

6574 pdf
ZEEGERS, J. d. Vorst, N.
1963

L'Antiquité Classique

L'ARITHMÉTIQUE D'UN QUADRIVIUM ANONYME DU XI^e SIÈCLE

Author(s): Nicole Zeegers-Vander Vorst

Source: *L'Antiquité Classique*, T. 32, Fasc. 1 (1963), pp. 129-161

Published by: L'Antiquité Classique

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/41647043>

Accessed: 18/12/2014 14:32

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at
<http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



L'Antiquité Classique is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *L'Antiquité Classique*.

<http://www.jstor.org>

L'Antiquité Classique

L'ARITHMÉTIQUE D'UN QUADRIVIUM ANONYME DU XI^e SIÈCLE

Author(s): Nicole Zeegers-Vander Vorst

Source: *L'Antiquité Classique*, T. 32, Fasc. 1 (1963), pp. 129-161

Published by: [L'Antiquité Classique](#)

Stable URL: <http://www.jstor.org/stable/41647043>

Accessed: 18/12/2014 14:32

Your use of the JSTOR archive indicates your acceptance of the Terms & Conditions of Use, available at
<http://www.jstor.org/page/info/about/policies/terms.jsp>

JSTOR is a not-for-profit service that helps scholars, researchers, and students discover, use, and build upon a wide range of content in a trusted digital archive. We use information technology and tools to increase productivity and facilitate new forms of scholarship. For more information about JSTOR, please contact support@jstor.org.



L'Antiquité Classique is collaborating with JSTOR to digitize, preserve and extend access to *L'Antiquité Classique*.

<http://www.jstor.org>

MÉLANGES — VARIA

L'ARITHMÉTIQUE D'UN QUADRIVIUM ANONYME DU XI^e SIÈCLE ¹

Le renseignement nous permettant de situer ce quadrivium au XI^e siècle nous est fourni par l'Anonyme lui-même ; par deux fois dans son astronomie ², l'Anonyme cite 6516 comme époque de rédaction ; réduite en ère chrétienne, l'année 6516 de l'ère byzantine donne 1007/1008 ; le quadrivium se situe donc au début du XI^e siècle.

L'auteur de ce petit traité nous est inconnu ; aucun des noms avancés par les manuscrits ou les éditions ne résiste à la critique ; les uns en effet — les plus nombreux — citent Psellus ³ ; mais le savant byzantin né en 1018 ne peut évidemment avoir composé un ouvrage daté de 1007/1008 ; d'autres vont jusqu'à nommer le très savant théologien Grégoire de Nazianze ⁴ : mais l'évêque cappadocien vécut au IV^e siècle ! Quelques souscriptions enfin avancent les noms d'Euthymios ⁵ et d'un certain moine Grégoire ⁶ : hypothèse plus vraisemblable mais que nul indice ne permet de confirmer ⁷ ; il est dès lors plus prudent de nous ranger à l'avis de J. L. Heiberg qui édite le traité sous ce titre : « Anonymi logica et quadrivium ».

¹ Nous citons l'Anonyme dans l'édition de J. L. HEIBERG, *Anonymi logica et quadrivium cum scholiis antiquis*, *Historisk-filologiske Meddelelser, udgivne af det Kgl. Danske Videnskabernes Selskab*. 15 (1929), 1.

² Pp. 108, 12-14 et 109, 9-10.

³ Les Codd. Par. Gr. Suppl. 677, Par. Gr. 2136, Vat. Gr. 1144 et Par. Gr. 3067 (HEIBERG, pp. XIV-XVIII) ainsi que l'édition d'Arsenius de Monembasie (cf. ROSE V., *Pseudo-Psellus und Gregorius Monachus*, H. 2 (1867), pp. 465-7.

⁴ Le Cod. Par. Gr. 2062 ; cf. ROSE, *Pseudo-Psellus...*, pp. 466-7 : « ein vollig aus der Luft gegriffene Titel ».

⁵ Le Cod. Par. Gr. 2494 (HEIBERG, p. XII).

⁶ Les Codd. Vat. Gr. 15 (olim 20) (HEIBERG, p. XIII), Vat. Gr. 1026 (cf. pp. XIII-XIV, HEIBERG, ed. cit. et ROSE, *Pseudo-Psellus...*, p. 466) et Laurentian. Gr. LVIII, 20 (cf. p. XV, HEIBERG, ed. cit.).

⁷ Plusieurs modernes, cependant, admettent le moine Grégoire comme auteur du quadrivium : ROSE, *Pseudo-Psellus...*, p. 467 ; K. KRUMBACHER, *Geschichte der Byzantinische Literatur*, (1896), p. 437. Rose et Krumbacher se basent sur le fait qu'un moine Grégoire écrivait justement en 1007/8 : argument peu valable, car il a dû exister des centaines de moines Grégoire.

L'arithmétique du quadrivium est élémentaire et de faible valeur scientifique ; nous ne pouvons cependant en prétendre l'étude inutile, car il faudra tenir compte de ce texte dans l'histoire (non encore élaborée) de la science à Byzance, d'autant plus que très rares sont les quadrivia complets que nous possédons du XI^e siècle ; bien sûr, un traité manifestement réservé aux élèves de l'enseignement secondaire, voire primaire, ne nous permettra pas de tirer des conclusions sur le degré de la science au XI^e siècle : avant d'être celles de la science en général, les caractéristiques de ce traité sont celles des sciences au niveau scolaire ; mais ainsi envisagée, compte tenu de cette restriction, l'étude de ce traité nous fournit quelques éléments susceptibles de vérifier au degré élémentaire les caractéristiques que les savants modernes sont unanimes à reconnaître à la science byzantine en général.

Citons un exemple : ce qui frappe le lecteur, c'est avant tout le manque d'originalité dont fait preuve l'Anonyme à la fois dans le fond et la forme : dans les sujets qu'il traite, dans les mots qu'il utilise, il ne tente aucune construction personnelle ; on excusera sans doute le manque de renouveau dans le langage arithmétique ; mais plus grave est l'identité de cette arithmétique avec celle que nous ont laissée au II^e siècle après J.C., Nicomaque de Gêrèce et Théon de Smyrne : II^e-XI^e siècle, soit dix siècles durant lesquels on n'enregistre aucun progrès ; exemple du plagiat des Byzantins, ce quadrivium nous permet donc de vérifier au niveau primaire de l'enseignement, l'impression générale que Byzance n'a rien inventé dans le domaine des sciences⁸.

Puisque l'Anonyme se contente de recopier des définitions arithmétiques, il serait logique d'en rechercher les sources ; surgit ici une difficulté : plus l'Anonyme tombe dans la banalité, plus se complique le problème des sources au point même de devenir insoluble, car il est une source que l'on ne peut omettre : la tradition orale, dans notre cas l'enseignement ; quelle est en effet, sinon la tradition orale, la source des notions élémentaires apprises en classe ? Notre professeur eût été bien en peine de nous renseigner... Aussi, lorsque nous comparons l'arithmétique de l'Anonyme à celle des arithméticiens antérieurs, notre but est, non pas de préciser les sources du quadrivium, mais d'en expliquer le contenu arithmétique ; plusieurs idées, curieuses à première vue, seront éclaircies par cette comparaison.

⁸ Nombreux sont les modernes qui affirment le plagiat des Byzantins ; cf. KRUMBACHER, *Gesch. der Byz. Lit.*, p. 435 ; C. ZERVOS, *Un philosophe néoplatonicien au XI^e siècle*, Michel Psellus, 1919, pp. 110-111 ; HEIBERG, *Les Sciences grecques et leur transmission*, dans *Scientia* 31, 1931, pp. 98-100 ; E. RENAULD, Introduction à son ed. de la *Chronographie de M. Psellus*, 1926, p. XI ; au XIV^e siècle, Pachymère présente dans son quadrivium le même exemple de plagiat que l'Anonyme.

Autre caractéristique de notre traité, conforme elle aussi à l'esprit byzantin : un néoplatonisme teinté de christianisme, mélange dont l'utilisation dans une branche scientifique vaut la peine d'être soulignée ; elle est attestée dans les considérations de l'Anonyme sur la monade et la triade ; cf. au sujet du néoplatonisme et du christianisme à Byzance : ZERVOS, *Un philosophe néoplatonicien...*, pp. 186-193.

Cette arithmétique est géométrique et spatiale, c'est-à-dire que les nombres y sont représentés, non par des lignes comme chez Euclide⁹, mais par des points (autant de points que le nombre contient d'unités) disposés dans l'espace selon des figures géométriques ; Nicomaque¹⁰ et Théon¹¹ sont au II^e siècle les principaux représentants de cette arithmogéométrie, que nous retrouvons d'ailleurs aux IV^e et V^e siècles chez deux commentateurs de l'« Introduction arithmétique » de Nicomaque : Jamblique¹² et Jean Philopon¹³.

Cette arithmétique — deuxième note — mêle étroitement aux développements purement scientifiques, des considérations philosophiques et religieuses : comparaison entre monade et divinité, triade et trinité, nombres sphères et hémisphères créés par Dieu ; ces étranges élucubrations ont été abondamment développées, outre par Nicomaque, Théon et Jamblique, dans un opuscule faussement attribué à ce dernier : les « Theologoumena arithmeticae »¹⁴, ainsi que par Anatole¹⁵ ; nous avons dans ces deux ouvrages puisé plusieurs compléments d'information.

S'il se situe dans la voie tracée par Nicomaque, Théon et Jamblique, sur certains points cependant, l'Anonyme présente des divergences avec l'un ou l'autre de ces trois auteurs : il donne une liste de médiétés différente de celle de Théon ; il s'étend sur le caractère divin de la monade alors que Nicomaque n'en souffle mot ; il s'écarte même des trois auteurs à la fois sur les points suivants : classification des nombres pairs et impairs, ordre d'énumération des rapports, classification des nombres solides, pyramides et prismes avec leurs subdivisions ; différence entre les deux conceptions : nombres plans (ou solides) lorsqu'ils sont produits de facteurs et ces mêmes nombres, sommes de monades. Notons encore

⁹ Ce qui permet au savant géomètre l'étude des nombres irrationnels : la ligne en effet est continue, tandis que les points sont distants les uns des autres.

¹⁰ NICOMAUQUE, *Introduction arithmétique*, ed. Hoche, Leipzig, 1866 ; trad. angl. par M. L. D'OOGHE, with studies in Greek Arithmetic by F. E. ROBBINS and L. C. KARPINSKI, New-York, 1926.

¹¹ THÉON DE SMYRNE, *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*, ed. Hiller, Leipzig, 1878 ; trad. franç. par J. Dupuis, Paris, 1892.

¹² JAMBLIQUE, *In Nicomachi Introductionem arithmeticae*, ed. Pistelli, Leipzig, 1894.

¹³ JEAN PHILOPON, *Commentaire sur l'arithmétique de Nicomaque*, 1^{er} livre : ed. Hoche, Leipzig-Berlin, 1864-1867 ; 2^e livre : ed. Delatte, *Anecdota Graeca*, II, 1939, pp. 133-187.

¹⁴ Ps. JAMBL., *Theologoumena arithmeticae*, ed. De Falco, Leipzig, 1922.

¹⁵ ANATOLE, *Sur la décade et les nombres qu'elle comprend*, ed. J. L. HEIBERG, *Annales Internationales d'Histoire*, Congrès de Paris, 1900, 5^e section, Histoire des Sciences, pp. 6 sq. ; trad. franç. de Tannery, in *Mémoires Scientifiques*, vol. III, pp. 12-28.

La lecture du traité d'arithmétique de Domninos (v^es. ap.J.-C.), est également instructive : DOMNINOS, *Manuel d'Introduction arithmétique*, ed. Boissonade, *Anecdota Graeca*, vol. IV, pp. 413-429 ; trad. franç. de Tannery, *Mémoires Scientifiques*, vol. III, pp. 256-281.

que l'Anonyme mentionne les prismes, cônes et cylindres dont nous ne trouvons aucune trace chez les auteurs cités ; ces divergences nous montrent que l'Anonyme ne dépend ni uniquement ni directement de ces trois arithméticiens ; il se place dans la ligne de leur arithmétique, mais s'inspire, pour quelques détails, d'une autre tradition¹⁶ : soit orale, soit constituée de manuels scolaires (perdus) ; on peut en effet admettre qu'étaient utilisés, du II^e au XI^e siècle, des manuels du genre de notre quadrivium destinés aux jeunes enfants et résumant les données principales des traités antérieurs plus savants.

Nous ne pouvons en un court article étudier toutes les données arithmétiques du quadrivium : nous ne relèverons que les données les plus intéressantes, mais en donnant du texte grec la traduction française : ce sera d'ailleurs la première traduction française de cette arithmétique¹⁷.

Avant de définir le nombre, l'Anonyme justifie la première place donnée à l'arithmétique parmi les branches scientifiques ; sans les nombres, en effet, aucune science n'est valable :

« Puisque je vais, dans un commentaire séparé, étudier en détail chacune des quatre sciences mathématiques, je dois donner la priorité logique à l'exposé sur l'arithmétique ; cette science en effet est réellement guide et premier auteur des autres branches ; car elle est plus simple, elle est élémentaire et, directement, elle rejoint chacune des disciplines mathématiques »¹⁸.

