

6823
LO PIPARO, F.
2000

Persee

Franco Lo Piparo

Le théorème de Pythagore dans la linguistique grecque

In: Histoire Épistémologie Langage. Tome 22, fascicule 1, 2000, pp. 51-67.

Abstract

ABSTRACT : One of the consequences of Pythagoras' theorem is the discovery that there are some quantities which can be constructed geometrically but cannot be expressed as a ratio between integers. Such quantities were called *arrêta* (unutterable) or *âloga* (unsayable). Considering that Plato and Aristotle thought that language and arithmetical calculus were inseparable, the author here argues that the discovery of incommensurable quantities has played a crucial role in the development of some theoretical notions in Greek linguistics, such as synonymy, homonymy and metaphor. Aristotle's definitions of synonymy and homonymy at the beginning of the *Categories* are interpreted as linguistic equivalents of the mathematical notions of commensurability and incommensurability.

Résumé

RÉSUMÉ : L'établissement du théorème de Pythagore a mis en évidence l'existence de grandeurs qu'on peut construire géométriquement, mais qui ne se laissent pas mesurer par des nombres entiers ou fractionnaires. Ces grandeurs ont été appelées *arrêta* (inexprimables) ou *âloga* (indicibles). Tablant sur le fait que, pour Platon et Aristote, langage et calcul numérique sont des activités inséparables, l'article suggère que la découverte des grandeurs incommensurables a joué un rôle décisif dans l'élaboration de certaines notions théoriques de la linguistique grecque, comme celles de synonymie, d'homonymie et de métaphore. Les définitions de la synonymie et de l'homonymie données par Aristote au début des *Catégories* sont interprétées comme des équivalents linguistiques des notions mathématiques de commensurabilité et d'in-commensurabilité.

Citer ce document / Cite this document :

Lo Piparo Franco. Le théorème de Pythagore dans la linguistique grecque. In: Histoire Épistémologie Langage. Tome 22, fascicule 1, 2000. pp. 51-67.

doi : 10.3406/hel.2000.2763

http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/hel_0750-8069_2000_num_22_1_2763



Le théorème de Pythagore dans la linguistique grecque

In: Histoire Épistémologie Langage. Tome 22, fascicule 1, 2000. pp. 51-67.

Abstract

ABSTRACT : One of the consequences of Pythagoras' theorem is the discovery that there are some quantities which can be constructed geometrically but cannot be expressed as a ratio between integers. Such quantities were called *arrêta* (unutterable) or *âloga* (unsayable). Considering that Plato and Aristotle thought that language and arithmetical calculus were inseparable, the author here argues that the discovery of incommensurable quantities has played a crucial role in the development of some theoretical notions in Greek linguistics, such as synonymy, homonymy and metaphor. Aristotle's definitions of synonymy and homonymy at the beginning of the *Categories* are interpreted as linguistic equivalents of the mathematical notions of commensurability and incommensurability.

Résumé

RÉSUMÉ : L'établissement du théorème de Pythagore a mis en évidence l'existence de grandeurs qu'on peut construire géométriquement, mais qui ne se laissent pas mesurer par des nombres entiers ou fractionnaires. Ces grandeurs ont été appelées *arrêta* (inexprimables) ou *âloga* (indicibles). Tablant sur le fait que, pour Platon et Aristote, langage et calcul numérique sont des activités inséparables, l'article suggère que la découverte des grandeurs incommensurables a joué un rôle décisif dans l'élaboration de certaines notions théoriques de la linguistique grecque, comme celles de synonymie, d'homonymie et de métaphore. Les définitions de la synonymie et de l'homonymie données par Aristote au début des *Catégories* sont interprétées comme des équivalents linguistiques des notions mathématiques de commensurabilité et d'in-commensurabilité.

Citer ce document / Cite this document :

Lo Piparo Franco. Le théorème de Pythagore dans la linguistique grecque. In: Histoire Épistémologie Langage. Tome 22, fascicule 1, 2000. pp. 51-67.

doi : 10.3406/hel.2000.2763

http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/hel_0750-8069_2000_num_22_1_2763

LE THÉORÈME DE PYTHAGORE DANS LA LINGUISTIQUE GRECQUE

Franco LO PIPARO

Université de Palerme

RÉSUMÉ : L'établissement du théorème de Pythagore a mis en évidence l'existence de grandeurs qu'on peut construire géométriquement, mais qui ne se laissent pas mesurer par des nombres entiers ou fractionnaires. Ces grandeurs ont été appelées *árrēta* (inexprimables) ou *áloga* (indicibles). Tablant sur le fait que, pour Platon et Aristote, langage et calcul numérique sont des activités inséparables, l'article suggère que la découverte des grandeurs incommensurables a joué un rôle décisif dans l'élaboration de certaines notions théoriques de la linguistique grecque, comme celles de synonymie, d'homonymie et de métaphore. Les définitions de la synonymie et de l'homonymie données par Aristote au début des *Catégories* sont interprétées comme des équivalents linguistiques des notions mathématiques de commensurabilité et d'in-commensurabilité.

MOTS-CLÉS : Théorie linguistique ; Antiquité grecque ; Théorème de Pythagore ; Grec ; Langage et calcul ; Synonymie ; Homonymie ; Métaphore ; Mètre.

ABSTRACT : One of the consequences of Pythagoras' theorem is the discovery that there are some quantities which can be constructed geometrically but cannot be expressed as a ratio between integers. Such quantities were called *árrēta* (unutterable) or *áloga* (unsayable). Considering that Plato and Aristotle thought that language and arithmetical calculus were inseparable, the author here argues that the discovery of incommensurable quantities has played a crucial role in the development of some theoretical notions in Greek linguistics, such as synonymy, homonymy and metaphor. Aristotle's definitions of synonymy and homonymy at the beginning of the *Categories* are interpreted as linguistic equivalents of the mathematical notions of commensurability and incommensurability.

KEY WORDS : Linguistic theory ; Greek antiquity ; Pythagoras' theorem ; Greek ; Language and arithmetical calculus ; Synonymy ; Homonymy ; Metaphor ; Measure.

