

Gyburg Radke

6609
RADKE, G
2003

Die Theorie der Zahl im Platonismus

Ein systematisches Lehrbuch

TEIL II	DIE WISSENSCHAFT VON DER ZAHL	208
I	THESE UND METHODISCHE PRINZIPIEN	208
1	Die Methode des Mit-sich-Aufhebens ($\sigma\upsilon\nu\nu\alpha\nu\alpha\iota\pi\epsilon\iota\nu$)	209
	Anmerkung: Die Möglichkeiten begrifflicher Implikation	215
2	Welche Funktion hat die Behandlung ‚disziplinfremder‘ Gegenstände in einer Wissenschaft	222
2.1	Prinzipien und Gegenstände in der platonischen Wissenschaftstheorie	222
2.2	Die Funktion der Behandlung nicht-arithmetischer Gegenstände in der <i>Arithmetik</i>	224
2.2.1	Der Textbefund	224
2.2.2	Systematische Begründungen	226
2.2.3	Erkenntnis- und wissenschaftstheoretische Grundlagen	228
3	Zur Funktion der ‚musiktheoretischen‘ Passagen in der <i>Arithmetik</i>	230
4	Gliederung von Teil II	232
	Ergänzung: Nikomachos, Kommentare zur <i>Arithmetik</i> des Nikomachos und weitere neuplatonische Quellen	234

A. Francke Verlag Tübingen und Basel

Teil II Die Wissenschaft von der Zahl

I These und methodische Prinzipien

Die zu Beginn aufgeworfene Frage, was der einende Gesichtspunkt der scheinbar disparaten und verschiedenen Disziplinen zugehörigen Gegenstände ist, die Nikomachos in seiner *Arithmetik* behandelt, ist ein zentrales Problem nicht nur für die Interpretation und Beurteilung dieser Schrift des Nikomachos, sondern ebenso auch dann, wenn man erkennen will, was das gedankliche und erkenntnisbegründende Prinzip antik-platonischer mathematischer Wissenschaft überhaupt und was das methodische Spezifikum dieser Wissenschaftsauffassung und Wissenschaftspraxis ist, das den Anspruch Platons an die Mathematik, unmittelbar vorbereitend für das Erreichen des höchsten begrifflich-konkreten Wissens zu sein, zu erfüllen verspricht.

Diese Frage wird sich erst dann beantworten lassen, wenn man nicht nur einfach feststellt, daß in den vier Hauptteilen der *Arithmetik* nacheinander vier verschiedene Gegenstände behandelt werden, nämlich vier Gegenstände, die von Nikomachos und von den platonischen Mathematikern überhaupt den Disziplinen Arithmetik, Musik und Geometrie zugewiesen werden, sondern untersucht werden muß, in welchem begrifflichen Verhältnis diese verschiedenen Gegenstände zueinander stehen, wie sie voneinander abhängen, was ihnen gemeinsam ist und was sie unterscheidet. Das Ziel dieser Untersuchungen ist die Ermittlung einer eindeutigen Begriffshierarchie, aus der ersichtlich wird, welche Begriffe sachliche und logische Priorität gegenüber anderen haben, und folglich (in einer noch näher zu bestimmenden Weise) diese implizieren, und welche Wissenschaft welcher anderen oder welchen anderen gegenüber die Stellung eines Prinzips hat.

Auf der Grundlage einer solchen begrifflichen Ordnung wird sich zeigen, daß es sich bei dem Übergang von dem ersten zum zweiten Hauptteil in der *Arithmetik* des Nikomachos, also bei dem Übergang von der Unterscheidung zwischen den verschiedenen Arten von geraden und ungeraden Zahlen zu der Dihairesis der möglichen Verhältnisse, in denen zwei (oder mehrere) Zahlen zueinander gedacht werden können, nicht um einen Bruch oder Neuanfang handelt, nachdem das in der Arithmetik angestrebte Ziel der Ermittlung des spezifischen Wesens dessen, was Zahl als solche ist, bereits erreicht ist. Denn das hieße ja, daß drei Viertel der Schrift bloße Adenda oder Appendices wären, die über den Gegenstandsbereich der Arithmetik hinausgehen und vielleicht einen Ausblick geben sollen auf das, was aus den Erkenntnissen der Arithmetik in den anderen mathematischen Wissenschaften abgeleitet werden kann, was also das in dem 'eigentlichen arithmetischen Teil' ermittelte Wissen über die 'Zahl für sich selbst' zur Wissenschaft der Musik oder Geometrie beiträgt.

Ein solcher Hinweis auf die Prinzipienfunktion der Arithmetik gegenüber den anderen Wissenschaften – die ihr zudem gegenüber allen nachgeordneten Wissenschaften zukommt und nicht nur gegenüber den ihr unmittelbar folgenden – kann aber kaum als Erklärung für diese 'Ausweitung' des Gegenstandsbereichs hinreichend sein. Denn die Betonung dieser Priorität gehört zu den in allen mathematiktheoretischen Schriften der platonischen Antike wiederholten Topoi und wird in keinem Fall zur Begründung für die Konstruktion einer alles umfassenden einheitlichen Wissenschaft, die sich auf alles anwenden läßt – ein Ziel, das die Neuzeit durch die Entwicklung einer allgemeinen Methodenlehre, von Algebra und analytischer Geometrie, zu erreichen versucht hat –, verwendet. Sondern sie dient im Gegenteil regelmäßig zur Begründung dafür, die Gegenstandsbereiche der einzelnen Wissenschaften in ganz bestimmter Weise voneinander abzugrenzen.

1 Die Methode des Mit-sich-Aufhebens ($\sigmaυναυρίπειν$)

Die Tatsache, daß in der platonischen Wissenschaftssystematik eine eindeutige hierarchische Vor- und Nachordnung der einzelnen Disziplinen gemäß der Priorität oder Sekundarität ihrer Gegenstände angenommen und begründet wird, in der das, was früher ist, gegenüber dem Nachgeordneten die Funktion eines Prinzips, das das Spätere in sich vorwegnimmt, hat, impliziert nicht eine Aufweichung der Disziplingrenzen, sondern beruht auf der strikten Einhaltung der Tätigkeitsfelder, die dem mit der jeweiligen Disziplin befaßten Wissenschaftler von dem Gegenstand vorgegeben werden.

Der Arithmetiker hat es mit den Gegenständen der Arithmetik zu tun, der Geometer mit den Gegenständen der Geometrie, der Musiktheoretiker mit den Gegenständen der Musiktheorie, der Astronom mit den Gegenständen der Astronomie.

So ist auch der Arzt ausschließlich mit den Gegenständen der Arztkunst befaßt, auch wenn die Arztkunst z.B. gegenüber der Kochkunst Vorrang hat und in diese sozusagen, sofern sie dieser die Kriterien und Prinzipien vorgibt, 'hineinreicht'. Denn der Arzt muß ein Wissen haben von dem Zustand, in dem sich alle Teile des menschlichen Körpers in einem harmonischen Verhältnis zueinander befinden und in dem die verschiedenen körperlichen Organe 'in wechselseitiger *Philia* (=Freundschaft)' die für sie spezifische Funktion zum Wohl des Ganzen ausüben. Aus diesem Wissen folgt, daß der Arzt auch weiß, was für den Körper und dessen Harmonie zuträglich ist und was ihm abträglich ist. Dieses Wissen gibt ihm die Kompetenz zu entscheiden, welche Art von Nahrung der einzelne Mensch zu sich nehmen muß, um die Gesundheit seines Körpers (wieder-)herzustellen bzw. zu erhalten, und er wird aus dieser Kompetenz heraus dem Koch Richtlinien für dessen Tätigkeit an die Hand geben können bzw. müssen, etwa in der Weise, daß er die Vorgabe macht, dieser bestimmte Patient bedürfe solcher

Nahrung, bei der das Trockene zu dem Kalten in diesem oder jenem bestimmten Verhältnis steht, was – wie der Arzt weiß – bei bestimmten, z.B. eiweißhaltigen Lebensmitteln wie Hülsenfrüchten o.ä. der Fall ist.

Die Zusammenstellung der Lebensmittel und deren Zubereitung im einzelnen gemäß der Eigentümlichkeit und dem eigentümlichen Geschmack dieser Lebensmittel und das Wissen um die Art und Weise, wie aus verschiedenen Lebensmitteln eine harmonisch schmeckende Mahlzeit werden kann und welche Zutaten sich wie am besten vertragen und ergänzen usw., gehört in den Kompetenzbereich des Kochs. Zu entscheiden, ob das nach dem Kriterium des Angenehmen und für den Geschmackssinn Lustvollen zusammengestellte für diesen oder jenen Menschen in dieser oder jener Situation das für seine Gesundheit Zuträglichste, also das für den ganzen Körper Beste, ist, allerdings obliegt dem Arzt und der Koch wird sich in der Ausübung seiner Tätigkeit dessen Kriterien unterordnen, ohne daß der Arzt ihn damit in seiner Kunst behinderte oder in dieser selbst ein Mitspracherecht beanspruchte.

Ebenso verhält es sich auch mit den höchsten wissenschaftlichen Disziplinen, den Wissenschaften des *Quadriviums*.²⁸⁴ Auch wenn die

²⁸⁴ Für den hier zu erläuternden Sachverhalt kommt es nicht auf den Unterschied an, daß es sich bei Arithmetik und Geometrie beide Male um Arten des Wissens bzw. um zwei Wissenschaften im eigentlichen Sinn des Wortes handelt, während – wie Platon im Dialog *Gorgias* darlegt, aus welchem das Beispiel mit dem Verhältnis von Arztkunst und Kochkunst stammt – nur die Arztkunst im eigentlichen Begriffssinn eine Wissenschaft (*Technē*, τέχνη) ist, die Rechenschaft ablegen kann über das, was die Ursache der Bestimmtheit eines jeden ihrer Gegenstände ist, während die Kochkunst nur ein ‚Abbild‘ eines solchen Wissens ist. Sie ist deshalb eigentlich nur eine gewisse erworbene Fertigkeit (ἐμπειρίαν Grg.465a3), weil sie sich nur auf das versteht, was angenehm (und unangenehm) für den Körper ist, nicht aber ein begründetes Wissen davon hat, was *wirklich* gut und zuträglich ist. Doch auch im *Gorgias* spricht Platon der Kochkunst damit nicht vollkommen die Potenz ab, eine Form des Wissens und eine *Technē* zu sein; denn er verwendet das Beispiel Arztkunst – Kochkunst ja als Vergleich für das Verhältnis zwischen Philosophie (bzw. dem Wissen von dem Gerechten) und Rhetorik (Grg.465c2-3; 500a4-b5 usw.). Auch die Rhetorik wird in diesem Kontext als eine Erfahrungskunst und als bloßes Abbild wirklichen Wissens und Schmeicheln, d.h. als eine Fertigkeit, die auf dem Wissen um das Angenehme und Unangenehme, nicht aber das Gute und Schlechte, beruht, bezeichnet (Grg.462c3; 463b1; c7; d1-2 usw.). Auf diese Weise wird ihre Abhängigkeit in Bezug auf die Beurteilung des Guten (und Schlechten) und ihr untergeordneter Rang von dem wahren Wissen des Philosophen betont. Wenn der Rhetor (oder der Koch) behauptet beurteilen zu können, was für die Seele (bzw. den Körper) eines Menschen wirklich zuträglich und nicht nur angenehm ist, dann weist Platon ihn nach, daß der Rhetorik (und der Kochkunst) dieser ‚Weitblick‘ und diese das Ganze betreffende Kompetenz nicht zukommt, sondern daß ihr Blick auf das (momentan) Angenehme beschränkt ist. Dieses aber vermag sie durchaus zu beurteilen und ist auf diesem Gebiet tatsächlich kompetent, so wie der Koch wirklich kompetent ist in der Frage, was für den Geschmackssinn das Angenehme ist. Der Arzt kennt das wirklich für den ganzen Körper Gute und kann unter dem, was (momentan) angenehm ist, zwischen dem unterscheiden, was davon auch wirklich gut und zuträglich ist, und dem, was diese Qualität nicht hat. Die Arztkunst hat also eine umfassen-

Arithmetik gemäß der Priorität ihres Gegenstands, d.i. der Zahl, sofern sie selbst für sich betrachtet wird, Vorrang und die Stellung eines Prinzips gegenüber der Geometrie hat, deren Gegenstand die kontinuierliche Größe ist,²⁸⁵ macht sie dieser doch nicht deren eigentümlichen Kompetenzbereich streitig, sondern sie ist – in analoger Weise wie die Arztkunst im Verhältnis zur Kochkunst – allgemeiner als die Geometrie.

Allgemeiner ist die Arztkunst, weil sie über ein Auswahlkriterium verfügt, um zwischen dem (zunächst und nur scheinbar) Angenehmen, das aber nicht förderlich für die Gesundheit des Körpers ist, und dem wirklich Angenehmen, das zum dauerhaften Wohl des Ganzen beiträgt, unterscheiden zu können, weil sie ein allgemeines Wissen davon hat, was für den menschlichen Körper gut ist. Dieses Gute für das Ganze ist umfassender und allgemeiner und enthält mehr Unterschiede als das momentan Angenehme, das demgegenüber ein stärker eingeschränkter Aspekt an solchen Gütern, die dem körperlichen Wohl zuträglich sind, ist. Denn der Koch berücksichtigt nur die Unterschiede, die der Geschmackssinn zu erfassen in der Lage ist, und bewirkt daher auch nur die für den Geschmackssinn spezifische Lust. Wenn der Arzt hingegen das, was für den ganzen Körper und den ganzen Menschen das Angenehmste ist, zu erreichen sucht, dann muß er in seine Überlegungen nicht nur die vom Geschmackssinn erfassbaren Unterschiede einbeziehen, sondern auch alles andere, was in Bezug auf den Körper unterschieden werden kann. Dazu gehören die von den anderen Sinnen erkennbaren Unterschiede ebenso wie auch die Unterschiede, die erst in der ‚Zusammenschau‘ mehrerer Unterschiede erkannt werden können – entweder mehrerer Unterschiede, die von ein und demselben Sinn erfaßt werden (das leistet in der Terminologie der Aristotelischen Psychologie die Wahrnehmung des Gemeinsamen (αἴσθησις τῶν κοινῶν)), z.B. mehrere Hörwahrnehmungen in der zeitlichen Aufeinanderfolge, oder mehrerer Unterschiede, die von verschiedenen Sinnen erkannt werden (das leistet die ‚gemeinsame Wahrnehmung‘ (der *sensus communis* bzw. die κοινή αἴσθησις)), z.B. die Verbindung der Sehwahrnehmung ‚gelb‘ mit der Geschmackswahrnehmung ‚süß‘. Dieser Begriff des Guten wird daher allge-

dere Kompetenz. Auf diesen Unterschied aber soll es bei der Verwendung dieses Beispiels für eine erste Erläuterung des Verhältnisses zwischen übergeordneter und untergeordneter Wissenschaft ankommen.