L'idée exprimée ici par l'Anonyme est évidente, le lieu est commun si l'on en juge par le nombre des auteurs qui l'ont traité avant l'Anonyme¹⁹.

Après ce préambule, l'Anonyme définit le nombre :

« La monade est démontrée être le fondement ($\alpha\rho\chi\eta$) de tout nombre, la source ($\pi\eta\gamma\eta$) incalculable des nombres ; en effet, une multitude formée de monades, voilà ce qu'est un nombre ($\alpha\rho\iota\theta\mu\acute{o}\varsigma$ γάρ ἐστι τὸ ἐκ μονάδων πλῆθος) »²⁰.

L'Anonyme n'a pas inventé cette définition ; déjà chez Aristote²¹, nous

¹⁶ A moins d'admettre — hypothèse peu défendable — que l'Anonyme a lui-même lu, fouillé, corrigé et résumé ces traités d'arithmétique.

¹⁷ Il existe une traduction latine : celle de Xylander, intitulée : *Compendium mathematicum*, Lugd-Batav., 1647.

¹⁸ Pp. 50, 26-51, 3.

¹⁹ NICOM., I, 4, 1-5 et I, 5, 1-3 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 3, 5-10 et pp. 9,23-10,7 ; PROCLUS, *In Eucl. Prol.*, 2, p. 48, 9-15 (ed. Friedlein, Leipzig, 1873) ; même idée chez PACHYMÈRE, *Quadrivium*, p. 11 (ed. STÉPHANOU, *Studi e Testi*, Vatican, 1940). Pour les références aux auteurs latins, cf. l'ed. des *Theol. arithm.* par De Falco.

²⁰ P. 51, 4-6.

²¹ ARIST., *Metaph.*, 1053 a 31 : « ὁ δ' ἀριθμὸς πλῆθος μονάδων » ; cf. EUCL., *Élém.*, VII, déf. 2 : « Ἀριθμὸς δὲ τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος ».

la lisons presque mot pour mot ; d'autres lui sont semblables : le nombre est un ensemble de monades (σύστημα μονάδων)²², une addition de monades (σύνθεσις μονάδων)²³, un entassement de monades (σωρεία μονάδων)²⁴.

De ces définitions, on peut encore rapprocher celle de Moderatus de Gadès : « Le nombre est (...) une progression dans l'ordre de la multitude, commençant à la monade et une rétrogradation s'arrêtant à la monade »²⁵.

Cette conception du nombre est lourde de conséquences ; juxtaposition de monades, le nombre appartient à la catégorie des « êtres discontinus »²⁶ puisque, entre les unités qui le composent, existe un simple vide ; les Grecs ont ainsi exclu de la série des nombres ce que nous appelons « les nombres irrationnels » et qui vient se loger entre les monades (ou nombres entiers) pour rendre continue la série des nombres²⁷ ; d'autres grandeurs arithmétiques sont également exclues des nombres conçus comme une « juxtaposition de monades » : le zéro (τὸ οὐδέν), les nombres négatifs, les nombres fractionnaires : il est en effet impossible de représenter « rien » par des points dans l'espace ; il en va de même des nombres négatifs ; quant aux fractions, il semble que les Anciens en esquivassent la notion en les remplaçant par des rapports²⁸.

²² THALÈS dans JAMBL., *In Nic.*, p. 10, 9 ; MODERATUS DE GADÈS, dans STOBÉE, *Egl.*, I, p. 21, *Proem.*, 8 ; *Nicom.*, I, 7, 1 ; THÉON DE SMYRNE, p. 18, 3 ; DOMINOS, p. 413 ; PACHYMÈRE, p. 11.

²³ Cf. ARIST., *Metaph.*, 1039 a 12-13 et 1085 b 23 ; cf. *Phys.*, III, 7, 207 b 8.

²⁴ Cf. NICOLAS LE RHABDAS dans TANNERY, *Notices sur deux lettres arithmétiques de Nicolas le Rhadas* (texte et traduction) in *Mémoires Scientifiques* IV, p. 102 : « ἐρωτωμένοι γὰρ τί ἐστὶν ἀριθμός, φαμεν σωρεία μονάδων ἢ μονάδος (sic) σύνθεσις ».

²⁵ MODERATUS DE GADÈS, dans STOBÉE, *Egl.* I, p. 21, *Proem.* 8 : « ἔστι δὲ ἀριθμός (...) προποδισμός πλήθους ἀπὸ μονάδος ἀρχόμενος καὶ ἀναποδισμός εἰς μονάδα καταλήγων » ; même définition dans THÉON DE SMYRNE, p. 18, 3-5 ; cf. *Nicom.*, I, 7, 1 : « Ἀριθμός ἐστὶ (...) ποσότητος χύμα ἐκ μονάδων συγγείμενον ».

²⁶ Cf. ARIST., *Metaph.* 1069 a 6 sq.

²⁷ A ce sujet, voyez T. DANTZIG, *Number, the language of science*, New-York, 1946, pp. 105-6 ; L. BRUNSCHVIG, *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, 1947, p. 48 ; avec les nombres irrationnels se pose le problème de l'infini : voyez P. H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, Paris, 1950, pp. 414-520 ; R. TATON, *Histoire du calcul*, dans « Que sais-je ? », N° 198, 1946, p. 63 ; P. BOUTROUX, *L'idéal scientifique des mathématiciens dans l'antiquité et les temps modernes*, Paris, 1955, p. 71 ; A. REY, *La science dans l'antiquité*, vol. III, pp. 326-344.

²⁸ Cf. R. TATON, *Histoire du calcul*, p. 60 ; B. L. VAN DER WAERDEN, *Ontwakende Wetenschap*, Groningen, 1950, p. 57. Se basant sur la relativité de l'unité, P. H. MICHEL (*De Pyth. à Euci.*, pp. 652-3) affirme que les Grecs considéraient les fractions comme des nombres ; pareil raisonnement supprime la notion même de fraction.

Le tableau général des différentes catégories de nombres (dans TATON, *Histoire du calcul*, p. 70) donne une idée de l'élargissement qu'a subi, depuis les Grecs, la notion de nombre.

Après la définition du nombre, celle de la monade retiendra notre attention ; voici ce qu'écrit l'Anonyme :

« La monade, sans être un nombre, est source productive (γεννητική ... πηγή) des nombres ; elle est racine et point de départ (ρίζα και ἀφορμή) de toute multitude, à l'image du divin qui, sans être quoi que ce soit des choses créées, est cependant le créateur de ce qui est, absolument immuable et invariable et qui, avec les êtres qui lui sont associés, partagera en la leur offrant, cette immutabilité. De même, si on la multiplie par elle-même, la monade est immuable et invariable, et il en va ainsi pour les autres nombres (qu'elle multiplie) : ils ne dépassent pas leur propre quantité : ainsi $1 \times 1 = 1$, pas plus, et $1 \times 2 = 2$; il en va de même pour les autres nombres (qu'elle multiplie) »²⁹.

On peut comprendre de différentes manières la définition de la monade en tant que principe (ἀρχή) des nombres³⁰ ; elle l'est tout d'abord en ce sens qu'elle constitue l'élément matériel du nombre : en effet, elle engendre les nombres par la seule répétition d'elle-même, par un procédé additif³¹, comme le suggèrent les définitions : « ἀριθμὸς σύστημα (σύνθεσις) μονάδων » ; mais elle peut également donner naissance au nombre en procédant, non plus par addition ou juxtaposition, mais par ce que l'on pourrait appeler « multiplication » : ici, la monade réalise avec la dyade³², dans le but d'engendrer les nombres, une union semblable à celle de forme et matière³³, fini et infini, unité et pluralité³⁴, identité et altérité³⁵, mâle et femelle³⁶ ; informant la matière, limitant l'infini (l'indéterminé), unifiant la pluralité, fécondant la « dyade-femelle », la monade joue un rôle semblable à celui du « πέρας » pythagoricien³⁷.

²⁹ Pp. 51, 6-14.

³⁰ Les Grecs ne se lassent pas de répéter que la monade est l'ἀρχή des nombres : cf. par exemple ARISTOXÈNE, dans STOBÉE, *Egl.*, I, p. 20, et le *Corpus hermeticum*, vol. I, Traité IV, § 10, p. 53 (ed. Nock-Festugière, Coll. des Univ. de France, 1945).

³¹ THÉON DE SMYRNE, pp. 83, 15-84, 4 : ANATOLE, p. 13 (de la trad. de Tannery).

³² Toutes choses en effet sont engendrées par des contraires : cf. ARIST., *Metaph.*, 1087 a 37-38.

³³ ARIST., *Metaph.*, 1087 b 16 : « τὰ μὲν δύο ὄλην, τὸ δ' ἐν τὴν μορφὴν ».

³⁴ ARIST., *Metaph.*, 1092 b 28-29 : « τοῦτ' οὖν ἔσται ὁ ἀριθμὸς, μονὰς καὶ πληθος ».

³⁵ ARIST., *Metaph.*, 1092 a 29 : « (τοῦτ' οὖν ἔσται ὁ ἀριθμὸς...) τὸ ἐν καὶ ἄνισον ».

³⁶ LYDUS, *De Mensibus*, IV, 17 ; *Theol. arithm.*, p. 4, 1 ; p. 5, 5-10.

³⁷ Ces deux procédés (addition de monades, union de monade et dyade) sont clairement définis par Aristote (*Metaph.*, 1044 a 5-7) : « Ou bien le nombre n'est pas une unité, mais une sorte d'agglomération (ἀλλ' ὅλον σωρός), ou bien, s'il est une unité, il faut expliquer ce qui fait de la pluralité une unité (τί τὸ ποιοῦν ἐν ἐκ τῶν πολλῶν) ».

La monade est encore l'*ἀρχή* des nombres parce qu'elle est en puissance (*δυνάμει*) chacun des nombres, particulièrement chacun des nombres en figures ³⁸, et parce qu'elle est la plus petite partie du nombre (*στοιχείον*) ³⁹.

La monade, écrit encore l'Anonyme, est racine et point de départ (*ρίζα καὶ ἀφορμή*) des nombres : elle l'est en ce sens qu'elle marque la limite, telle une frontière et une séparation entre chacune des séries (nombres entiers et nombres fractionnaires) qui prennent à l'unité leur point de départ ⁴⁰.

La monade est-elle un nombre ? L'Anonyme le nie (*ἡ δὲ μονὰς ἀριθμὸς οὐκ ὄσα...*) ; la chose est aisée à comprendre : le principe d'une chose ne peut être la chose elle-même ⁴¹ ; de plus l'unité s'oppose naturellement à la pluralité, c'est-à-dire au nombre ⁴² ; enfin, certaines propriétés du nombre ne se vérifient pas pour l'unité ⁴³.

Suit un parallèle entre monade et divinité, que l'Anonyme base sur le caractère d'inaltérabilité de la monade dans la multiplication, soit, en langage arithmétique : $1 \times 1 = 1$, $1 \times 5 = 5$ ⁴⁴ ; une autre analogie avec le divin est que, sans être nombre, la monade est source des nombres, à l'image de Dieu, créateur sans être créature ; nous trouvons ici un curieux mélange de données proprement chrétiennes (existence d'un Dieu créateur) et plotiniennes : l'Un immuable et séparé de toute créature engendre des êtres dont il ne fait nullement partie ⁴⁵ ; l'inaltérabilité de la monade, son immobilité peut faire songer au premier moteur aristotélicien, mais la participation de tous les êtres à l'unité, en vue d'éviter la dissipation à l'infini, est encore une idée plotinienne ⁴⁶.

Ces spéculations de mathématique mystique présentent quelque intérêt vu l'usage qu'en ont fait des exégètes tels Philon et Saint Augus-

³⁸ NICOM., II, 8, 1 ; THÉON DE SMYRNE, p. 37, 15-19 ; JAMBL., *In Nic.*, pp. 58, 14-15 et 61, 12-18 ; ANATOLE, p. 6 (de la trad. de Tannery) ; *Theol. arithm.*, p. 1, 10-18 ; l'erreur de raisonnement saute aux yeux : la monade est point de départ des nombres en figures, mais non, en puissance, chacun de ces nombres.

³⁹ ARIST., *Metaph.*, 1088 a 4-6 ; 1089 b 35-36 ; 1016 b 18-19 ; NICOM., II, 1, 1 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 11, 1-2.

⁴⁰ JAMBL., *In Nic.*, p. 11, 9-15 et 13, 13-18.

⁴¹ ARIST., 1088 a 6 ; cf. PROCLUS, *In Eucl. Prol.*, I, p. 40, 5-9.

⁴² ARIST., *Metaph.*, 1056 b 33-34 ; cf. 1004 a 10 et 1005 a 4-5 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 11, 9.

⁴³ Par exemple la propriété suivante : chaque nombre est la demi-somme des deux nombres situés de part et d'autre de lui (ainsi : 5 est la moitié de la somme 4 + 6), mais la monade est la moitié de la seule dyade : NICOM., I, 8, 1-2 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 15, 17-22 ; cf. T. L. HEATH, *A History of Greek Mathematics*, vol. I, p. 71.

⁴⁴ NICOM., II, 17, 4-5 ; THÉON DE SMYRNE, p. 83, 18-20 ; ANATOLE, p. 6 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 19, 5-9.

