolomeo debe considerársele, con toda razón, como el fundador de la ciencia geográfica, algunas de sus afirmaciones, aunque erróneas, se mantuvieron hasta el siglo pasado. El fue el primero en hablar de longitudes, en términos análogos a los actuales, y en introducir una cierta simbología en la representación cartográfica, antecedente directo de los signos convencionales. La contribución geográfica de Claudio Tolomeo puede considerarse, en resumen, como la última, y desde luego la más importante, del mundo antiguo.

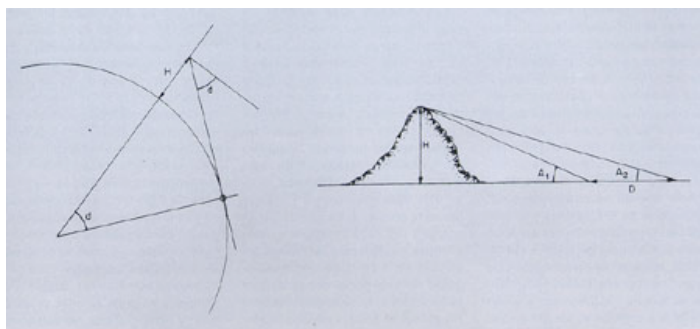
Después del gran sabio alejandrino el progreso de las ciencias geográficas sufre un cierto estancamiento, pues los romanos, aunque heredaron de los griegos, que enseñaban en las escuelas de Rodas y Alejandría, su afición a los mapas, no aportaron en este campo nada sobresaliente. La situación se agravó con la destrucción de la gran biblioteca de Alejandría y con la invasión de los bárbaros. Especial mención merece la singularidad del imperio bizantino por el marcado carácter confesional que adquirió su estado y por la consiguiente concepción errónea del mundo que adoptaron aquellos primitivos cristianos frente a la tradición griega. Indudablemente, el hecho de que la Biblia, como libro básico de la fe y de la *sabiduría*, fuese el fundamento de todo el desarrollo espiritual tuvo consecuencias negativas y perdurables. Con tal criterio solo se aceptaban las teorías clásicas que no contradijeran el texto bíblico, de manera que toda su producción geográfica adolece de tales limitaciones, como pone de manifiesto la conocida obra de Cosmas Indicopleustes, monje y viajero, que alrededor del año 547 escribió su *Topografía Cristiana*. A lo largo de la misma se afirma que la Tierra es plana y se acusa de herejes a los infieles que defienden la esfericidad terrestre, su osadía llega al extremo de pretender mofarse de ellos al afirmar que "sería insensato creer que puedan existir hombres cuyos pies estén encima de la cabeza, lugares en donde las cosas puedan suspenderse de abajo hacia arriba, árboles que crezcan al revés o lluvia que caiga subiendo".

En clara contraposición con sus homólogos de Oriente hay que situar la posición de los primeros padres de la Iglesia en el occidente medieval, ya que generalmente estaban de acuerdo con la esfericidad de la Tierra. Ese fue el caso de San Isidoro de Sevilla (570, 636) considerado como el geógrafo más universal y fecundo de su tiempo por su obra enciclopédica. Claramente defiende la esfericidad del Universo cuando asegura que la esfera de los cielos está centrada en la Tierra y que tal esfera no tiene principio ni fin. Asimismo en *De astronomía sey natura rerum* emplea varias veces la palabra globo al referirse a la Luna o a los planetas, refiriendo directamente la esfera terrestre cuando cita que el océano, extendido por toda la periferia del globo, baña casi todos los confines de su orbe. Las obras de San Isidoro llegaron a servir de modelo y fuente para muchas otras, que compartieron sus opiniones sobre la forma de la Tierra. Al obispo de Sevilla se debe además la primera representación medieval del mundo por entonces conocido, en ella, y por motivaciones religiosas, asigna cada continente a los hijos de Noé: África a Cam, Asia a Sem y Europa a Jafet. Es también sobradamente conocido que todo el orbe aparece rodeado por el océano mítico, figurando el Mediterráneo como la parte inferior de una T, que separaba Europa de África, mientras que el trazo superior simboliza el río Don, los mares Azov, Negro, Marmora y Egeo, para continuar con el río Nilo; todos ellos formaban la frontera entre Asia y los otros dos continentes. La configuración de este mapa de San Isidoro⁹, que mediatizó todas las representaciones cartográficas posteriores, hizo que durante mucho tiempo se denominara a él y a sus derivados como mapas en T en O. No obstante la cuestión de la esfericidad terrestre continuó debatiéndose muchos años después, así Santo Tomás de Aquino (1227, 1274) argumentaba que la Tierra debía ser esférica porque la posición de las constelaciones dependía del lugar de observación. La forma de la Tierra fue tratada además por autores tan celebrados como Gautier de Metz¹⁰, Sacrobosco, Roger Bacon, Alberto Magno y muchos otros, siendo realmente excepcionales los trabajos que se oponían a la esfericidad al negar la posible existencia de antípodas.



Medida de Posidonio (130, 50 a. C.)

La tradición geodésica griega, con sus mediciones de la circunferencia terrestre, fue continuada por los sabios árabes del califato de Bagdad, los cuales además de dar por supuesta la esfericidad llegaron a introducir nuevas metodologías en sus observaciones, gracias a las numerosas traducciones que se hicieron de los textos griegos y muy especialmente de los de Tolomeo. También les movía a ello la recomendación del Corán acerca de la necesidad de observar el cielo y la Tierra para encontrar en ellos pruebas a favor de su fe, en todo caso su preocupación fue más allá del puro sentimiento religioso al intentar verificar y lograr perfeccionar los valores del radio terrestre dados indirectamente por Eratóstenes y Tolomeo. Todo indica que bajo el mandato del califa al-Ma'mun no solo se calcularon las coordenadas geográficas de la Meca sino que también se realizaron, al parecer, varias mediciones de 1° de meridiano, entre los ríos Tigris y Eufrates (desierto de Sinjar), para contrastar los cálculos efectuados por los griegos. El desarrollo lineal del arco se midió mediante cuerdas debidamente alineadas sobre el terreno, sensiblemente horizontal, mientras que la amplitud angular es probable que se determinará observando la diferencia de las alturas meridianas del Sol en los dos extremos del arco, o bien a través de la diferencia de alturas del Polo sobre el horizonte de cada uno de ellos. El valor asignado al desarrollo del grado depende de la fuente consultada, aunque la cifra de 56 2/3 millas se base aparentemente, en las primeras mediciones llevadas a cabo en el siglo IX¹¹. Asimismo aparece en varias obras árabes otra medición, probablemente preislámica, mucho menos fiable (incluso por la propia orografía del terreno) realizada entre Tadmor y Raqqa (consideradas en el mismo meridiano) que arrojó un resultado de 90 millas para un grado¹².



Medidas de al-Biruni (903, 1048)

En el siglo XI al-Biruni (973-1048), el mayor genio de la civilización musulmana (junto a Avicena) midió el radio de la Tierra por un procedimiento novedoso, luego repetido en Occidente, tras desechar por falta de apoyo el intento de calcularlo con la metodología tradicional en las llanuras existentes al S.W. del Mar Caspio. En su Tahdid¹³ explica detalladamente el procedimiento seguido: Medida de la depresión del horizonte sensible, realizada desde una montaña con una altitud previamente calculada. El propio al-Biruni realizó las observaciones al S.W. de Nandana (Pakistán) a unos 110 kms. Al sur de Islamabad. Los resultados obtenidos, según él, fueron parecidos a los logrados por los equipos de al-Ma'mun, aceptando que aquellos fueron más correctos a tenor del instrumental empleado. La consideración anterior es todavía más cierta al no haber tenido en cuenta el efecto de la refracción al medir los ángulos que intervinieron en el cálculo. El radio de la Tierra dado por al-Biruni fue de 12851369 codos, resultando para el grado 224388 codos, equivalentes aproximadamente a 56 millas árabes. Asimismo realizó numerosos cálculos geodésicos y astronómicos que le permitieron mejorar sensiblemente las posiciones geográficas dadas por Tolomeo y que posteriormente incluiría en las tablas de su al-Qanun.

Casi doscientos años después aparece la obra Ibn Said (nacido en Alcalá la Real. Jaén) sobre la esfera, tratando de la extensión de la Tierra en su longitud y latitud (compilación de la Geografía de Tolomeo); lo más sobresaliente de ella, en este contexto, es el extracto que se conserva en la Biblioteca Bodleiana 1015 (II, 266), por el añadido que posee referido a la determinación de los grados por Aban Fathima. La importancia de las operaciones geodésicas realizadas por los árabes se evidencia aún más al pensar que debieron transcurrir seis siglos para que se repitieran en Francia, cuna de la geodesia moderna. Con la destrucción del gran observatorio de Samarkanda, mandado construir por el astrónomo y príncipe mongol Ulugbek (1394, 1149) con un círculo meridiano de más de 40 metros de radio, hacia el año 1460 se inicia el declive definitivo de la Ciencia Árabe medieval, confirmándose de esa forma la decadencia que ya venía padeciendo y que perviviría hasta bien entrado el siglo XIX.

La incorporación de Occidente a las operaciones geodésicas para dimensionar la Tierra se vio indudablemente favorecida por la continuada traducción de los textos árabes, que de ese modo hicieron renacer los clásicos griegos y muy especialmente los de Tolomeo. En esa actividad brilló con luz propia la famosa Academia de Toledo creada por el rey sabio y astrónomo Alfonso X (1221, 1460) en Segres o por la aún más importante Casa de Contratación de Sevilla, un centro científico crucial en su tiempo y cuyas primeras ordenanzas aparecieron el 10 de Enero de 1503¹⁴. Un tercer factor que asimismo debe reseñarse como imprescindible para el desarrollo de los conocimientos geográficos, que se vienen comentando, fue la intervención de la imprenta por Johannes Gútermborg (1397, 1468), un hecho esencial en la historia de la humanidad, que posibilitó el nuevo reconocimiento y estudio más detallado de los textos griegos, además de los propios medievales. A pesar de todo ello la cronología documentada de las mediciones de arcos no comienza hasta años más tarde. Así Leonardo da Vinci (1452, 1519) explica un método para determinar el radio de la Tierra, con su escritura especular, análogo al de Eratóstenes y lo ilustra con un gráfico.