²⁸⁵ Die Priorität der Zahl gegenüber der kontinuierlichen Größe, von der sich die Priorität der Arithmetik gegenüber der Geometrie unmittelbar ableiten läßt, hat wissenschafts- wie auch erkenntnistheoretisch den Rang eines universalen, höchsten Prinzips. Die begrifflich vollständige und zureichende Deduktion dieses Prinzipienverhältnisses ist derart komplex und erfordert eine solche Vielzahl an Differenzierungen und Vorarbeiten, daß die hier formulierte These sich erst auf der Grundlage von und mittels aller in diesem zweiten Teil vorgenommenen Beweisführungen und Begriffsunterscheidungen in ihrer Berechtigung wird erweisen lassen. Die Analogie mit dem Verhältnis zwischen Arztkunst und Kochkunst bietet allerdings bereits einen ersten und vorläufigen Anhalts- und Orientierungspunkt, wie das Verhältnis zwischen Arithmetik und Geometrie schließlich wird gedacht und begründet werden können.

meiner und zugleich auch konkreter bestimmt sein als der Begriff des Guten, an dem sich der Koch orientiert, der primär auf das achtet, was für den Geschmackssinn angenehm ist.

An diesem einfachen Beispiel kann man sich also gut klarmachen, daß die Rede davon, der allgemeinere Begriff enthalte mehr Unterschiede in sich und sei auch die ‚Quelle‘, aus der der weniger allgemeine (=partikulärere) Begriff und die untergeordnete Wissenschaft ihre bestimmten Inhalte erhalten, nicht widersinnig ist, sondern auf einem einleuchtenden Gedanken beruht. Der Blick auf den ganzen Körper ist umfassender, als wenn man nur auf die Zunge bzw. den Geschmackssinn achtete, und alle Unterschiede, die zu dem Geschmackssinn dazugehören, sind auch in dieser allgemeineren Perspektive mit enthalten. So wie das Ganze mehr in sich enthält als einer seiner Teile, so enthält in analoger Weise der allgemeinere Begriff auch mehr Unterschiede als der partikulärere.

Dies gilt auch für das Verhältnis der Begriffe ‚Zahl‘ und ‚Größe‘ zueinander. Der Begriff ‚Zahl‘ ist allgemeiner und umfaßt mehr Unterschiede in sich als der Begriff ‚Größe‘. – Wie das im einzelnen begrifflich begründet werden kann und worin der Sachgrund für diesen höheren Grad an Allgemeinheit liegt, wird später²⁸⁶ noch deutlich werden. (Ich deute im gleich folgenden die Antwort auf diese Frage nur schon einmal an.) Dieses Prioritätsverhältnis einmal vorausgesetzt, bedeutet die Prinzipienfunktion der Arithmetik gegenüber der Geometrie²⁸⁷ nicht, daß die Geometrie als solche in den Tätigkeitsbereich des Arithmetikers fallen könnte oder müßte, so wie auch die Kochkunst nicht zu den spezifischen Kompetenzen des Arztes gehört; sondern sie bedeutet, daß die begrifflichen Unterschiede, die der Arithmetiker erfassen und in ihrem Verhältnis untereinander explizieren muß, die Funktion eines Kriteriums für die Bestimmung der Begriffe haben, mit denen sich der Geometer beschäftigt.

Man kann zwar die Zahl Drei unterscheiden und in ihrer spezifischen Bestimmtheit erfassen, ohne zuvor ein explizites Wissen über die Sache ‚Dreieck‘ erworben zu haben, umgekehrt gilt dies aber freilich nicht. Während ‚Dreieck‘ seinem Begriff nach die Zahl Drei voraussetzt, kann die Zahl Drei gedacht werden, ohne daß auf die Sache ‚Dreieck‘ rekuriert werden müßte. Die Zahl Drei hebt daher, wenn sie aufgehoben wird, das Dreieck mit sich zusammen auf, umgekehrt wird sie aber nicht von dem Dreieck mit aufgehoben.

Dieses Verfahren dient im Platonismus der Ermittlung des hierarchischen Verhältnisses, in dem zwei Begriffe zueinander stehen und wird als Methode des ‚Mit-sich-Aufhebens‘ (συναναισθῆναι) bezeichnet.²⁸⁸ Das, was

etwas mit sich aufhebt, hat Priorität gegenüber dem, das es mit sich aufhebt. Die Drei ist also (sachlich und begrifflich) früher als das Dreieck. Das Dreieck ist sachlich und begrifflich später als die Zahl Drei und enthält diese in sich als einen notwendigen Teil, d.h., der Begriff des Dreiecks bringt den Begriff der Zahl Drei mit sich mit (die platonische Formulierung dieses Sachverhalts lautet: συνεπιφέρειν).

Trotzdem impliziert die Zahl Drei andererseits – allerdings in anderer Weise – das, was ein Dreieck wesentlich bestimmt (so wie das Wissen um das für den Körper Zuträgliche auch das Wissen um das für die Zunge Angenehme impliziert): insofern nämlich, als die Zahl Drei erkannt wird als eine bestimmte Synthese von Geradem und Ungeradem, d.i. als die Vermittlung einer Verschiedenheitsrelation durch den gemeinsamen Bezug auf ein Identisches.²⁸⁹ Dies aber ist genau das, was eigentlich auch das Wesen des Dreiecks ausmacht, nur daß diese denkbaren Möglichkeiten im Dreieck als *kontinuierliche* Einheit verwirklicht sind.

Entscheidend ist hier zunächst nicht, ob diese begrifflichen Bestimmungen oder Andeutungen solcher begrifflicher Unterscheidungen im einzelnen richtig oder verstehbar sind. Wichtig und zunächst ausreichend ist vielmehr, daß plausibel erscheint, daß nach platonischer Auffassung begriffliche Priorität eine Prinzipienfunktion des Früheren gegenüber dem Späteren begründet und daß diese Prinzipienfunktion zwar bedeutet, daß das Frühere die Kriterien für das Spätere enthält, die mit dem abgeleiteteren Gegenstand befaßte Wissenschaft aber in ihrer Tätigkeit, die sie in Orientierung an diesen Kriterien ausübt, selbständig und in ihrem Recht ist, das ihr von der vorgeordneten Wissenschaft nicht streitig gemacht wird.

Der Arithmetiker expliziert nicht die Möglichkeiten, nach denen etwas ein Dreieck sein kann, und er unterscheidet auch nicht die spezifischen Eigenschaften, die dem Dreieck, sofern es Dreieck ist, zukommen (z.B. dessen Prinzipienfunktion gegenüber allen zweidimensionalen Figuren und auch gegenüber allen dreidimensionalen Körpern). Aber die Arithmetik impliziert die Möglichkeit, diese bestimmten Eigenschaften auf deren Prinzipien, d.h. auf einfachere, allgemeinere Begriffe zurückzuführen. Gäbe es diese Möglichkeit nicht, dann gäbe es auch keinen Zusammenhang unter den einzelnen Wissenschaften, und das bedeutet auch: es gäbe keinen Zusammenhang zwischen den einzelnen Inhalten des Wissens, das ein einzelner Mensch erwerben und haben kann. Sein Wissen wäre dann ebenso wie die diesem Wissen korrespondierenden Gegenstände episodenhaft wie eine schlechte Tragödie.

Mitbringens‘ (συνεπιφέρειν) bezeichnet (dazu Nicom.Ar.10,1-9). Das Dreieck bringt den Begriff ‚Drei‘ mit sich mit, d.h., es impliziert ihn als einen wesentlichen Bestandteil, aus dem es sich konstituiert, und ist daher logisch später als der Begriff ‚Drei‘. Denn umgekehrt bringt der Begriff ‚Drei‘ nicht den Begriff ‚Dreieck‘ in derselben Weise mit sich mit. S. dazu auch die Ausführungen im Haupttext zu dem Beispiel des Verhältnisses, in dem die Begriffe ‚Mensch‘ und ‚Lebewesen‘ zueinander stehen.

²⁸⁹ Dazu s. unten Teil II, Kapitel VII.3.2.3, S. 796ff.

²⁸⁶ S. vor allem Teil II, Kapitel VI passim.

²⁸⁷ S. Nicom.Ar.9,5ff. Dort findet sich auch eine Skizze der Methode des Mit-sich-Aufhebens: ebenda, 9,15-10,1.

²⁸⁸ Sofern das Verhältnis von Früherem und Späterem aus der entgegengesetzten Perspektive beschrieben wird, wird dieses selbe Verfahren auch als die Methode des ‚Mit-sich-

Damit ist freilich lediglich ein erster Ansatzpunkt genannt für die Beantwortung der Frage nach dem Grund der Einheit einer Wissenschaft und der Einheit der Wissenschaften insgesamt. Dieser Ansatzpunkt lautet:

Die Einheit der Wissenschaften besteht in oder beruht auf der Einheit erkennbarer Unterschiede, d.h., sie ist eine rein *begriffliche* Einheit. Die ‚Zusammenschau‘ der mathematischen Wissenschaften muß sich demzufolge ebenso auf einer rein begrifflichen Ebene bewegen, und zwar in der Weise, daß nach dem Implikationsverhältnis der Begriffe, mit denen es die verschiedenen Wissenschaften primär zu tun haben, gefragt wird. Je mehr (sc. von ihm selbst verschiedene) Voraussetzungen ein Begriff haben muß, um vollständig gedacht und begründet werden zu können, desto später, abgeleitet und zusammengesetzter ist er.

Diesen Sachverhalt kann das folgende Beispiel verdeutlichen:

Der Begriff ‚Mensch‘ setzt nicht nur den Begriff der Einheit, der Identität usw. voraus, sondern auch den Begriff des Lebewesens. Denn etwas kann nicht als Mensch gedacht werden, ohne daß ihm auch die Bestimmung ‚Lebewesen‘ zugesprochen wird. Umgekehrt setzt der Begriff ‚Lebewesen‘ zwar auch – wie alles, was irgendwie etwas Bestimmtes ist – den Begriff der Einheit, der Bestimmtheit, der Identität usw. voraus, er setzt aber nicht den Begriff ‚Mensch‘ voraus, sondern das, was das allgemeine Merkmal des Lebewesens ist, kann für sich gedacht werden, ohne daß der spezifische Unterschied ‚rationales sterbliches Lebewesen‘ als etwas von diesem Begriff Verschiedenes vorausgesetzt werden müßte. Vielmehr impliziert der Begriff ‚Lebewesen‘ von sich her die Unterschiede, die diesen spezifischen Begriff ausmachen.

Denn: wenn ‚Lebewesen‘ (wie von den antiken Platonikern und Aristotelikern) bestimmt wird als ‚beseelte Substanz‘ und ‚Seele‘ als die auf bestimmte Weise zusammenstimmende Summe einer Vielheit bestimmter Unterscheidungs- und Strebevermögen, dann kann dieser Begriff als etwas Bestimmtes, d.h. erkennbar Unterscheidbares, nur dann gedacht werden, wenn auch explizierbar ist, welche bestimmten Vermögen zusammen diese seelische Einheit herstellen können. Das heißt, es muß möglich sein, allein durch die Reflexion auf das, was ein Lebewesen als Lebewesen ist, diese Unterschiede seelischer Potenzen herleiten bzw. nachvollziehen zu können. Zu diesen Unterschieden zählen auch diejenigen, die für den Menschen spezifisch sind: also vor allem die Rationalität, das Vermögen dazu, etwas Begriffliches zu erkennen und über diese Erkenntnisfähigkeiten auch reflexiv Rechenschaft ablegen zu können. Dieser Unterschied ist demnach nicht etwas, das zu dem Begriff des Lebewesens von außen und unabhängig von diesem hinzukommen müßte, sondern er ist etwas, das sich aus diesem selbst ableiten läßt, weil es eine Einschränkung dieses allgemeineren Begriffs ‚Lebewesen‘ auf eine bestimmte Art von Lebewesen ist; denn ein Lebewesen kann ja auch nicht-rationale sein, und es können andere seelische Potenzen für es spezifisch sein.

Anmerkung: Die Möglichkeiten begrifflicher Implikation

Es ist vielleicht, um mögliche Einwände vorwegzunehmen, erforderlich, an dieser Stelle eine weitere Unterscheidung zu berücksichtigen, die in den folgenden Begriffsbestimmungen noch mehrfach relevant werden wird.²⁰⁰

Natürlich – so muß man das eben Gesagte ergänzen – ist auch für den Begriff des Menschen der Begriff ‚Lebewesen‘ nichts, was zu ihm, von außen her hinzuträte, sondern der Begriff ‚Lebewesen‘ ist als *genus proximum* ja gerade ein notwendiger und wesentlicher Bestandteil des Begriffs des Menschen. Allerdings nicht in der Weise, gemäß der man sagen kann, der Begriff des Menschen bzw. die spezifische Differenz der Rationalität komme nicht zu dem, was die Sache ‚Lebewesen‘ ist, als Zusatz und Ergänzung oder Konkretisierung der Bestimmtheit hinzu. Denn für den Begriff ‚Lebewesen‘ gilt, daß in diesem das erfalt werden können und impliziert sein muß, was ein Lebewesen zu einem Lebewesen macht. Alle die Unterschiede, die genau dies leisten können, nämlich etwas zu einem von anderen unterschiedenen, bestimmten Etwas zu machen – in diesem Fall: etwas zu einem Lebewesen und nicht z.B. zu einem Flügzeug oder einem Stein zu machen – machen den Inhalt dieser Sache ‚Lebewesen‘ aus. Hat man das Gemeinsame dieser möglichen Bestimmungen ermittelt, dann kann man durch Reflexion auf dieses Gemeinsame auch die verschiedenen Arten, nach denen sich diese Grundmöglichkeit entfalten kann, ableiten. Dies geschieht im Fall des Begriffs des Lebewesens etwa in der folgenden Weise: Leben ist, nach platonischer und aristotelischer Auffassung, der Vollzug von Bewegungen, die ihren Grund in sich selbst haben. Das, was allem, was Lebewesen genannt werden kann, wesentlich und gemeinsam ist, ist daher, daß es sich um Arten seelischer *Energie* handelt. Denn die Seele ist das Prinzip, das den Grund seiner Bewegungen in sich selbst hat.²⁰¹ Primäre seelische Bewegungen sind Tätigkeiten des Unterscheidens, d.h. der Verwirklichung bestimmter Unterscheidungsvermögen.²⁰² Wenn aber die Unterschiede, die in dem Begriff des Lebewesens enthalten sind, Arten bestimmter seelischer Aktivität sind und wenn ferner alle seelischen Tätigkeiten Akte des Unterscheidens sind oder auf solche zurückgehen, dann sind die spezifischen Unterschiede, die der allgemeinen Begriff der Sache ‚Lebewesen‘ umfaßt, unterschiedliche Arten der Betätigung ein und desselben Unterscheidungsvermögens: es sind, in aris-

²⁰⁰ Diese Überlegungen erheben dabei noch nicht den Anspruch, den Sachverhalt des begrifflichen Implizierens und des Unterschieds zwischen dem Verhältnis, das das Prinzip zu dem hat, was durch es begründet und bestimmt wird, und dem Verhältnis, das diese einzeln Instanzen ihrerseits zu dem Prinzip haben, vollständig zu erklären und verstehbar zu machen. Ich möchte auf die Unterschiede, die in diesem Zusammenhang berücksichtigt werden müssen oder müßten, lediglich schon einmal hinweisen. Die hinreichende Begründung muß späteren Beweisführungen vorbehalten sein, wenn grundsätzliche Prämissen bereits geklärt werden konnten.