⁴⁵ PLOTIN, *Ennéades*, V, 1, § 6, pp. 21-23 (ed. Bréhier, Coll. des Univ. de France, 1931).

⁴⁶ PLOTIN, *Ennéades*, VI, 6, § 1, pp. 17-18 ; cf. aussi §§ 3 et 5, pp. 18-22.

tin⁴⁷ ; les valeurs particulières attribuées aux nombres dérivent finalement de l'arithmologie pythagoricienne : arithmétique qualitative qui eut tant de succès chez les Anciens⁴⁸.

Après la monade, l'Anonyme définit la dyade :

« (...) mais il serait impossible de découvrir cette propriété dans un autre nombre ; en effet, $2 \times 2 = 4$ et non 2 ; $2 \times 3 = 6$ et non 3 ; et de même pour tous les autres nombres. C'est pour ce motif que la dyade symbolise déjà la forme et la matière (*ἡ δὲ δὴ τὸ εἶδος καὶ τὴν ἔλκην ὑποτυποῖ*) et s'éloigne de la ressemblance avec la divinité ; elle diffère cependant de la triade et des nombres suivants en ceci : qu'on la multiplie ou qu'on l'additionne, on obtient le même résultat : en effet, $2 \times 2 = 4$ et $2 + 2 = 4$, ce qui n'est pas vrai pour les autres nombres : $3 \times 3 = 9$, mais $3 + 3 = 6$; d'où on peut dire que la dyade n'est pas encore un nombre au sens propre, mais qu'elle s'éloigne des propriétés spécifiques de la monade »⁴⁹.

En quoi la dyade est-elle l'image de la matière ? L'Anonyme nous donne la réponse : c'est que la dyade est source d'altérité dans les nombres puisqu'elle altère la valeur des nombres qu'elle multiplie⁵⁰ ; or nous savons que dans la nature, la source d'altérité est constituée par la matière ; la dyade est encore l'image de la matière parce qu'elle est indéfinie et indéterminée ; indéfinie, en tant que principe des nombres pairs, car les pairs sont divisibles à l'infini⁵¹ et que l'addition des pairs successifs donne les nombres hétéromèques dont les figures, contraire-

⁴⁷ A ce sujet, voyez H. I. MARROU, *Saint Augustin et la fin de la culture antique*, 4^e ed., Paris, 1958, pp. 449-453.

⁴⁸ Cf. entre autres, les *Theologoumena arithmeticae* et un fragment d'HERMIPPUS cité dans le *Corpus Hermeticum*, vol. I, pp. 56-57, note 28 ; cf. également le *Corpus Herm.*, vol. I, Traité IV, § 11, p. 53 ; au XI^e siècle, Psellus est encore un représentant de cette arithmétique qualitative : PSELLUS, *Sur les nombres*, in TANNERY, *Mémoires scientifiques*, vol. IV, pp. 274 sq.

Une autre analogie avec le divin est que la monade participe au caractère d'identité (qui est une forme d'unité : ARIST., *Metaph.*, 1018 a 5) : la monade en effet donne aux nombres impairs leur forme spécifique ; or la somme des impairs successifs engendre les nombres carrés qui, de par leur côtés égaux et leurs figures identiques, participent à l'idée d'identité : cf. NICOM., II, 17, 2-3.

⁴⁹ P. 51, 15-25.

⁵⁰ NICOM., II, 17, 5.

⁵¹ ARIST., *Metaph.*, 986 a 18-20 ; la division des pairs se schématise ainsi :

o o o o o ,

—————> contrairement aux impairs dont la ligne de division est arrêtée

o o o o o

o o o o o

par une monade, soit : —————> .

o o o o o

ment à celles des carrés, sont toujours différentes ⁵² ; indéterminée, car il est impossible de dessiner une figure complète au moyen de deux lignes seules ou de deux angles ⁵³ ; indéfinie et indéterminée, la dyade devra, pour engendrer les nombres, être « informée » par la monade : c'est bien à cette théorie de matière et forme que fait allusion l'Anonyme ; la matière étant principe d'imperfection, nous comprenons les qualificatifs assez péjoratifs donnés à la dyade ⁵⁴.

Pas plus que la monade, la dyade n'est considérée comme un nombre : l'Anonyme base cette affirmation sur le fait que ne se vérifie pas pour la dyade la propriété applicable à tous les nombres, à savoir : la somme de 2 nombres égaux est différente du produit de ces mêmes nombres ; exception faite de Jamblique ⁵⁵ qui considère la dyade comme un nombre parce qu'elle répond à la définition « σύστημα μονάδων », les Anciens la rejetaient de la série des nombres en invoquant l'argument que nous lisons chez l'Anonyme, soit en langage arithmétique : $2 + 2 = 2 \times 2$, alors que $3 + 3 \neq 3 \times 3$, $4 + 4 \neq 4 \times 4$, et ainsi de suite ⁵⁶.

La dyade enfin n'est pas un nombre car, avec la monade, elle est principe des nombres.

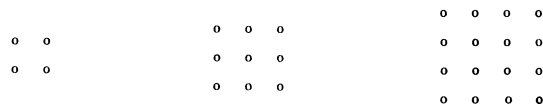
Après ces considérations sur la dyade, l'Anonyme consacre à la triade le paragraphe suivant :

« La triade est, au sens propre, un nombre ; c'est même le premier des nombres ; il possède à la fois début, fin et terme intermédiaire ; c'est le début de la multitude, le premier à dépasser deux ; parmi tous les nombres, il occupe la première place ; il est le plus mystérieux (μυστικώτατος) ; il a le même nombre

⁵² Soit les schémas suivants, représentant les hétéromèques :



contrairement aux carrés dont les figures sont toujours identiques :



⁵³ JAMBL., *In Nic.*, p. 61, 20-24 ; *Theol. arithm.*, p. 12, 13-14.

⁵⁴ THÉON DE SMYRNE, p. 100, 10-12 ; *Theol. arithm.*, p. 8, 1-4 et p. 11, 17-18 ; PHILON, *Quaest. et Solut. in Gen*, II, 12 ; LYDUS, *De Mensibus*, II, 7

⁵⁵ JAMBL., *In Nic.*, p. 12, 8-9 : « πρώτη γὰρ αὕτη (δυνάς) μονάδων σύστημα, ὅσπερ γενικοῦ ὅρος ἀριθμοῦ ».

⁵⁶ De cette propriété est tirée l'épithète « égale » (ἴσην) dont on pare la dyade (JAMBL., *In Nic.*, p. 81, 20-23 et *Theol. arithm.*, p. 13, 12-14 ; cf. PSELLUS, *Sur les Nombres*, p. 271, ed. Tannery) ; d'où la comparaison de la dyade avec la déesse Isis (de ἴσος) : *Theol. arithm.*, p. 13, 12.

de caractères spécifiques que l'un (τῶν ὑποστατικῶν τοῦ ἐνός χαρακτήρων, ἰσάριθμος) ; et, sans être compris dans la multitude à cause de sa petitesse, il est une multitude d'êtres qui est immobile, parce qu'il évite de verser jusqu'à l'infini (... πλῆθος ὄντων ἀκίνητον φειδοῖ τῆς ἐπ' ἀπειρον χυσεώς) »⁵⁷.

La triade est donc le premier nombre, le premier résultat de l'union monade-dyade⁵⁸ ; elle se compose de trois termes ; or, qui pense « trois-en-un », pense presque automatiquement aux trois termes : début, milieu, fin⁵⁹, ou encore aux trois personnes de la Trinité : double association d'idées à laquelle l'Anonyme n'a pas échappé ; les mots : « la triade est mystique, elle égale en nombre les caractères hypostatiques de l'Un », semblent bien en effet faire allusion au mystère de la Trinité ; si elle étonne à première vue, cette intrusion d'un mystère chrétien dans un texte scientifique n'est cependant pas exceptionnelle⁶⁰ ; cette allusion aux trois personnes divines est plus nette dans la traduction latine de Xylander : « (...) ille (ternarius) praecunctis mysticus, quippe qui numero aequalis est effigiei trium unitatis personarum (...) »⁶¹. Xylander ajoute au texte grec le mot « trium », de sorte que devient évidente l'allusion à la Trinité, aux « trois personnes de l'unité ».

La triade, écrit encore l'Anonyme, est une multitude immobile évitant de verser jusqu'à l'infini, ce que nous comprenons ainsi : la triade est immobile parce que, tout en marquant le début de la multitude, elle n'est pas comprise dans la multitude illimitée des nombres : elle possède en effet trois termes, ni plus, ni moins ; elle est de plus, le résultat de l'union des principes monade et dyade, c'est-à-dire de la matière (dyade) informée par la monade (forme) ; ce résultat est forcément limité⁶², immobile, fixe ; c'est ce qu'expriment les Theologoumena par une image d'ordre gastronomique : « (...) car, de même que par sa seule propriété active et créatrice, le suc fait cailler le lait liquide, de même, unie à la dyade, source d'abondance et d'écoulement jusqu'à l'infini, la puissance unificatrice de la monade a fixé une limite et une forme à la triade, qui est précisément un nombre »⁶³.

⁵⁷ Pp. 51, 25-52, 2.

⁵⁸ THÉON DE SMYRNE, p. 100, 13-15 ; ANATOLE, p. 7 ; *Theol. arithm.*, p. 14, 14 sq.

⁵⁹ THÉON DE SMYRNE, p. 100, 14 ; ANATOLE, p. 7.

⁶⁰ Cf. dans TANNERY, *La religion des derniers mathématiciens de l'antiquité*, in *Mémoires Scientifiques*, II, pp. 533-534, un texte d'alchimie publié par BERTHELOT et RUELLE, *Les écrits alchimistes*, I, p. 27 : il est question dans ce texte d'un Dieu Un spécifiquement, mais non numériquement : « Θεὸν (...) τὸν ἕνα τῶ εἶδει καὶ οὐ τῶ ἀριθμῶ ».

⁶¹ P. 3.

⁶² Cf. PLOTIN, *Ennéades*, V, 1, § 5, p. 21 : « L'unité vient avant la dyade ; la dyade née de l'unité est limitée par elle, mais d'elle-même est illimitée ; c'est lorsqu'elle est limitée que naît le nombre (...) ».

⁶³ *Theol. arithm.*, pp. 8, 19-9, 2 : « ὡς γὰρ ὁ ὀπὸς τὸ κεχυμένον γάλα συστρέφει κατὰ τὸ ποιητικὸν τε καὶ ἐργαστικὸν ἰδίωμα, οὕτως ἡ ἐνωτικὴ δύναμις τῆς

Le nombre, la monade, la dyade et la triade étant ainsi définis, l'Anonyme étudie les différentes catégories de nombres, et tout d'abord les nombres pairs et impairs :

« Tout nombre est impair (*περιττός*) ou pair (*ἄρτιος*) ; est impair le nombre qui ne peut se diviser en deux parties égales ; est pair le nombre qui peut se diviser en deux parties égales » ⁶⁴

Pareille classification est une des premières notions arithmétiques que les élèves apprennent sur les bancs de l'école ; telle semble être également la source de l'Anonyme ⁶⁵ ; pour nous qui considérons les fractions comme des nombres, les impairs, comme les pairs, sont divisibles en deux parties égales ($7 = 3\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$) ; nous définissons les impairs comme n'étant pas divisibles en deux nombres entiers égaux.

A leur tour, les impairs et les pairs se subdivisent en plusieurs catégories ; l'Anonyme détaille tout d'abord les impairs :

« Parmi les impairs, les uns sont premiers (*πρώτοι*), d'autres sont composés (*σύνθετοι*), d'autres encore sont moyens (*μέσοι*) ; sont premiers ceux qui ne sont mesurables que par la monade, comme 3, 5, 7 ; ces nombres, en effet, n'ont comme mesure exacte que la monade ; de même tous ceux qui leur ressemblent ; sont composés les nombres mesurables par deux ou plusieurs nombres, comme 15, mesurable par 3 et 5, comme 21, par 3 et 7, comme 45, par 3, 5, 9 et 15 ; sont moyens les nombre situés entre ces deux catégories, c'est-à-dire ceux qui, en nombres entiers, ne sont mesurables ni par la monade seule ni par deux ou plusieurs nombres, mais qui sont mesurables par un seul nombre, comme 9 par 3, 25 par 5, 49 par 7 ; et ainsi, tous les nombres qui leur ressemblent » ⁶⁶.

Sous forme de plan, voici donc les catégories qui, selon l'Anonyme, composent la classe des impairs :

Nombres impairs :

1. premiers : 3, 5, 7...
2. composés : 15 ($= 3 \times 5$) ; 21 ($= 3 \times 7$) ; 45 ($= 3 \times 15 = 9 \times 5$)...
3. moyens : 9 ($= 3 \times 3$) ; 25 ($= 5 \times 5$) ; 49 ($= 7 \times 7$)...

On remarque l'imperfection de ce classement où se glisse une double erreur : les nombres que l'Anonyme appelle « composés » sont rangés parmi les impairs, alors que les composés comprennent, outre les impairs

μονάδος προσελθοῦσα τῇ δυνάδι, εὐπορίας καὶ χύσεως οὕση πηγῇ, πέρας ἐνεποιήσεν, εἶδος δέ, ὅπερ ἐστὶν ἀριθμός, τῇ τριάδι.