Contemporáneo suyo fue Antonio de Nebrija (1444, 1522), quien en su obra *Introducción a la Cosmografía* (1498) recomienda la lectura de Tolomeo, a quien denomina príncipe de los geógrafos. Al ilustre humanista sevillano se le atribuye por otra parte la obra *Deratione Calendari*, que no llegó a publicar, y la medición de un grado de meridiano, la cual, de confirmarse, convertiría a Nebrija en el primer geodesta español.

Por el contrario, está constatada la medición efectuada por el francés Fernel (1485, 1558), hacia el año 1530, entre París y Amiens. La amplitud angular del arco de meridiano definido por los dos puntos la determinó como diferencia las alturas meridianas del Sol en los mismos, mientras que el desarrollo lineal lo midió mediante el número de vueltas que dieron las ruedas de su carruaje durante el recorrido entre las dos ciudades. Aunque su validez científica es más que dudosa, lo cierto es que en su cosmotheoría (1528) cifró el desarrollo de un grado en 56746 toesas de París (1 toesa u 1.949 metros). Es notorio el interés de Kepler (1571, 1630) por determinar las dimensiones de la Tierra, mencionando inclusive un procedimiento para calcular su radio, basado en la observación recíproca de las distancias cenitales de una cierta visual y en el cálculo de la distancia geométrica entre las dos estaciones. Esa fue la operación que en el año 1661 realizó el sacerdote y astrónomo italiano Riccioli (1598, 1671). Aunque con dicho método no pudieron obtenerse resultados precisos, por la incertidumbre inherente a la refracción, aplicando a sus observaciones un valor adecuado del coeficiente puede corregirse su resultado y llegar a un valor comprendido entre 55000 y 57000 toesas, en lugar de las 62900 halladas por Riccioli, para el desarrollo de un grado de meridiano. Mucho más seria en su concepción fue la medida del holandés Willebrod Snell van Roijen (1591, 1626), más conocido como Snellius, entre 1615 y 1617. Para ello unió los extremos del arco Alkmaar y Bergen op Zoom con una red de 33 triángulos, apoyándose en ellos para calcular el desarrollo del arco, cuya amplitud angular obtuvo por procedimientos astronómicos. El desarrollo del arco resultó ser de 55021 toesas, y la operación, aunque poco exacta, puede ya considerarse moderna y desde luego transcendental por el uso posterior del método que siguió al obtener el desarrollo lineal del arco mediante una triangulación¹⁵. Años más tarde, en 1635, el matemático inglés Richard Norwood (1590, 1665) obtuvo para un grado de meridiano un desarrollo de 69.2 millas, alrededor de 110.72 kms., equivalentes a 57300 toesas de París. El arco fue el comprendido entre York y Londres midiendo en su torre la altura meridiana del Sol y haciendo lo propio en la otra ciudad; así calculó la amplitud angular de 29°28' asociada a los 275 kms que midió directamente con una cadena de agrimensor rudimentaria. Tales mediciones de gradol, con resultados tan dispares, fueron determinantes para que la Academia de Ciencias francesa decidiera efectuar una medición más rigurosa que resolviera, en lo posible, el problema planteado. Con su resolución, encomendada como es sabido a Jean Picard (1620, 1682), se inicia verdaderamente la Geodesia de precisión.

Ciertamente, la primera medida geodésica precisa fue la que realizó el abad francés entre las ciudades de Amiens y Malvoisine, a lo largo de los años 1668 y 1670. El desarrollo del arco de meridiano así definido lo obtuvo gracias a la cadena de 13 triángulos que estableció a lo largo del mismo, introduciendo la escala, con dos bases de 5663 toesas y 3902 toesas, llegó a que un grado de meridiano equivalía a 57060 toesas. Las latitudes extremas y por tanto la amplitud angular del arco las dedujo en función de la distancia cenital y meridiana de la estesa de Caspea, medida en las dos ciudades citadas. El acimut lo determinó observando la estrella polar en su máxima digresión. Suponiendo la Tierra esférica obtuvo para su radio un valor de 6365 km., un resultado nuevo y de suma importancia, asegurándose con frecuencia que sirvió a Newton para confirmar su hipótesis de la gravitación universal¹⁶. La contrapartida que Newton ofreció a la Geodesia no pudo ser más espectacular y revolucionaria, ya que consiguió demostrar que el modelo esférico supuesto hasta entonces como ideal para la superficie terrestre debía ser sustituido por otro elipsoidal. En cualquier caso, con la medición de Picard se cumplió el doble objetivo geodésico y geográfico contemplado en el programa fundacional de la Academia de Ciencia (1666): *medir la magnitud de la Tierra y pretender confeccionar mapas más exactos*. Puede afirmarse sin exageración que a Jean Picard se le debe la renovación de las técnicas y de los métodos de observación astronómico-geodésicos en que se apoyaría la Geodesia en los sucesivos. Baste decir que el diseño las nivelaciones geométricas y trigonométricas como procedimientos ideales para obtener las altitudes de los puntos sobre el nivel del mar¹⁷ y poder así representar con fiabilidad la superficie topográfica, propiciando también la reducción, al nivel anterior, de las mediciones en ella efectuadas.

La primera comprobación de la variabilidad de la curvatura terrestre se realizó cuando se prolongó el meridiano de París en los dos sentidos: al Norte de Amiens y al sur de Malvoisine. Aunque la idea fue de Picard, el ejecutor y director del proyecto fue G.D. Cassini (1625, 1712), tanto para su finalización con la ayuda de su hijo Jacques, los Miraldi y los La Hire. La medición duró desde 1683 hasta 1718 y apareció resumida en 1723 con la obra *Traité de la Grandeur et de la Figure de la Terre*, incluyendo para el desarrollo de un grado de meridiano los valores siguientes:

París-Colliure.....57097 toesas
París-Dunkerque.....56960 toesas

Tales resultados llevaron a sus autores y especialmente a los Cassini, a pensar que la Tierra era un elipsoide de revolución alargado según la línea de los polos, con una excentricidad¹⁸ dada por:

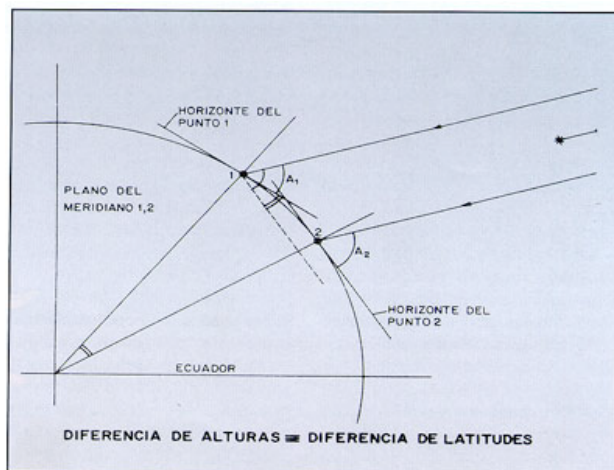
$$e^2 = \frac{b^2 - a^2}{a^2} = 0.144$$

Al ser ese modelo experimental opuesto al teórico previamente expuesto por Newton¹⁹ (1642, 1727), y también por Huygens (1629, 1695), se originó formalmente una encendida polémica que dominó gran parte de los comentarios científicos del siglo de la ilustración, llegando inclusive a dividir la comunidad científica en dos sectores radicalmente enfrentados.

Las continuas discusiones sobre la forma de la Tierra, en algunas ocasiones demasiado virulentas, hicieron que la Academia de Ciencias decidiera zanjar la cuestión y subvencionar el proyecto que en el año 1735 le presentara Godin para medir grados de meridiano de Ecuador. Poco tiempo después fue Maupertius el que propondría una operación parecida en la zona polar, siendo también aceptada su proposición. De esa manera quedaría definitivamente resuelta la polémica ya que el radio de curvatura del meridiano elíptico sería mínimo en el primer caso y mucho mayor en el segundo (máximo en los polos). Las comunicaciones de Godin y de Maupertius propiciaron pues las dos expediciones geodésicas, una a latitudes ecuatoriales y otra a latitudes polares, siendo el ministro Maurepas el encargado de realizar las gestiones diplomáticas ante los gobiernos de España y Suecia para conseguir las autorizaciones pertinentes, y poder así realizar los trabajos en el virreinato de Perú y en el golfo de Botnia. Los resultados de estas dos expediciones científicas, tan fundamentales en el desarrollo posterior de la Geodesia, marcaron la ciencia de todo el siglo XVIII al hacer prevalecer finalmente el modelo de Tierra newtoniano (elipsoide oblato) frente al modelo de Tierra cartesiano (elipsoide Prolato). Esa circunstancia hizo que Voltaire, con su habitual sarcasmo, le comunicara a Maupertius que con el resultado de su expedición no sólo había aplastado la Tierra sino también a los Cassini.

Maupertius (1698, 1759) ferviente partidario de Newton, dirigió la expedición a Laponia, contando con la colaboración de personajes tan ilustres como Celsius o Clairaut, el gran matemático que alcanzaría renombre por sus posteriores trabajos. La operación duró poco más de un año (entre 1736 y 1737), determinándose el desarrollo del arco gracias a una triangulación que discurría sensiblemente por el río Tornéa y la amplitud angular a través de las distancias cenitales meridianas de las estrellas a y d de Dragón. Los resultados calculados sobre el terreno permitieron estimar en 111949 metros el desarrollo lineal de un grado de meridiano. De vuelta a Francia, Maupertius y Clairaut calcularon de nuevo el desarrollo del grado de Picard, hallando 111452 metros en esta ocasión. Como por otra parte las observaciones pendulares de Clairaut²⁰ (1713, 1765) confirmaron que la longitud del péndulo, que batía

segundos, era menor en París que en Kittis (al norte del golfo de Botnia), ambos matemáticos aseguraron que la Tierra era un elipsoide achatado por los polos, determinando incluso su aplastamiento α u 1:17821.



