

6591
SCHÄFER, L.
2005

6. Die Konstruktion der regulären Polyeder

In den letzten zehn Jahren habe ich Platon studiert,
den ich grenzenlos bewundere.

Paul Feyerabend, Die Torheit der Philosophen

Schäfer, Lothar
Das Paradigma am Himmel
Platon über Natur und Staat
Aufl./Jahr: 1. Aufl. 2005
ca. 400 Seiten, Pappband
€[D] 59,-
ISBN: 978-3-495-48135-6

Der *Timaios* ist der einzige Dialog Platons, der durch die Jahrhunderte hindurch immer gelesen und kommentiert wurde. Dennoch hat man ihn oft als Fremdkörper im Oeuvre Platons empfunden und sogar als neupythagoreische Schrift gedeutet. - Dieses Befremdliche verschwindet, wenn man den *Timaios* konsequent im Kontext von Staatsphilosophie und politischer Geschichte interpretiert, wie es Platon im Eingangsgespräch für den Dialog vorgegeben hat. Dieser Perspektive folgt die hier vorgelegte Arbeit in einer fortlaufenden Auslegung des Textes unter Einbeziehung anderer einschlägiger Schriften Platons und des wissenschaftlichen Umfeldes in Mathematik, Astronomie, Medizin und allgemeiner Naturlehre.

Platon wendet sich zur Naturphilosophie in praktischer Absicht: Die Invarianz der kosmischen Ordnung soll als Muster der Ordnung in der Polis ausgewiesen werden. Es geht ihm um die Entwicklung einer Kosmologie, die als Basis einer naturalistischen Rechtfertigung seiner Staatsphilosophie einsetzbar ist. - Der uralte und bis heute unentschiedene Konflikt, ob man den Bericht von der Entstehung des Kosmos durch den göttlichen Demiurgen wörtlich oder nur metaphorisch zu verstehen habe, entspringt aus der Deutung des *Timaios* als Naturphilosophie im Sinne der Vorsokratiker. Er ist in dieser traditionellen Perspektive unlösbar. Er verschwindet in der naturalistischen Perspektive, in der die kosmische Ordnung nach dem Modell hierarchischer Ordnung (Herrschaft des Einen über die Vielen) vorgestellt wird. - In der Arbeit wird deutlich, daß Platon das Entstehen von Ordnung durch Herrschaft als Konstruktionsprinzip für alle im Dialog behandelten Themen einsetzt: von der Bildung der Weltseele, dem Bau der Planetenbahnen, der Bildung der vier Elemente, der Anatomie und der Physiologie des Menschen bis zur Entstehung der Tierarten. Die so erzeugte Harmonie der Welt soll als Vorbild für die ins Chaos driftende politische Welt dienen.

In welchem Maß die Vernunft auch im zweiten Teil des *TIMAIOS* noch am Werke ist, zeigt sich besonders prominent an Platons Theorie der Materie. Erneut sehen wir den Demiurgen am Werke – bei der Erzeugung seiner vielleicht schönsten Produkte. Dabei wird von der Chora in einem ganz anderen Sinn zu reden sein als bei der Rüttlerin der kruden Rohstoffe, die den Namen Elemente noch nicht verdienten. Und zugleich hat Platon dort ein faszinierendes Projekt in Gang gesetzt, das man Mathematisierung der Natur nennen könnte, und dessen Grundzüge noch in der heutigen mathematischen Physik wirksam sind.

Daß der Mathematik generell in Platons Bildungskanon ein hoher Stellenwert zugesprochen war und dementsprechend den mathematischen Forschungsarbeiten auch in der Akademie großes Interesse entgegen gebracht wurde, ist so bekannt wie die bei Plutarch überlieferte Geschichte, Platon habe über dem Eingang zur Akademie den Spruch anbringen lassen: Wer nichts von Geometrie versteht, hat hier keinen Zutritt. – Mit Eudoxus und Theätet sehen wir zwei der bedeutendsten Mathematiker der Antike in unmittelbarer Verbindung mit der Akademie Platons, von deren Arbeiten die im *TIMAIOS* vertretenen Auffassungen über die Natur in hohem Maß profitierten. Während die Beiträge des Eudoxus vor allem im ersten Teil für die Konstruktion der Kreisbahnen der Himmelskörper einschlägig waren, werden

die Arbeiten des Theätet zur Stereometrie im jetzt zu verhandelnden Zusammenhang wichtig. Seit der bedeutenden Arbeit von Eva Sachs sind wir über die mathematischen Leistungen von Theätet gut informiert und sehen, in welchem Maß Platon von ihnen Gebrauch macht. Am stärksten ist das der Fall mit Bezug auf die Elementenlehre.

Es ist jedoch überraschend, daß es auch in diesem von Eva Sachs und seitdem vielfach von kompetenten Forschern bearbeiteten Problemfeld noch offene Fragen gibt, bzw. daß die gegebenen Interpretationen nicht befriedigen können. Eine interpretationsbedürftige Stelle dieser Art ist Tim 54a, wo Platon in Zusammenhang mit dem Aufbau der regelmäßigen Polyeder von den «schönsten Dreiecken», die man für ihre Erzeugung finden könne, spricht. Daß es an dieser Stelle noch Unklarheiten gibt, ist in der Tat überraschend; denn es handelt sich um eine Stelle mit ganz klarer mathematischer Argumentation und damit um einen der meist- und bestkommentierten Aspekte der Philosophie Platons.

Ehe auf die zu klärende Passage eingegangen werden kann, gilt es den Kontext zu präsentieren, in dem sie auftritt.

Wie schon mehrfach betont, geht Platons Elementenlehre von dem Konflikt zwischen den Theorien von Empedokles und Demokrit aus. Von beiden nimmt er Theoriestücke auf und sucht sie zu verbinden, indem er beider Theorien umformt. Er hält an der Vierzahl der Elemente fest wie Empedokles und er erklärt die sichtbare Welt im Rückgriff auf unsichtbare kleine Teile wie die Atomisten. Im Gedanken des Aufbaus und der Umwandlung der Elemente ineinander geht er auf eine grundlegendere Ebene der Theorie als Empedokles, und im Gedanken der definitiven Gestalten der Elemente revidiert er die demokritische Vorstellung von den unbestimmt vielen und unbestimmt geformten unteilbaren (atomaren) Einheiten der Materie.