IL EXISTE une question dont on ne trouve pas mention dans l'historiographie linguistique, et qui pourtant, à mon avis, pourrait nous aider à mieux comprendre les rapports profonds et complexes entre mathématiques

et linguistique dans la Grèce antique. Cette question est la suivante : quel rôle a joué le théorème de Pythagore dans les recherches philosophiques grecques sur le langage ?

1. ASPECTS GÉOMÉTRIQUES ET ARITHMÉTIQUES DU THÉORÈME

Deux développements antiques de la démonstration du théorème nous sont parvenus : l'un se trouve à la fin du Premier Livre des *Éléments* d'Euclide (*Prop.* I, 47), l'autre dans le *Ménon* de Platon¹. Si on les compare, on s'aperçoit qu'ils sont assez différents. Je commence par celui que décrit Euclide et qui est probablement le plus ancien, même si le texte dans lequel nous le lisons est plus récent.

La figure ci-dessous illustre bien le style démonstratif d'Euclide.

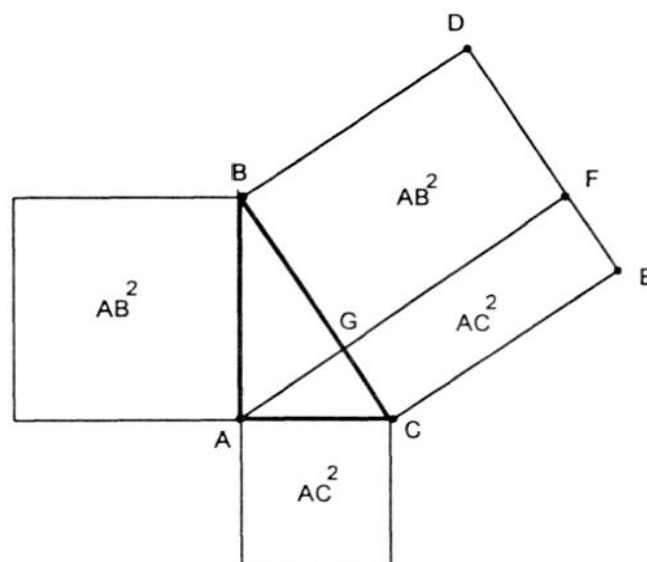


Figure 1

Le théorème est démontré presque exclusivement par des procédures géométriques. En traçant simplement des lignes et des figures, Euclide dé-

-
1. On trouve des renseignements historiques sur le théorème de Pythagore dans le premier volume de Heath 1921 et dans le commentaire de Heath 1926 aux *Éléments* d'Euclide. Pour les passages du *Ménon* qui sont ici examinés je renvoie à Toth 1998 et Fowler 1999, p. 23 et suivantes.

montre que le carré ayant pour côté l'hypoténuse d'un triangle rectangle peut être divisé en deux rectangles dont chacun a, respectivement, la même surface qu'un des deux carrés ayant pour côté, respectivement, l'un des deux autres côtés du triangle : le rectangle CEFG a la même surface que le carré ayant pour côté AC et le rectangle BDFG a la même surface que le carré ayant pour côté AB. Sans entrer dans les détails de la démonstration euclidienne, le fait théoriquement saillant à remarquer est qu'elle se déroule sans faire appel ni à des mesures ni à des calculs numériques : les acteurs, pour ainsi dire, de la démonstration sont uniquement des lignes et des figures.

Si nous passons maintenant à Platon, nous voyons que le style démonstratif du *Ménon* (82b-86c) est de nature différente : on y trouve à la fois des évaluations géométriques et des calculs arithmétiques. Reconstituons les principales phases de la démonstration.

Le problème initial est caractérisé par une traduction arithmétique d'un fait géométrique. Après avoir fait dessiner à l'esclave de Ménon un carré et lui avoir fait admettre qu'un carré est une figure délimitée par quatre côtés égaux (ceci est, bien sûr, un fait géométrique), Socrate lui pose une question arithmétique portant sur des mesures quantitatives : quelle est la surface d'un carré dont le côté mesure 2 pieds ? Par un simple calcul, l'esclave répond correctement que la mesure de la surface du carré est égale à 4 pieds : $2^2 = 4$.

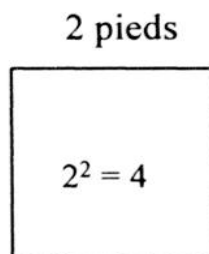


Figure 2

Socrate lui pose alors une deuxième question, philosophiquement cruciale : si l'on voulait maintenant dessiner un carré qui soit le double du premier (c'est-à-dire un carré de 8 pieds de surface), quelle devrait être la longueur du côté ?

Il ne faut pas négliger l'importance théorique de la question. Socrate demande à son interlocuteur de résoudre par un calcul arithmétique un problème de construction géométrique. Le parcours de l'argumentation est le suivant: pour tracer un carré qui ait une surface de 8 pieds (c'est-à-dire,

double de celle du carré de 4 pieds) il faut connaître la mesure de son côté. Combien mesure donc le côté d'un carré dont la surface est 8 pieds ?

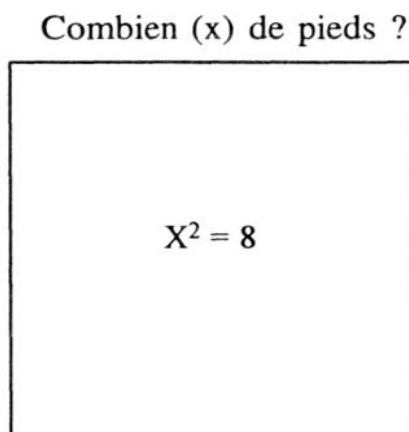


Figure 3

Les solutions arithmétiques envisagées par l'esclave se révèlent toutes fausses. Sa première hypothèse de solution est le résultat d'un raisonnement analogique trop simple : du moment qu'un carré dont le côté est égal à 2 pieds a une surface de 4 pieds, alors un carré de surface double aura aussi un côté mesurant le double, c'est-à-dire 4 pieds. Socrate a alors beau jeu d'objecter qu'un simple calcul arithmétique permet de se rendre compte qu'il s'est trompé : un carré qui a le côté de 4 pieds a une surface de $4^2 = 16$ pieds. Socrate insiste : « Donc, si le côté est le double, la surface n'est pas double, mais quadruple » (83c). L'esclave formule alors l'hypothèse que le côté pourrait être de 3 pieds. Ce n'est pas non plus la bonne réponse — lui fait remarquer Socrate — puisque la surface serait dans ce cas de $3^2 = 9$ pieds — or nous voulons dessiner un carré de 8 pieds de surface.