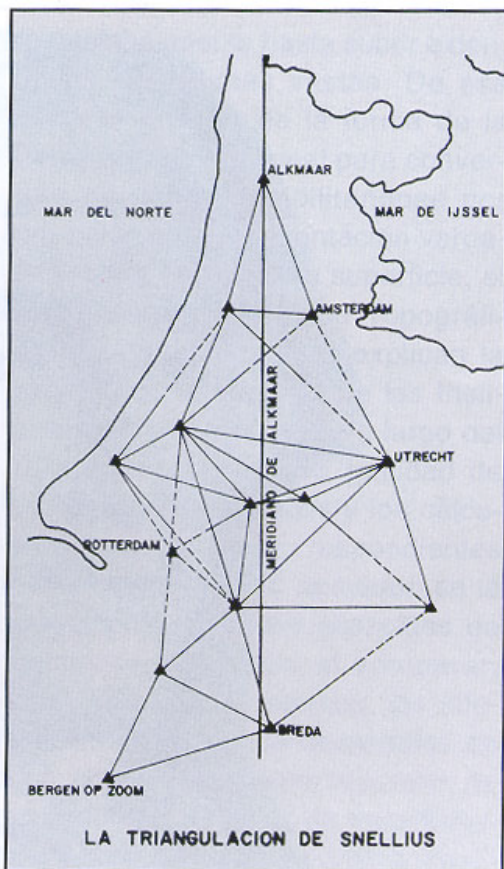
Alturas meridianas del Sol

Durante ese tiempo la expedición geodésica del virreinato de Perú continuaba con sus trabajos (la misión se inició formalmente el 16 de Mayo de 1735), en los que tuvieron que superar numerosas dificultades y padecer toda clase de calamidades. Al frente de la misma se situó al astrónomo Godin (1704, 1760), participando además el matemático Bouguer (1698, 1758), el químico y geógrafo La Condamine (1701, 1774), dos oficiales de la marina españoles: el alicantino Jorge Juan y Santacilla (1713, 1773) y el sevillano Antonio de Ulloa y de la Torre-Guiral (1716, 1795), además de un numeroso personal subalterno. Las relaciones entre ellos se deterioraron tan rápidamente que pronto dejó de haber un único proyecto, realizándose por tanto medidas independientes: unas por el grupo de Godin y los españoles, y otras por Bouguer y La Condamine. La amplitud del arco, situado en el entorno de Quito, fue próxima a los tres grados, determinándose su amplitud angular (diferencia de latitudes entre los extremos del arco considerado) mediante observaciones de la estrella Ide Orión. Los desarrollos lineales asociados a un grado de meridiano fueron, en función de las circunstancias referidas, dispares; aunque los resultados originales se expresaron en toesas, su equivalencia en metros sería aproximadamente:

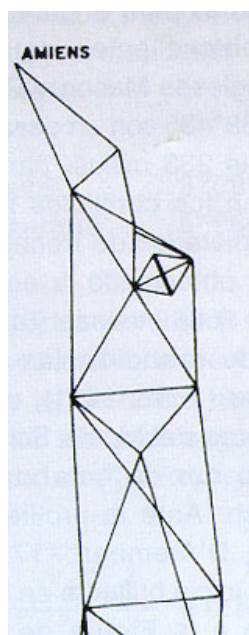
Godin.....	110651 ms.
Bouguer22.....	110639 ms.
La Condamine.....	110645 ms.
J. Juan.....	110633 ms.
A. Ulloa.....	110648 ms.

Finalizada la operación geodésica (1743), se enfrentaron definitivamente Bourguer y La Condamine, publicándose independientemente sus conclusiones tras innumerables discusiones. No sucedió así con los españoles que actuaron al anísomo, apareciendo en el año 1748 su célebre *Relación Histórica del viaje hecho a la América Meridional, hecho de orden de S. Mag. para medir algunos grados de Meridiano Terrestre, y venir por ellos en conocimiento de la verdadera figura, y magnitud de la Tierra, con otras varias observaciones astronómicas, y físicas*.

Como puede suponerse, la relación exitosa de las dos operaciones que acaban de comentarse fue el detonante para toda una serie de observaciones geodésicas (luego continuadas en el siglo XIX) que si bien no fueron tan trascendentes como aquellas, también contribuyeron a que se comenzase a comprender que la figura de la Tierra era asimilable al elipsoide oblató (aunque todavía no se conociera muy exactamente su aplastamiento) y que las montañas inducían desviaciones de la vertical²³, tal como ya había constatado Bouguer durante sus observaciones en las inmediaciones del Chimborazo. A ese conjunto de medidas pertenecen la reobservación del meridiano de París y la del paralelo del Brest, París y Estrasburgo (en las que La Caille (1713, 1762) ideó un nuevo método para medir las diferencias de longitudes), previamente realizada por Jacques Cassini y su hijo Cassini de Thuury, confirmándose con ambas, nuevamente, la hipótesis newtoniana. La comprobación de que ese fenómeno del aplastamiento era simétrico la realizó también La Caille, durante su viaje al Cabo de Buena Esperanza (1752) para hacer observaciones astronómicas y para medir la distancia de la Tierra a la Luna en colaboración con Lalande, otro astrónomo francés que se desplazó a tal efecto a Berlín. Una vez en el Cabo, mediante una triangulación compuesta por cuatro triángulos, apoyados en una base de 6467.25 toesas, calculó el desarrollo del grado, a una latitud media de 33°18', resultando ser de 57037 toesas²⁴. Puede decirse que con esta expedición de La Caille finalizó la controversia del aplastamiento al inclinarse definitivamente la balanza del lado de los newtonianos.

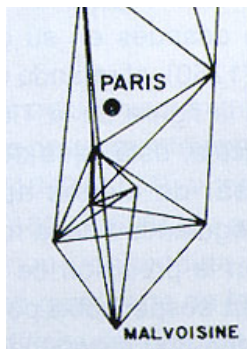


A pesar de que la opinión científica comenzó a ser unánime a partir de entonces, las medidas de grado continuaron durante casi doscientos años más. Entre ellas deben destacarse las del jesuita croata Boscovitch (1711, 1787), efectuadas en los estados pontificios (entre Roma y Rimini) durante el año 1754, con el resultado de 56973 toesas para el grado. Son asimismo sobresalientes las realizadas por los ingleses Mason y Dixon en el paralelo 39°43', con un desarrollo cercano a las 233 millas, para resolver de camino los conflictos fronterizos entre propietarios de Pennsylvania y Mariland, obteniendo la equivalencia entre 1° y 56888 toesas. También son dignas de mención las que hizo Maskelyne (1732, 1811), en Escocia (alrededores del Minto Schiehallion), contando con la colaboración de Cavendish. Ante la proliferación de medidas, D'Alembert (1717, 1783) emitió un juicio brillante en su artículo dedicado a la Figura de la Tierra, reeditado después en su gran Enciclopedia (1750), afirmando que el problema de la figura de la Tierra, a pequeña escala, está lejos de resolverse. A pesar de ciertas apariencias como la regularidad de la rotación del globo (con la precisión de la época). D'Alembert sospechaba por otra parte que dicha figura dependería de su constitución interna, de su estratificación en capas, de su grado de fluidez, de su historia. Siendo consciente de los resultados de sus propios trabajos y de los previstos para los que estaba desarrollando, añadió que había que saber y esperar hasta que el tiempo procurase nueva luz. La luz llegaría parcialmente a comienzos del siglo XIX con las aportaciones de Gauss (1777, 1855), y Helmert (1843, 1917), a los que se debe la introducción del geoide del campo gravitatorio y por tanto perpendicular en todos sus puntos a las correspondientes verticales físicas. Mucho más reciente es la ampliación del conocimiento geodésico auspiciado por la era espacial y el consiguiente apogeo de una nueva rama de la Geodesia, la Geodesia global o de satélites, que sin embargo ha venido a comprobar la bondad de los métodos clásicos al evaluar los semiejes y aplastamiento del elipsoide y a concretar, en gran medida, la posición relativa de dicha superficie matemática y de la superficie física del geoide.



También debe ser notorio que el progreso científico, ciertamente indudable, adquirido a esta altura del siglo XVIII no había logrado resolver el difícil problema de encontrar una medida única de carácter universal para cuantificar precisamente el desarrollo de los arcos medidos. No obstante, en esa coyuntura histórica fue cuando se sentaron las bases de su solución definitiva al constituirse, dentro de la Academia de Ciencias francesa, la Comisión de Pesas y Medidas, que tan decisivo papel jugaría para el posterior progreso de la Ciencias con la implantación del Sistema Métrico Decimal. La comisión creada en 1790, a propuesta de la Asamblea Constituyente, apuntó finalmente como unidad de las medidas de longitud la diezmillonésima parte del cuarto de meridiano, decidiendo además que había de medirse un arco suficientemente amplio a ambos lados del paralelo 45 y fijando sus dos extremos en Dunkerque y Barcelona²⁵. Los responsables de la operación fueron Mechain (1744, 1804) y Delambre (1749, 1822), el cual se convertiría más adelante en su artífice principal. Aunque los trabajos comenzaron a finales de Junio del año 1792, tuvieron que suspenderse ante el paréntesis obligado de la Revolución. Reanudados en 1795, año en que se vuelve a crear la Comisión, los dos astrónomos franceses pudieron continuar su tarea ininterrumpidamente. Delambre se responsabilizó de la parte septentrional y Mechain del segmento más meridional (de hecho inició sus trabajos en Barcelona). La observación de la cadena triangulada, que

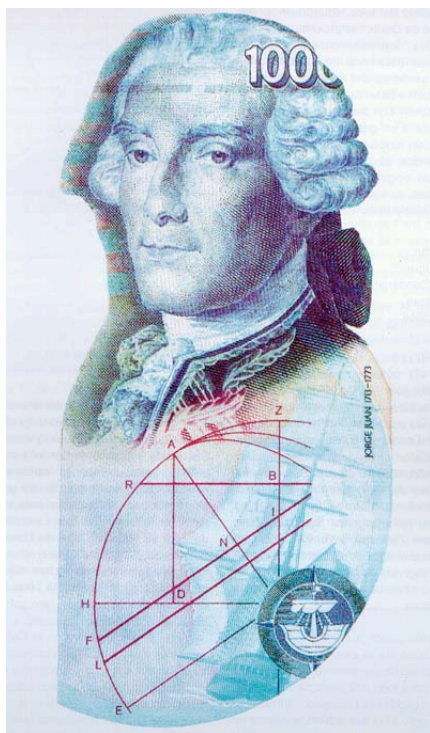
constaba de 94 triángulos, se prosiguió a partir de 1795 en el punto en que se había suspendido, ultimándose los trabajos de campo en 1798. La determinación de la latitud se logró tras observar varias estrellas que culminaban prácticamente en el cenit de las estaciones, con la disminución consabida de la refracción, sin embargo observaron además las culminaciones de otras estrellas circumpolares, como la Polar, teniendo en cuenta las correcciones necesarias. La orientación de la cadena y su control se logró calculando el acimut astronómico, de varios de sus lados, en cinco estaciones: Watten, París, Bourges, Carcassonne y Montjuich, evidenciándose al transmitirlo la calidad de las observaciones.