Damit der Demiurg einen schön geordneten Kosmos bauen kann, muß auch das Baumaterial in einem ordentlichen Zustand vorliegen. Zunächst schien es so, als ob die Schüttelbewegung der Chora diesen ersten Schritt zur Ordnung hin leisten würde; denn daraus gehen die nach ihren Eigenschaften sortierten Elemente an ihren je eigenen Lagerstätten hervor. Aber die schon

oben erwähnte Bemerkung, daß eigentlich nur Spuren von Elementen, aber noch keine Elemente im Vollsinn vorlagen, wird von Timaios erst nach der Beschreibung des Rüttelvorgangs gemacht. Und nun heißt es explizit, daß der Demiurg die dermaßen unfertig beschaffenen Stoffe «durch Formen und Zahlen gestaltet» (διασχηματίζατο εἶδει τε καὶ ἀριθμοῖς). (53b) Die Elemente erhalten ihren vollen Status als Elemente, d.h. ihre eindeutige Bestimmtheit als Feuer, Luft, Wasser und Erde, mithin erst durch einen Akt des Demiurgen, wobei er sich mathematischer Mittel (Formen/Gestalten/Figuren und Zahlen) bedient.

Ein Rückgang auf geometrische Gebilde liegt für Platon nahe, weil er die Unvergänglichkeit der kosmischen Ordnung und die Regelmäßigkeit der Abläufe in der Natur nur im Rückgriff auf die Beständigkeit einer Form oder Gestalt (εἶδος) erklären kann. Die mathematischen Gegenstände sind für Platon nicht nur angemessene Instrumente der Darstellung von Gesetzmäßigkeiten, sondern sie konstituieren die Gesetzmäßigkeiten der Naturprozesse selbst. Sein Formkonzept verpflichtet ihn, die Regelmäßigkeiten der Naturabläufe zurückzuführen auf die Regelmäßigkeiten der Gestalten der beteiligten Körper. Naturgesetze werden also formuliert als Beziehungen aufgrund von Ähnlichkeiten bzw. Unähnlichkeiten von stereometrischen Gestalten.

Wer Platon hier Mangel an dynamischem Verständnis vorwerfen wollte, d.h. ihm anlasten möchte, daß er keinen adäquaten Kraftbegriff entwickelt habe, verkennt das Zwingende des Ideenansatzes, der weit in die Rekonstruktion empirischer Vorgänge reicht. Wenn Platon Sein ursprünglich als das Bleibende einer Ideengestalt versteht, dann muß er auch die strukturelle Unveränderlichkeit der Naturprozesse verankern in der Identität der Struktur bzw. Gestalt der Naturelemente. Naturgesetze müssen dann reduziert werden auf Formbestimmungen der elementaren Naturkörper. Physik/Chemie ist Stereometrie.

Bei dem nun folgenden Bericht wird überhaupt nicht auf den Zustand Bezug genommen, der durch die Bewegung der Chora herbeigeführt sein sollte, es ist auch von keinen Qualitäten die Rede, sondern Platon setzt für die Konstruktion der Elemente völlig neu an. Timaios warnt seine Zuhörer, daß die nun folgende Darlegung ungewöhnlich sein werde, daß sie aber, da sie

mit den Methoden mathematischer Unterrichtung vertraut seien, würden folgen können.¹

Grundlegend ist die Annahme, daß der Gott die Elemente «zu möglichst Schönen ($\kappa\acute{\alpha}\lambda\lambda\iota\sigma\tau\alpha$) und Guten ($\acute{\alpha}\rho\iota\sigma\tau\alpha$) aus nicht so Beschaffenen machte». (53b) Und von Schönheit ist im folgenden vielfach die Rede. Von den regelmäßigen Polyedern, den noch heute sogenannten Platonischen Körpern, heißt es nicht nur, daß sie schön seien, sondern mit emphatischer Betonung heißt es: «denn das werden wir niemandem einräumen, daß es ... schönere sichtbare gebe als sie. Dahin also müssen wir streben, die durch ihre Schönheit ausgezeichneten vier Gattungen der Körper zusammenzufügen, dann können wir behaupten, daß wir ihre Natur zur Genüge erfaßten.» (53e) Schönheit ist mithin hier nicht nur ein Moment ästhetischer Befriedigung, sondern ein Gesichtspunkt, unter dem sich die Natur der Elementarkörper erkennen läßt. Schönheit ist auch der Gesichtspunkt, unter dem der Demiurg unter den elementaren Dreiecken dasjenige auswählt, aus dem die gleichseitigen Dreiecke, die als Begrenzungsflächen von Tetraeder, Dodekaeder und Ikosaeder fungieren, zusammengesetzt werden.² Die «ästhetische» Hervorhebung wird noch einmal übersteigert, indem Platon zu einem offenen Wettstreit einlädt und demjenigen seine Freundschaft als Sie-

¹Ob man daraus mit Taylor folgern muß, daß die Gesprächsteilnehmer, eingeschlossen der historische Sokrates, eine besondere Kompetenz in der Mathematik gehabt hätten (TC, 360f.), darf bezweifelt werden. Denn das Niveau der mathematischen Ausführungen ist nicht anspruchsvoller als an anderen Stellen. Es scheint plausibler, daß Platon mit dieser Bemerkung seine Leser darauf aufmerksam machen wollte, daß im folgenden mathematische Theorien systematisch eingesetzt werden, und daß er an dieser Stelle mit konkretem Sachbezug die Unverzichtbarkeit mathematischer Kenntnisse für das Verständnis seiner Theorie der Materie unterstreichen wollte.

²Die Auszeichnung der Elementardreiecke als schönste hängt natürlich ab von ihrer Brauchbarkeit für den Aufbau der regulären Polyeder, sie ist funktional. D.h. die Rede von Schönheit ist bezogen auf die Vorschriften ihrer Zusammenfügung zu den Grenzflächen der Polyeder. Rein für sich genommen, wird Platon das ganze gleichseitige Dreieck allemal «schöner» nennen als seine Hälfte. Deshalb geht Taylor, der die Progression (1:2:3) der Winkelbeträge (30° , 60° , 90°) im halben gleichseitigen Dreieck als Kennzeichen des Schönen an ihm nimmt, an der Sache vorbei. Ebenso mit der entsprechenden Kennzeichnung des gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecks durch (1:1:2) und (45° , 45° , 90°). Vgl. (TC 370).

gespreis anbietet, der ein schöneres Dreieck zur Zusammensetzung der Elementarkörper angeben könnte. Und noch einmal, wie ein echter griechischer Kämpfer³ auftrumpfend, wiederholt er im nächsten Satz: «Der Kampfpreis desjenigen aber, welcher das gründlich widerlegt und entdeckt, daß es sich nicht so verhalte, sei unsere Freundschaft.» (54b) Es gibt kaum eine andere Stelle im Oeuvre Platons, an der er sich so nachdrücklich mit der dargelegten Theorie brüstet, seine adlige Zurückhaltung aufgebend die Siegerpose einnimmt und seinen Entdecker-Stolz sehen läßt.⁴

³Jacob Burckhardt hat das agonale Moment als ein unvergleichbares Kennzeichen der griechischen Kultur herausgestellt, das insbesondere zur hellenistischen Epoche hin immer dominanter geworden sei. Vgl. J. Burckhardt, *Griechische Kulturgeschichte*, 4.Bd., Darmstadt 1957, S.84-159. Dem mag Platon hier Tribut zollen, wie er es auch schon mit der Situierung des Dialogs getan hat: Die Festtage der Panathenäen, an denen er stattfindet, sind Tage der Wettkämpfe, gymnastischer aber auch musischer Art.