On sait donc qu'un carré ayant une surface de 8 pieds a un côté mesurant moins de 3 et plus de 2 pieds : $3 > x > 2$. Mais quelle sera sa longueur exacte ? L'esclave n'est pas capable de trouver la solution arithmétique et par conséquent il ne peut non plus dessiner le carré de 8 pieds de surface ($x^2 = 8$).

Pour résoudre le problème, Socrate passe du *calcul arithmétique* à la *construction géométrique* : il ne dit pas combien mesure le côté d'un carré dont la surface est le double de celui de 4 pieds, mais *il montre* qu'on peut dessiner un carré mesurant le double d'un autre sans avoir recours à l'arithmétique mais en prenant simplement pour côté la diagonale du pre-

mier, c'est-à-dire l'hypoténuse d'un des deux triangles rectangles qui forment le carré de départ : il s'agit — c'est évident — de l'application du théorème de Pythagore (figure 4).

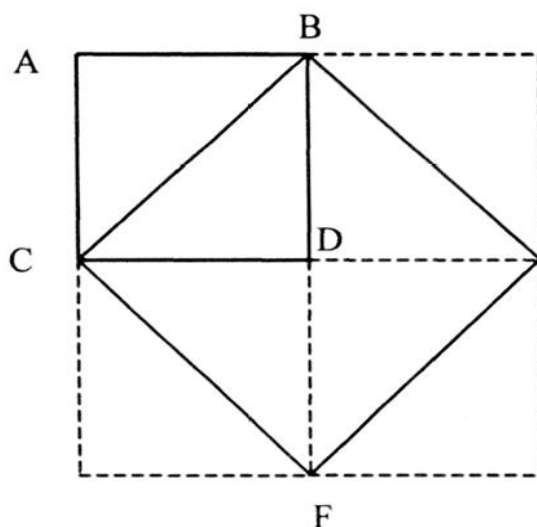


Figure 4

Les détails de la démonstration géométrique fournie par Socrate ne sont pas pertinents pour notre sujet, mais le problème qui apparaît est celui de l'incommensurabilité entre la diagonale et le côté du carré. On pourrait formuler le problème exposé par Platon de la manière suivante : puisqu'on peut dessiner un carré qui soit le double d'un autre, mais non calculer la mesure de son côté, il faut en conclure qu'il existe des problèmes ayant une solution géométrique mais pas de solution arithmétique. Donc tout ce qu'on peut représenter et démontrer par des figures et des procédures géométriques n'est pas toujours transposable en termes arithmétiques.

2. GÉOMÉTRIE, ARITHMÉTIQUE ET LANGAGE

Revenons à la question initiale. Pourquoi la découverte de l'impossibilité d'exprimer en termes de rapports numériques certaines démonstrations géométriques est-elle une présence constante et inquiétante dans les réflexions linguistiques de Platon et d'Aristote ? Parce que pour l'un comme pour l'autre le langage et l'arithmétique sont des activités étroitement liées.

À propos de Platon, je me limite à citer un passage du *Gorgias* (451 b-c) :

Et si l'on [...] me demandait : « Socrate, qu'est-ce que l'art de l'arithmétique [*hē arithmētikē téchnē*] ? » je répondrais [...] que c'est *un des arts qui agissent par le langage* [*tôn dià lógou tis tò kûros echousôn*]. Et s'il me demandait ensuite : « Relativement à quoi ? » je répondrais : « Relativement au pair et à l'impair, quelles que soient leur grandeurs respectives. » S'il me demandait encore : « Quel est cet art particulier que l'on appelle calcul [*logistikē téchnē*] ? » je répondrais que c'est de même *un des arts qui agissent totalement par le langage* [*tôn lógōi tò pân kurouménōn*]. Et s'il me demandait à nouveau : « Relativement à quoi ? » je lui répondrais [...] : « Entre l'arithmétique et le calcul, il n'y a aucune différence ; tous les deux ont le même objet d'étude, le pair et l'impair ; le calcul se différencie de l'arithmétique en ceci qu'il examine les quantités paires et impaires aussi bien en elles-mêmes que dans leurs relations réciproques. »

Aristote considère lui aussi que nombre et langage appartiennent à la même classification catégorielle. Il les définit tous les deux comme des réalités discrètes : « le nombre et le langage sont des quantités *discrètes* — lit-on dans les *Catégories* — ; la ligne, la surface, le corps, ainsi que le temps et l'espace, sont au contraire des quantités *continues* » (*Cat.*, 4b 22-25).

Pour évaluer les implications théoriques de ces affirmations, il faut d'abord remarquer que Platon et Aristote ne mettent pas en évidence une relation étroite entre mathématiques et langage, mais entre calcul numérique et langage. La géométrie n'est pas en cause.

L'existence d'une affinité entre langage et calcul numérique, mais non entre langage et géométrie, explique pourquoi les propriétés géométriques qu'on ne pouvait pas traduire en rapports numériques étaient désignées par les deux termes *árrēta* (littéralement 'inexprimables'), et *áloga* (littéralement 'indicibles'). Dans le langage des mathématiques modernes, ces deux termes sont traduits par 'grandeurs irrationnelles'. Les grandeurs irrationnelles sont des grandeurs qu'on ne peut pas exprimer par un nombre rationnel (un nombre rationnel, comme tout le monde le sait, est un nombre entier ou une fraction). La traduction par 'irrationnel' ne permet pas d'évaluer les implications que les propriétés 'inexprimables' et 'indicibles' ont pu avoir pour la réflexion théorique sur le langage.