Triangulación de Picard

Quedaba pendiente la difícil cuestión del aplastamiento, imprescindible para conocer el desarrollo del cuarto de meridiano. Para ello se compararon los desarrollos de grado obtenidos:

Dunkerque – París.....(57082.61 T)
 París – Evau.....(56978.03 T)
 Carcassonne – Montjuich.....(56946.62 T),



Jorge Juan en un billete de curso legal.

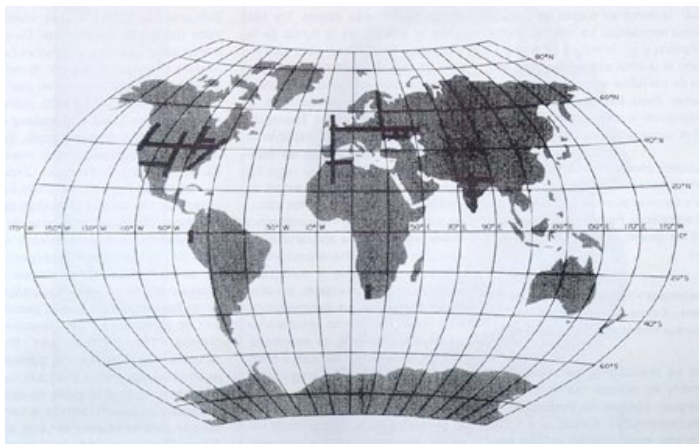
Con los previamente conocidos. Delambre se decidió por el arco de Bourguer aunque no propusiera el aplastamiento así hallado $\alpha = 1/315$ sino otro modificado ($\alpha = 1/308.64$). No obstante la Comisión Internacional eligió en función de sus cálculos el valor $\alpha = 1/334$, de acuerdo con su dictamen resultan que los 107 metros del cuarto de meridiano equivalían a 5130740 toesas, si bien hoy día se admite que su desarrollo es próximo a 10001957 metros²⁶ (IERS 89).

A mediados de 1799 Lenoir construyó los prototipos correspondientes que fueron presentados al Consejo de los Quinientos y al de Ancianos el 3 de Julio de 1799 (previamente se había depositado, en los Archivos Nacionales, el prototipo de platino iridiano en forma de regla) por Van Swinden en nombre de la Comisión, creándose así el Sistema Métrico Decimal, también conocido después como sistema Métrico. Cuando, hacia 1810, Delambre presentó a Napoleón los tres tomos sobre las bases del Sistema, le dijo el emperador "Las conquistas pasan pero estas operaciones permanecen".

La medición de la Tierra continuó durante el siglo XIX no solo con el establecimiento de cadenas triangulares a lo largo de meridianos, sino que esas redes geodésicas se fueron extendiendo paulatinamente hasta cubrir extensiones mucho más vastas. De esa forma, el análisis de la forma de la Tierra dejó de ser lineal para convertirse en zonal, posibilitándose por otra parte una representación verdaderamente fiable de su superficie, el luego denominado Mapa Topográfico. Esas circunstancias explican la creación de la mayoría de las Instituciones Cartográficas a lo largo del siglo. Evidentemente la realidad de los mapas Topográficos y los cálculos previos de las correspondientes redes geodésicas se apoyaron en la aparición de variados elipsoides de revolución obtenidos al comparar, como ya se ha comentado, los diferentes valores de los desarrollos de las medidas de arco de meridiano, más sobresalientes, se citan a continuación las que incluyó Arago en su Astronomía Popular (1859).

El general William Mudge midió entre los años 1800 y 1802 el arco comprendido entre Dunnose, en la isla de Wight y Clifton, en el Yorkshire, con el resultado de 57066 toesas para el valor de un grado en Inglaterra. El coronel Lambton obtuvo, entre 1802 y 1803, un valor de 57037 toesas referido al grado de meridiano de Bengala (Tudandeporum y Pandree). Otra medida iniciada por él fue ultimada por el capitán Everest en 1825, mediante una vasta operación comprendida entre Punnae y Kullianpoor, con un resultado de 56773 toesas para el valor medio de un grado. Continuaba Arago citando la medida de los astrónomos de Turin, Carlini y Plana, realizada entre los años 1821 y 1823 en el meridiano Andrate-Mondovi hallado un desarrollo de 57687 para el grado medio. Entre 1821 y 1831 W. Struve, con la ayuda de Wrangel, mide el meridiano de Dorpat entre los paralelos de la Isla de Hochand, en el golfo de Finlandia, y de Jacobstadt en Courlande, el resultado fue de 57136 toesas para el grado de meridiano. Las operaciones geodésicas dirigidas por Gauss en Hannover (1821, 1824) permitieron obtener el valor de 57127 toesas para el grado relativo al arco comprendido entre Göttingen y Altona. En la misma época obtuvo Schumacher 57093

toesas como valor del grado meridiano en Dinamarca, entre Lauemburg y Llysabel. La relación la termina Arago con la medida efectuada por Bessel y su discípulo Baeyer entre 1831 y 1836, sobre el meridiano de Trunz, Koëningsberg y Memel, encontrando que el grado, de la entonces denominada Prusia oriental, equivalía a 57144 toesas. Como es natural las medidas de arcos no finalizaron con las que se acaban de relacionar sino que continuaron desarrollándose hasta bien entrado el siglo XX, deben citarse al respecto las de los ingleses Colby, James y Clarke o las de paralelo efectuadas en los Estados Unidos, que se describen en la memoria *The Transcontinental Triangulation and the American Arc of the Parallel*, publicada en Washington en el año 1900. De la concienciación al respecto da idea la creación en Berlín (1862) de la *Asociación para la Medida de Arco en Europa Central*, presidida por Baeyer, transformada poco después en *Asociación para la Medición de Arcos de Meridiano y de Paralelo en Europa* (1867), y en *Asociación Geodésica Internacional para la medición de la Tierra* (1887), el más directo antecedente de la actual Unión Geodésica y Geofísica Internacional, fundada en 1919. Hay que hacer notar a este propósito el prestigio alcanzado por el geodesta español Carlos Ibáñez que presidió la Asociación Geodésica Internacional desde 1874 hasta su muerte, siendo reelegido siempre por unanimidad. Gracias a la colaboración internacional se lograron medir arcos de gran desarrollo: El anglo-franco-español con 27° y 3000 kms., el ruso-escandinavo de 25°3' y 2800 kms y los dos de la India con 21° 3' u 2400kms y 19°2' u 2100 kms., además del arco americano con 23° de amplitud y un desarrollo de 2600 kms. De entre todos los modelos elipsoidales del siglo XIX, que nacieron al amparo de tales operaciones geodésicas, se relacionan en el cuadro adjunto solo aquellos que se han considerado más significativos por su utilidad geodésica y cartográfica posterior. Para su identificación se indican los parámetros que los definen, el autor y los países en que fueron utilizados.



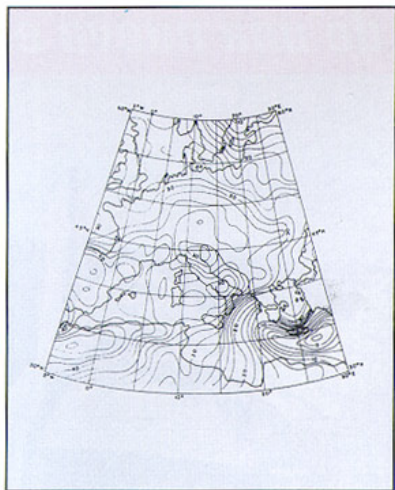
Principales arcos de meridiano y de paralelo, medidos en el periodo clásico, antes de 1914.

Año	Autor	Semieje mayor (km)	Aplastamiento	Países en que se usaron
1830	EVEREST	6377.276345	1/300.8017	India, Burma, Ceylan, Malasia (P)
1841	BESSEL	6377.397155	1/299.1528	Europa Central, Chile, China
1849	AIRY	6377.563396	1/299.3249	Gran Bretaña
1858	CLARKE	6378.294	1/294.261	Australia
1860	STRUVE	6378.2983	1/294.73	España, Rusia
1866	CLARKE	6378.2064	1/298.97866982	Norte América
1876	ANDRAE	6377.10443	1/300.0	Dinamarca, Islandia
1880	CLARKE	6378.24917	1/293.465	Francia y Africa

La especificación de las etapas más señaladas de la Geodesia contemporánea debe empezar todavía con las mediciones de grado que recomendó la Asociación Internacional coincidiendo con su creación: un arco polar en las proximidades del archipiélago de Spitsbergen y otro ecuatorial, precisamente, en la República del Ecuador. El primero de ellos se midió entre los años 1898 y 1902, resultando una amplitud de 4°10' con una latitud media de 78°43', encargándose los equipos rusos de la parte septentrional y los suecos de la meridional. La triangulación se calculó sobre el elipsoide de Bessel, determinándose también los valores de la gravedad en once estaciones.

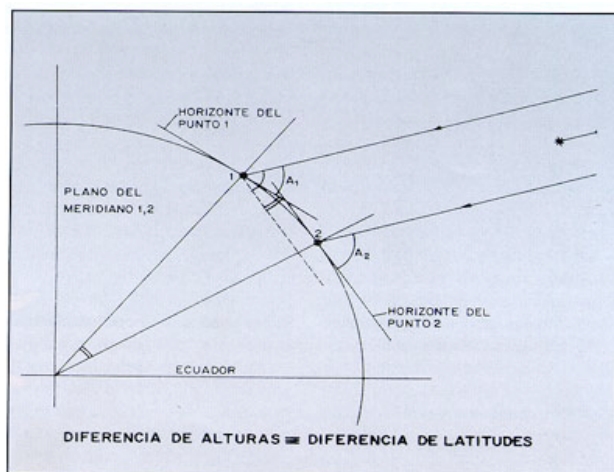
Como sucediera en el siglo XVIII, la medida del arco polar se acompañó de otra ecuatorial, aunque en esta ocasión decidiera la Asociación que la amplitud fuese mayor (5° ó 6°) y que se tomaran todas las precauciones necesarias para que la medida alcanzase la exactitud esperada en esta época. (La misión llegó a Guayaquil en Junio de 1901 y no finalizó sus trabajos hasta el año 1907). La triangulación se extendió desde el Sur de Colombia al Norte de Perú, calculándose todos sus vértices sobre el elipsoide de Clarke (1880).