²⁰¹ Aristotele *An.I,3,406a16-18*; b15; II,1,412b16f.; II,2,413b1f.; II,3,427a17ff.; *Ph.VIII,3,252b22f.*; VIII,4,254b7-20.

²⁰² S. Arist. *Metaph.* XI,7,1072b26-27 und XI,10,1175a12.

totalischer Formulierung, Arten der *Energeia* des Nous (Arist. Metaph. XI, 7, 1072b26-27).

Folglich wird man dann wissen, welche Arten von Lebewesen es der sachlichen Möglichkeit nach geben kann, wenn man drauf blickt, in welcher Weise Akte des Unterscheidens ausgeführt werden können. Unterschieden wird aber immer *etwas*, d.h. etwas Bestimmtes, und wenn es sich um einen gelungenen Unterscheidungsakt handelt, der wirklich *etwas* erfaßt und unterscheidet, dann wird sich die Bestimmtheit dieses Aktes auf diesen Unterschied zurückführen lassen. Man kann dann ermitteln, welche Arten des Unterscheidens es gibt, wenn man die grundlegenden Möglichkeiten durchdenkt, gemäß denen etwas als ein Etwas bestimmt sein kann, d.h., wenn man auf die verschiedenen Möglichkeiten des Seins überhaupt reflektiert.

Wenn Sein aber immer bestimmtes Sein meint und bestimmt nur das ist, was als Bestimmtes auch denkend erfaßbar, d.i. unterscheidbar, ist, dann wird man schließlich dadurch die Arten auch des Vollzugs seelischer Tätigkeit ermitteln können, wenn man die Aufmerksamkeit auf die grundlegenden Kriterien und begrifflichen Unterschiede richtet, die dem Denken von ihm selbst her zukommen und ohne die Denken schlechthin unmöglich ist. Solche Unterschiede sind Einheit, Identität, Verschiedenheit, Gleichheit, Ungleichheit, Ganzes, Teil, Zahl, Größe usw.

Aus diesen Grundmöglichkeiten und ersten Voraussetzungen von Bestimmtheit und Unterschiedensein konstituieren sich auch die Grundmöglichkeiten unterscheidender Aktivität: Unter diesen ist der erste Unterschied (jedenfalls der erste in diesem Zusammenhang relevante) der Unterschied zwischen Allgemeinem und Einzelnem,²⁹³ also der Unterschied, ob etwas als etwas für sich denkbar ist oder ob es als etwas gedacht werden muß, dessen unterscheidbare Bestimmtheit eine Bestimmtheit an etwas von diesem Etwas selbst Verschiedenem ist. Denn dies ist eine Unterscheidung gemäß der Einheit, wie auch gemäß der (Reinheit der) Bestimmtheit, wie auch gemäß der Identität usw. Wenn man aber Einzelnes und Allgemeines unterscheiden kann und wenn etwas Einzelnes immer insofern erkannt werden kann, als etwas Allgemeines an etwas von diesem Allgemeinen Verschiedenem ist, dann ergeben sich die folgenden drei Grundmöglichkeiten des Unterscheidens: erstens das Unterscheiden von etwas Allgemeinem als solchem an und für sich, zweitens das Unterscheiden von etwas Allgemeinem an einem Einzelding (d.h. eines Allgemeinen in einer (durch ein Materiesubstrat) kontrahierten Form) und drittens das Unterscheiden von etwas Einzelnem, sofern es eine Instanz eines bestimmten Allgemeinen ist.²⁹⁴

Aus diesen Grundmöglichkeiten seelischer Unterscheidungsaktivität lassen sich dann wiederum weitere Arten ableiten, in denen diese Grundmöglichkeiten verwirklicht werden können, und so wird man durch Kombination und weitere Dihairesis dieser begrifflichen Unterschiede nach und nach

die Fülle der denkbaren Möglichkeiten ermitteln können, gemäß denen etwas als Lebewesen, d.h. als eine unterscheidende Substanz, bestimmt sein kann.

Wenn man also sagt, der Begriff ‚Lebewesen‘ impliziere in prinzipienhafter Weise bereits alle die Unterschiede, die auf der Ebene der Arten der Lebewesen deren artbildende Differenz ausmachen, dann meint die Rede davon, daß diese Artunterschiede nichts sind, was von außen hinzutritt, daß der allgemeinere Begriff ‚Lebewesen‘ diesen Artbegriffen gegenüber Priorität hat und diese als Artbegriffe überhaupt erst konstituiert.

Anders ist es, wenn man das umgekehrte Verhältnis betrachtet: zu dem Begriff ‚Mensch‘ (= ‚animal rationale mortale‘) gehört als das *genus proximum* wesentlich der Begriff ‚Lebewesen‘; er ist wesenskonstituierender Teil des Begriffs des Menschen und kommt insofern natürlich auch nicht von außen oder als entbehrlicher Zusatz hinzu. Dennoch ist der Begriff ‚Lebewesen‘ nicht in derselben Weise Implikat des Begriffs ‚Mensch‘, wie der Begriff ‚Mensch‘ und der Begriff ‚Hund‘ usw. Implikate des Begriffs ‚Lebewesen‘ sind. Denn ein implikatives und in dem erläuterten Sinn prinzipienhaftes Verhältnis kann es nur da geben, wo der implizierte Begriff von geringerem Umfang ist (=weniger Unterschiede enthält) als der Begriff, der ihn impliziert. Das heißt: der implizierte Begriff ist weniger allgemein in dem genannten Sinn, daß er weniger denkmögliche Unterschiede in sich (*proleptisch*, d.h.: vorwegnehmend) umfaßt. Dieses *proleptische* Umfassen heißt von dem weniger allgemeinen Begriff aus betrachtet, daß die Bestimmtheit und Denkbarkeit des allgemeineren Begriffs vorausgesetzt werden können muß, damit er überhaupt gedacht werden kann. Der implizierte Begriff steht also immer in einem logischen (und, wenn man unter Ontologie die Lehre von der Bestimmtheit dessen, was unterschieden werden kann, begreift, auch ontologischen) Abhängigkeitsverhältnis von dem Begriff, dessen Implikat er ist. Der Begriff ‚Lebewesen‘ enthält in sich der Möglichkeit nach neben den spezifischen Differenzen des Begriffs ‚Mensch‘ noch eine Fülle weiterer Unterschiede, die mit der Sache ‚Mensch‘ überhaupt nichts zu tun haben und die z.T. den Spezifika des Menschseins sogar direkt widersprechen: so ist es auch eine denkbare Möglichkeit, daß es Substanzen gibt, deren seelische *Energeiai* ausschließlich gebundene Formen der Unterscheidungsaktivität²⁹⁵ sind, also beispielsweise gibt es die Möglichkeit, daß es so etwas wie eine Amöbe geben kann, also ein Lebewesen, das nur in wahrnehmender Weise, und zwar nur mit dem Tastsinn unterscheiden kann; oder es gibt die Möglichkeit, daß es so etwas wie ein Pferd gibt, also ein Lebewesen, das zwar über die bloßen Wahrnehmungsvermögen hinaus auch noch über Erinnerungsvermögen, Vorstellungsvermögen (und ein ‚meinendes‘ Vermögen zu Schlußfolgerungen, das die gegenständliche Funktion von etwas erkennt, das dabei aber ganz auf die Ebene des Partikulären, d.h. einzelner Vorstellungen, beschränkt ist) verfügt, das aber nicht im eigentlichen Sinn, d.h. in

²⁹³ S. dazu auch oben S. 54ff. und unten Kapitel VI *passim*.

²⁹⁴ Dazu s. auch unten S. 561ff.

²⁹⁵ Dazu s. oben S. 183ff.

freier Reflexion und mit der Fähigkeit, über das Unterschiedene Rechenschaft abzulegen, rational tätig sein kann, das also nicht-rational ist. Alle diese spezifischen Unterschiede, die Tieren als Prädikate zugesprochen werden können, haben mit dem, was den Menschen zum Menschen macht, was also zu den substantiellen Bestandteilen des Begriffs ‚Mensch‘ gehört, nichts zu tun (bzw. diese Unterschiede sind nur sozusagen die Materie dieser eigentlichen Bestimmtheit²⁹⁶) und lassen sich folglich aus diesem auch nicht (zumindest nicht direkt und ausschließlich aus diesem) ableiten. Hier ist es eben nicht so, daß die Reflexion auf die bestimmten Unterschiede, die man machen muß, um so etwas wie ‚Mensch‘ zu denken, auch von sich selbst her und ohne über die Sache ‚Mensch‘ hinauszugehen, zu all den Unterschieden führen könnte, die als begriffliche Möglichkeiten die Sache ‚Lebewesen‘ ausmachen und die auch rational nacheinander als Unterschiede dieser Sache durchdacht werden können. Das, was den Menschen zum Menschen macht, ist gegenüber der Fülle an Möglichkeiten, die zu den Unterschieden gehören, die ein Lebewesen zu einem Lebewesen machen, weniger bestimmt, d.h.: umfaßt weniger Unterschiede in sich (und d.h.: aus Reflexion auf diese sachlichen Unterschied können nicht alle Unterschiede des Lebewesenseins abgeleitet werden). Die Sache ‚Mensch‘ ist ein im Vergleich zur Sache ‚Lebewesen‘ in höherem Maß eingeschränkter (in scholastischer Terminologie ‚kontraierter‘) Sachverhalt. Der Begriff ‚Lebewesen‘ ist dem Begriff ‚Mensch‘ also insofern wesentlich und kommt nicht von außen hinzu, als das weniger Allgemeine immer des Allgemeineren bedarf, um sich als dieses bestimmte Etwas konstituieren zu können. Daß der Begriff ‚Lebewesen‘ im Begriff des Menschen enthalten ist, ist also kein Implikationsverhältnis, sondern bedeutet eine Abhängigkeit des Prinzipiierten vom vorgeordneten Prinzip.

Die höhere Komplexität des Begriffs ‚Mensch‘ ist demnach ein Zeichen für den höheren Grad der Einschränkung auf einen bestimmten Fall (=der ‚Konkretheit‘ im scholastischen Wortsinn), und der höhere Grad an Einfachheit und an Allgemeinheit im Unterschied dazu Zeichen für einen höheren Grad an Bestimmtheit, dafür, daß mehr Unterschiede impliziert sind und an diesem einsehbaren Sachverhalt ‚Lebewesen‘ unterschieden werden können.

Analog verhält es sich bei dem Verhältnis der begrifflichen Unterschiede, mit denen es der Arithmetiker zu tun hat, zu denen, die der Gegenstand des Geometers sind. Zahl und Größe, das kann man auch nach der kurzen Skizze im vorangegangenen Kapitel (S. 210ff.) schon einmal voraussetzen (es wird aber auch im Laufe der Arbeit weiter begründet und erläutert werden), sind verschiedene Formen der Synthese einer Vielheit zu einer Einheit, d.h.,

²⁹⁶ Dazu s. unten S. 606ff. (zum Verhältnis von primärer Instanz einer Sache zu dieser Sache selbst einerseits und zu den abgeleiteten Instanzen derselben Sache andererseits).

mit diesen Begriffen bezeichnet man auf je unterschiedliche Weise zusammengesetzte Einheiten.

Zahl ist ‚diskret geeinte Vielheit‘ und ‚Größe‘ ‚kontinuierlich geeinte Vielheit‘. In einer vorläufigen Bestimmung kann man den höheren Grad an Einfachheit und Allgemeinheit der Zahl gegenüber der Größe so umschreiben, daß man sagt, die Zahl sei ihrem Begriff nach die Synthese von Einheiten zu einer neuen übergeordneten Einheit schlechthin, während die Größe diese Grundmöglichkeiten, die in der Zahl angelegt und vorgegeben sind, voraussetzt und als Dimensionalität verwirklicht:²⁹⁷

Eine Linie mit Anfang und Ende setzt die Möglichkeit der Synthese zweier voneinander verschiedener Einheiten voraus, weil es, ohne daß zwei Terme aufeinander bezogen werden, auch kein ‚Dazwischen‘ geben kann, das als Linie unterschieden werden kann; oder, um ein weiteres Beispiel zu nennen: das Dreieck setzt die Möglichkeit der Synthese einer einfachen Einheit mit einer zusammengesetzten Einheit voraus und verwirklicht diese allgemeine Möglichkeit (so wie die Linie) als ein ‚Dazwischen‘, wobei das ‚Dazwischen‘ dadurch entsteht, daß die Synthese der Einheit mit der zusammengesetzten Einheit als ein Aufeinanderbezogensein gedacht wird, durch welches sich zwischen den Termen der Relation eine ‚Mitte‘ bildet.

So wie mit dem spezifischen Unterschied ‚rational‘ zu dem Begriff ‚Mensch‘ gegenüber dem generischen Begriff ‚Lebewesen‘ etwas hinzukommt, das eine in dem generischen Begriff angelegte Möglichkeit expliziert, kommt also auch bei dem Begriff der Größe gegenüber dem Begriff der Zahl etwas hinzu, nämlich die Dimensionalität.

Diese Beschreibung ist zwar an sich noch nicht genug differenziert, aber dem Prinzip nach dürfte die Analogie zu dem erläuterten Verhältnis, in dem die Begriffe ‚Mensch‘ und ‚Lebewesen‘ zueinander stehen, verstehbar sein: der Begriff der Größe ist komplexer, was nicht ein Mehr an Bestimmtheit bedeutet, sondern der Begriff der Zahl impliziert in sich die verschiedenen Möglichkeiten der Synthese einer Vielheit zu einer Einheit, er nimmt daher in sich auch die Unterschiede vorweg, die in den Gegenständen, mit denen es der Geometer zu tun hat, in explizierter Form vorliegen. Der Ausdruck ‚impliziert‘ meint, daß man Zahl nicht als etwas Bestimmtes denken könnte, wenn nicht aus dem Begriff ‚bestimmte Syntheseform einer Vielheit diskreter Einheiten zu einer neuen Einheit‘ diese einzelnen Formen, nach denen

²⁹⁷ Als Dimensionalität verwirklicht werden die allgemeinen Synthesemöglichkeiten, die in den verschiedenen Arten von Zahlen das erste Mal verwirklicht werden, dadurch, daß von der spezifischen Einheit und Bestimmtheit der einzelnen Teile des geeinten Ganzen abgesehen (oder: teilweise abgesehen) wird und der Blick auf die Einheit der Vielheit als ganzer gerichtet wird. Insofern kann man sagen, daß die kontinuierliche Größe im Verhältnis zur diskreten Vielheit eine in geringerem Maß von Einheit durchdrungene Vielheit ist, bzw. eine geeinte Vielheit, bei der das (materiale) Moment der Vielheit gegenüber der Einheit mehr an Eigengewicht bekommt: s. unten zu der ‚getrennten Vielheit‘ als Prinzip der Abnahme von verwirklichter Einheit und Bestimmtheit und als Prinzip von Partikularität: S. 579ff. und S. 792ff.

die Synthesen bestimmt sind, ableitbar und erkennbar wären. Die ‚hinzutretenden‘ Unterschiede dürfen demnach nicht etwas sein, das von außen zu dem allgemeineren Begriff hinzutritt, sondern es müssen in dem allgemeineren Begriff implizierte und daraus explizierbare Möglichkeiten sein. Um noch einmal das Beispiel des Verhältnisses von Arzt- und Kochkunst zu bemühen: das, was für den Geschmackssinn angenehm ist, kommt nicht von außen zu dem hinzu, was für den ganzen Körper angenehm ist, sondern ist eine in diesem allgemeineren Begriff implizierte Möglichkeit und ein Teil dieses umfassenderen Begriffs des Guten.