Examinons la signification des mots árrēton 'inexprimable' et álogon 'indicible'

1) Dans le lexique scientifique grec, les deux couples 'exprimable/inexprimable' et 'dicible/indicible' sont synonymes de 'commensurable/incommensurable' (*súmmetros/asúmmetros*) : des faits sont 'inexprimables'

ou 'indicibles' quand on ne peut fournir aucun 'mètre' (*métron*)² pour les mesurer.

2) Les faits qui ne sont pas exprimables, qu'on ne peut pas dire parce que l'on ne dispose pas de mètre commun, sont également impossibles à connaître. Aristote : « Le mètre est ce qui permet de connaître la quantité [...]. Dans les autres genres, on appelle également mètre le <facteur> premier par lequel chaque genre est connu et le mètre de chaque genre est une unité » (*Met.*, 1052b 20-28.)

3) Dans le langage scientifique grec, 'exprimable/inexprimable', 'dicible/indicible' ne s'appliquent jamais à de simples grandeurs prises isolément, mais à des rapports entre grandeurs. Les mots 'inexprimable' et 'indicible' ne qualifient pas une grandeur qui ne peut pas être mesurée, ils se réfèrent toujours à deux grandeurs qui ne sont pas mesurables l'une par l'autre. On peut lire la définition des notions de commensurable et d'incommensurable dans le Livre X des *Éléments* d'Euclide :

On dit que deux grandeurs sont commensurables si on peut les mesurer avec le même mètre. Au contraire, elles sont incommensurables si on ne peut fournir aucun mètre commun (Déf., X, 1).

3. L'ALGORITHME QUI TROUVE LES MÈTRES

Tout le Livre X explique comment mesurer l'une par l'autre des grandeurs en l'absence d'unité de mètre (*métron*) préétablie. Le fonctionnement de l'algorithme développé par Euclide pour découvrir des mètres est pertinent pour notre sujet. Il est visualisé dans le diagramme ci-dessous.

2. La traduction du mot grec *métron* pose des problèmes. La traduction standard est 'mesure' et/ou 'unité de mesure'. Chacune de ces traductions présente quelque difficulté. Le terme 'mesure' peut désigner l'unité de mesure, mais aussi le résultat d'une mensuration ; si donc on adopte cette traduction, certains textes d'Aristote et d'Euclide risquent de devenir peu clairs. La traduction par 'unité de mesure', de son côté, aurait le défaut de rendre peu intelligibles ou tautologiques les pages où Aristote explique pourquoi les *métra* doivent être des unités. C'est pour éviter ces écueils que nous avons pris le parti de traduire ici *métron* par 'mètre'.

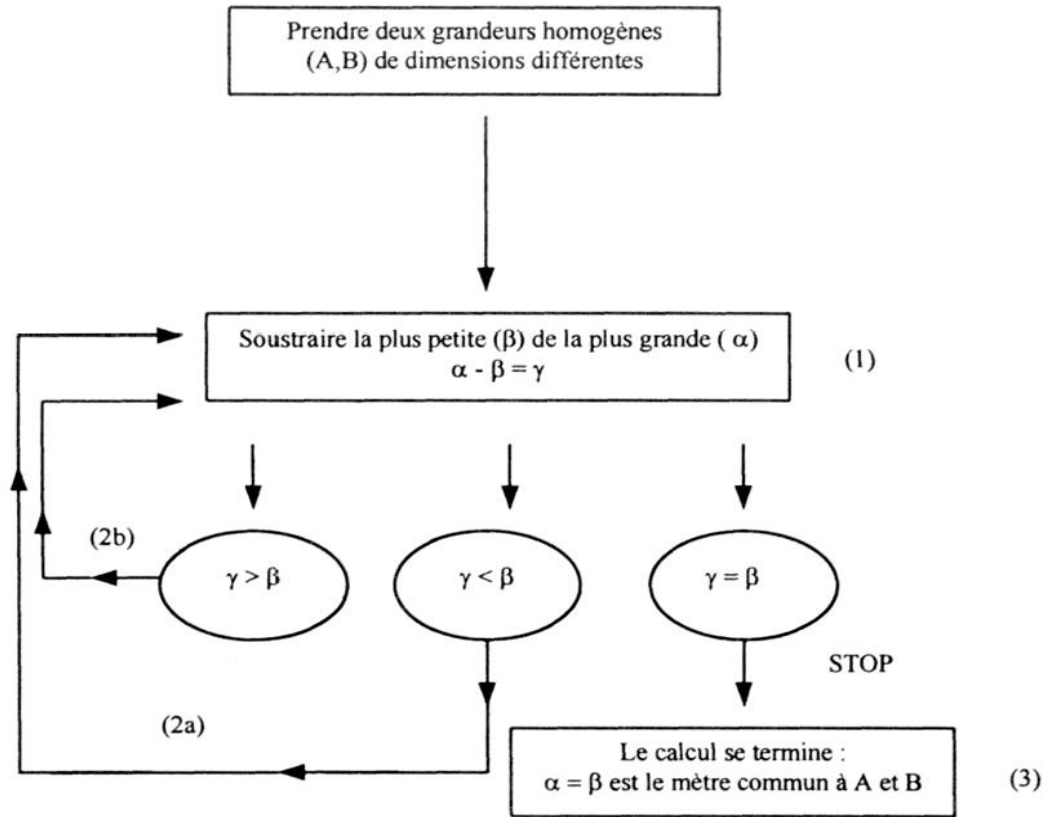


Figure 5

Voici le déroulement de cet algorithme. Étant données deux grandeurs homogènes quelconques (A , B) de dimensions différentes, on soustrait la valeur la plus petite (β) de la plus grande (α) : $\alpha - \beta = \gamma$. Deux cas peuvent se présenter.

Premier cas. Si le résultat de la soustraction est différent de la grandeur soustraite ($\gamma \neq \beta$), on répète l'opération. Ainsi de suite jusqu'à ce que le résultat de la soustraction soit égal à la grandeur soustraite : $\gamma = \beta$. Dans ce premier cas, on dit que les deux grandeurs A et B sont commensurables et que $\gamma = \beta$ est leur mètre commun. Cela veut dire que γ permet de mesurer à la fois A et B car il est contenu un nombre fini de fois dans A et dans B .