Aunque las medidas anteriores contribuyeran en mayor o menor proporción a la aparición de nuevos elipsoides, no aportaron novedad alguna en relación a los valores de los parámetros previamente fijados: alrededor de 6738 km para el semieje mayor y una magnitud comprendida entre 1/293 y 1/300 para el aplastamiento. Si bien el resultado puede parecer sorprendente dado que las últimas operaciones²⁷ fueron mucho más precisas que todas las realizadas en los dos siglos anteriores, no es desde luego extraño, puesto que con ese procedimiento, también conocido como método de los arcos, no podía alcanzarse mayor aproximación al no tener en cuenta las desviaciones de la vertical y los valores de la intensidad de la gravedad. Habida cuenta que los parámetros de los modelos elipsoidicos eran diferentes y las discrepancias no eran achacables a los posibles errores cometidos en las observaciones, se llegó a la conclusión de que la figura de la Tierra solo podía considerarse elipsoidal con un cierto grado de aproximación. Por otra parte se evidenció la necesidad de recurrir a otra metodología para encontrar un modelo de mayor ajuste. Con el nuevo procedimiento la zona objeto de estudio no fue ya lineal sino que pasó a tener una cierta extensión, abarcando en ocasiones grandes superficies, de ahí que fuera pronto conocido como método de las áreas, consiguiéndose así los primeros elip-soides realmente próximos al geoide y por tanto unas representaciones fiables del mismo. El método fue en principio preconizado por Helmert y llevado a la práctica por Hayford.



Fragmento Europeo del GEOIDE COLUMBUS Heiskanen (1957)

El geoide debe entenderse como una superficie equipotencial del campo gravitatorio que coincide sensiblemente con el nivel medio del mar supuesto en reposo. Tal superficie física puede y debe suponerse prolongada bajo los continentes e identificarla como la forma matemática de la Tierra. Sin embargo su formulación sigue entrañando una complejidad tan elevada que desde siempre se ha pretendido ajustarle otras superficies más simples, ese es el caso del elipsoide de revolución, denominado terrestre a propuesta de Helmert.



Localización espacial de un satélite artificial

Aunque fuera ideado por Helmert, la primera realización práctica del método astronómico geodésico de las áreas se debe al geodesta norteamericano Hayford (1868, 1925), que la basó en las redes geodésicas y astronómicas de Estados Unidos. Analizando las discrepancias observadas entre las coordenadas determinadas por métodos exclusivamente astronómicos y las obtenidas a través de la geometría de un cierto elipsoide (las desviaciones de la vertical), en numerosos vértices de dichas redes y utilizando la hipótesis isostática de Pratt, dedujo los parámetros más probables para el elipsoide. Los primeros resultados los publicó en el año 1909 con el título *Figure of the Earth and isostasy from measurements in the United States*, apareciendo los valores:

Semieje mayor o radio ecuatorial.....	6378388 metros.
Inerso del aplastamiento.....	297.0
Semieje menor o polar.....	6356909 metros.

Es notorio que este elipsoide comenzó a ser conocido como *elipsoide internacional* a raíz de la resolución tomada por el Comité Ejecutivo de la sección de Geodésia, integrada en la Unión Geodésica y Geofísica Internacional, reunido en Madrid el 24 de septiembre de 1924. En colaboración con el también americano Bowie determinó gravimétricamente el achatamiento polar reduciendo las numerosas medidas de la gravedad con que ya contaban, así llegaron ambos a unos valores prácticamente coincidentes con el que previamente había aparecido en la referida publicación.

EL SISTEMA GEODESICO MUNDIAL DE 1984 (WGS 84)

- Sistema geocéntrico, con origen en el centro de masas de la Tierra (geocentro).
- El eje de las zetas es paralelo a la dirección del polo medio internacional (polo medio de 1903) definido por el B.I.H.
- El eje de las abscisas es la intersección del ecuador medio con el meridiano origen de Greenwich.
- El eje de las ordenadas es también ecuatorial de manera que forme con los otros dos un triedro trirectangular "dextrorsum".
- El modelo terrestre es un elipsoide de revolución cuyos ejes son $a=6378137 \text{ m} \pm 2\text{m}$, $b=6356752.3 \text{ m} \pm 2\text{m}$ ($\alpha=1/298.257223563$)
- La constante gravitacional, incluyendo la masa atmosférica es $\mu = GM = 3986005 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \pm 0.6 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$.
- La velocidad de rotación es $\omega = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s} \pm 0.15 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s}$.
- Coeficiente armónico zonal de segundo grado del geopotencial $\bar{C}_{2,0} = -48416685 \cdot 10^{-11} \pm 1.3 \cdot 10^{-9}$.

Si no se incluye la atmósfera los valores de la constante gravitacional y de la velocidad de rotación serían:

$$\mu' = GM' = 3986001.5 \cdot 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2 \text{ y } \omega' = 7292115.8553 \cdot 10^{-11} + 4.3 \cdot 10^{-15} \text{ Tu rad/s.}$$

Siendo Tu las centurias julianas a partir de J2000.

A este sistema se refieren todas las observaciones GPS, habiéndose definido a partir de diferentes mediciones geodésicas: gravitatorias, de la desviación de la vertical, satélites TRANSIT (Observaciones Doppler), observaciones VLBI, observaciones láser a satélites,...

La metodología de Hayford fue seguida por otros geodestas, como el finlandés (luego afincado en EE.UU.) Heiskanen, (1971), el cual estudiando los datos europeos y americanos hizo una importante labor de síntesis, entre 1925 y 1935, proponiendo modelos alternativos, para el elipsoide, obtenidos por métodos astrogeodésicos. Su aportación gravimétrica más significativa fue el valor que obtuvo de 9.78049 ms^{-2} para la gravedad ecuatorial, ajustando un conjunto de medidas isostáticamente reducidas. Heiskanen procedió con el sistema de Airy de forma análoga a como hizo Hayford con el de Pratt, es decir, dándole formulación matemática con fines geodésicos, y aplicándolo generalizadamente. Fue asimismo brillante su determinación gravimétrica del geode durante su estancia en la Universidad estatal de Ohio, fruto de un proyecto de investigación realizado entre 1955 y 1957 que se apoyó en los datos proporcionados por numerosos levantamientos gravimétricos. El resultado lo publicó en el año 1957 con el nombre de Geode de Columbus (Columbus es la capital del estado de Ohio), estando solamente referido al hemisferio Norte y construido sobre el elipsoide de Hayford con una equidistancia de dos metros²⁹. Otro de los geodesta que usó, en sus comienzos, el método de las áreas para estudiar la forma y dimensiones del elipsoide más probable fue el ruso Krasovsky (1878, 1948). Su primera conclusión de que el elipsoide de Bessel no era el que producía mejores ajustes, fue plenamente ratificada por las investigaciones que él mismo dirigió, en colaboración con Izótov. Los trabajos realizados en la extensa red geodésica de la desaparecida URSS, hicieron que en 1940 recomendará la adopción de un nuevo elipsoide, finalmente aprobado en 1946, con los parámetros:

Semieje mayor $a = 6378345$ metros.
Aplastamiento $\alpha = 1/298.3$.

Sin duda esta determinación fue la más exacta realizada hasta entonces, al haber hecho intervenir en la misma no solo los datos de las triangulaciones sino también los de su extensa red gravimétrica, además de incluir observaciones realizadas en Europa Occidental y en los EE.UU. Krasovsky debe considerarse como el principal impulsor de la llamada nivelación astro-gravimétrica, después perfeccionada por Molodtensky, como medio para obtener directamente la figura de la superficie física de la Tierra y de su campo gravitatorio externo, así como para resolver definitivamente el problema de la reducción de los datos observados sobre la superficie topográfica al elipsoide de referencia.

La solución del problema anterior no puede lograrse sin un conocimiento previo de las altitudes, otro de los objetivos fundamentales de la gravimetría. Es obvio que esa tercera coordenada es necesaria para fijar completa y espacialmente los puntos de la superficie topográfica. La fijación de dicha superficie puede hacerse con relación a las dos superficies que se vienen comentando: el geode o el elipsoide. En el primer caso la distancia del punto a la superficie sería la denominada altitud ortométrica y en el segundo la conocida como altitud geométrica. Al tratarse el geode de una superficie equipotencial es evidente que la relación entre la altitud y el potencial del punto es manifiesta (de hecho comienza a considerarse el potencial como la tercera coordenada), el cociente entre él y la aceleración de la gravedad es precisamente la altitud. Surgen así diferentes denominaciones en función del valor de la gravedad que se estime más ajustado al real. Es sabido por otro lado que la representación de la superficie topográfica se superpone a la imagen plana del elipsoide cartográfico elegido como referencia, en forma de curvas de nivel. Consecuentemente el Mapa Topográfico permite hallar indirectamente las superficies a partir de las cuales se hayan contado las altitudes en él representadas. No obstante no conviene olvidar que se hace abstracción del relieve al analizar únicamente las dimensiones y forma de la Tierra, habida cuenta de su insignificancia cuando se compara con el radio medio³⁰ de la misma ($R \approx 6371 \text{ km}$).

Alcanzada ya la mitad del siglo XX procede hacer un balance del estado del conocimiento geodésico, antes de abordar su más reciente y extraordinario desarrollo. El resumen puede comenzarse con la afirmación de que por aquel entonces se sabía que las ondulaciones o alturas del geode con relación al elipsoide de revolución eran menores de 100 metros, siendo el modelo más representativo el propuesto por Krasovsky: $\alpha = 1/298.3$, $\alpha = 6378.245 \text{ kms}$. Igualmente era conocida la posibilidad de evaluar tales discrepancias por dos procedimientos: uno astrogeodésico, comparando las coordenadas astronómicas con

las geodésicas de una serie de puntos ligados por una triangulación homogénea, y otro esencialmente gravimétrico, analizando los valores observados de la gravedad y sus valores teóricos puntuales, siendo conscientes de la necesidad de densificar las observaciones gravimétricas para obtener representaciones feddignas del geode y de que el problema gravimétrico en el mar debía resolverse de forma más rigurosa³¹.

Asimismo se tenía la certeza de que el nivel medio del mar equivalía a una superficie equipotencial del campo gravítico con márgenes decimétricos, pudiendo medirse los desplazamientos del polo y las mareas terrestres. Sin embargo las medidas sistemáticas de las diferencias de longitudes no había podido confirmar todavía la deriva continental o si se prefiere a separación de placas tectónicas, tampoco había podido establecer una red geodésica mundial, al ser imposibles los enlaces intercontinentales, con la consiguiente falta de comprobación en aquellos sistemas geodésicos aislados cuyas posiciones relativas estaban afectadas de errores hectométricos. Aunque se comenzaba a medir la caída libre de los cuerpos y a hallar por tanto la gravedad absoluta, no era posible aún extrapolar al espacio el campo de la gravedad superficial.