Ein Beispiel für die Anwendung der Methode des ‚Mit-sich-Aufhebens‘ bei Nikomachos

Als Beispiel, wie solche und ähnliche begriffliche Probleme bei Nikomachos, der ja eine Einführung in die Wissenschaft der Arithmetik schreibt und nicht eine wissenschaftstheoretische Erörterung darüber, was Arithmetik als Wissenschaft eigentlich ist, behandelt werden bzw. in den einzelnen Untersuchungen impliziert sind, sollen einige Überlegungen zu der Stelle angestellt werden, an der Nikomachos selbst von der Prinzipienfunktion der Arithmetik gegenüber der Geometrie spricht und aus dieser begründet, warum der dritte Teil seiner Schrift, d.i. der Teil, der die sog. figurierten Zahlen zum Thema hat, auch seine Berechtigung als Teil innerhalb der Disziplin der Arithmetik haben kann oder (sc. im Sinn der didaktischen Anlage der *Arithmetik*) haben muß.

Zu Beginn seines ‚geometrischen Teils‘ (Buch II, Kapitel VI) beruft sich Nikomachos ausdrücklich auf die Prinzipienrolle der Arithmetik, die die von ihr abgeleiteten Wissenschaften zugleich mit sich aufhebe; d.h., er rekurriert noch einmal auf das, was er in der Einleitung über das Verhältnis der *Quadriviums*-Wissenschaften untereinander gesagt hatte (Nicom.Ar.83,7-11). Nun enthält dieser Rückgriff auf die Wissenschaftseinteilung aber zum einen bereits selbst eine Einschränkung des Umfangs des zu behandelnden ‚Geometrischen‘, und zum anderen betont er gleich zu Beginn dieses Teils, daß die spezifische Funktion der folgenden Betrachtungen eine σημείωσις sei, d.h., daß die Betrachtung der ‚geometrischen‘ Gegenstände in diesem Rahmen nur verweisenden und veranschaulichenden Charakter habe, genauso wie man bei der Verwendung von konventionell festgelegten Zahlzeichen mit dieser Art der Verschriftlichung auf die Zahlen nur verweise (Nicom.Ar.83,12-83,3). Auf diese Unterscheidung zwischen dem eigentlichen Erkenntnisgegenstand und solchen Gegenständen, die als Hilfsmittel für diese primär intendierte Erkenntnis aufgefaßt werden, wird im folgenden noch häufiger zurückzukommen sein.

Zunächst zu der Art der Einschränkung:

„Elementarer aber wird es [i.e. das kontinuierliche Quantum] in der Arithmetik, die sozusagen die Mutter und prinzipienhafter als jene [sc. die Geometrie] ist, aufgefaßt <und behandelt>. Wir erinnern uns nämlich daran, daß sie sich uns vor

kurzem als eine solche erwiesen hat, die einerseits die anderen Wissenschaften mit sich zusammen aufhebt, andererseits selbst aber nicht mit jenen aufgehoben wird und die einerseits in jenen notwendigerweise impliziert sein muß, diese andererseits aber nicht in sich <als ihre Voraussetzung> enthält.“

σπερματικώτερον δὲ προσπαράλαμβάνεται ἐν τῇ ἀριθμητικῇ ὥσαν μητρὶ καὶ ἀρχεγονωτέρα ἐκείνης· μεμνημένα γάρ, ὅτι πρὸ βραχέος τοιαύτη ἡμῖν ἐφάνη συναναίρουσα μὲν τὰς ἄλλας ἐπιστήμας αὐτῇ, οὐ συναναίρουμένη δὲ ἐκείναις, καὶ ἔμπαλιν συνεπιφερομένη μὲν ἐκείναις ἀναγκαίως, οὐ συνεπιφερούσα δὲ αὐτὰς αὐτῇ. (Nicom.Ar.83,5-11)

Das heißt: Nur unter dem Aspekt, unter dem das Kontinuierliche in dem Diskreten sein Prinzip hat, kann das Kontinuierliche Gegenstand der Arithmetik sein.

Es bedarf hier einer Präzisierung, wie die Dihairese des ‚bestimmt Seienden‘ (ὄν) in diskret und kontinuierlich aufzufassen ist: Es handelt sich bei dieser Einteilung in die ‚Arten des Seins‘ nicht im eigentlichen Sinn um die Benennung der Differenzen eines abstrakten Genosbegriffs; denn das hieße, daß das ὄν in genau derselben Weise von der diskreten Vielheit wie auch von der kontinuierlichen Größe ausgesagt werden können müßte²⁹⁸ und daß das eine nicht als Art unter das andere fallen bzw. zu dem anderen in irgendeinem Abhängigkeitsverhältnis stehen dürfte. Aus dem, was sich in der Deduktion der Begriffe noch zeigen wird, und auch aus der Bestimmung des Verhältnisses der Wissenschaften bei Nikomachos läßt sich aber ersehen, daß ihnen das ὄν in je unterschiedlicher Weise, nämlich primär und sekundär (πρώτως καὶ δευτέρως) zukommt, daß es sich also nicht um eine synonyme Aussageweise handelt, um ein Verhältnis von gemeinsamer Gattung und spezifischen Differenzen, sondern um ein Verhältnis des πρὸς ἓν καὶ ἀφ' ἑνός, also um ein Verhältnis zwischen mehreren Instanzen, die ihre Bestimmtheit aus ein und demselben Prinzip ableiten, aber von diesem Prinzip in graduell verschiedener Weise einen ‚Teil‘ von dessen Bestimmtheit und Einheit verwirklichen.

„Es ist unsinnig <anzunehmen>, ‚Substanz‘ bezeichne dasselbe in bezug auf das, was im primären Sinn seiend ist, wie in bezug auf das, was später ist. Denn es gibt keine gemeinsame Gattung für das Frühere und Spätere.“

ἄτοπον τὸ αὐτὸ σημαίνειν τὴν οὐσίαν ἐπὶ τε τῶν πρώτως ὄντων καὶ τῶν ὑστέρων οὐκ ὄντος γένους κοινού, ἐν οἷς τὸ πρότερον καὶ ὕστερον. (Plot.VI,1,1,26-28)

„<und die Substanz wird> nicht wie etwas [sc. abstrakt] Gemeinsames von allen [sc. von intelligibler Substanz, Form, Materie und Kompositum] <ausgesagt>, sondern wie etwas, was sich von einem Einen herleitet [=was sich gemeinsam auf ein Eines bezieht]“

οὐχ ὡς κοινὸν κατὰ πάντων, ἀλλ' ὡς ἀφ' ἑνός. (Plot.VI,1,3,3-4)²⁹⁹

Was aber bedeutet das für die Art und Weise, wie die wissenschaftliche Untersuchung vorzugehen hat, insbesondere dann, wenn sich das Erkennt-

²⁹⁸ S. dazu Plot.VI,2,1,21ff., 2 passim; 9,20-22 und Procl.in Ti.(I),242,5ff.: Plotin und Proklos begründen an den genannten Stellen mit analogen Argumenten, warum das Seiende nicht die (abstrakte) Gattung sein kann, die von dem intelligiblen und dem wahrnehmbaren Sein synonym prädiiziert werden kann.

²⁹⁹ Dazu s. auch Arist.Metaph.VII,4,1030a29ff.; Alex.Aphr.in Metaph.474,24ff.

nisinteresse primär auf die Erkenntnis des Prinzips, und nicht auf die des Prinzipiierten richtet (und so formuliert Nikomachos auch: das Kontinuierliche wird in der Arithmetik betrachtet, sofern die Arithmetik ‚prinzipienhafter‘ (ἀρχεγρονώτερα) ist als die Geometrie)?

2 Welche Funktion hat die Behandlung ‚disziplinfremder‘ Gegenstände in einer Wissenschaft

2.1 Prinzipien und Gegenstände in der platonischen Wissenschaftstheorie

Man muß, folgt man der antik-platonischen Wissenschaftstheorie, bei der Bestimmung dessen, womit sich eine Wissenschaft beschäftigt, unterscheiden zwischen dem spezifischen Erkenntnisgegenstand dieser Wissenschaft, also den bestimmten Gegenständen, deren Wesensbestimmung und deren wesentliche Akzidenzien diese Wissenschaft ermitteln und in ihrem besonderen Zusammenhang erschließen soll, und den *Prinzipien*, die diesen Gegenständen und der Erkenntnis dieser Gegenstände unmittelbar vorausgesetzt sind. Letztere gehören in diese jeweilige Wissenschaft nur insofern, als sie Prinzipien sind, und werden nur berücksichtigt, soweit sie zur Erkenntnis der eigentlichen Wissensgegenstände erforderlich sind. Eine umfassende Erkenntnis dessen, was ihr Wesen, wenn man es für sich betrachtet, ausmacht, ist nicht angestrebt, sondern übersteigt die vorausgesetzten Disziplinengrenzen.

Der Gegenstand der Arztkunst z.B. ist die Gesundheit des menschlichen Körpers. Sofern diese in der von der Seele hergestellten Harmonie zwischen den verschiedenen körperlichen Substanzen und Organen besteht und insofern die Seele Prinzip des Körpers ist, muß sich der Arzt auch mit der menschlichen Seele befassen. Aber diese wird nur in den Hinsichten sein Gegenstand sein, in denen die Seele auf Körperliches bezogen und für den Körper leitend ist und ihn beeinflusst.

Sofern sie z.B. primär eine rationale Seele ist und auf das begriffliche Erfassen für sich erkennbarer sachlicher Unterschiede gerichtet ist und sofern sie selbst wieder nicht absolut primär und voraussetzungslos, sondern etwas Prinzipiiertes (sc. nach platonischer Auffassung: von dem göttlichen Intellekt) ist und in der Hinwendung zu ihrem Prinzip ihre eigene Wesensvollkommenheit findet (usw.), gehört sie hingegen nicht in den Gegenstandsbereich, mit dem sich der Arzt, sofern er Arzt ist, zu befassen hat; diese Kompetenz wird er an den, der auf diesem Gebiet ein Wissen hat, abgeben müssen und, wenn er etwas von seiner eigenen Kunst versteht und weiß, was er durch diese Kunst weiß und was er nicht weiß, auch abgeben wollen.

Analog kann die Tatsache, daß die Arithmetik Prinzip der Geometrie ist, weder der Grund dafür sein, daß Gegenstände der Geometrie im Rahmen

der Arithmetik behandelt werden, noch dafür, daß Gegenstände der Arithmetik im Rahmen der Geometrie für sich selbst untersucht werden.

Und noch ein weiteres Argument läßt sich vorbringen, warum die soeben zitierte Passage bei Nikomachos keine Begründung dafür sein kann und sein will, daß der spezifische Gegenstandsbereich der Arithmetik verlassen wird. Denn eine solche Begründung, die als Ziel der Untersuchung entweder eine Wesensbestimmung des aus einem Prinzip Hergeleiteten (in diesem Fall: der Geometrie), insofern es etwas Abgeleitete ist, angibt oder eine Wesenserklärung des Prinzips (in diesem Fall: der Arithmetik) aus seinem Bezug zu dem von ihm Prinzipiierten anstrebt, ist unzureichend. Im ersten Fall wäre sie keine Rechtfertigung für die Aufnahme eines geometrischen Gegenstands in eine arithmetische Schrift, sondern eher umgekehrt dafür, warum spezifisch Arithmetisches von dem Geometer behandelt werden muß. Im zweiten Fall wäre sie in der Sache falsch. Denn einem Prinzip kommt, sofern es für sich betrachtet in seinem Wesen bestimmt werden soll, kein Verhältnis zu dem von ihm Prinzipiierten zu.³⁰⁰ Es handelt sich bei der Relation zwischen Prinzip und Prinzipiiertem nämlich nicht um eine wechselseitige Relation – diese kann es (zumindest in dem hier relevanten Sinn) nur zwischen einander Gleichgeordneten, auf einer Ebene Stehendem geben –, sondern lediglich dem Prinzipiierten kommt es als von ihm aussagbares Prädikat zu, in einem Abhängigkeitsverhältnis zu seinem Prinzip zu stehen, dem Prinzip selber aber nicht. Theologisch formuliert: das Prinzip bedarf seiner Schöpfungen nicht; d.h., der Bezug auf das Prinzipiierte kann nicht substantieller, wesenskonstituierender Bestandteil der Sache selbst sein, und also können Ergebnisse dieses Bezugs auch nicht den ‚Aufstieg‘ der geometrischen Gegenstände in die Arithmetik rechtfertigen.³⁰¹

³⁰⁰ S. Procl.in R.(I),207,14ff.; zu den beiden unterschiedlichen Möglichkeiten der ‚konkurrierenden‘ Relation (=Relation zwischen gleichgeordneten Gegenständen, die ihre Ähnlichkeit von einem ihnen gemeinsam vorgeordneten Prinzip her ableiten) und der abhängigen Relation (=Relation eines (einzelnen) Gegenstands zu seinem Prinzip) s. Procl.in Prm.912,11-12; Theol.Plat.III,4,15,14-20; III,24,85,1-7 und s. dazu unten S. 627f.

³⁰¹ Dazu, daß jedes Prinzip, sofern es Prinzip ist, seinem primären Sein nach ἄσχετος ist, d.h. in keinem (Abhängigkeits-)Verhältnis zu etwas ihm gegenüber Späteren steht, s. eine Stelle aus dem Nikomachos-Kommentar des Philoponos: „Das aber, was Ziel des Strebens ist, (τὸ ἐφετόν) wendet das, was nach ihm strebt, auf sich selbst hin; sich selbst aber wendet es nicht auf jene hin; deshalb ist die Form das, um <dessen> willen <etwas anderes ist>, und die Materie das, was um eines <anderen> willen ist. Die Form ist also der Natur nach früher. Und außerdem gilt: <selbst> wenn die Form, die an einer Materie ist, zu dem gehört, was in Relation zu etwas ist, weil es einen Bezug zu der Materie hat [sc. an der sie ist], dann ist aber doch die Idee, von der sie abgeleitet ist, primär und hat keinen Bezug zu der Materie.“ τὸ δὲ ἐφετόν ἐπιστρέφει εἰς αὐτὸ τὰ ἐπιμέμμενα, αὐτὸ δὲ εἰς ἐκεῖνα οὐκ ἐπιστρέφεται, διὸ τὸ μὲν εἶδος οὐ ἐνεκά, ἡ δὲ ὕλη ἐνεκά του· φύσει ἄρα πρότερον τὸ εἶδος· καὶ ἄλλως· εἰ καὶ τὸ ἔνυλον εἶδος τῶν πρὸς τι, ὡς πρὸς τὴν ὕλην, ἀλλ’ οὖν ἡ ἰδέα, ἐξ ἧς παρήκται, πρώτη καὶ ἄσχετος πρὸς τὴν ὕλην. (Phlp.in Nic.I,ρση Z.5-8); s. außerdem Plot.VI,8,20,28ff.;

Warum also finden sich dann in der *Arithmetik* Untersuchungen über geometrische Gegenstände, wenn der Status eines Prinzips, der der Arithmetik gegenüber der Geometrie zukommt, allein nicht hinreichend ist, um diesen Textbefund zu erklären?