Deuxième cas. Si la réitération de l'opération de soustraction $\alpha - \beta = \gamma$ n'arrive jamais au résultat $\gamma = \beta$, alors il n'y a pas de mètre commun à A et à B et les deux grandeurs A et B ne sont pas commensurables. Des exemples classiques d'incommensurabilité sont le rapport entre le côté et la diagonale du carré et celui entre la circonférence et le diamètre du cercle.

En d'autres termes, deux grandeurs A et B sont commensurables si l'on peut identifier par un nombre fini d'opérations une grandeur unitaire C qui soit comprise un nombre fini de fois dans A et dans B : $A = nC$ et $B = mC$. Cela explique pourquoi seul ce qui est commensurable peut être exprimé par un rapport numérique et les grandeurs incommensurables sont arithmétique-ment *árrēta* 'inexprimables' et *áloga* 'indicibles'. La relation entre commensurabilité et représentation numérique est expliquée par Euclide dans les Propositions 5-8 du Livre X :

PROP. 5 : Les grandeurs commensurables ont entre elles le même rapport [*lógos*] qu'à un nombre avec un autre nombre.

PROP. 6 : Si deux grandeurs ont entre elles le rapport qu'à un nombre avec un autre nombre, ces grandeurs sont commensurables.

PROP. 7 : Les grandeurs incommensurables n'ont pas entre elles le rapport qu'à un nombre avec un autre nombre.

PROP. 8 : Si deux grandeurs n'ont pas entre elles le rapport qu'à un nombre avec un autre nombre, ces grandeurs sont incommensurables.

Dans la *Métaphysique*, Aristote exprime les mêmes concepts : « le nombre étant un élément 'commensurateur', pour ce qui est incommensurable, on ne parle pas de nombre [*ho arithmòs súmmetros, katà mē súmmetron dē arithmòs ou légetai*] » (*Met.*, 1021a 5-6).

3.1. L'algorithme euclidien n'est pas un algorithme de mesure, mais de commensurabilité, c'est-à-dire de découverte de l'unité de mesure commune à deux ou plusieurs grandeurs homogènes entre elles : il n'indique pas comment mesurer une grandeur, mais comment trouver, quand c'est possible, les mètres qui permettent de mesurer exhaustivement (à savoir, sans reste) des grandeurs données. L'unité de mesure (1) n'est pas un point de départ, mais un résultat ; (2) elle ne dépend pas d'un choix arbitraire ou d'une convention, elle est pour ainsi dire déterminée par les grandeurs à mesurer. Dans les mathématiques grecques, il n'y a pas de mètre étalon.

Le mètre euclidien est donc, sans qu'il y ait là contradiction, à la fois *relatif* et *absolu* :

– *relatif* car il dépend du rapport entre des grandeurs déterminées et n'est valable que pour les grandeurs ayant permis de l'identifier ;

– *absolu et non arbitraire* car il ne dépend pas d'une convention, mais indique une relation objective entre deux ou plusieurs grandeurs.

3.2. Les mètres identifiés par l'algorithme euclidien ont deux caractéristiques importantes pour nos considérations linguistiques :

(1) Ils ne sont pas externes mais internes à ce qu'ils mesurent. Dans la terminologie aristotélicienne : « Le mètre est toujours du même genre [*aei suggenēs tò métron*] que ce qu'il mesure : le mètre des grandeurs est une grandeur et en particulier le mètre de la longueur est une longueur ; pour la largeur, c'est une largeur ; pour les éléments langagiers, c'est un élément

langagier [*phōnês phōnê*] ; pour les poids, un poids ; pour les unités, une unité. » (*Met.*, 1053a 24-28.)

(2) Un mètre fonctionne comme une unité indivisible. Aristote :

Dans tous les genres, le mètre est quelque chose d'unitaire et d'indivisible [*hén ti kai adiaíreton*], car même pour les lignes, on utilise la ligne d'un pied comme si elle était indivisible [*hōs atómōi*]. En effet dans tous les cas, on cherche quelque chose d'unitaire et d'indivisible et il s'agit de quelque chose de simple du point de vue qualitatif ou quantitatif. Donc ce mètre, auquel il semble qu'on ne puisse rien ajouter ni retirer, est un mètre exact [*toûto akribês tò métron*]. Le mètre le plus exact de tous est donc celui du nombre : en effet l'unité [*tên monáda*] est définie comme indivisible de tous les points de vue ; ce mètre est même imité dans les autres genres. (*Met.*, 1052b 31 - 1053a 2.)

L'un, si on le définit au sens littéral, est un mètre déterminé avant tout de la quantité, mais aussi de la qualité. Une chose est unitaire quand elle est indivisible à la fois quantitativement et qualitativement. (*Met.* 1053b 4-8.)

De nombreuses réflexions d'Aristote sur le langage ont comme paradigme de référence les analyses mathématiques sur les mètres et les concepts de commensurable/incommensurable. J'étaierai cette affirmation en analysant les notions aristotéliennes de synonymie, homonymie et métaphore.

4. LA SYNONYMIE, L'HOMONYMIE ET LES MÈTRES

Les relations de synonymie et d'homonymie, définies au début des *Catégories*, sont les correspondants linguistiques de la commensurabilité et de l'incommensurabilité en mathématiques. Si l'on relit ces définitions en ayant en tête les notions mathématiques que nous avons esquissées, le texte grec devient plus clair.

Synonymie

On appelle synonymes <les noms> {et non les 'choses', comme presque tout le monde traduit et interprète}³ qui non seulement ont en commun un nom, mais ont aussi le même sens [*ho autós lógos tês ousías*] que ce nom <commun>. Par exemple, non seulement l'homme et le bœuf <ont en commun le nom> 'animal' — car on se réfère [*prosagoreúetai*] à l'un comme à l'autre par le nom commun 'animal' — mais en plus le sens [*lógos tês ousías*] est identique pour tous les deux : en effet, si on doit donner le sens pour lequel chacun d'eux est 'animal', on donne le même sens (*Cat.*, 1a 6-11).