Fue precisamente en esos años cuando se inició la revolución tecnológica que desembocó en el desarrollo informático, el cual no solo supuso un aumento en la velocidad de los cálculos geodésicos sino que logró modificar la propia concepción de los problemas geodésicos, al poder solucionar muchas cuestiones que permanecían latentes y sin resolver por el volumen de cálculos requerido. Así sucedió con la geodesia espacial, hecha posible a raíz del lanzamiento del satélite artificial (Sputnik, 4. X. 1957), ya que por primera vez pudieron usarse objetos del espacio exterior, pasivos o activos, para posicionar puntos de la superficie terrestre sin la limitación impuesta por la intervisibilidad, una condición imprescindible para los métodos terrestres convencionales. Por otra parte, la escasa altitud de los satélites ofreció la oportunidad de estudiar la geometría del campo de gravedad de la Tierra., basándose en las observaciones directas de sus trayectorias perturbadas, que sin embargo eran y son predecibles al conocer el campo gravitatorio externo. El progreso alcanzado con el auge de esta nueva vertiente de la geodesia no se ha limitado a perfeccionar la medición de la Tierra sino que otras ramas de las Ciencias se han beneficiado de las modernas técnicas geodésicas y naturalmente de sus resultados: Geofísica, Ciencia espacial, Astronomía y Oceanografía son cuatro ejemplos muy notables. Particularmente fructífera viene siendo la relación geodesia – geofísica, debiendo señalar como hecho más sobresaliente que desde los años 70 se acepta universalmente la tectónica de placas. Hoy día es también incontestable que las velocidades de sus desplazamientos son perfectamente medibles con la tecnología astronómico-geodésica³², siendo la geodesia la encargada de proporcionar mayor información sobre la geometría de tales movimientos.

En una primera aproximación el plano orbital y la propia posición espacial del satélite se identifican con los

parámetros orbitales o de Kepler: A , e , i , Ω , ω y M , correspondientes respectivamente al semieje mayor, a la excentricidad de la órbita, a la inclinación de su plano sobre el ecuador terrestre, a la ascensión recta del nodo ascendente, al argumento de perigeo y a la anomalía media. Durante el movimiento real del satélite no solo es su anomalía media la que varía con el tiempo sino que lo hacen el resto de las

constantes keplerianas, de modo que tales constantes y sus variaciones $\dot{A}$, $\dot{e}$, $\dot{i}$, $\dot{\Omega}$, $\dot{\omega}$ y $\dot{M}$ deben de ser conocidas en cualquier instante para poder calcular la posición del satélite en el mismo (dichas derivadas pueden evaluarse en función de las fuerzas perturbadores –ecuaciones de Gauss- o bien a través de las derivadas del potencial perturbador con relación a los seis parámetros orbitales –ecuaciones de Langrange-. Conocido el campo de la gravedad terrestre se podría evaluar el valor de la fuerza atractiva en cada punto de la trayectoria y calcular esta basándose en las sucesivas posiciones del satélite. El proceso es reversible, esto es, si se dispone de numerosas observaciones de un satélite hasta el punto de poder restablecer su trayectoria, podrían también calcularse las fuerzas que originan y determinar así el campo de gravedad de la Tierra. El conocimiento de esas fuerzas gravitatorias que actúan sobre el satélite se hace extensivo a la propia superficie terrestre, pudiendo así deducir la forma de una superficie terrestre, pudiendo así deducir la forma de una superficie equipotencial origen (el geode) y por tanto la de la Tierra. Ahora bien para determinar con precisión la trayectoria de los satélites es necesario observarlos desde estaciones cuyas coordenadas hayan sido previamente determinadas, se incurre así en una especie de círculo vicioso que se resuelve interpretando adecuadamente las observaciones efectuadas y considerando dos grupos de incógnitas:

- Las posiciones geocéntricas³³ de las estaciones terrestres.
- Los parámetros que caracterizan a las fuerzas atractivas que actúan sobre los satélites,

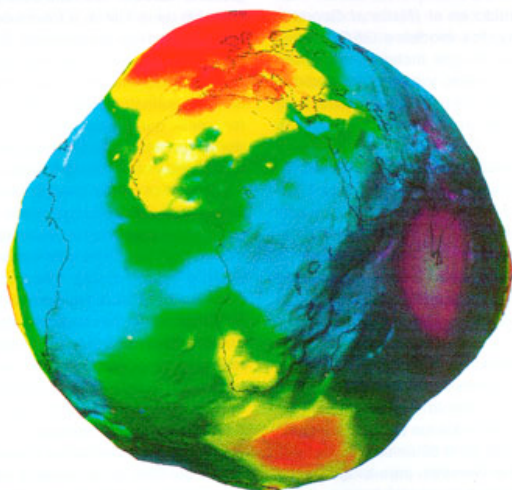
asimismo sería necesario fijar, por último los parámetros de Kepler iniciales ya que en definitiva van a ser los que determinan el posterior movimiento del satélite.

Fijados el satélite y los puntos de la superficie topográfica en el mismo sistema de referencia trirectangular y geocéntrico, se comprende que si se miden las distancias de las estaciones terrestres a varios satélites en número sobreabundante (al menos serían necesarios un mínimo de tres para poder calcular las tres coordenadas de la estación incógnita), como de hecho sucede, pueden plantearse suficientes relaciones de observación para obtener los valores más probables de las coordenadas X , Y , Z de dichas estaciones, o lo que lo mismo, su latitud, longitud y altitud. Consecuentemente se poseería así información suficiente tanto para representar la superficie topográfica, sobre la que se encuentra la estación, como para modelizar la Tierra de una manera global a través del geode. Durante el proceso de resolución de los sistemas de ecuaciones se obtienen también los coeficientes del potencial de la gravedad y hasta las fluctuaciones de la velocidad de rotación terrestre.

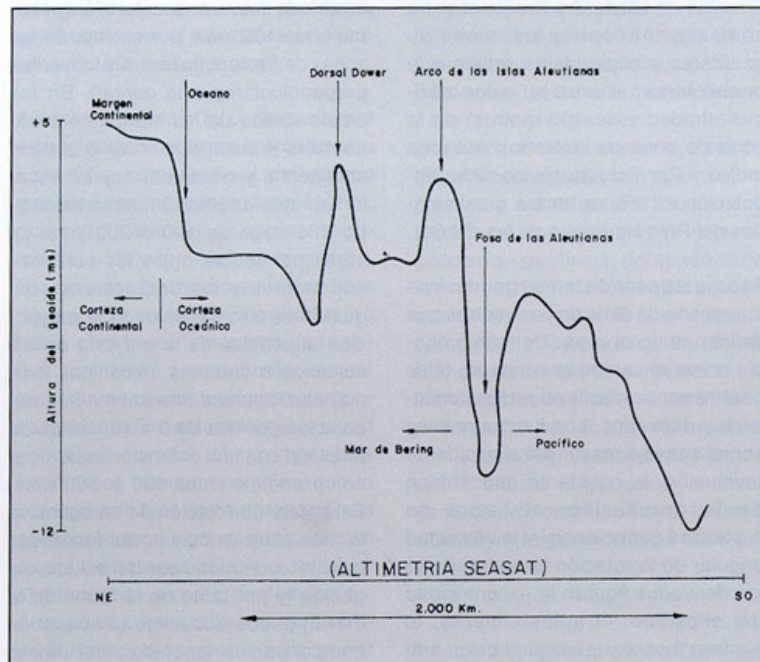
Naturalmente esos resultados, que en cada caso definirían un sistema geodésico, se complementan con la medida terrestres (geométricas y gravimétricas) para un mayor conocimiento del geode. El primer sistema fue debido al *Smithsonian Astrophysical Observatory* (1966), surgiendo otros a partir de entonces; destacando los elaborados por el grupo franco alemán GRIM. Más actuales son los modelos de potencial elaborados por el equipo de geodesia espacial del *Goddard Space Flight Center de la NASA*, sumamente completos y conocidos en sus sucesivas presentaciones con la sigla GEM (Goddard Earth Model). Deben también citarse otros modelos como los OSU (Ohio State University), calculados por R.D. Rapp y sus colaboradores en dicha Universidad, continuando así la tradición ya iniciada por Heiskanen. En los procedimientos más modernos para obtener geoides detallados se emplean técnicas basadas en las transformaciones rápidas de Fourier (FFT), así se han construido en el (National Geodetic Survey) los modelos DEOID 90 y GEOID 93 que incluyen cada uno más de millón y medio de medidas gravimétricas (marítimas y terrestres) amén de las de la propia geodesia espacial. Con una técnica similar, y basándose tanto en el banco de datos gravimétricos del Instituto Geográfico Nacional como en los modelos digitales del terreno allí formados, se ha determinado un geode de la península, denominado por su autor (J.M. Sevilla) IBERIAN GEOID 95, con una equidistancia de medio metros. A esta generación de modelos terrestres pertenecen los dos elipsoides, últimamente tomados como referencia: WGS 84 (World Geodetic System), básico en todos los posicionamientos GPS, y el IERS 89 (International Earth Rotation Service), para el que la circunferencia ecuatorial tiene una longitud de 400775010 metros, 67182 más que el desarrollo de uno de sus meridianos. En el cuadro adjunto se incluyen los elipsoides que han ido apareciendo a lo largo del presente siglo, resaltándose los ya clásicos y convencionales de Hayford y Krasowsky. La comparación entre los modelos geoidales y elipsoidales refleja que la ondulación alcanza su valor máximo (alrededor de 100 metros) en la zona de contacto entre los océanos Índico y Pacífico, asimismo dicha ondulación es menor en las proximidades del Polo Norte que en las del Sur.

Asociadas a los sistemas geodésicos aparecen una serie de parámetros que definen tanto el elipsoide más probable como el campo gravitatorio, tales parámetros se clasifican en fundamentales y derivados. Los fundamentales son el semieje mayor del elipsoide de revolución, la constante geocéntrica de la gravitación, el factor de elipticidad geopotencial y la velocidad angular de la rotación terrestre. Entre los derivados figuran la excentricidad del elipsoide, el aplastamiento, el semieje menor y la longitud del cuarto de meridiano, como geométricos; y entre los dinámicos, el potencial, la gravedad ecuatorial y la polar.