⁴Das haben die Kommentatoren in großer Geschlossenheit so gedeutet, daß die Entdeckungen des Theätet, auf die sich Platon stützte, gerade eben erst bekannt werden. Taylor weist mit Recht darauf hin, daß mit Theätets Forschungen das stereometrische Projekt, an dem die Pythagoreer gearbeitet hatten, zum Abschluß kommt, und daß die Darstellung dieser mathematischen Errungenschaft weitgehend die Konzeption von Euklids *Elementen* geprägt habe, kulminierend in Buch XIII, das er geradezu als ein *Kompendium der Arbeiten der Pythagoreer und der Akademie* bezeichnet. (TC, 358-360) – Drei der regelmäßigen Polyeder (Würfel, Tetraeder und Dodekaeder) hatten die Pythagoreer bereits konstruiert und der Kugel einbeschrieben. Dies für die restlichen beiden (Oktaeder und Ikosaeder) geleistet zu haben, wird Theätet zugeschrieben. Die eigentliche Errungenschaft von Theätet, die auch den Enthusiasmus Platons verständlich machen würde, mag aber sein Nachweis gewesen sein, daß es weitere regelmäßige Polyeder nicht geben kann, daß die Klasse der regelmäßigen Polyeder damit vollständig beschrieben ist! – Ganz in diesem Sinn hat Platon Theätet für seine Behandlung der Inkommensurabilität gerühmt, indem er ihm in dem gleichnamigen Dialog ein Denkmal setzte. Vgl. dazu: M. Burnyeat, *The Philosophical Sense of Theaetetus' Mathematics*, *Isis*, 69, (1978), S. 489-513. – Theätets in der Akademie betriebene Studien liefern das Schlußstück eines unter Pythagoras begonnen mathematischen Unternehmens. – Daß gerade in der von Platon so hoch bewerteten Stereometrie pythagoreische und akademische Anstrengungen sich zu einer vollständigen Theorie zusammenfügen, mag Platon motiviert haben, auch in den über die Mathematik und theoretische Wissenschaft hinausgreifenden Ambitionen – insbesondere den politischen – sich in der Fortführung des pythagoreischen Programms zu verstehen!

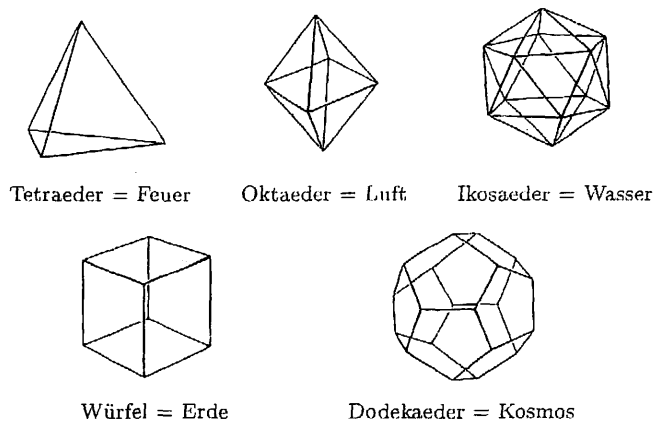


Abbildung 6.1: Die regulären Polyeder

Aus der Art, wie Platon vorgeht, kann man ersehen, daß er von Anfang an eine bestimmte Zuordnung der regelmäßigen Polyeder zu den Elementen im Auge hat; denn im folgenden ist von der Konstruktion des Dodekaeders an keiner Stelle die Rede. Etwas später (55c) wird er erklären, daß das Dodekaeder von den Elementen ausgespart bleibt. «Da aber noch eine, die fünfte Zusammensetzung übrig war, so benutze Gott diese für das Weltganze, indem er Figuren darauf anbrachte.» (55c) Platon sieht sich nicht unter dem Zwang, ein fünftes Element einzuführen, weil es fünf regelmäßige Körper gibt, sondern sieht für den fünften Körper, das Dodekaeder, eine andere, auf den Kosmos im Ganzen bezogene Funktion vor. Die vier empedokleischen Elemente: Erde, Wasser, Luft und Feuer werden folgendermaßen den einfachen stereometrischen Körpern zugeordnet: dem Feuer entspricht das Tetraeder, der Luft das Oktaeder, dem Wasser das Ikosaeder und der Erde der Würfel. Die Gründe für die Zuordnungen werden erst später angegeben⁵.

⁵Die Fünffzahl der regulären Polyeder wird aber von Platon zum Anlaß für die Erwägung genommen, ob man etwa fünf Welten annehmen müsse, was er zugunsten seiner Darlegung aus dem ersten Teil verneint. Die Welt ist nach seiner Theorie in emphatischem Sinn eine und eine göttliche dazu, mögen andere – wie die Atomisten – auch anderer Meinung sein. – Das Do-

Einfachheit ist ein Wert, der in Platons Überlegungen einen hohen Stellenwert hat. Deshalb muß es überraschen, daß Platon seine Darlegungen über die Elementarkörper nicht mit den einfachen Grundgebilden der ebenen Geometrie beginnt, die die Grenzflächen der platonischen Körper bilden: Das gleichseitige Dreieck, das gleichseitige Viereck (Quadrat) und das gleichseitige Fünfeck bilden die sogenannten Simplizes, die einfachen Grundgebilde der ebenen Geometrie. Platon kennt die Konstruktion der Grundkörper, die er auch im folgenden anführt: Aus vier gleichseitigen Dreiecken, deren je drei in einer Ecke zusammenstoßen, konstruiert man den einfachsten Körper, das Tetraeder. Aus acht gleichseitigen Dreiecken, deren je vier in einer Ecke zusammenstoßen, erzeugt man das Oktaeder. Aus zwanzig gleichseitigen Dreiecken, deren je fünf in einer Ecke zusammenstoßen, erzeugt man das Ikosaeder. Und weitere reguläre Polyeder kann man nicht aus den gleichseitigen Dreiecken erzeugen; denn wenn sechs gleichseitige Dreiecke in einem Punkt zusammenstoßen, bilden sie keinen Raumwinkel mehr, sondern sie liegen in einer Ebene. – Aus demselben Grund kann man aus den übrigen Simplizes nur je einen Körper aufbauen: Sechs Quadrate, von denen je drei in einer Ecke zusammenstoßen, bilden den Würfel, und aus zwölf regelmäßigen Fünfecken, von denen je drei in einer Ecke zusammenstoßen, erzeugt man das Dodekaeder. Weitere reguläre Polyeder kann es nicht geben. Das weiß Platon.⁶