-
3. Trois traductions classiques. J. L. Ackrill : « When *things* have the name in common and the definition of being which correspond to the name is the same, they are called synonymous. » J. Tricot : « Synonyme se dit de ce qui a à la fois communauté de nom et identité de notion. » G. Colli : « Si dicono sinonimi quegli *oggetti* che hanno tanto il nome in comune quanto il medesimo discorso definitorio. »

Homonymie

On appelle homonymes <les noms> {et non les 'choses', comme presque tout le monde traduit et interprète}⁴ qui ont en commun seulement un nom, mais ont un sens [*lógos tês ousías*] différent de ce nom <commun>. Par exemple, 'animal' <se réfère> aussi bien à l'homme qu'à son portrait : ils ont en commun seulement le nom mais le sens [*lógos tês ousías*] du nom <commun> est différent : en effet, si on doit donner le sens pour lequel chacun d'eux est 'animal', on donne un sens particulier à chacun d'eux. (*Cat.*, 1a 1-6.)

Rappelons la définition, déjà citée, que donne Euclide de ce qui est commensurable et incommensurable : « Deux grandeurs sont commensurables si on peut les mesurer avec le même mètre, incommensurables, au contraire, s'il est impossible de fournir un mètre commun. » (*Def. X*, 1.) Synonymie et homonymie jouent dans la linguistique aristotélicienne le même rôle que le concept de commensurable/incommensurable en mathématiques.

'Homme' et 'bœuf' sont synonymes non pas parce qu'ils ont des significations partiellement ou totalement interchangeable (acception post-aristotélicienne de la synonymie), mais parce qu'ils sont commensurables. Le nom et le *lógos* 'animal' sont le mètre commun à 'homme' et à 'bœuf', il permet donc d'évaluer ou de mesurer leur différence de signification. 'Homme' et 'bœuf' sont commensurés par le terme 'animal', comme deux grandeurs physiques différentes sont commensurables si on peut les mesurer avec le même mètre : *a* et *b* sont mesurés par la même unité de mesure *c*.

Les expressions verbales 'homme en chair et en os' et 'portrait de l'homme [*tò gegramménon*]', au contraire, n'ont pas comme mètre commun le *lógos* du mot 'animal' : par rapport à l'animalité, elles sont donc incommensurables et homonymes. Dans l'œuvre d'Aristote, on trouve de nombreux exemples d'homonymie ou d'incommensurabilité langagière : « S'il n'y a pas un même *eîdos* {c'est-à-dire une même forme ou définition} nous avons des homonymes, un peu comme si on appelait 'homme' aussi bien Callias que le bois, sans avoir observé certaines de leurs caractéristiques communes [*mēdemían koinōnían*]. » (*Met.*, 1079b 1-3.)

4. Trois traductions classiques. J. L. Ackrill : « When *things* have only a name in common and the definition of being which corresponds to the name is different, they are called homonymous. » J. Tricot : « On appelle homonymes les *choses* dont le nom seul est commun, tandis que la notion désignée par ce nom est diverse. » G. Colli : « Omonimi si dicono quegli *oggetti*, che possiedono in comune il nome soltanto, mentre hanno differenti discorsi definitivi, applicati a tale nome. »

5. NOMS ET NOMBRES PREMIERS

Pour confirmer la thèse soutenue aussi bien par Platon que par Aristote sur la ressemblance catégorielle entre langage et nombre, rappelons seulement (mais le sujet mériterait une analyse plus approfondie) que le Livre VII des *Éléments* d'Euclide évoque la manière de mesurer les nombres avec d'autres nombres.

Dans certains passages du *Cratyle*, Platon se demande si les noms peuvent être classés en « noms premiers [*prōta*] » et « noms composés [*sugkeímena*] ou dérivés [*hústera*] ». Dans les *Éléments*, les nombres sont également classés en *nombres premiers* [*prōtoi arithmoí*] et *nombres composés* [*súnthetoi arithmoí*]. Le critère de distinction est la possibilité de les mesurer, c'est-à-dire de les diviser exactement (à savoir, sans reste) par d'autres nombres.

Un nombre est premier s'il ne peut être mesuré {c'est-à-dire divisé exactement} que par l'unité [*prōtos arithmòs estin ho monádi mónēi metroúmenos*] (Déf. VII, 11).

Un nombre est composé s'il est mesuré par {c'est-à-dire a pour diviseur} un autre nombre [*súnthetos arithmós estin ho arithmōi tini metroúmenos*] (Déf. VII, 13).

Un nombre est « partie » [*méros*] d'un autre plus grand quand il peut le mesurer {c'est-à-dire qu'il le divise exactement} (Déf. VII, 3).

On dit qu'un nombre est multiple d'un autre plus petit quand il peut être mesuré {c'est-à-dire divisé exactement} par celui-ci (Déf. VII, 5).

Exemples : le nombre 6 est composé des nombres 3 et 2. Les nombres composés 25 (5×5) et 9 (3×3) n'ayant pas de nombre premier en commun, on dit qu'ils sont premiers entre eux : « Des nombres sont premiers entre eux s'ils n'ont pas d'autre mètre commun {c'est-à-dire de diviseur commun} que l'unité » (Déf. VII, 12).

De même, pour Platon, si un nom est « premier » alors il ne dérive pas d'autres noms, et deux noms qui n'ont aucun facteur commun seraient aussi premiers entre eux : « les noms premiers ne reposent point sur d'autres » (*Crat.*, 422d) ; « si nous venons à prendre <un nom> qui n'est plus composé [*súgkeitai*] d'autres noms, nous aurons le droit de dire que nous sommes arrivés à un élément, et que nous ne devons plus le rapporter à d'autres noms » (422a-b). Les noms dérivés ou composés peuvent eux aussi être expliqués, de même que les nombres composés, à partir des noms premiers :

Mais de quelque façon que l'on ignore en quoi consiste la justesse des noms premiers, il est bien impossible de connaître celle des dérivés, qui s'expliquent nécessairement par les premiers, dont on ne sait rien. Qui se dit compétent sur les derniers doit évidemment pouvoir fournir l'explication la plus complète et la plus nette des noms premiers, ou bien se persuader que sur les dérivés il ne dira dès lors que des sonnettes (*Crat.*, 426a-b).