Señalemos finalmente dos aportaciones recientes y espectaculares surgidas al estudiar las deformaciones globales de la Tierra, a través de las sucesivas determinaciones de su campo de gravedad. Se trata en primer lugar de una paulatina disminución del aplastamiento terrestre, un fenómeno que parece ligado a la elevación paulatina de los bloques escandinavo y canadiense, consecuencia isostática de la desaparición de los grandes casquetes glaciales. Otra aplicación singular del estudio del campo gravitatorio es la constatación de que en las cartas globales del geoide, su relieve con relación al elipsoide no se corresponde con su homólogo terrestre, pero sí con el relieve submarino. En efecto, en las zonas de subducción, coincidentes con la existencia de grandes fosas oceánicas y con la localización de los terremotos más profundos (la profundidad del foco es superior a varios centenares de kilómetros), el geoide presenta generalmente una depresión de 15 a 20 metros de profundidad sobre una extensión alrededor de 200 kms. Por el contrario las dorsales oceánicas dan lugar a una anomalía positiva de algunos metros de amplitud, sobre una extensión próxima a los 100 kms, por encima de las zonas de fractura (fallas transformantes perpendiculares a la dorsal). En las proximidades de las márgenes continentales (transmisión entre la corteza continental y oceánica) hay un escalón abrupto de unos 5 metros extendido a o largo de 100 ó 200 kms. La correspondencia entre los volcanes submarinos y las ondulaciones del geoide es otro ejemplo: en la proyección superficial de la mayoría de los volcanes o cadenas volcánicas submarinas, aparece una anomalía u ondulación positiva de 5 a 10 metros de amplitud con una extensión superficial comprendida entre 100 y 500 kms. Esta clara correlación es en definitiva la más clara evidencia del fenómeno isostático, de modo que del estudio del geoide (y por tanto de la forma de la Tierra) puede deducirse el estado de compensación isostática del manto superior terrestre y comprender, eventualmente, su compensación así como los modelos reológicos de la litosfera.



Ondulaciones del geoide, determinadas mediante las perturbaciones orbitales de los satélites geodésicos.



Perfil global del geoide.

BIBLIOGRAFÍA.

- ARAGO F. Astronomía Popular. París. 1854
 DE LA CONDAMINE C.M. Viaje a la América Meridional. Buenos Aires.
 DELAMBRE J.B. Grandeur et Figure de la Terre. París 1912
 HEATH T. Greek Astronomy. New York. 1991
 LACOMBE H., COSTABEL P. La figure de la Terre du XVIII siècle à l'ère spatiale. París. 1998.
 LA FUENTE A., MAZUECOS A. Los Caballeros del Punto Fijo. Ciencia, política y aventura en la expedición geodésica hispanofrancesa al virreinato del Perú en el siglo XVIII. C.S.I.C. 1987.
 LASALLE T. Cartographie, 4000 ans d'aventures et de passion. París. 1990.
 LEVALLOIS J.J. Mesurer la Terre. París 1988.
 MIFSUT Y MACON A. Geodesia y Cartografía. Madrid. 1905.

PELLETIER M. La Carte de Cassini. París. 1990

PERRIER G. Petite Histoire dela géodésie, comment l'homme a mesuré et pesé la Terre. París. 1939.

PAINCARE H. Ciencia y método. Buenos Aires. 1946.

RUIZ BUSTOS M., RUIZ MORALES M. El devenir de la Geodesia entre Pitágoras y la era espacial. Granada 1997.

SEEBERG G. Satellite Geodesy fundations, methods and applications. Berlín. 1993.

NOTAS

1. En la tradición china se cuenta que en la época del emperador Yü (unos 22 siglos a.C.) dos hombres midieron la Tierra, del Norte a Sur y de Este a Oeste, obteniendo el mismo resultado de unos 134000 kms.

2. Ateniéndose a un cálculo hecho en su tiempo, en el que, al parecer intervino Eudoxio (408, 255 a.C.), pionero de la geografía matemática, al iniciarse con él el proceso en la representación del cielo y de la tierra.

PRINCIPALES ELIPSOIDES DE REVOLUCIÓN APARECIDOS DESDE 1900			
Autor.	Año	Semieje mayor (kms)	$1/\alpha = a/(a-b)$
HAYFORD	1906	6378,28	297,80
HELMERT	1907	6378,20	298,3
HAYFORD	1909	6378,38	297,0
HAYFORD	1910	6378,06	298,2
HELMERT	1915	6378,19	296,7
HEISKANEN	1926	6378,39	297,0
HEISKANEN	1929	6378,40	298,2
KRASOVSKY	1936	6378,21	298,6
KRASOVSKY	1940	6378,24	298,3
JEFFREYS	1948	6378,09	297,10
LODERSTEGE	1951	6378,29	297
A.M.S.	1956	6378,27	297,0
HOUGH	1959	6378,27	297
OXFORD	1959	6378,20	297,65
WGS.	1960	6378,16	298,3
FISCHER	1960	6378,15	298,3
KAULA	1961	6378,16	298,24
KAULA	1964	6378,16	298,25
VEIS	1964	6378,16	298,25
U.A.I.	1965	6378,16	298,25
U.G.G.I.	1967	6378,16	298,24
U.A.I.	1968	6378,16	298,24
FISCHER	1968	6378,15	298,3
W.G.S.	1972	6378,13	298,26
U.G.G.I.	1975	6378,14	298,25
U.G.G.I.	1979	6378,14	298,25
LERCH	1979	6378,13	298,25
U.G.G.I.	1980	6378,13	298,25
W.G.S.	1984	6378,13	298,25
ENGELIS	1985	6378,13	298,25
I.E.R.S.	1989	6378,13	298,25
A.M.S.	Army Map Service de los EE.UU.		
U.A.I.	Unión Astronómica Internacional		
U.G.G.I.	Unión Geodésica y Geofísica Internacional		
W.G.S.	Sistema Geodésico Mundial		
I.E.R.S.	International Earth Rotation Service		

3. Se definen los polos celestes como las inserciones del eje de rotación terrestre con una esfera hipotética sobre la que se suponen proyectadas todas las estrellas. Siendo el horizonte un plano perpendicular a la vertical del lugar de observación, es evidente que la altura del Polo sobre dicho plano es la latitud del lugar (ángulo que forma la vertical con el plano del ecuador).

4. Su equivalencia en kilómetros no es evidente habida cuenta de que se ignora el tipo de estadio que

empleó (con el egipcio de 157.5 ms., resulta una circunferencia de 396690 kms) sí bien las últimas investigaciones recientemente realizadas por Schwarz, indican un total de 37385 kms (Levallois lo cifró el desarrollo en 39400 kms.)

5. La diferencia de latitud entre Rodas y Alejandría le determinó observando que la estrella a Carinae estaba sobre el horizonte de Rodas cuando en Alejandría tenía una altura de $7^{\circ}30'$ equivalentes a $1/48$ de la circunferencia meridiana. Se tiene la sospecha de que la cifra de 3750 estadios procede de Eratóstenes y que los 180000 estadios dados por Posidonio para toda la circunferencia no fueron realmente el resultado de una medición sino que se trató solo de un ejemplo para ilustrar los procedimientos de cálculo. También es posible que se calcularan las cifras anteriores tomando una unidad de medida distinta del estadio.

6. Hacia el año 80d.C. Menelao, también astrónomo de Alejandría, ya trató de los triángulos esféricos en sus tres libros que dedicó a las esféricas.

7. Para Tolomeo el objeto de la Geografía sería "aclarar la forma y dimensiones de la Tierra y su situación con respecto a la esfera celeste.

8. La importancia de la Biblioteca disminuyó a comienzos de nuestra era. Por primera vez fue saqueada en el sitio de Alejandría realizado por Julio César en el año 48. Posteriormente fue incomprendida por la jerarquía eclesiástica, hasta el punto de que la primera mujer astrónoma, Hipatia, hija del matemático Teón, fue asesinada por una multitud de fanáticos en el año 480, al parecer alentados por el obispo local. A continuación el Museo y su Biblioteca fueron saqueados por los integristas cristianos. Su institución fue languideciendo paulatinamente desde que los árabes conquistaron la ciudad.

9. El mapa de San Isidoro figuró como ilustración de su célebre obra Etymologiae. Curiosamente fue el primer mapa que apareció impreso (Augsburgo, 1472).

10. Gautier de Metz argumentaba que un hombre podía dar la vuelta al mundo como si volase alrededor de una manzana, explicando por otro lado que si dos viajeros partieran de un mismo lugar en la misma dirección y sentido opuesto acabarían por encontrarse en el otro extremo de la Tierra.

11. Lamentablemente ninguna de las crónicas que relatan los trabajos da la equivalencia entre el grado y su desarrollo. Son varios los textos árabes que dan la cifra anterior: al-Farghani, al-Haasib, al-Biruni e Ibn Yunus entre otros. La milla árabe equivalía a unos 1972 metros.

12. Ese valor citado por al-Farghani es posible que se transmitiera a Occidente por la traducción, realizada por Juan el sevillano, de un texto árabe al latín, en el año 1175, con el título Differentiae Scientiae Astrorum.

13. El Tahdíd de al-Buruni es un trabajo de 25 capítulos dedicados al estudio riguroso de las cuestiones y operaciones geodésicas tales como la determinación de distancias sobre la Tierra, y a la deducción de las coordenadas geográficas en función de aquellas. Esta obra apareció después resumida como al-Qanun al-Mas'udi, aunque también diera cuenta en ella de su determinación del radio terrestre.

14. La Real Cédula fue debida a Isabel la Católica. Su antecedente más inmediato fue el Colegio de Pilotos Vizcainos que había en Cádiz, cuyos privilegios y ordenanzas, ya conocidos a comienzos del siglo XV, fueron confirmados por la R.C. firmada en Sevilla el 18 de Marzo del año 1500.

15. La invención de la triangulación es una cuestión muy debatida. Aunque algunos la atribuyen a Snellius, es cierto que Gemma Frisius (1508, 1555) ya la empleó, como se deduce de su obra Libellus de locorum describendorum que apareció en 1534. En todo caso el diagrama que publicó Snellius en Leyden (1617) es de una importancia capital en la historia de la Geodesia y de la Cartografía.