⁶⁴ P. 52, 3-5.

⁶⁵ Cf. également EUCL., VII, déf. 6 et 7 ; NICOM., I, 7, 4 ; THÉON DE SMYRNE, p. 21, 20-24 ; DOMNINOS, p. 413.

⁶⁶ P. 52, 5-16.

produits de deux facteurs inégaux, tous les nombres pairs ; de plus, les nombres « moyens », qui ne sont autres que les carrés des nombres premiers, sont en réalité des nombres composés, et doivent donc appartenir à cette deuxième classe d'impairs ⁶⁷ ; Nicomaque commet cette double erreur ⁶⁸ ; une divergence sourd cependant d'un texte à l'autre : chez l'Anonyme, les nombres moyens participent aux deux classes précédentes, les premiers et les composés, parce que, à l'exemple des nombres composés, ils contiennent un facteur autre que l'unité, et que, d'autre part, comme dans les nombres premiers, ce facteur est unique ; chez Nicomaque ⁶⁹, ces mêmes nombres moyens tiennent à la fois des composés et des premiers en ce sens qu'envisagés seuls ils sont composés, tandis que, entre eux, ils sont premiers.

Euclide cependant, ne limitait pas aux impairs les nombres composés ⁷⁰, et n'admettait que deux classes d'impairs : les impairs premiers ⁷¹, et les autres ⁷².

Quant à Jamblique ⁷³, il évite la superposition des nombres composés et moyens en adoptant la classification suivante :

Nombres impairs :

- | | |
|-----------------------------|---------------|
| 1) premiers et non composés | a) absolument |
| | b) entre eux |
| 2) seconds et composés | a) absolument |
| | b) entre eux |

Domninos ⁷⁴ enfin, répartit les nombres d'une manière fort logique en distinguant nettement les deux points de vue : nombres envisagés en eux-mêmes (parmi ceux-ci, on distingue les pairs et les impairs ; parmi ces derniers, on distingue les premiers et les composés), et nombres envisagés dans leurs relations avec les autres (ceux-ci sont, soit premiers entre eux, soit composés entre eux).

Après ce bref examen des auteurs cités, nous pouvons conclure que l'Anonyme diffère de Nicomaque, Théon de Smyrne, Jamblique, Dom-

⁶⁷ L'Anonyme semble se rendre compte de la deuxième erreur, car, plus loin (p. 53, 3-5), il range sous une appellation unique (les « impairement impairs ») à la fois les nombres moyens et les nombres composés.

⁶⁸ NICOM., I, 12, 1 et I, 13, 1.

⁶⁹ NICOM., I, 13, 1 et 9.

⁷⁰ EUCL., VII, déf. 10-15 ; THÉON DE SMYRNE emboîte le pas à Euclide : p. 23, 6-9.

⁷¹ EUCL., VII, déf. 12.

⁷² EUCL. VII, déf. 11 ; les impairs autres que les nombres premiers sont les « impairement impairs », ou produits d'un impair par un impair.

⁷³ JAMBL., *In Nic.*, p. 26, 18-25 ; celui-ci commet la même erreur que Nicomaque en rangeant les composés parmi les impairs uniquement.

⁷⁴ DOMNINOS, pp. 413-417 ; cf. P. TANNERY, *Le manuel d'Introduction arithmétique du philosophe Domninos de Larissa*, in *Mémoires Scientifiques*, III, pp. 271-272 ; Domninos envisage encore les nombres à la fois en eux-mêmes et en relation avec les autres.

ninos et Euclide, en ce qui concerne la classification des nombres impairs ; celle-ci est-elle, dès lors, une invention personnelle ? Rien ne s'y oppose, sinon le manque systématique d'innovations dans ce quadrivium ; mieux vaut admettre sans doute, qu'existait une autre tradition, de laquelle s'est inspiré l'Anonyme.

Après avoir classé les impairs, l'Anonyme donne une méthode pour découvrir les différentes sortes d'impairs :

« Voici la méthode à suivre pour découvrir ceux-ci (les nombres impairs) ; prenons en ordre les nombres impairs, 3 y compris ; multiplions-les par eux-mêmes et puis les uns par les autres, et disposons les nombres obtenus exactement en dessous des impairs correspondants ; ensuite, par l'examen minutieux de cette deuxième série, cherchons les impairs qui ont échappé à cette liste, et quels sont ceux qui s'y trouvent ; cherchons aussi, dans les nombres qui s'y trouvent, ceux qui sont multiples d'un seul nombre, et ceux qui sont multiples de deux ou de plusieurs nombres ; cela étant, tous les nombres qui ont échappé à cette deuxième distinction (ce sont, évidemment, ceux qui avaient déjà été éliminés par la première classification), nous les considérerons comme premiers ; quant aux autres nombres, ceux qui sont multiples d'un seul nombre, nous les identifierons comme étant des nombres moyens, et ceux qui sont multiples de deux ou de plusieurs nombres, nous les signalerons comme étant des nombres composés. Le schéma tracé par la méthode énoncée, si l'on continue jusqu'au bout la série des nombres, est dite « crible » (*κόσμιον*), parce que, de la même manière qu'à travers un crible ordinaire, les nombres premiers s'échappent.

Les nombres moyens et composés sont aussi appelés impairement impairs, parce qu'ils sont divisibles par un nombre impair en un nombre impair »⁷⁵.

Cette méthode de production des nombres impairs, assez compliquée, est nommée « crible » par l'Anonyme ; Nicomaque l'appelle, avec plus de précision, « crible d'Ératosthène »⁷⁶ ; habituellement, on réserve ce nom à la méthode beaucoup plus simple inventée par découvrii les seuls nombres premiers⁷⁷ : il suffit d'aligner les nombres dans leur série naturelle, et d'éliminer successivement les multiples de 2, 3, 5... Mais cette méthode d'élimination n'est, semble-t-il, qu'une simplification postérieure du long procédé décrit par l'Anonyme.

Comme les impairs, les nombres pairs à leur tour se subdivisent en deux classes distinctes ; voici ce qu'en dit l'Anonyme :

« Parmi les nombres pairs, les uns sont pairement pairs (*ἀρτίαις ἄρτιοι*) ; ils se divisent et se subdivisent en 2 jusqu'aux monades ;

⁷⁵ Pp. 52, 16-53, 5 ; cf. NICOM., I, 13, 2 sq.

⁷⁶ NICOM., I, 13, 2.

⁷⁷ Cf. T. DANTZIG, *Number, the language of science*, p. 47.

ainsi, 32 se divise en 16, 16 en 8, 8 en 4, 4 en 2 et 2 en monades ; d'autres sont parement impairs (*ἀρτιάκις περιττοί*) ; ils ne supportent qu'une première division en 2 ; par exemple, 18 se divise en 9, et la division ne se poursuit pas plus loin ; de même, 22 se divise en 11, 26 en 13 ; d'autres encore sont impairement pairs (*περισσάκις ἄρτιοι*) ; ils se situent entre les deux premières catégories ; ces nombres se divisent et se subdivisent ; ils ne descendent pas, cependant, jusqu'aux monades, mais s'arrêtent avant la division en monades ; ainsi, 12 s'arrête à 3, 20 à 5, 28 à 7⁷⁸.

Sous forme de plan, la classification de l'Anonyme se résume ainsi :

Nombres pairs :

1. parement pairs : 32...
2. parement impairs : 18, 22, 26...
3. impairement pairs : 12, 20, 28...

Par nombre parement pair, l'Anonyme entend, à la suite des arithméticiens précédents⁷⁹, toute puissance de 2, c'est-à-dire tout nombre de la forme 2^n ; à l'exception d'Euclide cependant, qui admet dans les parement pairs, outre les puissances de 2, tout produit de deux pairs quelconques⁸⁰ ; soit, en formules, la répartition euclidienne :

1. *Les parement pairs* : ils sont de la forme : a) 2^n
b) $2^n (2k + 1)$
2. *Les autres pairs* : a) $2 (2k + 1)$; ce sont les parement impairs de l'Anonyme ;
b) $2^n (2k + 1)$; ce sont les impairement pairs de l'Anonyme.

La formule $2^n (2k + 1)$ exprimant chez Euclide deux sortes possibles de nombres pairs montre avec évidence la superposition de deux concepts distincts.

Pour sa définition des nombres parement impairs et impairement pairs, l'Anonyme suit docilement ses prédécesseurs⁸¹ ; les parement impairs sont de la forme : $2 (2k + 1)$; les autres, de la forme : $2^n (2k + 1)$; distinction inutile, sans doute, mais, comme l'indiquent les formules,

⁷⁸ P. 53, 6-17.

⁷⁹ NICOM., I, 8, 4 ; THÉON DE SMYRNE, p. 25, 7-11 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 20, 14-18 ; DOMNINOS, p. 414 ; cf. certaines scholies sur EUCLIDE, *Élém.*, VII (ed. J. L. Heiberg, vol. V, pp. 361 et 364).

⁸⁰ EUCL., VII, déf. 8 : « le nombre parement pair est celui qui est divisible par un nombre pair en nombre pair » ; cf. également EUCL., IX, *Prop.* 32-34, où Euclide semble se rendre compte de cette superposition.

⁸¹ NICOM., I, 9, 1 et I, 10, 1 sq. ; THÉON DE SMYRNE, pp. 25, 19-21 et 26, 5-9 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 22, 8 sq. ; cf. certaines scholies sur EUCLIDE VII, (ed. J. L. Heiberg, vol. V, pp. 361-364).

il s'agit bien de deux catégories différentes ; Platon et Euclide, cependant, donnent de ces nombres des définitions qui en dernier ressort apparaissent synonymes ; ainsi, Platon ⁸² cite, pour les parement impairs et les impairement pairs, les exemples 2×3 et 3×2 qui nous prouvent l'équivalence des deux notions ; identique et tout aussi injustifiable est la position d'Euclide ⁸³ qui confond ces deux sortes de pairs, et à qui, déjà, Jamblique adresse de graves reproches ⁸⁴.

Ajoutons que toutes ces distinctions et classifications n'ont mené, que nous sachions, à aucun résultat ; purs jeux de mots et d'esprit, elles sont sans intérêt pour le développement de l'arithmétique ; mais, si l'on disserte sur les classes de nombres, il faut s'efforcer de ne pas commettre d'erreurs de raisonnement : ici, nous devons reconnaître que, pour sa classification des nombres pairs, l'Anonyme l'emporte en logique sur Platon et le grand Euclide.

Comme précédemment pour les impairs, l'Anonyme expose une méthode pour découvrir les différentes sortes de nombres pairs :

« Voici le système établi pour découvrir aussi ces nombres, et tout d'abord les nombres parement pairs : l'on fait, à partir de la monade, des additions successives : $1 + 1 = 2$, $2 + 2 = 4$, $4 + 4 = 8$, $8 + 8 = 16$, et ainsi de suite, autant d'additions que l'on veut ; car, si à partir d'une quelconque des additions précédentes, l'on recommençait par l'autre bout les divisions en sens inverse, l'on redescendrait jusqu'à la monade ; tel est donc le moyen par lequel on peut repérer les nombres parement pairs. Quant aux nombres parement impairs, on peut les trouver en additionnant une seule fois deux (mêmes) nombres impairs, sans aller plus loin ; en effet, si on veut diviser le résultat obtenu, on n'obtiendra, par cette division, que les nombres additionnés une seule fois ; quant aux nombres impairement pairs, on peut les établir comme ceci : on prend comme point de départ des nombres impairs que l'on additionne, mais on ne s'arrête pas à la première addition, non, on répète l'addition plusieurs fois ; en effet, si l'on recommence par l'autre bout les divisions, on effectuera plus d'une seule division ; d'autre part, on s'arrêtera aux nombres impairs choisis pour la première addition, de sorte qu'on empêche ces nombres de se diviser en monades ; telle est donc la méthode que l'on suivra pour déterminer les différentes espèces de nombres pairs » ⁸⁵.

⁸² PLATON, *Parm.*, 143 E - 144 A ; Platon distingue encore les parement pairs (2×2), et les impairement impairs (3×3)

⁸³ EUCL., VII, déf. 9 et 10 ; cf. EUCL., IX, *Prop.* 33 et 34 ; la même confusion se lit déjà chez Philolaos (in STOBÉE, *Egl.*, p. 21, 7 c) ; cf. DOMNINOS, p. 414.

⁸⁴ JAMBL., *In Nic.*, p. 20, 11-14 : « (...) les disciples d'Euclide s'imaginent que le parement impair et l'impairement pair, c'est la même chose, et ne voient pas le sens précis existant dans ce point subtil (...).

⁸⁵ Pp. 53, 17-54, 6.

Il faut bien admettre que cette méthode, si longuement décrite par l'Anonyme, est finalement peu utile, car une simple déduction partant des définitions des trois sortes de nombres pairs nous donnera ces différents nombres sans effort de réflexion ; est-il besoin de préciser que Nicomaque, Théon de Smyrne et Jamblique ⁸⁶ proposent semblable procédé de production ? A l'exception cependant des impairement pairs que Nicomaque ⁸⁷, par exemple, découvre en multipliant, les uns par les autres, les pairement pairs à partir de 4, et les impairs à partir de 3.