2.2 Die Funktion der Behandlung nicht-arithmetischer Gegenstände in der *Arithmetik*

2.2.1 Der Textbefund

Die Lösung dieser Aporie, nicht angeben zu können, warum bei Nikomachos scheinbar disziplinfremde Gegenstände in die *Arithmetik* aufgenommen werden, findet man in den Passagen, in denen die figurierten Zahlen behandelt werden, wenn man insbesondere zwei Aspekte beachtet und zur Kenntnis nimmt:

(1.) Der erste Aspekt ist die Art und Weise, wie Nikomachos den Teil, in dem er über die sog. figurierten Zahlen handelt, einleitet: Denn er leitet diesen Teil mit einer vergleichenden Gegenüberstellung der Möglichkeit der Ableitung der verschiedenen Dimensionen kontinuierlicher Größen auseinander in der Geometrie mit der Möglichkeit der Generierung und Konstruktion der verschiedenen Arten von figurierten Zahlen (d.h. von Linienzahlen, Flächenzahlen und Körperzahlen) ein. Die geometrischen Zusammenhänge dienen dabei ausdrücklich lediglich als Analogie und als Anhaltspunkt für die Methode der Schematisierung der Zahlen. Auf diese Weise wird 1. unterschieden zwischen den Gegenständen der Geometrie und den unter der Überschrift ‚Figurierte Zahlen‘ zu behandelnden Gegenständen und 2. zwischen den Zahlen im eigentlichen und primären (bzw. primären mathematischen) Begriffssinn und den anschaulichen Repräsentationen dieser Zahlen in bildlichen Schemata. Insbesondere durch die Betonung der zweiten Unterscheidung wird klar, daß die figurierten Zahlen nicht als Beleg dafür dienen können, die antik-platonische Mathematik sei eine wesentlich an die Anschauung gebundene und dieser gegenüber unkritische, naive Mathematik,³⁰² sondern es hat vielmehr schon allein aus diesen ersten Betrachtungen heraus den Anschein – wie sich in den folgenden Untersuchungen noch vielfach und durch viele Belege bestätigen wird –, daß es ein wichtiges Erkenntnisziel dieser Wissenschaft ist, den Unterschied zwischen rein Begriff-

Procl.in Prm.1179,41ff., bes.: Procl.in Prm.921,3-922,1; 921,33-35: „Er hat gezeigt, daß es unsinnig ist, den Urbildern eine Relation zu dem zuzusprechen, was an ihnen Anteil hat.“ ..ἀπείδειξεν, ὡς ἄτοπον σχέσιν τοῖς παραδείγμασι διδόναι πρὸς τὰ μετέχοντα αὐτῶν.

³⁰² Zum Beispiel Helmuth Gericke, *Mathematik in Antike und Orient*, Berlin 1984, 82 und 142f. Ähnlich auch: Áprád Szabó, *Die Entfaltung der griechischen Mathematik*, 182; 195; 229f. Kurt von Fritz (*Die Pythagoreer, Zahlenmystik und exakte Mathematik*, in: *Grundprobleme der Geschichte der antiken Wissenschaft*, Berlin/New York 1971, 47-64, 50f.) sieht in den figurierten Zahlen, die „besonders reich und detailliert für die frühen Pythagoreer bezeugt“ (51) seien, ein „Mittel- und Bindeglied zwischen der wilden Zahlenspekulation und der wissenschaftlichen Mathematik“ (50).

lichem und bildlich Vorstellbarem herauszuarbeiten und in seiner wissenschaftstheoretischen Bedeutung zu erweisen.

(2.) Der zweite Aspekt betrifft den Gegenstand, den Nikomachos als seinen eigentlichen Untersuchungsgegenstand in der Betrachtung der figurierten Zahlen benennt. Denn er behandelt eben gerade nicht Geometrisches (γεωμετρικά) im spezifischen Sinn. Punkt, Linie, Fläche und Körper als solche werden nicht um ihrer selbst willen, sondern lediglich als zu ergänzende Voraussetzung dessen, was durch bildliche Veranschaulichungen beschrieben werden soll, bestimmt.

Einige weitere Bemerkungen sollen die beiden genannten Punkte kurz erläutern:

Nikomachos leitet den Übergang zu den figurierten Zahlen, folgendermaßen ein

„es sei also die *Monas* dasjenige, was die *Systemstelle des Punkts* einnimmt und in gewisser Weise das Prinzip der Abstände [=der Dimensionen] und Zahlen...ist“

ἔσται οὖν ἡ μὲν μονὰς σημείου τόπον ἔχουσα καὶ τόπον ἀρχὴ μὲν διαστημάτων καὶ ἀριθμῶν.... (Nicom.Ar.84,8-9)

und stellt Definitionen der geometrischen Gegenstände an den Anfang. Der Grund für dieses Vorgehen ist, daß (zumindest) ein abstrakter Begriff von diesen Gegenständen die Voraussetzung dafür ist, daß die Veranschaulichung der Syntheseweisen der Zahlen in den figurierten Zahlen, die (wie unten bewiesen werden wird³⁰³) Instanzen der Zahlen auf der Ebene der Vorstellung sind, überhaupt einen Erkenntnisgewinn bedeuten bzw. zur Folge haben kann (Nicom.Ar.86f.). Denn man kann nur dann etwas aus der Verbildlichung der spezifischen Syntheseweise der Zahl Drei als Dreieck über die Konstitutionsweise der Zahl Drei lernen, wenn man schon etwas über das Dreieck weiß – was auch wieder zeigt, daß die als Dreieck figurierte Drei nicht sachlich und begrifflich früher ist als die Sache ‚Dreieck‘, sondern die figurierte Drei setzt sowohl die Zahl Drei als auch die Sache ‚Dreieck‘ voraus. Das heißt aber: es werden von Nikomachos nicht Linien, Flächen und Körper behandelt, sondern *Linien-Zahlen*, *Flächen-Zahlen* und *Körper-Zahlen*.

Ergebnis:

Man kann sich nicht auf die Äußerungen zur Methode der Figurierung von Zahlen, die Nikomachos selber vorträgt, berufen, wenn man behaupten will, daß mit dem Übergang zu den figurierten Zahlen der Bereich der Arithmetik verlassen werde. Denn diese Passagen zeugen von einem klaren Bewußtsein über die Disziplingrenzen der einzelnen mathematischen Wissenschaften, und es wird ausdrücklich zwischen geometrischen Figuren und *Figurieren-zahlen* unterschieden.

³⁰³ S. Teil II, Kapitel VI.3 S. 727ff.

2.2.2 Systematische Begründungen

Bliebe es bei diesem textimmanenten Argument, könnte man freilich immer noch einwenden, daß diese andere Benennung in der Sache keinen Unterschied mache. Denn wenn die anfängliche Unterscheidung zwischen Zahl (Diskretem) und Größe bzw. Figur (Kontinuierlichem) überhaupt einen Sinn und ein *fundamentum in re* gehabt haben soll, dann ist bei einem ersten Hinsehen ein Begriff wie Linien-Zahl schon an sich eine *contradictio in adiecto*. Denn die Unterscheidung zwischen Zahl und Größe wird als Grundeinteilung, wie etwas als ein bestimmtes Seiendes bestimmt sein kann, eingeführt (Nicom.Ar.4,13-20).³⁰⁴

Ein jedes Seiende soll gemäß dieser Einteilung im Sinn einer vollständigen Disjunktion entweder Zahl (bzw. etwas, was wie eine Zahl ist) oder Größe sein, nicht aber beides zugleich. Eine Linien-Zahl wäre dann sozusagen ein ‚hölzernes Eisen‘. Wenn figurierte Zahlen also weder das sind, was nach der Definition bei Nikomachos Zahl im eigentlichen Begriffssinn ist, noch das, was im eigentlichen (geometrischen) Begriffssinn kontinuierliche Größen sind, dann besteht die einzige mögliche Lösung darin, eine weitere Unterscheidung einzuführen.

Nikomachos bezeichnet die figurierten Zahlen als *Zahlen*, nämlich als *Linien-Zahlen*, *Flächen-Zahlen* usw. Die erforderliche Unterscheidung muß demnach eine Unterscheidung an dem Begriff der Zahl sein. Das Nächstliegende ist, eine Unterscheidung zwischen dem eigentlichen Begriffssinn von Zahlen und einem ‚figurierten Begriffssinn‘, d.h. einem Begriff von Zahlen, der von den von Nikomachos behandelten ‚figurierten Zahlen‘ ausgesagt werden kann, vorzunehmen. Die sich an diese Unterscheidung anschließende Frage lautet dann natürlich, worin die spezifische Differenz dieses Begriffssinns liegt und wie in diesem (abgeleiteten) Begriffssinn die beiden sich auf der primären Ebene widersprechenden Begriffe der Figürlichkeit und der Zahlhaftigkeit verbinden. Die Beantwortung dieser Frage – d.h. der Frage nach den begrifflichen Zusammenhängen von Zahl, Diskretheit, Kontinuität, Figürlichkeit, Vorstellbarkeit, Begrifflichkeit, Allgemeinheit, Partikularität usw., wird das Thema des VI. Kapitels sein.³⁰⁵

Vorläufig kann man sich aber auf ein Indiz dafür beschränken, daß figurierte Zahlen tatsächlich – wie auch immer bestimmte – *Zahlen* und keine geometrischen Gegenstände sind, nämlich auf das Indiz, daß Nikomachos auch bei der Beschreibung der Genese und Eigenschaften der figurierten Zahlen an Termini festhält, die er zuvor bei der Abgrenzung der Gegenstände von Arithmetik und Geometrie als spezifische Differenzen verwendet hatte. Dies gilt vor allem für den Begriff der (sc. diskreten) ‚Anhäufung‘ von

³⁰⁴ Dazu s. genaueres unten ab S. 243.

³⁰⁵ S. unten zusammenfassend zu diesen Zusammenhängen z.B. Kapitel VI.2.8 und 2.9 (ab S. 724).

Einheiten (σώρευσις oder auch der σωρεία),³⁰⁶ der die eine Seite des Begriffspaares σώρευσις (oder auch παράθεσις) und ἀλλήλουχία (kontinuierliches ‚Aneinanderhängen‘) ist.³⁰⁷

³⁰⁶ Zum Beispiel Nicom.Ar.109,15; 112,17-18 und 21; 115,7 u.ö.

³⁰⁷ Nicom.Ar.4,13ff.; Iamb.in Nic.7,13; Simp.in Ph.711,15-17; mit dem Gegensatz παράθεσις: Iamb.Theol.arith.4. und 21 (σωρεία als Beschreibung arithmetischer Progression). Simplicios zitiert in seiner Kommentierung des 6. Kapitels der *Categoriae*, d.h. in seiner Abhandlung über die Kategorie des ποσόν, die Ableitung des Unterschieds zwischen Diskretem und Kontinuierlichem aus der Entfaltung des Einen, wie sie Iamblich vorgenommen habe. In einem späteren Kapitel werde ich diesen Text im Detail interpretieren (Kapitel VI.2.7 (ab S. 709); hier seien nur schon einmal die Grundzüge genannt: Die Konstitution der Quantität, des Quantitativen, ist das Heraustreten des Einen in die Vielheit; daraus daß das Eine die in ihm liegende Potenz ins Nacheinander ausfaltet und als einzelne Instanzen zur Aktualität bringt, erklärt sich die Möglichkeit von bestimmter, als Erkennbares und Begrenztes bestehender Vielheit. Die Unterschiede, wie eine solche bestimmte Vielheit gedacht werden kann, beruhen dabei auf den verschiedenen Arten, in denen die Rückwendung der Vielheit auf das Eine als ihr Prinzip stattfindet, oder anders formuliert: sie erklären sich aus der Art der bestimmenden Begrenzung und Einung der von sich selbst her unbegrenzten Vielheit durch einen Akt des Zusammenfassens und des Beziehens der einzelnen Teile dieser Vielheit auf ein gemeinsames Zentrum; denkt man bei einer Vielheit alle Teile als aufeinander und das Ganze bezogene, so entsteht der Begriff der kontinuierlichen Vielheit (Simp.in Cat.135,8ff.); denkt man die einzelnen Teile dieser Vielheit wiederum als für sich bestimmte und auf sich bezogene Einheiten, so faßt man die Vielheit als diskrete Vielheit auf: der Unterschied beruht also darauf, ob man die Selbigkeit der Teile in bezug aufeinander und in bezug auf das Ganze betrachtet oder ob man die Selbigkeit jedes einzelnen Teils betrachtet und jeden als auf sich selbst bezogen (Simp.in Cat.135,17-25): „Und durch ihre überall gleich bleibende Identität (κατὰ μὲν τὴν πανταχοῦ ταυτότητα), die sowohl bei jedem einzelnen Teil als auch bei allem <insgesamt> als ganze ist, verfertigt sie das Kontinuierliche [daher ist die schlechthin abstrakteste Kontinuität Resultat der Ununterschiedenheit in der Vielheit, die der ‚schwächste Abglanz‘ der Identität von Teilen und Ganzen ist]; durch die bei jedem einzelnen von diesen in bezug auf es selbst bestehende Identität (κατὰ δὲ τὴν ἐφ’ ἑαυτὸν αὐτῶν πρὸς αὐτὰ ταυτότητα) [d.h. durch den Bezug auf sich selbst grenzt sich ein jedes einzelne Seiende von allem anderen als etwas Bestimmtes, mit sich Identisches und damit von allem anderen Verschiedenes ab] und dadurch, daß sie in jedem einzelnen als ganze ist, erzeugt sie das Diskrete. Und durch die Einheit der intelligiblen [=begrifflich-allgemeinen] Quanta untereinander (κατὰ μὲν τὴν ἐν ἀλλήλοις ἔνωσιν τῶν νοητῶν ποσῶν) [sc. dadurch daß jeder einzelne begriffliche Sachverhalt eine Einheit ist] bekommt das Kontinuierliche <von ihr seinen> Bestand, durch die <in sich differenzierte>, die <einzelnen Formen [=intelligiblen Quanta]> voneinander in bestimmter Weise trennende Einheit (κατὰ δὲ τὴν διακεκριμένην αὐτῶν ἀπ’ ἀλλήλων ἔνωσιν) [sc. dadurch, daß jeder einzelne begriffliche Sachverhalt eine (d.h. diese eine bestimmte, von anderen unterschiedene) Einheit ist] aber verleiht sie dem Diskreten seinen Bestand.“ καὶ κατὰ μὲν τὴν πανταχοῦ ταυτότητα καὶ ὅλην ἐφ’ ἑκάστων τε τῶν μορίων καὶ ἐπὶ πάντων τὸ συνεχὲς ἀπεργάζεται, κατὰ δὲ τὴν ἐφ’ ἑκάστων αὐτῶν πρὸς αὐτὰ ταυτότητα καὶ κατὰ τὸ ἐν ἐνὶ ἐκάστῳ ὅλην εἶναι τὸ διωρισμένον ἀπογεννᾷ, καὶ κατὰ μὲν τὴν ἐν ἀλλήλοις ἔνωσιν τῶν νοητῶν ποσῶν τὸ συνεχὲς, κατὰ δὲ τὴν διακεκριμένην αὐτῶν ἀπ’ ἀλλήλων ἔνωσιν τὸ διωρισμένον ὑφίστησιν.