dekaeder wird als Körper dem Weltganzen zugeordnet, vermutlich weil es mit seiner Gestalt der Kugelform des Kosmos sich am ehesten anschmiegt. – Unter den auf ihm angebrachten Figuren haben wir uns wohl, wie schon Plutarch vermutet hat, die Tierkreiszeichen vorzustellen, was Taylor ausschließt, weil sie dann nicht auf einem sphärischen Band liegen würden. (TC, 377) Aber die Vermutung Plutarchs ist wohl doch korrekt, nachdem man ein aus römischer Zeit stammendes Dodekaeder gefunden hat, auf dessen Flächen die Tierkreiszeichen angebracht sind. Vgl. B. Artmann (1993), Roman Dodecahedra. *Math. Intelligencer* 15, no.2, S. 52f.

⁶In der Darlegung der Konstruktion der regulären Polyeder (55a,b) haben wir einen Text, der fast identisch ist mit der Begründung des letzten Theorems im Euklid über die Vollständigkeit der Klasse der regelmäßigen Polyeder (*Elemente*, XIII, 18a). Für nähere Entsprechungen zwischen den ELEMENTEN und Platons Äußerungen zur Mathematik siehe auch: B. Artmann, *Euclid – The Creation of Mathematics*, New York/Berlin/Heidelberg 1999, bes. Kap. 29 u. 30, S. 283-312.

Aber so setzt Platon mit seiner Theorie nicht an, sondern er geht für die Konstruktion der regelmäßigen Polyeder auf eine elementarere Ebene zurück, indem er zwei Arten von Dreiecken auszeichnet, aus denen die Grenzflächen der Polyeder zusammengesetzt werden. M.a.W. Platon betrachtet die sog. Simplices der ebenen Geometrie überhaupt nicht als *einfach*, sondern als zusammengesetzt aus diesen elementaren Dreiecken. Mit ihrer Auszeichnung setzt er ein. Dieses in der Tat merkwürdige Vorgehen will erklärt sein⁷.

«Alle Dreiecke nun gehen von zweien aus, deren jedes einen rechten und sonst spitze Winkel hat; das eine von beiden hat zu beiden Seiten die Hälfte eines rechten Winkels, der durch gleiche Seiten eingefasst wird, das andere aber ungleiche Teile eines rechten Winkels, der an ungleiche Seiten ausgeteilt ist. Das also nehmen wir, indem wir den Weg, der sich uns als mit Notwendigkeit verbunden und zugleich wahrscheinlich zeigt, einschlagen, als den Anfang des Feuers und der übrigen Körper an; die noch weiter zurückgehenden Anfänge dieser aber kennt nur Gott und wer unter den Menschen sich seiner Huld erfreut.» (53d)

Der erste Satz kann Verwirrung stiften, wenn man ihn als eine konstruktive These liest. Als wollte Platon sagen, man könne jedes beliebige Dreieck erzeugen, indem man von zwei bestimmten Arten von Dreiecken ausgeht und sie irgendwie zusammensetzt. – Aber das kann nicht gemeint sein. Platon spricht vielmehr davon, daß man jedes beliebige Dreieck in zwei Dreiecke zerlegen kann, die beide rechtwinklig sind; beispielsweise indem man von einem Eckpunkt das Lot auf die gegenüber liegende Seite fällt. Platon will mit dem ersten Satz auf die rechtwinkligen Dreiecke zu sprechen kommen, die er für die Konstruktion der regelmäßigen Körper zugrunde legen wird. Sie sollen ihm als die Anfänge (*ἀρχαί*) des Feuers und der anderen Elemente, mithin als die eigentlichen Elemente, gelten. Platon deutet an, daß es vielleicht noch ursprünglichere Elemente geben könnte, von denen aber

⁷ «It is by no means obvious why he does not take this simple course; for the whole theory of the breaking down of solids into plane faces and the reformation of these into other solids, which is to explain the transformation of one primary body into another, could be worked out on this basis.» (CP, 211).

nur Gott etwas weiß – und die sich seiner Huld Erfreunden (die Philosophen platonischen Zuschnitts).⁸

Untersucht man die rechtwinkligen Dreiecke, von denen nun ausgemacht ist, daß sie die «Anfänge» der Elemente bilden sollen, nach weiteren spezifizierenden Eigenschaften, so hebt sich das gleichschenklige als ein Unikat heraus: Die den rechten Winkel bildenden Seiten sind gleich lang und es hat als Basiswinkel je die Hälfte eines rechten Winkels. Dieses ausgezeichnete rechtwinklige Dreieck wird, wie wir später erfahren, zur Konstruktion der Quadrate verwendet, deren sechs die Begrenzungsflächen des Würfels (Erde) bilden. – Von allen anderen rechtwinkligen Dreiecken kann man nur sagen, daß die den rechten Winkel bildenden Seiten verschieden lang sein können und dementsprechend die beiden Winkel Beträge von jeder beliebigen Unterteilung eines rechten Winkels haben können. Unter dieser unbestimmten Vielheit muß ein zweites ausgewählt werden als «Anfang» der Elemente. Eines soll als das *Schönste* vor allen anderen ausgezeichnet sein und dieses ist zu wählen für die Konstruktion der gleichseitigen Dreiecke, die die Begrenzungsflächen der anderen Elementarkörper (Feuer, Luft, Wasser) bilden. Als dieses «schönste» Dreieck wird nun das halbe gleichseitige Dreieck ausgezeichnet, bei dem stets «das Quadrat der größeren Seite [Kathete *b*] das dreifache des der kleineren ist» (54b), oder anders, «dessen Hypotenuse die kleinere Kathete um das Doppelte übertrifft» (54d). Die erste Kennzeichnung benutzt den Satz des Pythagoras, die zweite benutzt die Eigenschaften der Halbierung des gleichseitigen Dreiecks.