L'exposé se poursuit par une nouvelle classification des nombres ; comparé à la somme de ses facteurs, un nombre peut lui être égal, inférieur, ou supérieur ; ainsi envisagé, un nombre est soit parfait, soit déficient, soit encore abondant ; voici comment les définit l'Anonyme :

« Voici encore une autre distinction parmi les nombres : certains sont parfaits, d'autres déficients, d'autres encore abondants (*οἱ μὲν εἰσι τέλειοι, οἱ δὲ ἀτελεῖς, οἱ δὲ ὑπερτελεῖς*). Sont parfaits ceux qui sont égaux à la somme de leurs parties, comme 6 : ses parties sont 1, 2 et 3, et leur somme fait 6 ; sont déficients ceux qui sont inférieurs à la somme de leurs parties, par exemple 8 : ses parties sont 1, 2 et 4, et leur somme égale 7, nombre inférieur à 8 ; sont abondants ceux qui sont supérieurs à la somme de leurs parties, par exemple 12 : ses parties sont 1, 2, 3, 4 et 6, et, si on les additionne, on obtient 16, nombre qui dépasse 12 » ⁸⁸.

La première remarque à formuler est que l'Anonyme confond les nombres déficients et abondants ; il suffirait, pour que le texte soit correct, d'intervertir les termes « *ἥττονες* » et « *μεζονες* » (inférieurs et supérieurs à la somme de leurs parties) ; les nombres déficients, en effet, selon la définition correcte des arithméticiens précédents ⁸⁹, sont ceux dont la somme des parties forme un nombre inférieur au nombre donné, ainsi 8 ; ils ne sont pas, comme l'affirme l'Anonyme, « inférieurs à la somme de leurs parties » ; et l'Anonyme de donner ces définitions erronées à l'encontre des exemples qu'il cite correctement !

Les nombres parfaits sont toujours pairs ⁹⁰ ; en effet, ils se terminent tous par 6 ou 8 ⁹¹ ; mais les nombres déficients et abondants peuvent

⁸⁶ NICOM., I, 8, 8 sq. ; cf. JAMBL., *In Nic.*, p. 21, 9 sq.

⁸⁷ NICOM., I, 10, 6-10 et JAMBL., *In Nic.*, p. 25, 4 sq. ; cf. le tableau de ces nombres dans NICOMAQUE, ed. Hoche, p. 25.

⁸⁸ P. 54, 7-15.

⁸⁹ NICOM., I, 14, 3 et I, 15, 1 ; THÉON DE SMYRNE, p. 46, 4-5 et 9-11 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 32, 3-5 et 10-12.

⁹⁰ Il ne faut pas confondre les nombres parfaits dont il est question ici, avec les nombres dont la perfection est qualitative, comme la triade, ou encore la décade pythagoricienne : à ce sujet, voyez les *Theologoumena arithmeticae*, ou les élucubrations d'Anatole et de Philon d'Alexandrie.

⁹¹ G. LORIA, *Le scienze esatte nell' antica Grecia*, Milan, 1914, pp. 840-841.

être impairs ; c'est donc avec raison que l'Anonyme, contrairement à Nicomaque ⁹², ne limite pas aux seuls nombres pairs ces trois classes de nombres.

Les nombres déficients et abondants ne sont guère intéressants ; ils ont donné naissance à des considérations fort peu mathématiques : ainsi, Nicomaque ⁹³ voit dans ces nombres des images, soit de l'indigence, à l'exemple des animaux pourvus d'un œil unique (nombres déficients), soit d'excès, comme des bêtes à dix bouches (nombres abondants).

Les nombres parfaits, par contre, ont arrêté l'attention des arithméticiens depuis Euclide ⁹⁴ ; celui-ci en formule la règle de formation ⁹⁵, soit, en langage moderne : si $2^n - 1$ est un nombre premier, $2^{n-1} (2^n - 1)$ est parfait ; à l'aide de cette formule, l'on a pu former une vingtaine de nombres parfaits ; le $7^e = 2^{18} (2^{19} - 1) = 137\ 438\ 691\ 328$; le $9^e = 2^{60} (2^{61} - 1)$; il a 37 chiffres ⁹⁶.

Multiplication, nombres plans et solides, multiples et sous-multiples, voilà qui rend un son plus scientifique ; suivons le texte de l'Anonyme :

« Un nombre, dit-on, multiplie un nombre, lorsque le multiplicande s'additionne à lui-même autant de fois que l'autre contient de monades, et qu'il vient un certain résultat. Le nombre obtenu par deux nombres qui se multiplient l'un l'autre est appelé nombre plan (*ἐπίπεδος*), et les nombres qui se sont multipliés sont ses côtés ; le nombre obtenu par le produit de trois nombres est un nombre solide (*στερεός*), et les nombres qui se sont multipliés sont ses côtés.

« Est un nombre carré (*τετράγωνος*) le produit d'un nombre par un nombre égal à ce nombre, autrement dit, le produit de deux nombres égaux, ou encore, un nombre qui se multiplie lui-même ; est un nombre cube (*κύβος*) le résultat que produit un nombre multiplié deux fois par un nombre égal à ce nombre, ou le produit de trois facteurs égaux, ou encore, un nombre qui se multiplie lui-même et multiplie ensuite le résultat obtenu.

« Un nombre est partie (*μέρος*) d'un autre nombre, si, étant le plus petit de ces nombres, il mesure le plus grand d'une manière exacte ; par exemple, 3 mesure 6 ; mais il est parties (*μέρη*) d'un autre nombre, lorsqu'il ne le mesure pas exactement ; ainsi, 4 ne mesure pas 6. Un nombre est multiple d'un autre, si, étant le plus grand de deux nombres, il est mesuré par le plus petit exactement » ⁹⁷.

⁹² NICOM., I, 14, 1 ; cf. JAMBL., *In Nic.*, p. 31, 22-25, contrairement à THÉON DE SMYRNE, p. 45, 9-10 et DOMNINOS, p. 421.

⁹³ NICOM., I, 14, 3 et I, 15, 1.

⁹⁴ Des arithméticiens tels Kraitichik, Heath, Dickson, Loria, Michel, Tannery etc...

⁹⁵ EUCL., IX, *Prop.*, 36 ; le nombre parfait est défini par EUCL., VII, déf. 23.

⁹⁶ Cf. G. LORIA, *Le scienze esatte nell' antica Grecia*, p. 840.

⁹⁷ Pp. 54, 16-55, 5.

Rien de plus banal que ces définitions qui se retrouvent toutes chez Euclide ⁹⁸ ; ce que l'Anonyme définit ici, ce sont les nombres représentés par des lignes, et non les nombres « sommes-de-monades » que l'arithmogéométrie pythagoricienne figure par des points dans l'espace ; de ceux-ci, l'Anonyme parle à la fin de son traité, dans le chapitre « les nombres en figures » ; c'est avec raison qu'il distingue les deux conceptions, alors que Nicomaque et Théon ⁹⁹ semblent les confondre : confusion aisément compréhensible, car les nombres plans et solides sont susceptibles d'être produits ou sommes, en particulier les nombres carrés, produits de deux facteurs égaux, ou sommes des impairs successifs ¹⁰⁰.

Après avoir étudié les nombres en eux-mêmes, l'Anonyme traite des relations des nombres entre eux ; il définit tout d'abord les rapports :

« Qu'ici donc se termine cette partie dans laquelle nous avons exposé les éléments, définitions et principes fondamentaux des nombres ; pour suivre, il nous faut traiter des rapports entre nombres.

Est un rapport, la position qualitative (*ποιὰ σχέσις*) de deux nombres entre eux ; tout nombre étant (par rapport à un autre) égal ou inégal, 1 sera le premier rapport ; il se présente lorsqu'un nombre est comparé à un nombre égal à lui-même : le quatrième nombre comparé au quatrième, le cinquième au cinquième ou, en un mot, un nombre, quel qu'il soit, mis en parallèle avec son égal ; parmi les rapports d'inégalité, on distingue : l'épimore, l'épimère, le pollaplaste, le pollaplastiépimore et le pollaplastiépipimère (*ὁ μὲν ἐστὶν ἐπιμόριος λόγος, ὁ δὲ ἐπιμερής, ὁ δὲ πολλαπλασίσιος, ὁ δὲ πολλαπλασιεπιμόριος, ὁ δὲ πολλαπλασιεπιμερής*) ; ces rapports sont aussi appelés antécédents (*πρόλογοι*) ; les rapports réciproques (*ὑπόλογοι*) à ceux-là et inverses de ces rapports sont les suivants : hypépimore, hypépimère, hypopollaplaste, hypopollaplastiépimore, hypopollaplastiépipimère.

Est épimore, le rapport qui contient un nombre entier plus une partie de ce nombre ; l'hémiole est le premier des rapports épimores : il contient un nombre entier plus la moitié de ce nombre ; la moitié, en effet, est la plus grande partie ; l'épitrite est le deuxième rapport épimore : il contient un nombre entier plus le tiers de ce nombre ; le tiers, en effet, est la deuxième partie après la moitié ; l'épitétarte est le troisième rapport épimore ; il contient un nombre entier plus le quart de ce nombre ; l'épipente est le quatrième, l'éphecte, le cinquième, puis vient l'éphebdome, et

⁹⁸ EUCL., VII, déf. 16-20 et 3-5.

⁹⁹ NICOM., II, 7, 3 et II, 13, 1 ; THÉON DE SMYRNE, p. 36, 3 sq. ; sur les nombres-produits et les nombres-sommes, cf. P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, pp. 298 sq.

¹⁰⁰ Ainsi, $16 = 4 \times 4 = 1 + 3 + 5 + 7$; il en va de même des triangles : ceux-ci peuvent être sommes ou produits, comme le montrent les formules définissant le triangle : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

ainsi de suite, selon ce procédé ; voilà donc pour les rapports épimores ; il en va de même pour les rapports hypépimores, réciproques à ceux-là et inverses de ces rapports.

Est épimère, le rapport qui contient un nombre entier et plusieurs parties de ce nombre ; l'épidimère est le premier des épimères : il contient un nombre entier plus deux parties de ce nombre ; l'épitrimer est le deuxième : il contient un nombre entier plus trois parties de ce nombre ; l'épitétramère est le troisième, puis vient l'épipentamère, et ainsi de suite ; il en va de même pour leurs réciproques, appelés hypépimères.

Est pollaplaste (multiple), le rapport qui contient plusieurs fois le même nombre ; de ces rapports, le diplaste (double) est le premier ; vient ensuite le triplaste (triple), puis le tétraplaste (quadruple), le pentaplaste (quintuple), et ainsi de suite pour tous les autres ; leurs réciproques se nomment hypopollaplastes.

Sont pollaplastiépmores, les rapports qui contiennent plusieurs fois le même nombre et, de même que les épimores, une quelconque des parties de ce nombre ; leurs inverses sont les hypopollaplastiépmores.

Sont pollaplastiépmères, ceux qui contiennent plusieurs fois le même nombre et, de même que les épimères, plusieurs parties de ce nombre ; les rapports réciproques à ceux-là se nomment hypopollaplastiépmères » ¹⁰¹.

Bien qu'elle exclue les rapports entre grandeurs irrationnelles, la définition de l'Anonyme est correcte : le rapport est bien une relation qualitative (ποιὰ σχέσις) entre deux nombres, et non une relation quantitative (ποσὴ σχέσις, par exemple 5-3, 8-2 etc...) ¹⁰².

Hormis l'ordre d'énumération ¹⁰³, l'Anonyme reprend à ses prédécesseurs ¹⁰⁴ la liste des rapports et leurs définitions.

Premier, le rapport d'égalité engendre tous les autres ; quant aux relations d'inégalité, l'Anonyme en compte dix : cinq rapports antécédents (πρόλογοι), auxquels se joignent cinq inverses (ὑπολόγοι) ; voyons, en formules, ces dix rapports :

1) *l'épimore et son inverse l'hypépimore :*

L'épimore affecte la forme $\frac{n+1}{n}$, c'est-à-dire $1 + \frac{1}{n}$; le premier

¹⁰¹ Pp. 55, 6-56, 13.

¹⁰² Plus exacte et plus abstraite, est la définition qu'EUCLIDE donne du rapport (*Élém.*, V, déf. 3) : « Λόγος ἐστὶ δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πηλικιότητα ποιὰ σχέσις ».

¹⁰³ NICOMACHE, par exemple, cite le rapport pollaplaste en tête de son énumération (I, 17, 7).

¹⁰⁴ NICOM., I, 17-23 ; THÉON DE SMYRNE, pp. 73, 16-80, 14 ; JAMBL., *In Nic.*, pp. 35, 24-51, 20 ; DOMNINOS, pp. 418 sq. ; au sujet des rapports, voyez P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, pp. 348-362.

épimère—l'hémiole—est donc $1 + \frac{1}{2}$; c'est le rapport de 3 à 2, où 3 est l'épimère de 2, et 2 l'hypépimère de 3 ; le deuxième épimère est l'épitrite ; il est de la forme $1 + \frac{1}{3}$; c'est le rapport de 3 à 4, et ainsi de suite.