Iamblich formuliert das (nach dem Referat des Simplicios an dieser Stelle: Simp.in Cat.135,12-16) – weil er den Vorgang als Heraustreten des Einen in die Vielheit be-

2.2.3 Erkenntnis- und wissenschaftstheoretische Grundlagen

Die eigentliche, begriffliche und sachlich hinreichende Lösung für die Aporie bei der Bestimmung des Status der figurierten Zahlen erfordert zwei Voraussetzungen, die bisher noch nicht einzeln für sich benannt und begrifflich begründet worden sind und die ich zunächst einmal als Thesen vorstellen möchte. Die Begründung, begriffliche Herleitung und der Beweis der Richtigkeit dieser Thesen ist der Gegenstand aller nachfolgenden Kapitel dieses Lehrbuches.

1. These:

Die platonischen Mathematiker unterscheiden gemäß den verschiedenen Arten des Erkennens – Wahrnehmen, Vorstellen, Meinen, diskursives Denken, intellektives Erfassen – zwischen einem prinzipienhaft primären Zahlbegriff und verschiedenen von diesem abgeleiteten Zahlbegriffen. Man kann die verschiedenen Möglichkeiten der Einung einer Vielheit aus getrennten Einheiten begrifflich allgemein denken; man kann aber von diesen begrifflichen Möglichkeiten auch Vorstellungsbilder entwerfen und sich das in dem Begriff eigentlich bildlich veranschaulichen. Weil jedes Vorstellungsbild immer etwas ist, was in Anlehnung oder Analogie zu etwas Wahrgenommenen konstruiert wird, ist jedes Vorstellungsbild (s. unten S. 498f.) etwas Partikuläres, etwas Einzelnes, das an eine Materie gebunden ist. Alles aber, was an einem ihm zugrundeliegenden Substrat ist, ist etwas dimensional Ausgedehntes, d.h. etwas Kontinuierliches. Das bedeutet, daß ein Vorstellungsbild von dem, was eine begriffliche Möglichkeit der Einung einer Vielheit diskreter Einheiten ist, selbst nicht (zumindest nicht, *insofern* es etwas Vorgestelltes, d.h. Partikuläres, ist³⁰⁸) ein diskretes Quantum, sondern etwas Kontinuierliches, also etwas Größenhaftes ist.

Das genau ist das, was man unter einer figurierten Zahl verstehen kann: eine vorstellungshafte, d.h. partikuläre, und daher kontinuierliche Repräsentationsweise einer diskret geeinten Vielheit oder man kann auch sagen: *ein Bild von einer Zahl*.

schreibt, und nicht den Aspekt, daß es sich dabei letztlich um eine Denkbewegung (nämlich um eine Bewegung des sich selbst denkenden Nous) handelt, betont – auch noch einmal etwas anders: sofern das Eine sich bei seinem Hervorgang über alles erstreckt, an seiner einenden Potenz in ungeschiedener Weise allem Anteil gibt und insofern dieser Hervorgang ein einer und selbiger ist, bringt es das Kontinuierliche ins Sein; sofern hingegen sich die einende Potenz auf jeden einzelnen Teil der Vielheit bezieht, d.h., sofern das Eine bei jeder einzelnen Bestimmtheit ‚halmacht‘ und diesem einzelnen den Charakter einer für sich bestimmten Einheit gibt, kommt durch diesen Hervorgang diskrete Vielheit ins Sein.

³⁰⁸ Dazu s. ausführlich unten Kapitel VI. (die Aporien werden im 1. Teilkapitel aufgeführt: ab S. 576).

Damit ist zumindest angedeutet, was eine figurierte Zahl sein könnte. Es ist aber noch offen, welche besondere Funktion solche Vorstellungsbilder von Zahlen in einer mathematischen Untersuchung haben sollen. Müßte sich eine solche nicht gerade auf das beschränken, was der zu untersuchende Gegenstand im primären Sinn ist? Und sollte sie nicht gerade auf solche Instanzen dieses Gegenstands verzichten, die in nur abgeleiteter und eingeschränkter Weise den Sachverhalt wiedergeben? – Um diese Frage zu beantworten, bedarf es zusätzlich noch der zweiten angekündigten Voraussetzung.

2. These:

Die bei weitem vorherrschende Darstellungsmethode wissenschaftlicher Gegenstände und Sachverhalte in der platonisch-aristotelischen Tradition ist die didaktisch-anagogische Methode. Erkenntnis setzt sich nicht aus Dingen zusammen, die man wie eine Ware handeln kann, sondern Erkenntnis ist eine vom Erkennenden selbst zu erfüllende Aufgabe. – Das Wissen fließt, wie Platon im *Symposion* sagt (Smp.175d3-7), nicht einfach von dem Lehrer auf den Schüler über, wenn dieser sich in dessen Nähe aufhält. Daher muß sich die Vermittlung von Wissen nicht nur nach dem Gegenstand, sondern vor allem auch nach der subjektiven Beschaffenheit und Aufnahmefähigkeit des Erkennenden richten, weil dieser aktiven Anteil an dem Wissenserwerb hat und das Erkennen nicht einfach ‚erleidend‘ erlebt.

Menschliches Erkennen beginnt mit der Wahrnehmung. Erst dort, wo die Unterscheidungskompetenz der Sinne nicht mehr zur widerspruchsfreien Erkenntnis ausreicht, werden höhere Erkenntnisvermögen betätigt, deren Erfassungsweise differenzierter und deren Erkenntnisinhalte konkreter sind. Die Differenzierung besteht darin, daß der zu erkennende Gegenstand zunehmend genauer von allem, was nicht dieser Gegenstand ist, abgegrenzt wird.

Dies geschieht 1. dadurch, daß alle die (wahrgenommenen) Merkmale ausgeschieden werden, die zu dieser Abgrenzung nichts beitragen, weil sie entweder mit dem zu erkennenden Gegenstand nicht immer und nicht notwendig verbunden sind, oder weil sie auch anderem, von dem Gegenstand Verschiedenem zukommen. 2. geschieht die Differenzierung dadurch, daß das begriffliche Prinzip derjenigen (wahrgenommenen) Merkmale, die der Einheit und Identität des gesuchten Begriffs nicht widersprechen, ermittelt und als Teil des Begriffs hinzugesetzt wird.

Die Erkenntnisgewinnung erfolgt also – nur das sollte bei dieser kurzen Skizze angedeutet werden – nicht unmittelbar und nicht rezeptiv, sondern als ein Prozeß nacheinander ausgeführter Akte des Unterscheidens.

Eine an diesen Bedingungen des Fortschreitens des Erkennens orientierte Methode muß demnach die auf diesem Weg durchlaufenen Stufen mitvollziehen und muß den von dem jeweils betätigten Erkenntnisvermögen vollzogenen Erkenntnisakten die entsprechenden Erkenntnisgegenstände ‚an-

bieten'. Zu den abgeleiteten und gemäß der subjektiven Erkenntnisfähigkeit der ‚Schüler‘ in der jeweiligen Wissenschaft konstituierten Gegenständen gehören auch bildliche Repräsentationen von begrifflichen Unterscheidungen.

Erstes Fazit aus der Zusammenfassung der Thesen:

Die figurierten Zahlen haben deshalb einen Platz in der Arithmetik, weil sie 1. anschauliche Instanzen von Zahlen sind und weil sie 2. Hilfsmittel sind beim Aufstieg zu begrifflicher Erkenntnis, derer sich die anagogische Wissenschaft bedient.

Der Beweis und nähere Erläuterungen dieser Thesen sind späteren Kapiteln vorbehalten (s. Kapitel III und VI).

Ergebnis:

Für die Frage, inwiefern der ‚geometrische Teil‘ in der *Arithmetik* des Nikomachos, der die figurierten Zahlen zum Gegenstand hat, zur eigentlichen Arithmetik dazugehört, ergibt sich damit folgendes Ergebnis: Der Abschnitt zu den figurierten Zahlen ist eine Stufe in der unter Berücksichtigung des Fortschreitens und der Schwächen des menschlichen Erkennens durchgeführten Vermittlung eines konkreten Begriffs von dem, was Zahl von sich selbst her ist.

3 Zur Funktion der ‚musiktheoretischen‘ Passagen in der *Arithmetik*

Analoges läßt sich als Antwort auf die Frage sagen, welche Funktion die Betrachtung der relativen Quantitäten im zweiten Hauptteil der *Arithmetik* hat.

Ansatzpunkt für eine Antwort ist die Erkenntnis, daß man den Begriff der Relation auf zwei verschiedene Weisen bestimmen kann. Entweder man versteht unter ‚Relation‘ eine Eigenschaft, die einer einzelnen Zahl zu einer anderen Zahl zukommt, oder man versteht darunter die Gesamtheit der Momente, die dazugehören, damit einer einzelnen Zahl diese Eigenschaft zukommen kann. Wiederum steht hinter dieser Unterscheidung ein, wie man sich anhand eines Beispiels klar machen kann, einfacher Gedanke:

Man kann, wenn man von einer Relation spricht, z.B. von der Relation der Zahl Zwei zur Zahl Vier, entweder die Zahl Zwei insofern betrachten, als sie in einem bestimmten Verhältnis zur Zahl Vier steht und kann ihr diese bestimmte Relation als Prädikat und Eigenschaft, nämlich als die Eigenschaft, die Hälfte von Vier zu sein, zusprechen.

Man kann aber auch das Relationsverhältnis als Ganzes betrachten. Dieses Ganze besteht aus den Zahlen Zwei, Vier und der Relation zwischen diesen beiden Zahlen, also aus zwei Grenzen bzw. Anfang und Ende und einer diese verbindenden Mitte. Das bedeutet: dieses Zahlverhältnis ist als ganzes wiederum eine Einheit aus bestimmten Teilen, so wie auch die Zahl

Zwei eine Einheit aus bestimmten Teilen ist. Denn auch die Zahl Zwei setzt sich aus miteinander verbundenen, d.h. miteinander in einer bestimmten Beziehung stehenden, Einheiten zusammen. Man denkt ‚Zwei‘ als Zusammensetzung einer Einheit mit einer weiteren Einheit. Man kann also auch bei der Zahl Zwei, wenn man sie isoliert für sich betrachtet, von einem ‚Relationsganzen‘ sprechen, d.h. von einem Ganzen, das sich zusammensetzt aus zwei Grenzen und einer diese verbindenden Mitte. Bei größeren Zahlen wird diese Mitte entsprechend komplexer sein, für die Frage nach dem Prinzip der Konstitutionsweise ist der größere oder geringere Komplexitätsgrad aber nicht von Belang, sondern die Erkenntnis, daß jede Zahl – und überhaupt alles, was *etwas* ist – zwei Grenzen (=Anfang und Ende) und eine diese verbindende Mitte haben muß, um eine Einheit und ein Ganzes zu sein, behält auch bei komplexeren Zusammensetzungen ihre grundsätzliche Gültigkeit. Jede Zahl muß in analoger Weise wie die Zwei als ein Ganzes aus Teilen, nämlich aus Anfang, Mitte und Ende gedacht werden. Folglich macht es durchaus Sinn, wenn man erkennen will, was Zahl für sich betrachtet ist, auch Betrachtungen über mögliche Relationen zwischen (isoliert betrachteten) Zahlen anzustellen.

Dieses Begriffsverständnis kann deutlich machen, daß die Zahlenrelationen innere Konstitutionsbedingungen von Zahlen und nichts diesen Äußerliches sind, d.h., daß die Relationen zusammen mit den Termini ein geeintes Ganzes bilden (nämlich: spezifisch oder individuell bestimmte Zahlen) und daß insofern bei dem Übergang von dem ersten Teil der *Arithmetik* des Nikomachos zum zweiten Teil nur ein Wechsel der Betrachtungsperspektive vorgenommen wird. Die Perspektive schwenkt auf den Aspekt der Gleichheit und Ungleichheit, der die Verhältnisse der Teile einer in bestimmter Weise geeinten Vielheit untereinander und zu dem Ganzen bestimmt und auf den diese zurückgeführt werden können, wohingegen zuvor als dominierender Aspekt die Möglichkeiten der Zusammensetzung von Geradem und Ungeradem, also die Prinzipienfunktion von *Monas* (Einheit) und *Dyas* (Zweiheit bzw. Vielheit), im Vordergrund gestanden hatten.

Auch diese neue, auf Relationen gerichtete Perspektive ist ebenso wenig ein ‚Ausflug‘ in die Musiktheorie, wie die figurierten Zahlen ein ‚Ausflug‘ in die Geometrie sind. Sondern sie ist ein Teil der Wesensbestimmung der Zahl an sich (die dann als solche auch (aber erst sekundär) eine Vorarbeit für die eigentliche Musiktheorie darstellt).

Wie diese konkret durchgeführt wird, ist Thema der Kapitel V und VII von Teil II (des Kapitels über die verschiedenen Stufen von Zahlbegriffen und des Kapitels über die Zahldefinitionen). In dem Zusammenhang mit der Einteilung der geraden und ungeraden Zahlen wird sich das, was im folgenden beispielhaft ermittelt werden soll, nämlich die Rückführung auf die obersten Prinzipienpaare, in der Möglichkeit der Zurückführung der Unter-

schiede der Zahlarten auf die Dominanz von *Monas* bzw. *Dyas* in den verschiedenen Zahlen wiederfinden lassen.³⁰⁹

Zusammenfassung:

Im vorangegangenen konnten erste Indizien dafür zusammengetragen werden, welchen Prinzipien die Auswahl und Reihenfolge der in der *Arithmetik* behandelten Gegenstände und Themen folgen könnte. Ausgangspunkt dieser Überlegungen war die für die gesamte Tradition platonischer Mathematiktheorie grundlegende exakte Abgrenzung der Gegenstände der einzelnen mathematischen Disziplinen. Hält man an dieser fest, steht man vor der Aufgabe, die scheinbaren Übertretungen und Überschneidungen mit anderen Wissenschaften im Rahmen einer Untersuchung, die einer bestimmten Disziplin gewidmet ist, zu erklären.

Dabei zeigte sich, daß der Eindruck des Mangels an Konzentration auf den eigentlichen Gegenstand der *Arithmetik* zum einen auf einen *unzureichenden Begriff von diesem Gegenstand* und zum anderen auf eine *unzureichende Reflexion auf die angewandte Darstellungs- und Vermittlungsmethode* zurückzuführen ist.

Alle Teile der *Arithmetik* des Nikomachos haben die ‚Zahl für sich betrachtet‘ zum Gegenstand und ermitteln die diesem Gegenstand wesentlich zukommenden begrifflichen Momente. Sie tun dies dadurch, daß sie von verschiedenen Perspektiven aus verschiedene Eigenschaften dieses einen Gegenstandes herausheben. Diese unterschiedlichen Perspektiven korrespondieren unterschiedlichen Erkenntnisweisen und folgen aufeinander in der Weise, in der sich der Aufstieg menschlichen Erkennens von den niedrigeren zu immer höheren und differenzierteren Erkenntnisweisen vollzieht.