16. Aunque hoy día sea una cuestión algo controvertida, lo que sí es indudable es que el valor obtenido por Picard es el más adecuado para verificar la igualdad del cociente entre la gravedad en la superficie terrestre y la aceleración centrífuga de la Luna, con el formado por los cuadrados de las distancias respectivas al centro de la Tierra. A ese respecto afirmaba el Ingeniero Geógrafo y Astrónomo, del Instituto Geográfico Nacional, José María Torroja Menéndez que la Geodesia venía a refrendar de esa forma una ley fundamental para el conocimiento del Universo, añadiendo que pronto pagó Newton la deuda contraída con la Geodesia al demostrar con su ley que la Tierra no podía ser esférica.

17. Según Picard son puntos a nivel aquellos que están igualmente alejados del centro de la Tierra. Realmente su definición coincide con la dada 20 años antes por Pascal cuando aseguraba que todo el mar está precisamente al mismo nivel, es decir igualmente distante del centro de la Tierra en todos sus puntos. G.D. Cassini fue el que adoptó el nivel del mar como origen de altitudes, generalizando así la definición de Pascal. Aparece, pues, desde entonces, el mar como una superficie física y precisa sobre la que se apoya el relieve y a la que hay que reducir las medidas efectuadas en aquél.

18. La caracterización del elipsoide de revolución se lleva a cabo con dos parámetros, generalmente el aplastamiento, $\alpha = (a-b)/a$, y el semieje mayor a . En su geometría desempeñan un papel primordial sus dos radios de curvatura principales, relacionados por el Teorema de Euler, demostrándose que el máximo, o gran normal, es $N = a(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{-1/2}$ y el mínimo, radio de la sección meridiana, $p = a(1 - e^2) / (1 - e^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}$. Consiguientemente los elementos diferenciales de arcos de paralelo y de meridiano valdrían $ds_p = N \cos \varphi d\lambda$ (Teorema de Meusnier) y $ds_m = p d\varphi$. Se comprende pues que la determinación del elipsoide se apoyara en la medición de arcos de paralelo o de meridiano (mucho más frecuentes) efectuadas en latitudes diferentes. De esa forma, conocidos por métodos astronómicos $d\lambda$ o $d\varphi$ y el desarrollo del arco mediante triangulaciones, podían plantearse dos ecuaciones (como mínimo) y despejar tanto el semieje mayor como el cuadrado de la excentricidad,

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}.$$

19. Las conclusiones de Newton se apoyaban, por otra parte, en las medidas de la gravedad efectuadas por Richer (1630, 1696) en Cayenne (1672), con ocasión de su determinación de la paralaje de Marte. Efectivamente, al probar que la gravedad allí (φ u 4°) era menor que en París, se podía asegurar que Cayenne estaba más lejos del centro de la Tierra que París, constatándose por esta vía gravimétrica el aplastamiento polar.

20. En la producción científica de Clairaut fue crucial su participación en la misión de Laplace, ya que sus observaciones fueron básicas para la aparición de su obra culminante "La Teoría de la Figura de la Tierra" (1743), de la cual afirmó Laplace "La importancia de todos sus resultados y la elegancia con que son presentados, sitúan a esta obra en el grupo de las más bellas producciones matemáticas". Entre sus singulares aportaciones destaca la fórmula $g = g_E (1 + \beta \sin^2 \varphi)$ que prueba la dependencia de la gravedad con la latitud y la falta de paralelismo de las superficies equipotenciales del campo gravitatorio. A la constante β se le denomina aplastamiento gravitatorio por su relación con su homólogo esferoidal.

21. Dado el pequeño desarrollo de los arcos considerados no es sorprendente el valor, exageradamente grande del aplastamiento. Con los arcos posteriores de desarrollos mayores, varios miles de kilómetros, se llegó a fijar ese parámetro en 1/297, muy próximo al obtenido hoy día, 1/298, mediante las técnicas espaciales.

22. En realidad el arco de Bouguer fue el más ampliamente usado, junto a otros medidos en diferentes latitudes, para obtener las constantes elipsoidicas. Entre esos artífices cabe destacar los trabajos de Bessel, Clarke y Everest.

23. La desviación de la vertical es el ángulo formado por la vertical física (línea de la plomada) y la normal al elipsoide. Este fenómeno de la desviación de la vertical ya había sido anunciado también por Newton, quien señaló como causa la falta de homogeneidad de la corteza terrestre.

24. Un valor erróneo ya que estaba afectado por la desviación de la vertical, según pudo comprobar años después el geodesta inglés Everest (1790, 1866).

25. Los extremos del arco abarcaban pues un desarrollo superior a los 1000 kms, aunque posteriormente se prolongara, en principio hasta el continente africano. En ambos enlaces jugó gran papel, el luego general Carlos Ibáñez de Ibero, fundador en 1870 del Instituto Geográfico y Estadístico. En atención a los méritos que contrajo en relación con el enlace hispano argelino (1879) fue nombrado Marqués de Mulhacén.

26. Debe destacarse que a partir de la Convención del Metro (20.05.1875), la unidad del Sistema ya no se definía en relación con el meridiano terrestre sino que simplemente era la longitud entre los trazos de una regla de platino iridiado al 10%, conservada en el Pabellón de Breteuil de Sèvres, elegida de entre 30 prototipos (el resto fueron considerados prototipos nacionales). En el XI Conferencia General de Pesas y Medidas (1960) se sustituyó la definición anterior, a tenor de la 6ª resolución, por la siguiente: El metro es la longitud igual a 1650763.73 longitudes de onda en el vacío, de la radiación correspondiente a la transición entre los niveles 2p₁₀ y 5d₅ del átomo de Cripton 86. Mucho más reciente es la definición adoptada a partir del año 1983 por la primera resolución de la XVII CGPM, según la cual: el metro es la longitud del trayecto recorrido en el vacío por la luz durante un tiempo de 1/299792458 segundos, siendo ésta la actualmente en vigor; como una más de las unidades legales de medida incluida en el ahora denominado Sistema Internacional de Unidades (SI).

27. Las medidas de arcos de meridiano se ultimaron con el magno proyecto, también pensando dentro de la Asociación, que permitió unir el Océano Glacial Ártico con Sudáfrica. Para ello, hubo que enlazar previamente el Cairo con la Ciudad del Cabo, de forma que ese desarrollo de 30º unido a la parte más septentrional, que pasaba por Creta, permitió disponer de una cadena extendida sobre 105º aproximadamente. Las mediciones se ultimaron a comienzos de la segunda mitad del siglo, gracias al trabajo permanente de los miembros del Coast and Geodetic Survey de los Estados Unidos. En el proyecto se aprovecharon gran parte de las observaciones y triangulaciones realizadas con anterioridad.

28. La determinación gravimétrica del geoide (nivelación gravimétrica) se basa en la aplicación repetida de las funciones de Stokes y de Vening-Meinesz, así como en la de las fórmulas que las desarrollan. Mediante la integral o fórmula de Stokes (1819, 1903) puede calcularse la separación entre el geoide y el elipsoide, llamada ondulación o altura del geoide. Su función apareció en la memoria que presentó en 1849 para estudiar la variación de la gravedad sobre la superficie terrestre. Años más tarde (1928) derivaría esa función el holandés Vening-Meinesz (1887, 1966), hallando así las relaciones entre las componentes meridiana y transversal de la desviación de la vertical y la anomalía gravimétrica (diferencia entre el valor de la gravedad medida en un punto sobre el elipsoide medio terrestre). Siguiendo el ejemplo de Heiskanen aparecieron después los geoides de Bomford (1963) y de Levallois (1965), aunque limitados al continente europeo.

29. Las denominadas cartas del geoide se dibujan sobre una representación plana de un determinado elipsoide que se elige como referencia. A ella se le superponen las líneas de nivel, lugar geométrico de los puntos con idéntica ondulación. Las alturas sobre el elipsoide pueden ser positivas o negativas, siendo su máximo del orden de los 100 metros.

30. El radio medio de la Tierra es el de una esfera que tiene la misma superficie y volumen del elipsoide terrestre medio.

31. Las primeras medidas gravimétricas en el mar se realizaron a lo largo del año 1923, gracias al instrumento diseñado por Vening-Meinesz hacia 1920, sobre 33 estaciones diferentes. Tras varias innovaciones los péndulos adquirieron su forma definitiva y el profesor holandés publicó su obra maestra en el año 1929 "Theory and Practice of Pendulum Observations at Sea". A partir de entonces se multiplicaron las observaciones gravimétricas, convirtiéndose su metodología en práctica habitual hasta que a comienzos de los años 60 aparecen los nuevos gravímetros marinos. Hasta entonces el conocimiento que se tenía del geoide se limitaba por tanto a las zonas terrestres, de modo que el marino es mucho más reciente, obteniéndose en la actualidad por procedimientos exclusivamente espaciales que se iniciaron en el año 1974 con el lanzamiento del satélite GEOS 3 (Geodynamics Experimental Ocean Satellite).

32. Hay dos áreas en continuo desarrollo sobre las que se apoya hoy día la geodesia espacial, se trata de la radiointerferometría de muy larga base (VLBI) y de la metodología de posicionamiento de satélites la cual es el GPS (Global Positioning System) su máximo exponente. Análoga a la constelación de satélites GPS es la GLONASS, formada por satélites geodésicos rusos.

33. La relación entre las coordenadas cartesianas asociadas al sistema trirrectangular y geocéntrico (el plano XY coincide con el Ecuador, el plano XZ contiene el meridiano de Greenwich, el eje Z es idéntico al de rotación, la longitud del eje Y positivo es 90º EG) y las geodésicas (latitud, longitud y altitud geométrica) referidas a un cierto elipsoide es la siguiente:

$$\begin{aligned} X &= (N+H) \cos \varphi \cos \lambda, & Y &= (N+H) \cos \varphi \sin \lambda, \\ Z &= (N(1-e^2)+H) \sin \varphi, \end{aligned}$$

siendo N el radio de curvatura del primer vertical y e² el cuadrado de la primera excentricidad del elipsoide.

<< volver

^^ subir

[::Artículos](#)
[::Noticias](#)
[::Artículo Iberoamérica](#)
[::Números Anteriores](#)
[::Productos](#)
[::Índice de Anunciantes](#)
[::Bolsa \(valores del GIS\)](#)
[::Direcciones de Interés](#)
[::Cursos](#)
[::Eventos](#)
[::Redacción](#)
[::Suscripciones Impresa](#)
[::Meteorología](#)
[::Concursos](#)
[::Estadísticas](#)
[::Publicidad](#)
[::Librería](#)
[::Comité Científico](#)
[::Búsquedas](#)

Página web creada por **R&A Marketing** www.ra-marketing.com