2) *l'épimère et son inverse l'hypépimère :*

L'épimère a pour forme $\frac{n+p}{n}$, c'est-à-dire $1 + \frac{p}{n}$ en supposant $p < n > 1$; l'épidimère, par exemple, peut être $1 + \frac{2}{3}$, ou encore $1 + \frac{2}{5}$ ou encore $1 + \frac{2}{9}$ etc.

Notons en passant que Nicomaque et Jamblique¹⁰⁵ restreignent la compréhension des épimères aux rapports de la forme $1 + \frac{n-1}{n}$ comme le montrent les exemples qu'ils citent : $1 + \frac{2}{3}$, $1 + \frac{3}{4}$, $1 + \frac{4}{5}$.

3) *le pollaplaste et son inverse l'hypopollaplaste :*

Il s'agit simplement des rapports double, triple, quadruple etc.

4) *le pollaplastiépipimère et son inverse :*

Le pollaplastiépipimère se formule ainsi : $\frac{mn+1}{n}$, c'est-à-dire $m + \frac{1}{n}$; le premier de ces rapports — le diplasiéphémisus — est donc $2 + \frac{1}{2}$; c'est le rapport de 5 à 2 ; le diplasiépitrite est $2 + \frac{1}{3}$, ou rapport de 7 à 3 ; le triplasiépitrite est $3 + \frac{1}{3}$ etc.

5) *le pollaplastiépipimère et son inverse :*

Le pollaplastiépipimère est à l'épipimère ce que le pollaplastiépipimère est à l'épipimère ; il affecte la forme $\frac{mn+p}{n}$ en supposant $p < n > 1$; identique est la formule $m + \frac{p}{n}$ où $p < n > 1$; citons quelques exemples de pollaplastiépipimères : $2 + \frac{2}{3}$, $2 + \frac{3}{7}$, $3 + \frac{4}{9}$.

¹⁰⁵ NICOM., I, 21, 2 et JAMBL., *In Nic.*, pp. 41, 29-43, 12.

Nicomache¹⁰⁶ limite, semble-t-il, ces rapports à ceux que l'on peut exprimer par la formule $\frac{mn + (n - 1)}{n}$; le rapport de 8 à 3 (c'est-à-dire $2 + \frac{2}{3}$) qu'il donne comme exemple, nous incite, en effet, à penser qu'il commet pour les pollaplasiépimères la même erreur que pour les épimères ; Jamblique¹⁰⁷ confirme notre constatation en complétant la liste des exemples : $2 + \frac{2}{3}, 2 + \frac{3}{4}, 2 + \frac{4}{5}$.

Après ces notes sur les rapports, l'Anonyme promène le lecteur dans le monde étonnant des proportions :

« A ces quelques définitions se limitera l'exposé sur les rapports entre nombres ; entamons pour suivre, selon ce même procédé, l'étude des proportions ; une proportion (*ἀναλογία*) est une certaine ressemblance qualitative (*ποιὰ τις ἐμφέρεια*) entre deux ou plusieurs rapports les uns vis-à-vis des autres ; des proportions, les unes sont continues (*συνεχεῖς*), les autres discontinues (*διεχεῖς*) ; sont continues, celles dont les rapports sont étroitement liés et bien enchaînés ; par exemple, le rapport de 16 à 8 est le même que celui de 8 à 4 et de 4 à 2 ; les rapports entre ces nombres sont, en effet, tous doubles ; sont discontinues, celles dont les rapports ne s'enchaînent pas et ne sont pas liés ; par exemple, le rapport de 32 à 16 est le même que celui de 12 à 6 et de 4 à 2 ; tous ces rapports, en effet sont doubles ; mais ils ne sont pas continus et ne forment pas une suite régulière ; car le rapport de 32 à 16 n'est pas le même que celui de 16 à 12 ; ce dernier, en effet, n'est pas double comme le précédent, mais épitrite ; pas davantage, le rapport de 12 à 6 n'est celui de 6 à 4 : le premier est double, le second hémiole.

Remarquons que les proportions continues se composent au moins de trois termes, tandis que les proportions discontinues en possèdent au moins quatre.

Il y a dix médiétés (*εἰσὶ δὲ ἀναλογίαι τὸν ἀριθμὸν δέκα*).

La médiété arithmétique est la première ; elle se caractérise par l'identité en quantité dans les différences (*ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς*) ; par exemple, entre 6 et 4, la différence est la même qu'entre 4 et 2 ; elle est, en effet, de deux monades dans chacun des cas.

La médiété géométrique est la deuxième ; elle se caractérise par l'identité des quotients dans les rapports (*ἡ περὶ τοὺς λόγους ἐν ταῖς ὑπεροχαῖς ταυτότης*)¹⁰⁸ ; par exemple, le rapport de 9 à 6 est le même que celui de 6 à 4 ; ils sont tous deux hémioles.

¹⁰⁶ NICOM., I, 23, 1-3.

¹⁰⁷ JAMBL., *In Nic.*, pp. 50, 24-51, 20.

¹⁰⁸ La terminologie est ambiguë quant au mot « *ὑπεροχή* » ; il signifie « différence » au sens moderne du mot, lorsqu'il s'agit de rapports arithmétiques, et « quotient » pour les rapports géométriques.

La médiété harmonique est la troisième : le plus grand de ses termes est au plus petit comme la différence des plus grands est à la différence des plus petits ; ainsi 6, 4, 3 ; le rapport du plus grand au plus petit, donc de 6 à 3, est double ; la différence des plus grands termes, c'est-à-dire 6 et 4, est 2 ; la différence des plus petits, soit 4 et 3, est 1, et le rapport de 2 à 1 est double, le même qu'entre le plus grand et le plus petit terme ; telle médiété est dite harmonique, parce qu'elle contient en elle-même les rapports harmoniques de la musique ; en effet, les rapports harmoniques de la musique sont l'épitríte qui exprime la quarte, l'hémiole, la quinte, et le double, l'octave ; il faut laisser de côté la double quarte, la double quinte et la double octave, car elles présentent les mêmes rapports, une octave plus haut ; or, la médiété harmonique contient en elle-même toutes ces sortes de rapports : l'épitríte, l'hémiole, le double ; en effet, disposons à nouveau en nombres la médiété harmonique 6, 4, 3 ; le rapport entre les plus petits termes est bien l'épitríte, entre les plus grands l'hémiole, et entre les extrêmes l'octave ; car le rapport de 4 à 3 est bien l'épitríte, celui de 6 à 4 est l'hémiole, celui de 6 à 3, c'est-à-dire du plus grand terme au plus petit, est double ; ainsi donc, c'est à juste titre que la troisième médiété, qui contient en elle-même les rapports harmoniques de la musique, est appelée médiété harmonique.

La médiété contraire à l'harmonique est la quatrième ; elle se produit lorsque le plus grand terme est au plus petit comme la différence des plus petits est à la différence des plus grands, par exemple, 6, 5, 3 ; le rapport de 6 à 3 est double, la différence des plus petits termes est 2, des plus grands 1, et le rapport de 2 à 1 est double.

Voilà donc le nombre et les caractéristiques des médiétés connues de Pythagore et de ses disciples ; les suivantes ont été découvertes par les auteurs plus récents.

La cinquième médiété se présente lorsque le moyen terme est au plus petit comme la différence des plus petits est à celle des plus grands ; ainsi, 5, 4, 2 ; le rapport de 4 à 2 est double ; la différence des plus petits termes est 2 ; celle des plus grands est 1 ; le rapport de 2 à 1 est double.

La sixième médiété se présente lorsque le plus grand terme est au moyen comme la différence des plus petits est à celle des plus grands ; par exemple, 6, 4, 1 ; le rapport de 6 à 4 est hémiole ; la différence des plus petits est 3 ; celle des plus grands est 2 ; 3 est à 2 dans le rapport hémiole.

La septième médiété se présente lorsque le plus grand terme est au plus petit comme la différence de ces deux termes est à la différence des plus petits ; ainsi, 9, 8, 6 ; le rapport de 9 à 6 est hémiole ; la différence de ces termes est 3 ; celle des plus petits est 2 ; le rapport de 3 à 2 est hémiole.

La huitième médiété se présente lorsque le plus grand terme est au plus petit comme la différence de ces termes est à celle des plus grands ; ainsi, 9, 7, 6 ; 9 est à 6 dans le rapport hémiole ; la différence de ces termes est 3 ; celle des plus grands est 2 ; le rapport de 3 à 2 est hémiole.

La neuvième médiété se présente lorsque le moyen terme est au plus petit comme la différence des extrêmes est à celle des plus petits ; par exemple, 7, 6, 4 ; le rapport de 6 à 4 est hémiole ; la différence des extrêmes est 3 ; celle des plus petits est 2 ; le rapport de 3 à 2 est hémiole.

La dixième médiété se présente lorsque le moyen terme est au plus petit comme la différence des extrêmes est à celle des plus grands ; ainsi, 8, 5, 3 ; le rapport de 5 à 3 est épimère ; la différence des extrêmes est 5 ; celle des plus grands est 3 ; le rapport de 5 à 3 est également épimère.

La médiété composée de rapports égaux est la même que la médiété géométrique ; par exemple, 4, 4, 4 ; le premier terme est au moyen dans le même rapport que le moyen au plus petit ; ces deux rapports, en effet, sont des rapports d'égalité ; pour cette raison, pareille médiété est laissée de côté, étant donné qu'elle coïncide avec la médiété géométrique.

Il n'y a donc en tout que dix médiétés »¹⁰⁹.

L'Anonyme confond proportions (*ἀναλογίαι*) et médiétés (*μεσότητες*) ; en effet, alors que la proportion est une égalité de rapports¹¹⁰, la médiété, elle, est une série de trois termes tels qu'avec deux d'entre eux et deux des différences entre ces termes pris deux à deux, l'on puisse constituer des rapports égaux¹¹¹ ; l'Anonyme définit correctement la proportion comme étant une ressemblance entre deux ou plusieurs rapports, mais sous l'appellation « proportions » (*ἀναλογίαι*), il range autant de séries de trois termes, c'est-à-dire, en réalité, les médiétés ; la confusion peut s'expliquer du fait que toute médiété se formule en deux rapports égaux (le rapport entre deux des trois termes, et le rapport entre deux de leurs différences) ; or, cette égalité de rapports est, au sens propre, une proportion ; d'où l'emploi du terme « *ἀναλογία* » pour désigner la médiété elle-même ; de plus, la médiété géométrique constitue un secteur commun entre proportion et médiété, étant à la fois série de trois termes (médiété) et proportion, puisque, par définition, l'égalité a lieu dans les rapports¹¹².

A la suite des arithméticiens précédents¹¹³, l'Anonyme compte dix

¹⁰⁹ Pp. 56, 14-59, 17.

¹¹⁰ NICOM, II, 21, 2 ; THÉON DE SMYRNE, p. 82, 6-9 ; JAMBL., *In Nic.*, p. 98, 14-15.

¹¹¹ Cf. THÉON DE SMYRNE, p. 84, 15-17 et p. 113, 11-17.

¹¹² Cf. NICOM, II, 24, 1 ; THÉON DE SMYRNE, p. 106, 15-19 et JAMBL., *In Nic.*, p. 100, 15-17.

¹¹³ Cf. P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, pp. 372 sq. ; NICOMAUQUE (II, 22, 1)

médiétés ; en réalité, les médiétés sont au nombre de onze ; une comparaison des médiétés chez Pappus ¹¹⁴ d'une part, Nicomaque ¹¹⁵, Jamblique ¹¹⁶, et l'Anonyme d'autre part, nous prouve, d'ailleurs, l'existence de onze médiétés dans l'arithmétique grecque ; Pappus, en effet, omet la septième médiété de Nicomaque et de l'Anonyme, mais ceux-ci ne signalent pas la huitième médiété de Pappus ; aux neuf médiétés communes à tous ces arithméticiens, ajoutons donc la huitième de Pappus et la septième de Nicomaque et de l'Anonyme, ce qui nous donne onze médiétés.

L'Anonyme répartit les médiétés en deux groupes : les quatre premières ou celles de Pythagore, et les six autres dont il attribue la découverte « aux auteurs plus récents (*τοῖς νεωτέροις*) » ; habituellement ¹¹⁷ on répartit les médiétés ainsi : les trois anciennes ou celles de Pythagore avec leurs inséparables sous-contraires, et quatre médiétés récentes.

Étudier en détail ces différentes médiétés avec les formules qui les définissent serait répéter ce que les auteurs modernes ont déjà écrit, à ce sujet, sur Nicomaque et Jamblique ; l'Anonyme, en effet, reprend, mot pour mot, la liste des médiétés que nous trouvons chez ces deux auteurs ; nous pouvons renvoyer le lecteur aux arithméticiens grecs qui ont traité de la question ¹¹⁸, ainsi qu'à l'étude fort complète de P.-H. Michel ¹¹⁹.

La figuration des nombres par des points dans l'espace fait l'objet du dernier chapitre de l'Anonyme ; avant d'étudier les nombres solides, il traite des nombres plans :

« Voilà donc sur les médiétés un exposé clair et détaillé ; nous poursuivrons notre étude par l'explication systématique des figures planes.