Noch ehe Timaios den Aufbau der vier Elementarkörper vortragen hat, kommt er auf eine Einschränkung seiner früheren Ausführungen zu sprechen. Denn früher war allgemein davon die Rede gewesen, daß die Elemente nicht invariant sind, sondern

⁸ Man kann darüber spekulieren, ob das eine Stelle ist, mit der Platon auf die sogenannte esoterische Lehre verweisen will, in der die Prinzipienforschung einen prominenten Rang eingenommen haben soll. Ganz ähnlich die Stelle (54a), an der er auf weitergehende Untersuchungen über die ersten Anfänge verweist, denen nachzugehen im gegenwärtigen Zusammenhang offenbar nicht möglich sei. Vgl. K. Gaiser, *Platons ungeschriebene Lehre*, Stuttgart 1968.

daß sie ineinander übergehen können. Die Begründung Platons dafür ergibt sich aus der Zerlegbarkeit der regelmäßigen Polyeder in ihre Begrenzungsflächen, die dann wieder zu neuen, anderen Körpern zusammentreten können.

Jetzt aber ergeben sich aus rein geometrischen Gründen Einschränkungen für die Umwandlung der Elemente ineinander. Das Element Erde erhält einen Sonderstatus allein deshalb, weil nur die Quadrate und damit nur die Würfel (Erde) durch das gleichschenklige rechtwinklige Dreieck aufgebaut werden. Aus dem anderen die anderen. Während also bei Tetraeder (Feuer), Oktaeder (Luft) und Ikosaeder (Wasser) – nach Zerlegung in die begrenzenden Dreiecke – jedes von ihnen aus jedem gemäß ganzzahligen Verhältnissen entstehen kann, kann aus einem zerlegten Element Erde immer wieder nur ein Element Erde entstehen. – Für diesen Sonderstatus des Elementes Erde gibt es keine empirischen Gründe. Er ergibt sich allein aus der Geometrie.⁹

6.1 Über den Vorzug der Geometrie

Timaios beginnt nun, den Aufbau der regelmäßigen Körper vorzutragen und macht mit dem kleinsten den Anfang:

«Den Anfang soll die erste, in ihrer Zusammensetzung kleinste Gestaltung machen; das ihr zugrunde liegende Dreieck ist das, dessen Hypotenuse die kleinere Kathete um das Doppelte übertrifft. Werden je zwei dergleichen mit den Hypotenusen aneinandergelegt und das dreimal wiederholt, indem die Dreiecke mit den Hypotenusen und den kürzeren Katheten in einem Punkte zusammentreffen, so entsteht aus der Zahl nach sechs Dreiecken ein gleichseitiges. Vier zusammengefügte, gleichseitige Dreiecke bilden durch je drei ebene Winkel einen körperlichen, welcher dem stumpfesten unter dem ebenen am nächsten kommt. Durch die Bildung vier solcher Winkel entstand der erste feste Körper, vermittels dessen die ganze um

⁹Während Platon im allgemeinen den Gründen a priori eine viel höhere Dignität einräumt als den Gründen a posteriori, muß ihn diese Sonderstellung eines Elementes doch gestört haben und die Vermutung von Eva Sachs, Platon habe durch den Rückgang auf die die Körper erzeugenden Elementardreiecke dem entkommen wollen, ist sehr plausibel. Vgl. nächste Anm.

ihn beschriebene Kugel in gleiche und ähnliche Teile zerlegbar ist.» (54d-55a)

Dies ist eine merkwürdige Vorschrift für die Zusammensetzung der Elementardreiecke zum gleichseitigen Dreieck, der Grundfläche des Tetraeders, und noch merkwürdiger ist, daß sie die schönste unter allen möglichen sein soll! Gleiches gilt für die Vorschrift, je vier gleichschenklige rechtwinklige Dreiecke mit den Ecken der rechten Winkel so zusammenstoßen zu lassen, daß daraus ein Quadrat entsteht. Mit Recht hat Timaios angemerkt, daß die Erklärung dafür eine weiter ausholende Erörterung verlange, die an der Stelle nicht erfolgt!

Also können wir nur mutmaßen. Eine erste sich anbietende Erklärung können wir sofort als unzutreffend ausschließen. Die eigenartige Vorschrift der Zusammensetzung hat nichts mit dem möglichen Zerlegen und wechselseitigen Ineinander-übergehen können der Elemente zu tun; schon der Rückgang auf die elementaren rechtwinkligen Dreiecke kann damit nichts zu tun haben; denn das läßt sich bereits in den Einheiten der Quadrate und gleichseitigen Dreiecke denken. Die Umwandlungsmöglichkeiten der Elemente ineinander und die Sonderstellung des Elements Erde bleiben unbeeinträchtigt von der Einführung der zwei Sorten von Elementardreiecken. Warum also dann der Rückgang auf diese Ebene und warum die komplizierte Zusammenfügung der Grundflächen der Polyeder? Wenn Platon schon vom halben gleichseitigen Dreieck und vom halben Quadrat spricht, warum fügt er dann nicht je zwei von ihnen zum gleichseitigen Dreieck, bzw. zum Quadrat zusammen, um mit ihnen die Körper aufzubauen?¹⁰

¹⁰Eva Sachs bietet eine interessante Erklärung dafür an, warum Platon überhaupt auf die Einführung der rechtwinkligen Dreiecke als Anfänge der Elemente kam. Sie meint, daß Platon dabei war, eine geometrische Lösung zu suchen, so daß die Umwandlung der Elemente ineinander vollständig würde, mithin die Sonderstellung der Erde (Würfel) beseitigt würde. M.a.W. Platon war auf der Suche nach einem Grunddreieck, aus dem alle Grundflächen der regelmäßigen Polyeder aufgebaut werden könnten (eingeschlossen die Quadrate für den Würfel). Diese Bemühungen blieben aber erfolglos. In den beiden jetzt von Platon angegebenen rechtwinkligen Dreiecken haben wir eigentlich Relikte des gescheiterten Versuchs zu sehen, auf das eine Grunddreieck zu kommen. (Sachs 1917, S. 230-232).