6. LA SYNONYMIE, LA MÉTAPHORE ET LES MATHÉMATIQUES

Une relation de synonymie comporte l'identification d'une invariance dans les champs sémantiques de deux ou plusieurs mots appartenant au même genre naturel. Cette invariance est ce qu'on appelle mètre-unité. « Le mètre doit être quelque chose que l'on trouve sous une forme identique en toute chose <du même genre>. Par exemple, s'il s'agit de chevaux le mètre est 'cheval', s'il s'agit d'hommes le mètre est 'homme'. Dans le cas de l'homme, du cheval et du dieu, le mètre est 'animal [*zōion* : être vivant]' » (*Met.*, 1088a 8-10).

Est-il possible d'identifier des invariances sémantiques parmi des mots ou des expressions verbales appartenant à des genres naturels différents ? Est-il par exemple possible de trouver une invariance qui reste commune aux surfaces et aux couleurs, à la coupe de Dionysos et au bouclier d'Arès, aux poissons et aux oiseaux ? Les mathématiciens grecs avaient formulé la question de la manière suivante : est-il possible d'extrapoler des relations qui soient invariantes, par exemple, aussi bien pour les polygones que pour les cercles ? Eudoxe, qui fut un des maîtres de Platon, élabore une réponse rigoureuse à cette question dans sa théorie des rapports proportionnels, qui se trouve exposée dans le Livre V des *Éléments*.

La théorie des proportions est un des chapitres les plus fascinants des mathématiques grecques et Aristote s'en sert dans ses réflexions philosophiques sur le langage. Pour notre sujet, il est important de ne pas perdre de vue la définition rigoureuse donnée par Euclide :

On dit que le rapport (*lógos*) d'une première grandeur (*A*) à une deuxième (*B*) est le même que celui d'une troisième grandeur (*C*) à une quatrième (*D*) quand, assignant un équi-multiple quelconque à la première (*mA*) et à la troisième (*mC*) et un autre équi-multiple quelconque à la deuxième (*nB*) et à la quatrième (*nD*), il en résulte que les premiers équi-multiples (*mA*, *nB*) sont tous les deux ou bien plus grands ou bien égaux ou bien plus petits que les autres équi-multiples (*mC*, *nD*) pris dans l'ordre de la proportion (*El.*, Déf. V,5).

Autrement dit : si $A : B = C : D$ (*A* est à *B* comme *C* est à *D*), alors en multipliant le premier et le troisième élément par *m*, le deuxième et le quatrième par *n*, on aura toujours un des trois cas suivants :

- (1) $mA > nB$ et à la fois $mC > nD$
- (2) $mA = nB$ et à la fois $mC = nD$
- (3) $mA < nB$ et à la fois $mC < nD$

Il s'agit là d'une définition à la fois très précise et très puissante, qui s'applique aux grandeurs aussi bien commensurables qu'incommensurables

(Heath 1921, I, p. 326 ; Russo 1997, p. 62-64)⁵. En plus, elle permet de saisir des relations invariantes et cachées entre réalités hétérogènes. À titre d'exemple je cite ici la Proposition 2 du livre XII, où Euclide démontre l'équivalence proportionnelle entre les deux figures différentes du cercle et du carré : « Les cercles ont entre eux la même relation proportionnelle que les carrés de leurs diamètres. »

Si l'on désigne par D_m et D_n les diamètres des cercles C_m et C_n (fig. 6), on aura :

$$C_m : C_n = (D_m)^2 \text{ et } (D_n)^2$$

(la surface du cercle C_m est à celle du cercle C_n comme la surface du carré de côté D_m est à celle du carré de côté D_n)

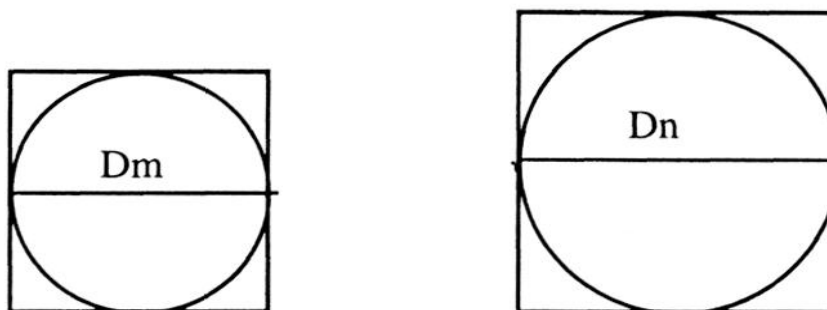


Figure 6

Aristote est parmi les premiers à saisir que la définition eudoxienne a une puissance explicative qui s'étend bien au-delà du domaine des quantités discrètes exprimables par des rapports entre nombres entiers : « Le rapport proportionnel [*tò análogon*] n'est pas un caractère propre au nombre composé d'unités [*monadikoû arithmoû*], mais une propriété du nombre en général [*holôs arithmoû*]. La proportion est une égalité de rapports [*hē analogía isótēs estì lógōn*] et demande au moins quatre termes. Que la proportion discrète comporte quatre termes, cela est évident. Mais il en va de même pour la proportion continue elle-même. » (*Eth. à Nic.*, 1131a30-33.)

6.1. Les invariances proportionnelles sont des relations qui restent constantes dans le passage d'un genre à l'autre. Aussi bien pour Euclide que pour Aristote, là où il y a une invariance proportionnelle, il y a une ressemblance.

5. « The greatness of the new theory itself needs no further argument when it is remembered that the definition of equal ratios in Eucl. V, Def. 5 corresponds exactly to the modern theory of irrationals due to Dedekind, and that it is word for word the same as Weierstass's definition of equal numbers. » (Heath 1921, I, p. 326-327.)

Il faut chercher la ressemblance [*tèn homoiótēta*] entre des genres différents <d'après ces schémas>.

(1) *Celui-ci est à cet autre comme celui-là est à cet autre-là* [*hōs hēteron prōs hēterón ti, hoútōs állo prōs állo*]. Par exemple : la connaissance est à ce qui est connu comme la perception est à ce qui est perçu.