Toute figure formée de nombres, avec l'unité comme point de départ, se forme et s'agrandit par les nombres qui s'additionnent les uns aux autres successivement ; l'on obtient des triangles, si, dans les additions successives, on ne laisse aucun nombre d'intervalle ; l'on obtient des carrés, si on laisse un nombre d'intervalle ;

constate que se trouve atteint, avec les dix médiétés, le nombre 10, considéré comme parfait par les Pythagoriciens.

¹¹⁴ PAPPUS, *Coll. Math.*, L. III, ch. 12-18 (ed. Ver Eecke, pp. 52-65).

¹¹⁵ NICOM., II, 23-28.

¹¹⁶ JAMBL., *In Nic.*, pp. 101, 12-118, 12.

¹¹⁷ NICOM., II, 22, 1 ; JAMBL., *In Nic.*, pp. 100, 19-101, 11 ; THÉON DE SMYRNE, cependant (p. 106, 13-15), les répartit en six médiétés principales et six sous-contraires ; des douze médiétés ainsi signalées, il ne détaille, d'ailleurs, que les six premières.

¹¹⁸ Cf. les notes 114 à 116 ; THÉON DE SMYRNE, pp. 107, 7-116, 7 ; DOMNINOS, pp. 423-425 ; ARCHYTAS, dans PORPHYRE, *In Ptol. Harm.*, p. 93, 7-16.

¹¹⁹ P.-H. MICHEL, *Les médiétés*, *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications* 2, 1949, pp. 139-178, et, du même auteur, *De Pythagore à Euclide*, pp. 365-411.

des pentagones, si on en laisse deux ; des hexagones, si on en laisse trois ; et, de même, l'on obtient successivement chacun des polygones à angles plus nombreux, en augmentant d'une monade l'intervalle formé par les nombres laissés de côté.

Mais étudions le triangle ; ainsi que nous l'avons établi, on accroît ces figures, tout en leur gardant la même forme, en additionnant les nombres en suite continue, sans laisser d'intervalle

entre eux ; ainsi 1, 2, donc 3 $\overset{\circ}{\circ}$, et voilà dessiné le premier des triangles ; il se compose de trois monades dont l'une est placée au sommet de la figure ; ainsi, chacun des côtés comprend une dyade.

On formera le deuxième triangle, si, en dessous du premier, on dispose le nombre suivant, c'est-à-dire, en dessous de la dyade,

le nombre qui vient après la dyade : $\overset{\circ}{\circ} \overset{\circ}{\circ}$; les côtés se com-

posent ainsi de trois monades, et la figure entière en comprend six.

Puis, après ces deux premiers, le troisième triangle : au deuxième, on ajoute, cette fois, le nombre qui suit la triade, en dessous de la

triade elle-même : $\overset{\circ}{\circ} \overset{\circ}{\circ} \overset{\circ}{\circ}$; les côtés comprennent ainsi quatre

monades en ligne droite, et la figure entière est déterminée par dix monades.

On pourrait ainsi continuer de même, et construire le quatrième triangle en ajoutant le nombre qui suit la triade ¹²⁰ ; le cinquième, à son tour, en ajoutant le nombre qui suit le nombre 5 ; et ainsi de suite, de la même manière indéfiniment ; car, si on ajoute les nombres, les côtés augmenteront d'une monade, et la figure s'agrandit également par l'application du nombre ajouté.

Voilà pour les triangles ; les carrés sont formés par les nombres qui s'additionnent, non d'une manière continue comme pour les triangles, mais avec un intervalle d'un nombre à chaque addition ¹²¹ ; ainsi, 1, 3 ; il y a bien un seul nombre d'intervalle, le nombre 2, et le premier carré, composé de la monade et de la triade, est déterminé ; en effet, $2 \times 2 = 4$, et, par définition le produit d'un nombre par lui-même est un carré : $\overset{\circ}{\circ} \overset{\circ}{\circ}$; les côtés du premier carré, exactement comme ceux du $\overset{\circ}{\circ}$ premier triangle, se composent de dyades ; c'est, en effet, un point commun à toute figure, que les côtés commencent à la dyade,

¹²⁰ Il faut évidemment corriger en « tétrade ».

¹²¹ L'Anonyme aurait dû dire : « à chaque addition à partir de 1 » ; en effet, la somme des pairs ne donne pas les carrés ; entre les pairs, pourtant, il y a aussi un nombre d'intervalle.

et que, régulièrement, ils augmentent d'une monade à chaque addition.

Le deuxième carré est formé, lorsque, après avoir laissé
encore un intervalle d'un nombre dans la suite naturelle,
on ajoute le suivant, c'est-à-dire 5 ; à nouveau, en effet, il
y a, entre 3 et 5, un nombre d'intervalle, 4 ; si donc on
accole 5 au premier carré, on obtient 9, et 9 est le deuxième
carré ; en effet, $3 \times 3 = 9$.

On détermine tous les carrés suivants de la même manière :
dans la suite naturelle, on laisse (entre chaque terme) un nombre
d'intervalle, et on ajoute directement le nombre suivant au carré
déjà construit.

Mais il y a une autre méthode pour trouver les carrés successifs :
multiplier par eux-mêmes les nombres de la série naturelle :
 $2 \times 2 = 4$, $3 \times 3 = 9$, $4 \times 4 = 16$, et ainsi de suite, de la même
manière.

On engendre les pentagones en laissant deux nombres d'inter-
valle ; ainsi, 1, 4 ; il y a bien, entre ces nombres, deux
nombres d'intervalle : 2 et 3 ; si on ajoute 4 à 1, on construit,
par là, le premier pentagone ; il se compose de cinq mo-
nades, et ses côtés en comprennent deux.

Ensuite, le deuxième pentagone se construit si l'on ajoute après un
nouvel intervalle de deux nombres, le nombre 7 au pen-
tagone déjà formé ; de sorte que le deuxième pentagone
se compose de douze monades ; ses côtés, formés de dix
monades au total, en comprennent chacun trois, et re-
jettent au centre de la figure les monades qui restent ;
car, dans toute figure, les monades qui sont de reste, une
fois qu'elles ont rempli les côtés, sont insérées au milieu (de la
figure).

Suivant ce même procédé, on formera le troisième pentagone,
puis le quatrième, le cinquième et les autres : on adapte au penta-
gone précédent le nombre qui suit chaque intervalle de deux
nombres.

On engendre les hexagones en laissant un intervalle de trois
nombres ; les heptagones, en laissant un intervalle de quatre
nombres ; les octogones, de cinq ; bref, chaque fois qu'on aug-
ment d'un angle les polygones, on augmente l'intervalle régu-
lièrement de 1, en ajoutant une monade à tous ces nombres laissés
de côté ; et ainsi, après avoir laissé l'intervalle, on effectue l'addi-
tion ; ensuite, après un nouvel intervalle, on effectue une nouvelle
addition, et, à nouveau, après un troisième intervalle, on fait
encore une addition, et ainsi de suite, de la même manière, jus-
qu'à ce que la figure ait la grandeur désirée»¹²².

¹²² Pp. 59, 18-62, 11.

La méthode de formation des nombres plans exposée par l'Anonyme peut se formuler ainsi¹²³ : chaque nombre polygone de a côtés est constitué par l'addition de nombres en progression arithmétique de raison $(a - 2)$; par exemple, les triangles ($=$ à 3 côtés) sont formés par l'addition de nombres en progression arithmétique de raison $a - 2 = 3 - 2 = 1$; les triangles seront donc : $1 + 2$; $1 + 2 + 3$; $1 + 2 + 3 + 4$, et ainsi de suite.

La formule générale de formation du n^{e} polygone de a côtés est donc : $n + (a - 2) \frac{n(n-1)}{2}$; en effet, les premiers termes de la progression arithmétique sont : $1, 1 + (a - 2), 1 + 2(a - 2), 1 + 3(a - 2)$, et le n^{e} terme $= 1 + (n - 1)(a - 2)$; la somme de ces termes, c'est-à-dire le n^{e} nombre polygone $= 1 + 1 + (a - 2) + 1 + 2(a - 2) + 1 + 3(a - 2) + \dots + 1 + (n - 1)(a - 2) = n + (a - 2)[1 + 2 + 3 + \dots + (n - 1)] = n + (a - 2) \frac{n(n-1)}{2}$.

A l'aide de cette formule, on peut former tous les nombres polygones :

1) *les triangles* :

$$\begin{aligned} \text{a) le deuxième triangle} &= 2 + (3 - 2) \frac{2(2-1)}{2} && \circ \\ &= 2 + (1 \times 1) = 3 && \circ \quad \circ \\ \\ \text{b) le troisième triangle} &= 3 + (3 - 2) \frac{3(3-1)}{2} && \circ \\ &= 3 + 1 \frac{(9-3)}{2} = 6 && \circ \quad \circ \\ &&& \circ \quad \circ \quad \circ \end{aligned}$$

2) *les carrés* :

$$\begin{aligned} \text{a) le deuxième carré} &= 2 + (4 - 2) \frac{2(2-1)}{2} && \circ \quad \circ \\ &= 2 + 2 \frac{(2)}{2} = 4 && \circ \quad \circ \\ \\ \text{b) le troisième carré} &= 3 + (4 - 2) \frac{3(3-1)}{2} && \circ \quad \circ \quad \circ \\ &= 3 + 2 \frac{(9-3)}{2} = 9 && \circ \quad \circ \quad \circ \end{aligned}$$

¹²³ HYPICLÈS, dans DIOPHANTE, *Sur les nombres polygonaux*, pp. 470, 27-471, 4 (ed. P. Tannery, 1893, vol. I), donne déjà cette règle de formation ; cf. NICOM., II, 11, 4 et THÉON DE SMYRNE, p. 34, 13-15.

Sur l'origine de cette figuration spatiale, voyez L. BRUNSCHVIG, *Les étapes de la philosophie mathématique*, p. 33 ; A. REY, *La science dans l'antiquité*, vol. II, 1933, pp. 192-195 et vol. III, 1939, pp. 145-150.

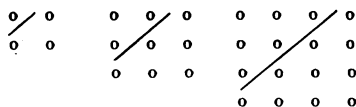
3) les pentagones :

$$\begin{aligned}
 \text{a) le deuxième pentagone} &= 2 + (5 - 2) \frac{2(2-1)}{2} & \begin{array}{c} \circ \\ \circ \quad \circ \\ \circ \quad \circ \end{array} \\
 &= 2 + 3 = 5 & \\
 \text{b) le troisième pentagone} &= 3 + (5 - 2) \frac{3(3-1)}{2} & \begin{array}{c} \circ \\ \circ \quad \circ \\ \circ \quad \circ \quad \circ \\ \circ \quad \circ \quad \circ \\ \circ \quad \circ \quad \circ \end{array} \\
 &= 3 + \frac{3(9-3)}{2} = 12 &
 \end{aligned}$$

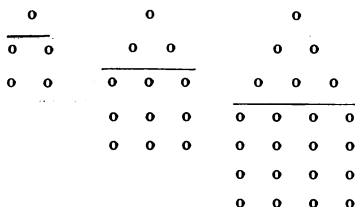
Il en va de même pour le 2^e, 3^e, 4^e hexagone où l'on pose $a = 6$, et $n =$ successivement 2, 3, 4 et ainsi de suite.

Les nombres qui s'additionnent les uns aux autres pour former les polygones s'appellent « gnomons (*γνώμονες*) »¹²⁴ ; remplaçant l'addition des gnomons, le $n^{\text{e}} - 1$ nombre triangle peut, additionné au n^{e} polygone de a côtés, former le n^{e} polygone de $a + 1$ côtés, comme le montrent les figures suivantes :

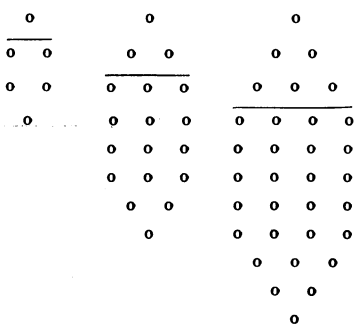
1) les carrés



2) les pentagones



3) les hexagones



¹²⁴ Cf. ARIST., *Phys.*, III, 4, 203 a 13-15 et l'ANONYME, p. 76, 21-26. Sur la formation des nombres polygones, voyez M. KRAITCHIK, *La mathématique des jeux ou récréations*

L'Anonyme range encore parmi les nombres plans ceux qu'il appelle « cycles » et qu'il définit ainsi :

« Le nombre cycle se présente lorsqu'un nombre multiplié par lui-même se termine par lui-même ; par exemple, $5 \times 5 = 25$, $6 \times 6 = 36$; il n'y a pas moyen de découvrir parmi les nombres plus de cycles que ceux-là ; ces nombres sont également appelés carrés, mais c'est envisagés d'un autre point de vue qu'ils reçoivent cette appellation : c'est en tant que se multipliant eux-mêmes qu'ils ont reçu le nom de carrés ; mais c'est en tant que commençant à eux-mêmes et se terminant à eux-mêmes qu'ils ont été nommés cycles.

Voilà pour les figures planes.

Parmi ces figures, sont dites égales celles dont les côtés sont proportionnels selon les rapports d'égalité ; sont dites semblables celles qui présentent la proportion formée des autres rapports ; de la même manière, les solides qui se trouvent dans les mêmes conditions sont dits égaux et semblables » ¹²⁵.