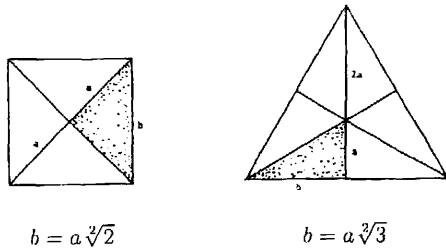


Abbildung 6.2: Die Zusammensetzung der Grundflächen

Eine schlichte Erklärung ergibt sich mit der Annahme, daß Platon damit an mathematische Darlegungen anknüpfen will, die von ihm schon früher, im *MENON*, angestellt worden waren. Dort ging es um die Verdoppelung des Quadrats. (Men 82b-85b) Aus der Vorschrift zur Zusammensetzung der gleichschenkligen rechtwinkligen Dreiecke ergibt sich die Verdoppelung des Quadrates unmittelbar. Auch wenn sich die mathematischen Ausführungen in Platons Schriften auf dem Niveau bewegen, das man von einem normal Gebildeten in seiner Zeit erwarten durfte, so heftet Platon doch ihm besonders wichtige Erkenntnisse und Pointen daran; beispielsweise im *MENON* die Lehre vom Lernen als Wiedererinnerung, die im *PHAIDON* eine Stütze für den Beweis der Unsterblichkeit der Seele wird. Bedenkt man, welche Bedeutung Platon dem Studium der mathematischen Wissenschaften für die Erziehung des wahren Philosophen (und damit der zukünftigen Regenten) beimaß, dann konnte er gar nicht oft genug auf mathematische Beispiele verweisen, an die sich weitergehende Betrachtungen anschließen ließen. Die Vorschrift für die Zusammensetzung von je sechs *halben Gleichseitigen* zu *einem* gleichseitigen Dreieck illustriert auf analoge Weise die Verdreifachung des gleichseitigen Ausgangsdreiecks.¹¹

¹¹Für Details siehe (Artmann und Schäfer 1993). – Böhme hat diese Deutung mit der Bemerkung zurückgewiesen, sie habe nichts mit Kosmologie zu tun. Aber seine eigene Erklärung, Platon habe durch die eigentümliche Vorschrift der Zusammensetzung zum Ausdruck bringen wollen, daß seine Figuren *Gleichgewichtsfiguren* seien, die um die jeweiligen *Schwerpunkte*

6.2 Über die Symmetrie als Wert

Vermutlich hat Platon durch diese Art der Zusammensetzung auch verdeutlichen wollen, in wie hohem Maß an den Grundfiguren der regelmäßigen Polyeder Symmetrien statthaben, die bei der Zusammenfügung aus je zweien nicht sofort in die Augen springen würden. Symmetrien sind jedoch nicht nur ästhetisch faszinierende Strukturen, sondern nehmen bei Platon einen hohen Wert ein, der die Objekte in die Nähe des Guten rückt¹². Das Schöne ist bei Platon eng an die Idee des Guten gebunden – aber doch nicht identisch mit ihr. Als Explikat für Schönheit tritt an vielen Stellen die Symmetrie auf, wie schon im ersten Teil mehrfach zu sehen war. Schön ist etwas, weil es von bestimmter Regelmäßigkeit und Proportionalität ist.¹³

Platon benutzt die Symmetrie für die Definition der regulären Polyeder.¹⁴ Im *TIMAIOS* wird die Definition jedoch nur am Beispiel des Tetraeders zitiert, wenn es heißt, daß durch ihn die ihn umschreibende Kugeloberfläche in (vier) «gleiche und

der erzeugten Körper gleichmäßig arrangiert seien, geht gänzlich daneben; denn weder ist den Flächen überhaupt eine Schwere eigen, (durch die unterschiedliche Zusammensetzung würden sich auch die Gleichgewichtsverhältnisse nicht ändern), noch spielt in Platons Theorie der Schwerpunkt der regulären Polyeder überhaupt eine Rolle. (Böhme 2000, S. 304).

¹²Dazu siehe vor allem M. F. Burnyeat, «Plato on Why Mathematics is Good for the Soul», *Proceedings of the British Academy*, 103, (2000) S.1-81. – Ich teile jedoch nicht Burnyeats These, daß Mathematik als solche die Erkenntnis von Werten wie das Schöne selbst, das Gute selbst, das Gerechte selbst leisten könne. Die Differenz zwischen der spezifisch mathematischen und der spezifisch philosophischen Erkenntnis (Dialektik, Ideenschau) darf nicht verwischt werden, auch wenn das Bemühen richtig ist, dem Studium der mathematischen Wissenschaften den hohen Rang zu sichern, der ihm bei Platon zukam.

¹³Diese Verbindung wird ausführlich im *PHILEBOS* verhandelt. Da heißt es abschließend: «Nun hat damit die Wirksamkeit (δύναμις) des Guten aber bei der Natur (φύσις) des Schönen Zuflucht gefunden. Denn richtiges Maß (μετρίότης) und Verhältnismäßigkeit (συμμετρία) manifestieren sich überall als Schönheit und Tugend.» (Phlb 64e; Frede).

¹⁴Eva Sachs (Sachs 1917) schreibt die Definition Theätet zu. Dazu siehe auch: W. C. Waterhouse, *The Discovery of the Regular Solids*, *Archive for History of Exact Sciences*, 9, (1972), S. 212-221.

ähnliche Teile» geteilt werde.¹⁵ Allgemein gesagt: Die regulären Polyeder sind die schönsten Körper, weil sie so in eine Kugel eingeschrieben werden können, daß durch ihre Ecken die Kugeloberfläche symmetrisch geteilt wird. Die Symmetrie-Eigenschaft ist mithin eine definierende Eigenschaft des regelmäßigen Körpers. Und nur wer über eine Definition des regelmäßigen Körpers verfügt, kann zeigen, welche Körper ihr genügen und die Menge ihrer möglichen Realisierungen angeben. Die mathematische Errungenschaft von Theätet liefert mithin ein perfektes Beispiel für Platons Lehre von der idealen Form (Definition) als dem eigentlichen Seienden (*ὄντως ὄν*) und dem durch Teilhabe (*μέθεξις*) daran abgeleiteten Sein der Einzeldinge: Jeder der fünf regulären Polyeder erfüllt die Definition, d.h. hat Teil an der Idee des regelmäßigen Körpers; und umgekehrt ist die Idee in genau fünf verschiedenen Körpern (Arten von Körpern) realisiert. Durch reines Denken a priori kann gezeigt werden, daß es weitere als die fünf nicht geben kann, daß die Liste der möglichen Arten ihrer Realisierung vollständig ist. In keinem Bereich empirischer Forschung läßt sich ein derartiger Vollständigkeitsbeweis führen. Nur in der Mathematik – und in ihren Schwesterwissenschaften (Astronomie und Musik) – ist diese Art einer Beweisführung unabhängig von der Erfahrung möglich. Das macht das Faszinierende der Mathematik generell und der stereometrischen Entdeckungen von Theätet speziell für Platon aus.