4 Gliederung von Teil II

In dreierlei Richtung müssen also die bisherigen Ergebnisse noch näher erläutert und begründet werden. Dies betrifft

1. die Herleitung der vorausgesetzten Abgrenzung der spezifischen Gegenstände der einzelnen Disziplinen,

³⁰⁹ Damit ebenfalls zu erklären ist die Unterscheidung zwischen kontinuierlichen und nicht stetigen Analogiereihen: so ließe sich zeigen, daß die Möglichkeit der Verknüpfung zweier Terme über eine einzige Mitte – i.e. eine kontinuierliche Analogie – Ausdruck des Überwiegens des Monadischen ist, während das Disjunkte auf einen größeren Anteil des Dyadischen schließen läßt.

2. Erläuterungen zur didaktisch-anagogischen Methode und zu der Frage, welche Schlußfolgerungen aus dieser Bestimmung der Methode für die Einheit der *Arithmetik* gezogen werden können, und

3. weitere Untersuchungen zu der Frage, auf die bisher alle Untersuchungen letztlich verweisen mußten, nämlich auf die Frage: ‚Was ist dieser Gegenstand ‚Zahl‘ eigentlich?‘

Diese letzte ist die alles entscheidende Frage, und sie erfordert zu ihrer Beantwortung eine Eingrenzung des Status dieses Gegenstandes, d.h. eine Antwort auf die Frage, ob es sich bei diesem Gegenstand um etwas Begriffliches oder um etwas (bloß subjektiv) Vorgestelltes handelt. Die bisher hier vorgetragene These besagte, daß Zahl an und für sich etwas Begriffliches ist und daß die Erkenntnis dieser begrifflichen Natur der Zahl außerdem ein wichtiger, oder sogar der entscheidende Schlüssel zum Verständnis der platonischen Mathematiktheorie ist. Wenn aber in der platonischen Wissenschaft und Wissenschaftstheorie nicht nur das, was eine Sache ihrem primären Begriffssinn nach ist, sondern auch abgeleitete Instanzen betrachtet werden, dann muß eine Begriffsbestimmung des Gegenstands ‚Zahl‘ mit Untersuchungen zur Methode der Darstellung des Erkenntnisgegenstands in der platonischen Wissenschaftstheorie und -praxis beginnen; d.h.:

(1.) ist die Darstellung der anagogischen Methode in ihren verschiedenen Teilen und in ihrem Verhältnis zu dem, was erkannt wird (also zu dem Erkenntnisgegenstand), und dazu, wie etwas erkannt wird (zu den verschiedenen möglichen Erkenntnishaltungen) erforderlich. [Teil II, Kapitel III (zur Anagogik – am Beispiel der Einheit des platonischen *Timaios*)]

(2.) Es ist notwendig, einen Beweis dafür zu erbringen, daß es sich bei Zahlen im primären Sinn tatsächlich um etwas Begriffliches, Allgemeines und nicht um etwas Partikuläres, d.h. auch: nicht um subjektive, abstrakte (und daher partikuläre, aus der Empirie gewonnene) Begriffe handelt [Teil II, Kapitel IV (Sind Zahlen Begriffe?)].

Daran wird sich

(3.) die Frage anzuschließen haben, um was für eine Art des Begrifflichen es sich bei dem primären Begriff der Zahl handelt und in welchem Verhältnis dieser primäre Begriff zu möglichen abgeleiteten Begriffen und Instanzen steht [Teil II, Kapitel V (Zahlanalyse)].

(4.) muß in Fortsetzung des unter (3.) Ermittelten die grundsätzliche Unterscheidung zwischen der Allgemeinheit des primären Begriffs und der Partikularität der abgeleiteten Begriffe sowie der Zusammenhang zwischen Partikularität und Kontinuerlichkeit bzw. Vorstellbarkeit referiert und mit den figurierten Zahlen ein besonders wichtiges Beispiel vorgeführt werden, warum vorstellbare, und d.h. auch: bildlich-figürliche, also ‚kontinuierliche Zahlen‘ kein ‚hölzernes Eisen‘, d.h. nichts in und an sich Widersprüchliches sind und welche spezifische Funktion abgeleitete Zahlinstanzen in der platonischen Mathematiktheorie haben [Teil II, Kapitel VI (Vorstellbarkeit von Zahlen – Begrifflichkeit von Figuren)].

(5.) kann die Quintessenz aus all diesen Untersuchungen gezogen werden, indem versucht wird, 1. Ansätze für eine Interpretation des ersten Hauptteils der *Arithmetik* des Nikomachos vorzulegen; indem 2. in einer Art Zusammenfassung versucht wird, den Bezug zu den Kapiteln zur Anagogik, zum primären Zahlbegriff und den abgeleiteten Zahlbegriffen herzustellen, 3. insgesamt zu einem abschließenden Ergebnis über das Verhältnis der Mathematik zur Ersten Philosophie, d.h. zur Dialektik, zu kommen, 4. ein Resümee über den Zusammenhang zwischen Erkenntnisvermögen, verschiedenen Begriffsebenen und verschiedenen Erkenntnis- und Vermittlungsarten von Erkenntnis zu ziehen und 5. schließlich alle diese verschiedenen Aspekte auf den Grundunterschied von Einheit und Vielheit zurückzuführen [Teil II, Kapitel VII (*Mathematische Definition und primärer Begriff*)].

Insgesamt kann man für die Methode des weiteren Vorgehens aus den Ergebnissen aus Teil I, in dem verschiedene Forschungsansätze zu den *artes liberales* diskutiert wurden, folgern, daß die beabsichtigte Darstellung der begrifflichen Grundlagen des platonischen Wissenschaftssystems in der Sekundärliteratur keinen ‚Gesprächspartner‘ wird finden können, mit dem eine direkte Auseinandersetzung der vorgestellten Unterscheidungen und Begründungen stattfinden könnte. Denn nahezu die gesamte moderne Forschung hält sich auf diesem Gebiet fast vollständig zurück. Zumindest gibt es (soweit ich sehe) keinen zusammenhängenden Versuch einer systematischen Rekonstruktion bzw. Zusammenfassung der begrifflichen Grundlagen dieses Wissenschaftssystems.

Das folgende versteht sich als ein Beitrag, der diese Lücke schließen soll. Daraus folgt aber, daß dieser Versuch weitgehend in dem Dialog mit antiken Texten und mit Erläuterungen und Kommentierungen von Theoretikern aus der platonisch-aristotelischen Wissenschaftstradition selber und ohne explizite Auseinandersetzung mit der vorliegenden modernen Forschung durchgeführt werden muß.

Ergänzung: Nikomachos, Kommentare zur *Arithmetik* des Nikomachos und weitere neuplatonische Quellen

Die wichtigsten Informationen über die Texte und Theoretiker, die für diese Art der Interpretation relevant sein werden, sollen hier überblicksartig zusammengestellt werden. Der Anspruch ist dabei weder, einen Überblick über alle wesentlichen biographischen Informationen und eine vollständige Auflistung und Zusammenfassung aller überlieferten und nicht-überlieferten Werke der genannten Autoren zu bieten, sondern es werden lediglich die Aspekte an ihnen herausgehoben, die mit Blick auf das Thema „Die Theorie der Zahl im Platonismus“ relevant sind. Außerdem habe ich auch keine ‚objektive‘ Darstellung angestrebt, sondern habe auch Wertungen abgegeben, die an dieser Stelle freilich nur thesenhaft und bloße Behauptungen bleiben müssen, die jedoch auf gründliche Studien und Textkenntnis der

erwähnten Schriften und ein auf dieser Grundlage gebildetes kritisches Urteil zurückgehen und von deren *fundamentum in re* man sich, wie ich hoffe, auch bei der Lektüre dieser Arbeit wird überzeugen können.

Nikomachos von Gerasa

lebte vermutlich um 100 n.Chr. Außer der in dieser Arbeit interpretierten „Einführung in die Arithmetik“ (= *Arithmetik*) (*Ἀριθμητικὴ εἰσαγωγή*) ist von ihm neben anderem außerdem noch eine musiktheoretische Schrift (ein „Handbüchlein der Harmonik“ (*ἁρμονικὸν ἐγχειρίδιον*) erhalten. Mit beiden Werken stellt sich Nikomachos ausdrücklich in die (neu)pythagoreische und platonische Tradition und vermittelt in seinen mathematischen Traktaten die spezifischen Kenntnisse, die als Basiswissen für das Verständnis der Platonischen Dialoge und auch für weiterführende (pythagoreische) mathematische Abhandlungen fungieren (s. *Nicom. Ar.* 104,1-4). Das darf aber nicht dahingehend mißverstanden werden, daß die vermittelten mathematischen Kenntnisse nur methodisches Handwerkszeug des Platonikers ohne eigenen inhaltlichen Anspruch und Wert seien, sondern insbesondere die *Arithmetik* enthält sowohl das einfache begriffliche Fundament im Sinn einer Elementarlehre als auch die begrifflichen Prinzipien, die die ganze Wissenschaft dialektisch begründen. Das, was Nikomachos bietet, ist sowohl eine elementare als auch eine dialektisch vollendete Mathematik. Nur so erklärt, sich, wieso die *Arithmetik* des Nikomachos selber wieder Gegenstand neuplatonischer Kommentare und einer bis in das hohe Mittelalter reichenden Tradition des Studiums und der Kommentierung dieses Textes werden konnte. Denn die Tatsache, daß ein Text kommentiert wird, bedeutet – zumindest in dem platonischen Traditionszusammenhang –, daß die Meinung herrscht, der Text umfasse in sich mehr Inhalte als unmittelbar erfaßt werden und er müsse in seiner ganzen Bedeutung erst (durch bestimmte Verfahrensweisen) erschlossen werden. Das trifft auf eine einfache Einführung für den Elementarunterricht aber gerade nicht zu; denn die Darstellungsweise in solchen Schriften orientiert sich ja an dem, was unmittelbar einleuchtend und leicht verständlich sein kann.

Theon von Smyrna

lebte in hadrianischer Zeit, also zu Beginn des 2. Jahrhunderts n.Chr. Bereits der Titel des einzigen von ihm erhaltenen Werks, die „Darstellung der mathematischen Gegenstände, soweit sie zur Lektüre der platonischen Schriften von Nutzen sind“ (= *expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium, τὰ κατὰ τὸ μαθηματικὸν χρῆσιμα εἰς τὴν Πλάτωνος ἀνάγνωσιν*) erweist seine Zugehörigkeit zum Platonismus und die Verwandtschaft des Skopos seiner Schrift mit dem der *Arithmetik* des Nikomachos. Der Unterschied zur *Arithmetik* besteht aber darin, daß Theon einen Abriß der grundlegenden Begriffe und Gegenstände aller vier Wissenschaften des *Quadriviums* bieten wollte. Wegen einer komplizierteren Überliefe-

rungssituation ist in bezug auf die *Expositio* die Frage nach der (ursprünglichen bzw. intendierten) Einheit des Werks und nach der vollständige Ausführung dieses Unternehmens noch schwieriger zu beantworten als in bezug auf die *Arithmetik*. Offenbar geht es Theon aber in noch stärkerem Maß als Nikomachos darum, den Grad an Komplexität und die Vielheit der möglichen Zusammensetzungen und Instanzierungsmöglichkeiten der mathematischen Sachverhalte deutlich werden zu lassen. Daher dominieren in seiner Schrift auch musiktheoretische Ausführungen und vor allem nimmt die Behandlung der Astronomie den bei weitem größten Raum ein.

Iamblich

ist ein Schüler des Plotinschülers und -herausgebers Porphyrios und lebte vermutlich von 240/50 bis 325/26 n.Chr. Die Gemeinsamkeit mit Nikomachos besteht darin, daß auch Iamblich ebenso zur (neu-)pythagoreischen wie zur (neu-)platonischen Tradition gehört. Dies ergibt sich bereits, wenn man sich einen Überblick über seine Schriften verschafft, unter denen sich – übrigens wie bei Nikomachos auch – eine Lebensbeschreibung des Pythagoras findet und eine Darstellung der von Platon im 7. Buch der *Politeia* grundgelegten *communis mathematica scientia* (mit dem gleichnamigen Titel: *de comuni mathematica scientia, περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς επιστήμης*), die zwei Teile eines ursprünglich in zehn Büchern angelegten Werkes sind, das eine Einführung in das (pythagoreische) Philosophieren überhaupt bieten wollte.³¹⁰ Nicht erhalten sind seine Kommentierungen zu allen wichtigen (im neuplatonischen Curriculum, das von ihm kanonisch festgelegt wurde, zu lesenden) Platonischen Dialogen.³¹¹ Seine Abhandlungen über die chaldäischen Orakel zeigen, daß er auch der Theurgie eine große Bedeutung beimaß, auf jeden Fall aber die uns geläufige radikale Trennung zwischen Religion(spraxis) und philosophischer Rationalität differenzierter behandelte. Das kann man auch – wenn auch in graduell geringerem Maß – aus seinem Kommentar zur *Arithmetik* des Nikomachos erschließen, der ebenfalls zu dem genannten zehnbändigen Einführungswerk gehörte und der natürlich für die Nikomachos-Interpretation unter den Schriften Iamblichs die wichtigste Quelle ist. Dieser Kommentar ist eine erklärende Paraphrase der *Arithmetik*, die insbesondere in bezug auf die zu erschließenden begrifflichen Grundlagen und Prinzipien der einzelnen mathematischen Operationen hilfreiche Ergänzungen bietet.

Johannes Philoponos

war ein Schüler des Ammonios, des bedeutendsten Oberhauptes der neuplatonischen Schule in Alexandria, und gehörte dem christlichen Glauben an.

³¹⁰ S. insgesamt zum Aufbau dieses Werkes: Dominik O'Meara, *Pythagoras Revived. Mathematics and Philosophy in Late Antiquity*, Oxford 1989, bes. 30ff.

³¹¹ S. dazu Verf., *Der Philosophieunterricht im Platonismus der Antike*.