Peut-on, avec l'Anonyme, affirmer que les nombres cycles sont un cas particulier des polygones, en l'occurrence des carrés ? Non ; les nombres polygones sont représentés par des points (autant de points que le nombre contient de monades) ; le cycle ou le cercle devrait contenir un nombre infini de points, puisque, géométriquement, c'est un polygone à côtés infiniment nombreux.

Artificiellement, les arithméticiens ont mis en fin de série un nombre cycle ; celui-ci n'a rien à voir cependant avec les nombres polygones ; on peut dire qu'il s'agit d'un carré se terminant, *dans la notation grecque*, par le même chiffre que son côté. Ce carré jouit-il de propriétés spéciales ? Pas que nous sachions ; en faire une espèce particulière, c'est ne pas voir la différence entre chiffre et nombre ; en notation binaire, puisqu'il n'y a que deux chiffres, 1 et 0, tous les carrés se terminent par 1 ou 0, et, par conséquent, tous les nombres sont cycles ! Dans la notation décimale, seuls sont cycles les nombres qui se terminent par 0, 1, 5, 6 ; contrairement à ce que dit l'Anonyme, il y a plus de deux nombres cycles ¹²⁶.

mathématiques, Bruxelles-Paris, 1953, pp. 68-71 ; au sujet des nombres en figures et des différents problèmes se rattachant à ces nombres, voyez P.-H. MICHEL, *De Pythagore à Euclide*, pp. 295-340.

Les nombres polygones sont étudiés par NICOMAUQUE (II, 8, 12), THÉON DE SMYRNE (pp. 32, 22-41, 2) et JAMBLIQUE (*In Nic.*, pp. 58, 7-61, 5).

¹²⁵ P. 62, 12-24 ; pour les définitions des figures semblables, cf. EUCL., VII, déf. 21 ; cf. IX, *Prop.* 1 et 2.

¹²⁶ Actuellement, on appelle « automorphes » les nombres cycles des Anciens ; quant au terme « cyclique », il a pris un sens tout différent ; sur les nombres cycles, voyez M. KRAITCHIK, *La mathématique des jeux ou récréations mathématiques*, pp. 76-77 ; NICOMAUQUE étudie également ces nombres : II, 17, 7.

Après les nombres plans, l'Anonyme traite des nombres solides :

«Mais étudions à présent les solides. On engendre les solides en empilant les uns sous les autres des figures planes ; supposons, par exemple, que l'on dispose régulièrement sous des figures plus petites des figures plus grandes et qu'on pose une monade au sommet de cette construction ; si les figures ajoutées chaque fois sous une plus petite sont des figures à angles droits, la construction se nomme pyramide ; l'on augmente le volume jusqu'à la grandeur désirée en disposant l'une en dessous de l'autre des figures de même forme, les plus petites pour commencer, les plus grandes ensuite ; l'on obtient des troncs de pyramides, si l'on coupe le dessus de la construction ; la première pyramide tronquée est celle dont on ne supprime que la monade placée au sommet ; pour la deuxième, l'on coupe aussi le premier et le plus petit triangle ; en enlevant le troisième triangle, l'on détermine la quatrième pyramide tronquée ; en ôtant le quatrième, l'on obtient la cinquième ; et ainsi de suite, les pyramides tronquées reçoivent des appellations parallèles au numéro d'ordre des triangles coupés ¹²⁷.

Si l'on superpose, angles sur angles ¹²⁸, des figures planes égales, les constructions obtenues s'appellent prismes ; que les constructions soient composées de triangles, de pentagones ou encore de polygones à angles plus nombreux, elles se nomment toujours prismes ; si elles sont formées de carrés et si la largeur a la même dimension que la hauteur et la longueur, c'est-à-dire, si nous avons n.n.n. ¹²⁹, ces figures s'appellent cubes ; si la hauteur est plus grande que la longueur et la largeur, c'est-à-dire si n.n.m, ($m > n$) ¹³⁰, on nomme ces figures docides ; si la hauteur est inférieure aux deux dimensions de la base, si donc nous avons n.n.m, ($m < n$) ¹³¹, ces volumes sont dits plinthides. Si, d'autre part, les plans superposés ne sont pas des carrés, mais des surfaces allongées dont la longueur est plus grande que la largeur, et si la hauteur possède une mesure commune à la largeur, les figures déterminées sont à nouveau des docides ; si la hauteur a une mesure commune à la longueur, les figures sont encore des plinthides. Mais si la hauteur ne correspond nullement ni à l'une ni à l'autre des deux dimensions inégales de la base, si donc, de cette manière, les trois dimensions sont inégales, soit n.m.p ¹³², pareilles figures sont dites sphéniscs.

¹²⁷ Il suffit de relire le texte pour constater que l'Anonyme se trompe, puisqu'il ne compte pas la monade comme un triangle.

¹²⁸ « διαγώνιος » signifie « diagonal », ou « à l'intersection des diagonales » ; il est peu employé ; XYLANDER (p. 20) traduit par « angulares » (à angles).

¹²⁹ Littéralement : un nombre $\times$ son égal $\times$ son égal.

¹³⁰ Littéralement : un nombre $\times$ son égal $\times$ un nombre plus grand.

¹³¹ Littéralement : un nombre $\times$ son égal $\times$ un nombre plus petit.

¹³² Littéralement : un nombre $\times$ un nombre inégal $\times$ un nombre inégal.

Supposons que les figures additionnées soient des cercles (littéralement : des cycles) égaux, les figures obtenues seront des cylindres, et le rapport des cylindres aux cercles est le même que celui des prismes aux surfaces à angles. Quant aux cônes, il est impossible d'en découvrir parmi les figures formées de nombres, puisqu'il n'y a pas plus de deux nombres cycles qui, capables de progresser des plus petits jusqu'aux plus grands, permettent d'obtenir finalement des cônes, si on superpose des cercles les uns aux autres et si on ajoute une monade»¹³³.

Sous forme de plan, voici la classification des nombres solides détaillée par l'Anonyme :

I. *Volumes engendrés par des nombres plans inégaux :*

1. pyramides
2. pyramides tronquées¹³⁴

II. *Volumes engendrés par des nombres plans égaux :*

1. par des plans à angles droits

$$\text{a) par des carrés} \begin{cases} \text{cubes} = n^3 \\ \text{docides} = n^2 (n + p) \\ \text{plinthides} = n^2 (n - p) \end{cases}$$

$$\text{b) par des rectangles} \begin{cases} \text{docides} \\ \text{plinthides} \\ \text{sphénisces} = n.p.m \end{cases}$$

2. par des plans circulaires

- a) cylindres
- b) cônes

La double mention des docides et des plinthides peut s'éviter si l'on compare à la fois les trois dimensions des volumes :

- 1) les cubes : toutes dimensions égales
- 2) les docides et les plinthides : deux dimensions égales
- 3) les sphénisces : toutes dimensions inégales.

Ainsi font avec raison Nicomaque, Théon et Jamblique¹³⁵.

Les pyramides formées par empilement de monades sont en réalité des pyramides à gradins ; la géométrie construit des pyramides parfaites au moyen de lignes¹³⁶.

¹³³ Pp. 62, 24-69, 4.

¹³⁴ L'Anonyme limite, semble-t-il, la compréhension des pyramides tronquées à celles à base triangulaire ; nous ne pouvons lui donner raison.

¹³⁵ Sur les nombres solides, voyez NICOM., II, 13-17 ; THÉON DE SMYRNE, pp. 41, 8-45, 8 et JAMBL., *In Nic.*, pp. 93, 7-98, 13.

¹³⁶ Sur les formules de formation des pyramides, voyez W. W. R. BALL, *Mathematical Recreations and Essays*, London, 1947, p. 59.

Les nombres cônes décrits par l'Anonyme retiendront un instant notre attention¹³⁷ ; l'Anonyme fait naître le cône arithmétique du nombre cycle qui, avons-nous vu, ne signifie rien ; le cône ne vaut donc pas davantage ; on ne peut, en effet, additionner une série de nombres cycles croissant régulièrement, car il n'y a que quelques nombres cycles. Qui rendit encore plus pénible cette invention du nombre cycle en mettant sous sa dépendance les cônes arithmétiques ? On ne sait ; en tout cas, s'ils signalent les cycles, Nicomaque, Théon et Jamblique omettent les cônes.

Parallèlement aux nombres cycles, sont définis les nombres sphères ; avec eux se termine notre traité d'arithmétique :

« Les nombreux sphères sont engendrés par les cercles que multiplie le nombre dont ils sont composés ; ainsi, $5 \times 5 = 25$, c'est un nombre cercle, et $5 \times 25 = 125$, c'est un nombre sphère ; ou encore, $6 \times 6 = 36$, nombre cercle, et $6 \times 36 = 216$, nombre sphère ; il est impossible de découvrir parmi les nombres plus de deux nombres sphères, puisqu'il n'existe que deux nombres cercles ; ainsi, la création présente, quant au nombre, une symétrie avec les sphères arithmétiques ; dans sa création, en effet, le verbe architecte, également, a fait les cieus doubles : c'est en lui que les raisonnements des sciences se trouvent engendrés depuis toujours, même avant l'apparition des êtres, et ils sont ensuite descendus dans les êtres ; par l'acquisition des valeurs abstraites contenues dans ces êtres, les hommes arrivèrent à rassembler les sciences, de sorte que les sciences que nous possédons sont comme le résumé de ce que les choses contiennent d'intelligible ; quant à ces aspects intelligibles dans les choses, ils sont en quelque sorte des ombres et des images des principes intellectuels qui, en Dieu, ont précédé tous les temps, images qui conduisent l'homme jusqu'à cette cause première, à condition qu'une vie pure et irréprochable, sous la conduite d'un esprit capable de discernement, précède la contemplation de ces êtres ; séparé des sciences pratiques, ce mode de vie conduit l'intelligence, par la contemplation exempte de support matériel, par des inférences immédiates, à la connaissance des êtres et ensuite de la cause première, dans la mesure où la chose est possible à un homme.

Mais voilà, avec les volumes, terminé l'exposé sur les figures, et ainsi, avec les figures, nous terminons également l'exposé général des questions relatives à l'arithmétique ; il est à compléter par l'explication détaillée des théorèmes arithmétiques, car ceux-ci n'ont pas été expliqués à fond »¹³⁸.

¹³⁷ Ni prismes, ni cônes, ni cylindres ne se trouvent dans les sources habituelles de l'Anonyme ; Euclide et Héron les définissent, mais en tant que volumes réels et non comme nombres-sommes.

¹³⁸ Pp. 64, 10-65, 7.

L'auteur s'arrête et n'explique pas ces théorèmes arithmétiques dont il est question dans les dernières lignes : rien de plus naturel que de dire aux élèves d'une classe que tel chapitre ressortit au programme de l'année suivante ; d'autre part, il est possible que ce quadrivium ait été destiné à être complété par un enseignement oral où le professeur expliquait les détails.

Inutile de dire que tout ce qui met en échec la notion de nombres cycles se retrouve dans les nombres sphères ; mais, comme la connaissance de l'Anonyme n'est pas si approfondie, il peut s'en donner à cœur joie en fait de mystique des nombres ; il mêle curieusement Christianisme (création des cioux par le Verbe architecte) et Platonisme (intelligences dans les êtres conçues comme un reflet de l'intelligence divine) ; cet emprunt au Christianisme ne doit pas étonner, puisque, vu sa date, l'auteur est probablement chrétien ; dans son astronomie, d'ailleurs, il cite mot pour mot un texte de la Genèse (I, 14) en indiquant lui-même qu'il s'agit de l'Écriture¹³⁹.

Quant à la vision mystique de Dieu, pareille élucubration exigerait, pour être expliquée, une connaissance approfondie des doctrines philosophiques et religieuses en cours au XI^e siècle. On peut néanmoins, avec une certitude presque totale, reconnaître dans la connaissance de Dieu par la contemplation et sans intermédiaire logique, la doctrine pratiquée à Byzance dès le début du Christianisme hellénistique : l'hésychasme.

CONCLUSION

Il faut bien avouer que l'Anonyme s'étend sur des considérations aussi variées que multiples, mais dont les conclusions ne sont pas toujours très intéressantes. On a l'impression qu'il s'attarde à des spéculations faciles, parce qu'il est incapable de faire des recherches plus compliquées, du moins plus personnelles ; en deux pages, on parviendrait à résumer toutes les notions arithmétiques du quadrivium, alors que, dans un langage simpliste et parfois difficile à comprendre, l'Anonyme explique à n'en plus finir ce qui, par ailleurs, saute aux yeux.

Mais quel âge ont ses élèves ? La restriction est d'importance ; basées uniquement sur un manuel élémentaire, les conclusions touchant la science byzantine seraient trop sévères et injustes ; ce traité d'arithmétique, en effet, est susceptible de nous révéler seulement le niveau scolaire à Byzance ; d'autre part, si l'on replace l'Anonyme dans le cadre de l'enseignement, rien ne nous permet de le critiquer : il remplit correctement son rôle de professeur d'arithmétique.

83, Bossaersstraat
Brasschaat-Polygoon, (Antw.).

Nicole ZEEGERS-VANDER VORST.

¹³⁹ P. 121, 11-13.