Eng mit dem Thema der Symmetrie verknüpft ist das Problem der Inkommensurabilität. Inkommensurabel heißen Größen, die durch kein gemeinsames Maß meßbar sind.¹⁶ In der Anfangspartie des THEÄTET interessiert sich Platon dafür (Tht 147d-148c) und bezeichnenderweise geht es auch dort um eine Definition: Der Mathematiker Theodoros, Lehrer des The-

¹⁵ *Gleiche und ähnliche Teile* klingt für unsere Ohren merkwürdig, weil *ähnlich* ein schwächeres Prädikat ist, durch das die Gleichheit von Objekten nicht gesteigert wird; wenn man jedoch *gleich* als *flächengleich* versteht, dann heißt *gleich* und *ähnlich* einfach *kongruent*. Und wir wissen, daß es flächengleiche Dreiecke gibt, die nicht ähnlich sind, mithin inkongruent. – Euklid verwendet *gleich* als *flächengleich* (Vgl. *Elemente*, I 35-40). Dazu siehe (Artmann 1999, S. 22, 36f.).

¹⁶ Der Terminus ist ja nur die lateinische Übersetzung von *οὐ σύμμετρος*, dem nicht gemeinsam Meßbaren.

ätet, hatte gezeigt, daß die Quadratwurzel aus drei, aus fünf und aus weiteren, wobei er bis zur siebzehn gekommen war, inkommensurabel seien; Theätet hatte die Vermutung, daß es unendlich viele inkommensurable Quadratwurzeln gebe, und suchte sie einheitlich zu kennzeichnen, d.h. zu definieren.

Später, in den NOMOI, wird Platon darüber klagen, daß man sich zu wenig um das Problem der Inkommensurabilität kümmere. Diesen Zustand hält er für so skandalös, daß er den am Dialog teilnehmenden Athener an der Stelle erklären läßt, er schäme sich darüber nicht nur für sich selbst, sondern für alle Hellenen (Nom 819d,e).

Zweifellos geht es mit dem Topos der Inkommensurabilität bei Platon um mehr als nur ein mathematisches Problem; wenn seine Vernachlässigung Scham über alle Hellenen auslösen kann. Meine These ist, daß Platon meint, infolge dieser Vernachlässigung könnten die Menschen nicht wahrnehmen, daß im geometrischen Gewande die <wissenschaftliche Weltauffassung> zurückkehrt, deren arithmetische, von den Pythagoreern verfolgte Fassung gescheitert war an der Entdeckung der irrationalen Zahlen. In Platons Philosophie kann sich der Anspruch der Pythagoreer erneuern, weil der Übergang zur Geometrie von der Fixierung auf die ganzzahligen Verhältnisse befreit. Für den Geometer sind Strecken, deren Verhältnisse inkommensurabel sind, (wie die Diagonale und die Seite im Quadrat und wie die Höhe und die Seite im gleichseitigen Dreieck), so normale Strecken wie irgendwelche, die sich in einer Grundeinheit ganzzahlig ausmessen lassen. Sie sind so normal, weil sie sich ganz einfach konstruieren lassen: durch Verbinden von gegenüber liegenden Ecken im Quadrat die Diagonale; durch Fällen des Lots im gleichseitigen Dreieck die Höhe. Diese Überlegenheit der Geometrie will Platon demonstrieren, indem er gerade die inkommensurablen Strecken als Kanten der Elementarkörper, als ihre definierenden Begrenzungen hervortreten läßt.¹⁷

¹⁷ So plädiert auch Popper. Popper hat außerdem darauf hingewiesen, daß Platon auch aus dem Grunde an $\sqrt[3]{2}$ und $\sqrt[3]{3}$ interessiert gewesen sein könnte, weil die Summe aus beiden eine gute Näherung für π ergibt. Popper weiß, daß es für diese Vermutung keine Evidenz bei Platon gibt. Aber sie würde plausibler machen, warum Platon auf die merkwürdige Vorschrift zur

Platons raffinierte Komposition der Grundflächen der Polyeder hat mit dem Scheitern und mit der Erneuerung des pythagoreischen Programms zu tun.¹⁸ Nimmt man das gleichschenkelig-rechtwinklige Dreieck (aus dem zu je vieren die Quadrate erzeugt werden), dann repräsentiert das Verhältnis von Kathete und Hypothenuse ein irrationales Verhältnis: nämlich eins zu Wurzel zwei. Nimmt man das halbe gleichseitige Dreieck (aus dem zu je sechsen die gleichseitigen Dreiecke erzeugt werden), so verhält sich die kurze Kathete zur längeren wie eins zu Wurzel drei. Die Entdeckung, daß Wurzel zwei und Wurzel drei sich nicht als Verhältnisse ganzer Zahlen darstellen lassen, hatten das alte pythagoreische Programm zusammenbrechen lassen!¹⁹ Indem Platon die geometrischen Repräsentanten der irrationalen Zahlenverhältnisse für die Erzeugung der Elementarkörper einsetzt und indem er durch die spezielle Art ihrer Zusammenfügung erreicht, daß die Diagonale des Quadrats bzw. die Höhe des gleichseitigen Dreiecks als Begrenzungslinien der Oberflächen der Polyeder, d.h. als Kanten der Elementarkörper auftreten, führt er vor, daß sein geometrisches Programm nicht von der Entdeckung der Inkommensurabilität tangiert wird. Im Gegenteil, triumphierend kann er sie einsetzen für die Demon-

Zusammenfügung der gleichseitigen Dreiecke und der Quadrate verlief; denn wenn man die beiden Konstruktionen (des gleichseitigen Dreiecks und des Quadrats mit ihren umschriebenen Kreisen) zusammen nimmt, kann man sie zur Konstruktion eines Rechtecks verwenden, dessen Flächeninhalt in guter Näherung zur Fläche des umschriebenen Kreises steht. Am Problem der Quadratur des Kreises war Platon sicher interessiert. Und die Summe von Wurzel aus 2 und Wurzel aus 3 ergibt eine sehr gute Näherung für die Quadratur des Einheitskreises. (Popper 1980, S. 340-342).

¹⁸Unter dem pythagoreischen Programm verstehe ich hier vor allem zwei Momente, die für das Selbstverständnis der pythagoreischen Philosophie charakteristisch waren: einerseits die umfassende Aufgabenbestimmung der Philosophie, die über die theoretische Philosophie hinaus auf praktische Lebensführung und Politikberatung ausgerichtet war, und andererseits die Auszeichnung der Mathematik als grundlegender Disziplin.