Er lebte etwa zwischen 490 und 575 n.Chr. in Alexandria. Wichtig sind vor allem seine Kommentare zu den Pragmatien des Aristoteles (zur *Physik*, zu *De anima*, zu *De generatione et corruptione*, zu den *Analytiken* usw.); außerdem seine Schrift, die sich mit der Frage der Ewigkeit der Welt befaßt, in welcher auch die Gegenthesen des Proklos, gegen den Philoponos sich in dieser Schrift wendet, überliefert sind („*De aeternitate mundi contra Proclum*“). Unter anderen Schriften, die sich mit einzelnen wissenschaftlichen Disziplinen befassen, hat auch Philoponos so wie Iamblich einen Kommentar zur *Arithmetik* des Nikomachos verfaßt. Dieser Kommentar besteht im Unterschied zur den Text (mehr oder weniger) kontinuierlich paraphrasierenden Kommentierung Iamblichs wohl aus Auszügen aus einer Mitschrift der Vorlesungen bzw. ‚Seminare‘ des Ammonios über die *Arithmetik* des Nikomachos. Dieser Kommentar bietet Erläuterungen solcher Stellen, die im Text selber unverständlich sein mögen oder sonst irgendeinen Anstoß erregen können, und ergänzt den Text dabei an einigen Stellen auch um das begriffliche Fundament oder auch im Hinblick auf mögliche Konsequenzen. (Wie die Frage, inwiefern es sich ausschließlich um eine getreue Mitschrift der Exegesen des Ammonios handelt, oder ob Philoponos selber etwas beiträgt und wenn ja wieviel, abschließend entschieden werden muß,³¹² ist für den Skopos dieser Arbeit insgesamt von geringer Bedeutung, weil sich keine substantiellen Unterschiede zwischen Ammonios und seinem Schüler Philoponos (aus den Schriften, die beiden sicher zugeschrieben werden können) im Hinblick auf die mathematischen Gegenstände und ihre Einordnung in das Wissenschaftssystem ausmachen lassen. Ich ziehe die neuplatonischen Kommentare zu Nikomachos zur Darstellung und begrifflichen Begründung der „Theorie der Zahl im Platonismus“ heran und verfolge damit nicht primär ein historisches Interesse an der Überlieferung und an der historischen Genese der platonischen Wissenschaftstheorie. In dieser Perspektive ist es nicht erforderlich, den Prozeß der Entstehung der vorliegenden Kommentare im Detail nachzuvollziehen und selber ins Zentrum der Betrachtungen zu stellen.)³¹³

Proklos,

geboren am 7.2.412, gestorben am 17.4.485, war ein Schüler Syrians, der Oberhaupt der Platonischen Akademie in Athen war und von dem ein Kommentar (u.a.) zu den beiden letzten Büchern der Aristotelischen *Meta-*

³¹² S. dazu aber Étienne Évrard, Jean Philopon, son Commentaire sur Nicomaque et ses rapports avec Ammonios, in: *Revue des Études Grecques* (=REG) 78, 1965, 592-598 (s. dort auch weitere Literatur).

³¹³ S. aber zur Frage der Möglichkeit der Rekonstruktion der Lehre des Ammonios aus Schülermitschriften: Rainer Thiel, Einleitung in Ammonios' Leben und Werk und in Ammonios' Kommentar zur Kategorienschrift, in: *Commentaria in Aristotelem Graeca. Versiones Latinae temporis resuscitatarum litterarum* (CAGL), hg. von Charles Lohr, Ammonius, Commentarium in decem Categoria Aristotelis (mit einer Eindr. von Rainer Thiel) 2002.

physik erhalten ist, in dem er sich mit der Kritik, die Aristoteles an der platonischen Ideen- und Zahlenlehre vorträgt, auseinandersetzt und dessen Bedeutung für das Verständnis der platonischen Mathematik gar nicht hoch genug eingeschätzt werden kann. Denn er gibt zur Verteidigung gegen die referierten Vorwürfe kurze Abrisse und zusammenfassende Darstellungen zu dem im Platonismus und Pythagoreismus zugrundegelegten primären Zahlbegriff und dessen abgeleiteten Instanzen.

Proklos trat nach dem Tod seines von ihm hoch geschätzten Lehrers des Proklos als Schuloberhaupt der Akademie in Athen an. Er ist zweifellos der bedeutendste Neuplatoniker und Kommentator Platons. Von seinem umfangreichen Werk ist nur ein (relativ kleiner) Teil erhalten. Darunter sind die bedeutendsten Schriften die Kommentare zum platonischen *Parmenides*, *Timaios* und *Großen Alkibiades*, sowie eine Sammlung von kommentierenden Traktaten zur *Politeia*, außerdem ein Kommentar zum 1. Buch der *Elemente* Euklids und eine systematisch zusammenfassende Darstellung der platonischen Theologie („Theologia Platonica“) in sechs Büchern. (Große Bedeutung in der neuzeitlichen Rezeptionsgeschichte hatte die *Elementatio Theologiae*, die allerdings nur eine knappe Zusammenfassung von an anderem Ort (vor allen anderen ist hier der Kommentar zum *Parmenides* zu nennen) begründeten und hergeleiteten Lehrstücken bieten will und in ihnen inhaltlichen oder systemerschließenden Wert hinter den anderen erhaltenen Schriften eingeordnet werden muß.) Von grundsätzlicher Bedeutung ist für die platonische Wissenschaftstheorie und für die Frage nach der Einheit einer Wissenschaft bzw. einer wissenschaftlichen Abhandlung besonders der Kommentar zum *Timaios*; für die mathematischen Abhandlung besonders der Kommentator zum *Timaios*; für die Frage nach dem Verhältnis der Arithmetik zur Geometrie der Kommentar zum ersten Buch von Euklids *Elementen* und für die begriffliche Analyse der Zahl und die erkenntnistheoretische Fundierung der Arithmetik in der Hierarchie der höchsten Begriffe die *Theologia Platonica* (v.a. die Bücher III und IV).

Anicius Manlius Severinus Boethius

wurde um 480 als Erbe einer reichen Adelsfamilie geboren und erhielt eine umfassende Bildung, vor allem auch eine gründliche Ausbildung in und mit den Schriften des Aristoteles, Platons und Plotins. Im Zuge politischer Intrigen, in die er verwickelt wird, wird er 524 nach einer gewissen Zeit unter Hausarrest, während deren er sein bekanntestes Werk, die *Consolatio philosophiae* („Tröst der Philosophie“) verfaßte, hingerichtet. Sein besonderes Anliegen war es, die Vereinbarkeit der platonischen mit der aristotelischen Philosophie zu beweisen. Sein Projekt, alle aristotelischen Schriften ins Lateinische zu übersetzen und zu kommentieren, konnte er nur zu einem kleinen Teil verwirklichen (nämlich nur die Übertragung und Kommentierung der Schriften des *Organon*); dasselbe gilt auch für die Absicht, eine Darstellung des wissenschaftstheoretischen Fundaments des Platonismus, d.h. der

mathematischen Disziplinen der *artes liberales*, zu verfassen. Erhalten sind von diesem Unternehmen die Darstellung der Arithmetik (*Institutio arithmetica*) und Teile der Behandlung der Musiktheorie (*Institutio musica*). Die *Institutio arithmetica* ist weitestgehend eine freie, um den Textsinus bemühte Übertragung der *Arithmetik* des Nikomachos ins Lateinische. Von großer Bedeutung ist Boethius für die Wissenschaftstheorie des Platonismus deshalb, weil über ihn das lateinische Mittelalter nahezu seine gesamten Kenntnisse von dieser platonischen Tradition im allgemeinen und der Schritt des Nikomachos im besonderen erworben hat.

Simplicios

war zweitelsöhne der bedeutendste (und ‚wissenschaftlichste‘) spätantike Aristoteles-Kommentator. Seine Schaffenszeit liegt in der ersten Hälfte des 6. Jahrhunderts. Seine wissenschaftlichen Kommentare sind nicht nur philosophisch deshalb bedeutsam, weil sie eine der Hauptquellen für Zitate und Zeugnisse vorsokratischer und pythagoreischer Philosophen sind, sondern in ihnen werden auch auf höchstem begrifflichem und kritisch reflektierten Niveau Untersuchungen über das genaue Verhältnis bestimmter platonischer Lehren zu mit demselben Thema befaßten, scheinbar diesen widersprechenden aristotelischen Positionen angestellt. Die Philosophie des Simplicios ist damit ein ausgezeichnetes Beispiel zur Widerlegung der These der naiven Autoritätengläubigkeit und des sektiererischen Harmonisierungszwangs der Neuplatoniker, weil die These der Vereinbarkeit von platonischen mit aristotelischen Lehren bzw. auch mit bestimmten vorsokratischen (z.B. eleatischen) Positionen nicht dogmatisch vorausgesetzt, sondern in gründlichen begrifflichen Analysen erst auf eine methodisch rationale Weise hergeleitet und erschlossen wird. Simplicios hat u.a. einen Kommentar zu Aristoteles’ *De anima* und einen wissenschaftlichen Kommentar zu den Aristotelischen *Categoriae* verfaßt, der auch im Mittelalter – und zwar nicht erst seit der von Wilhelm von Moerbeke im 13. Jahrhundert angefertigten lateinischen Übersetzung – stark rezipiert wurde. Beide Kommentare sind für die Erschließung des erkenntnistheoretischen Hintergrunds der Mathematiktheorie von großer Bedeutung, weil Simplicios in differenzierter Weise Prämissen und Gründe der platonischen Lehre von dem dimensionalen Unterschied zwischen Vorstellungserkenntnissen, rationalen Erkenntnissen bzw. Begriffen und intellektiven Sachkenntnissen nennt und zueinander in Beziehung setzt.

Priscianus Lydus

war ein Zeitgenosse des Simplicios und gehört wie dieser zu der Gruppe von Philosophen, die nach der Schließung der Platonischen Akademie in

Athen durch Justinian 529 n.Chr.³¹⁴ an den Hof des persischen Königs Chosroes emigrierten. An Chosroes richtet sich auch eine kompendienartige (nur in lateinischer Übersetzung überlieferte) wissenschaftstheoretische Schrift mit dem Titel „*Solutiones eorum de quibus dubitavit Chosroes persarum rex*“. Erhalten ist ein Kommentar Priscians zur Seelenlehre, der eine Metaphrase einer Schrift des Aristoteles-Schülers Theophrast ist.³¹⁵ In seinem Werk wird der dominierende Einfluß des Iamblich deutlich. Priscian erörtert³¹⁶ die Probleme, die sich bei der Interpretation der aristotelischen Seelenlehre ergeben (z.B. die Probleme im Zusammenhang mit der Frage der Binnendifferenzierung innerhalb des Bereichs des Intelligiblen und der Abgrenzung zwischen den Hypostasen Seele und Nous und die Frage der substantiellen Unveränderlichkeit und Unsterblichkeit der rationalen Seele), nämlich jeweils in der Weise, daß er der besonderen Akzentsetzung und Perspektive des Iamblich folgt, d.h., in der Weise, daß er die relative Defizienz und geringere Bestimmtheit, Einheit und Selbständigkeit (usw.) der menschlichen, partikulären Seele bzw. des intellektuellen Teils der mensch-

³¹⁴ S. dazu ausführlich und zum Schicksal auch der anderen bedeutenden Neuplatoniker dieser Zeit (z.B. des Simplicios): Rainer Thiel, Simplicios und das Ende der neuplatonischen Schule in Athen, (Abh. der Akademie der Wiss. u. der Literatur, Mainz), Stuttgart 1999 und Henry J. Blumenthal, 529 and its Sequel: What Happened to the Academy?, in: *Byzantion* 48, 1978, 369-385.

³¹⁵ Fernard Bossier und Carlos Steel haben unlängst die Autorschaft des Simplicios des ihm zugeschriebenen *de Anima*-Kommentars in Zweifel gezogen und für eine Zuschreibung an Priscianus Lydus plädiert (Fernard Bossier u. Carlos Steel, Priscianus Lydus en de ‚In De anima‘ van Pseudo(?)-Simplicius, in: *Tijdschrift voor Filosofie* 34, 1972, 761-882). Isetraut Hadot hat dagegen auf überzeugende Weise die wichtigsten Argumente, die laut Bossier/Steel gegen eine Zuschreibung des *de Anima*-Kommentars an Simplicios sprechen, widerlegt bzw. die Behauptung der Notwendigkeit der hinter diesen stehenden Annahmen zurückgewiesen (Isetraut Hadot, Le problème du néoplatonisme alexandrin: Hiéroclès et Simplicius, Paris 1978, 193-202 und dies., Simplicius or Priscianus? On the Author of the Commentary on Aristotle's *De anima* (CAG XI): A Methodological Study, in: *Mnemosyne* 55, 2002, 159-199). Für den Skopos dieser Arbeit ist allerdings eine Entscheidung für die eine oder andere Seite nicht von entscheidender Bedeutung, weil die Textbelege aus den neuplatonischen Kommentaren und Abhandlungen jeweils nur als Belege dessen, was die gemeinsame Basis aller dieser – im einzelnen freilich unterschiedliche Akzente setzenden – Theoretiker ist, herangezogen werden. Eine Binnendifferenzierung etwaiger schulinterner Differenzen spielt auf diesem Begründungsniveau zunächst nur eine marginale Rolle. S. zu der Auseinandersetzung über die Autorschaft des *de Anima*-Kommentars aber außer dem Aufsatz von Bossier/Steel die kritischen Argumente von Henry J. Blumenthal, *The Psychology of (?) Simplicius' Commentary on De Anima*, in: Henry J. Blumenthal u. Anthony C. Lloyd (Hgg.), *Soul and the Structure of Being in Late Neoplatonism*, Liverpool 1982, 73-75 (mit Diskussion 94-95).

³¹⁶ Das zeigt Carlos Steel in einer wichtigen Studie (*The Changing Self. A Study on the Soul in Later Neoplatonism: Iamblichus, Damascius and Priscianus*, Brüssel 1978). Steel zieht als Quellentext allerdings auch den Simplicios zugeschriebenen Kommentar zur Aristotelischen Psychologie heran, als dessen Verfasser er Priscian vermutet. Zur Problematik dieser Zuschreibung s. die vorige Anm. 316.

lichen Seele gegenüber den göttlichen Seelen und gegenüber dem Nous selber betont. Die starke Anlehnung an Iamblich bedeutet auch, daß er in der Tradition steht, die eine Übereinstimmung im Grundsätzlichen zwischen (neu-)pythagoreischen Lehren und Untersuchungsmethoden und (neu-)platonischem Gedankengut sieht und begründet.

Damaskios

(geb. ~462 n.Chr.) war ein Schüler des Marinos, der Nachfolger des Proklos als Oberhaupt der Akademie in Athen war. Damaskios selber wurde das letzte Oberhaupt der Platonischen Akademie und leitete diese bis zu ihrer Schließung (wegen des Verbots (heidnischen) philosophischen Unterrichts durch den Erlass Justinians im Jahre 529 n.Chr.). Erhalten sind von seinen Werken eine Schrift „Über die ersten Prinzipien“, die sich mit dem Verhältnis des Intelligiblen zu dessen ‚überseiendem‘ Prinzip befaßt und die als Kommentar zur ersten *Hypothese* des *Parmenides* aufgefaßt werden kann, sowie ein umfangreicher Kommentar zu den *Hypothesen* 2 bis 9 dieses Dialogs. Die Kommentierungen des Damaskios zu den *Hypothesen* 2 bis 9 sind die einzigen vollständig erhaltenden Interpretationen dieser Passagen aus dem Platonischen *Parmenides*, die wir haben, und sind daher und auch wegen ihres hohen begrifflich differenzierenden Niveaus von großer Bedeutung für die Erschließung der platonischen Prinzipienlehre, der Grundlagen platonischer Erkenntnistheorie überhaupt und insbesondere auch für die Lehre von der Zahl und ihrer Bedeutung als Prinzip und Maß der Konstitution des Seienden. Der Kommentar des Damaskios ist (in noch höherem Maß als der des Proklos) eine theologische Interpretation des platonischen Textes – trotzdem (oder: eigentlich gerade deswegen)³¹⁷ aber rational argumentierend und wissenschaftlich reflektiert.

IN: DIE THEORIE DER ZAHL IM PLATONISMUS.

³¹⁷ S. zur Wissenschaftlichkeit theologischer Argumentationen unten S. 630ff. (und die Teilkapitel VII.2.1.2 bis 2.1.9 (und besonders 2.1.8.1)).