¹⁹Vgl. K. v. Fritz, *The Discovery of Incommensurability by Hippasos of Metapontum*, in: *Annals of Mathematics*, 46 (1945), S.242-264. Abgedruckt in: (Fritz 1971, S. 545-575). – Auch wenn an einigen Punkten, etwa an der Deutung der Pythagoreer als Geheimbund, Kritik zu üben ist, so sind die mathematik-historischen Partien dieser Arbeit noch immer haltbar und aufschlußreich.

stration der schönsten Zusammensetzung der schönsten Dreiecke zu den schönsten Körpern – jenen vier regulären Polyedern, die den vier Elementen entsprechen! (Abb.6.1)

Durch die Geometrisierung der Natur wird nicht nur die frühere Arithmetisierung abgelöst und somit das pythagoreische Programm mit einer neuen Grundlagendisziplin repristiniert, sondern es wird zugleich unter Platonischen Prämissen fortgeschrieben.²⁰

In den *NOMOI* (757a-758a) spricht Platon über zwei Arten von Gerechtigkeit im Staatswesen, die zwar mit dem selben Namen belegt werden, aber der Sache nach durchaus entgegengesetzt seien. Sie haben ihren Grund in einem zwiefachen Begriff von Gleichheit, später (bei Plutarch) als numerische und geometrische Gleichheit terminologisch unterschieden. Gerechtigkeit im ersten Sinn stütze sich auf eine Gleichheit nach «Maß, Gewicht und Zahl», die also allen Bürgern das gleiche zuteilt. Hingegen stütze sich die «politische Gerechtigkeit» auf die «wahrhafteste und beste Gleichheit», auf die alles Gute im Staat zurück gehe. «Dem Überlegenen nämlich teilt sie mehr, dem Schwächeren weniger zu und gibt so jedem der beiden Angemessenes im Verhältnis zu ihrer Natur». Die «der schwer zufriedenzustellenden Menge wegen» geübte Gerechtigkeit ist die egalitäre Verteilungsgerechtigkeit, die allen Bürgern gleiche Anteile an den Gütern zumißt; die geometrische hingegen geht auf «das der Natur gemäß Gleiche, welches jeweils den Ungleichen zugeteilt wird». Sie geht aus von der Ungleichheit unter den Menschen und teilt zu je nach den mit diesen Differenzen verbundenen unterschiedlichen Bedürfnissen und Ansprüchen.

Wenn Platon von Geometrie spricht, dann haftet der rein mathematischen Bedeutung immer noch eine mehrfach darüber hinaus gehende Bedeutung an.²¹ Sie ist die mathematische Dis-

²⁰Vgl. dazu die lange Anm. 9 zu Kap. 6 in (Popper 1980, S. 208-211). – $\delta \theta \epsilon \delta \varsigma \acute{\alpha} \rho \iota \theta \mu \epsilon \tau \rho \iota \zeta \epsilon \iota$ war der Wahrspruch des alten pythagoreischen Programms; bei Platon treibt Gott zu allererst Geometrie – vor allem Geometrie des Raumes: Stereometrie. – Ganz nebenbei bemerkt: Der Suggestivität dieser schönen Formeln erliegt auch noch Einstein, wenn er gegen Bohr einwendet: Gott würfelt nicht.

²¹Das war auch schon bei Philolaos der Fall. Bei Philolaos (DK 44 A

ziplin schlechthin, weil sie vom Trauma des Irrationalen unberührt bleibt. «Geometrie» steht in Platons Dialogen für eine Mathematikkonzeption, in deren Namen das durch die Entdeckung der Inkommensurabilität in Mißkredit gekommene Programm der Pythagoreer sich erneuern und progressiv vertreten ließ. Das zeigt sich insbesondere an der geometrischen Gleichheit, die von Platon als Träger seiner Vorstellung von Gerechtigkeit ausgezeichnet wird.²²

7a) wird die Geometrie als Anfang und Metropole der Wissenschaften bezeichnet. γεωμετρία κατὰ τὸν Φιλόλαον ἀρχὴ καὶ μητρόπολις ... τῶν ἄλλων [μαθημάτων]. – Es lassen sich darin zwei Bedeutungen fassen. Beide bedienen sich, wie der Name Metropolis sagt, der Vorstellungswelt politischer Herrschaft. 1. Metropole als Hauptstadt im Unterschied zu den Provinzstädten oder der Region: So wie die Hauptstadt ein bestimmtes Gebiet beherrscht, beherrscht die Geometrie die übrigen Wissensgebiete. – Noch heute nennen wir in diesem Sinn die erste oder höchste Gestalt von Wissenschaft, sei es die Mathematik, die Metaphysik oder eine andere, auch die *Königin* der Wissenschaft oder der Wissenschaften. 2. Aber hinter dieser Analogie mag auch noch die alte Bedeutung stehen: Die Metropolis bezeichnet die Mutterstadt im Unterschied zu den Tochterstädten (Kolonien). So wie die griechischen Stadtgründungen in Kleinasien, Unteritalien und Sizilien auf Mutterstädte im Stammland zurückverweisen, sind die übrigen Wissenschaften auf die Geometrie als ihre Gründerin rückverwiesen. Aus der Geometrie sind mithin alle anderen Wissenschaften hervorgegangen. Die Geometrie ist nicht nur die strengste und genaueste der Wissenschaften, sondern aller Wissenschaften Anfang und ihr Ursprungsland! Einzig die Geometrie ist authentische Wissenschaft, die übrigen Wissenschaften sind abkünftige Weisen von Geometrie! – Man könnte also sagen: So wie die griechischen Stadtgründungen in den Kolonien der Rückbeziehung auf ihre Mutterstadt im Stammland bedurften, um ihre Identität nicht zu verlieren, müssen auch die übrigen Wissenschaften in Kontakt mit der Geometrie bleiben, wenn sie ihren Status als Wissenschaft nicht verlieren wollen. Für einen Griechen des fünften Jahrhunderts wie Philolaos, vor allem mit seiner Orientierung an der Lehre des Pythagoras, die damals in den Städten Unteritaliens besonders blühte, mag dieser zweite Sinn der eigentlich maßgebliche gewesen sein, der ihn zu der Formel ἀρχὴ καὶ μητρόπολις geführt hat.

²²Es ist nicht die Mathematik, die bruchlos zur Erkenntnis des «Wertes der Gerechtigkeit» führt, wie Burnyeat meint, sondern Platon bedient sich mathematischer Begriffe (numerische bzw. geometrische Gleichheit), um an ihnen werthafte Vorstellungen (schlechte bzw. wahrhafte Gerechtigkeit, Isonomia und Eunomia) festzumachen. Das sind spezifisch platonische Wertungen, die gesetzt, aber nicht formal deduziert werden.