(2) *Celui-ci est dans cet autre comme celui-là est dans cet autre-là* [*hōs hēteron en hetérōi tinì, hoútōs állo en állōi*]. Par exemple : comme la vue est dans l'œil ainsi la raison est dans l'âme, ou : comme le calme est dans la mer ainsi le silence des vents est dans l'air.

Il faut s'exercer à <trouver des ressemblances> surtout entre les choses très différentes parce que dans les autres cas elles sont plus évidentes. C'est surtout dans les termes qui sont très éloignés l'un de l'autre qu'il faut s'exercer à trouver les ressemblances, car, dans les autres cas, nous pourrions alors plus aisément découvrir des points de ressemblance. (*Top.*, 108a 7-17.)

La théorie mathématique de la proportionnalité fait découvrir que dans les cas les plus intéressants ce qui reste invariant n'est pas seulement un rapport entre deux grandeurs (diamètre et surface du cercle *ou* côté et surface du carré ; la vue et l'œil *ou* la raison et l'âme), mais surtout un *rapport entre rapports* : dans l'exemple du cercle et du carré, chaque *changement* du diamètre produit les *mêmes* changements sur les surfaces du cercle et du carré correspondant. Le *mètron* n'est plus alors une relation entre deux nombres, mais une relation entre deux classes de relations numériques. C'est le début d'un nouveau chapitre des mathématiques et de la linguistique.

Chez Aristote la notion de 'ressemblance' (*homoíōsis*) a la complexité de la notion mathématique de proportionnalité. Dans la linguistique aristotélienne, l'architecture sémantique des mots est fondée sur les invariances synonymiques et proportionnelles. En particulier, désigner un sens par le nom d'un autre sens, mais qui a un rapport proportionnel avec le premier, est une activité qu'Aristote appelle *metaphorá*. Par la métaphore, des termes qui appartiennent à des genres très différents deviennent synonymes, à savoir commensurables. « Bien faire les métaphores, c'est apercevoir les ressemblances [*tò gàr eû metaphéreîn tò hómoion theōreîn estin*] » (*Poet.*, 1459a 5-8). Les exemples de la *Poétique* sont très connus : « Si la coupe est à Dionysos ce que le bouclier est à Arès, on pourra alors dire que la coupe est le 'bouclier de Dionysos' et le bouclier, la 'coupe d'Arès'. Ou si la vieillesse est à la vie ce que le soir est à la journée, alors on peut désigner le soir par l'expression 'vieillesse du jour' et pour la vieillesse dire le 'soir de la vie'. » (1457b 20-25.)

En faisant découvrir les invariances cachées qui relient entre elles les choses du monde, la métaphore et/ou la règle de la proportionnalité permettent de faire connaître (ou, si l'on veut, commensurer) ce qui est incommensurable : comme le rapport entre la circonférence et le diamètre du cercle, en soi incommensurable, peut être connu grâce au rapport entre le côté et le périmètre du carré, la vieillesse acquiert un surplus de sens si elle est conçue et désignée comme « soir de la vie » ou « brin de paille », « du moment que la vieillesse comme la paille succède à la floraison » (*Rhet.* 1410b, 10-20). Grâce aux rapports proportionnels et aux métaphores, les connexions possibles entre les sens et les choses du monde sont en nombre indéfini : le pirate devient un « fournisseur » (*Rhet.*, 1405a 10-25), un vol peut devenir une « expropriation prolétarienne », les poissons et les oiseaux sont des animaux différents *et* similaires (« le poisson diffère d'un oiseau suivant le rapport d'analogie ou de proportionnalité [*tōi análogos*] : ce qui est plume pour l'un est écaille chez l'autre » - *Part. An.*, 644a 21-22), chez l'homme l'os a une relation d'analogie ou de proportionnalité avec l'arête du poisson (644b 11-13).

7. CONCLUSION

Les thèses ici esquissées sont les suivantes : (1) aussi bien pour Platon que pour Aristote calcul numérique et activité langagière sont inséparables ; (2) Aristote (et, avant lui, Platon) a exploré et expliqué les mécanismes rhétoriques par lesquels le langage et la philosophie disent le monde, en mettant à profit sa connaissance approfondie des problèmes les plus difficiles et délicats des mathématiques de son époque⁶. Je vais conclure avec un passage de la *Métaphysique*.

Toutes les choses sont apparentées les unes avec les autres, elles forment une unité par analogie {à savoir identifiée par un rapport proportionnel} [*oikeîa allélois pánta, hèn dè tōi análogos*]. En effet, dans chaque catégorie de ce qui existe, subsiste l'analogie {à savoir l'égalité proportionnelle} [*en hekástēi gàr toû óntos katēgoríai estì tò análogos*] : par exemple, la ligne droite est à la longueur comme le plan est à la surface ; de la même manière, l'impair a avec le nombre le même rapport que le blanc avec la couleur (1093b 18-21).

Revenons à la question initiale : quel rôle a joué le théorème de Pythagore dans la réflexion philosophique grecque sur le langage ? On pourrait répondre ainsi : en contribuant à mettre en évidence l'existence de grandeurs incommensurables et inexprimables (*árrēta*) ou indicibles (*áloga*), il a amené, entre autres, à remettre en cause la capacité du langage à expliquer et à dire le monde. La réflexion sur le langage ne pouvait donc pas rester

6. Pour se faire une idée de l'ampleur des connaissances mathématiques d'Aristote, on peut voir Heath 1949.

étrangère à la solution de la crise qu'il a produite. Beaucoup des réflexions qu'Aristote a consacrées au langage sont aussi une réponse à cette crise.

reçu mars 2000

adresse de l'auteur :
Via Kennedy 44
I – 90011 Bagheria (PA)
Italia
email : lopiparo@unipa.it

RÉFÉRENCES

- ACKRILL, J. L. (1963). *Aristotle's « Categories » and « De interpretatione »*, translated with Notes and Glossary by J. L. Ackrill, Clarendon Press, Oxford.
- COLLI, G. (1955). *Aristotele, « Organon »*, Introduzione, traduzione e note di G. Colli, Einaudi, Torino.
- FOWLER, D. (1999). *The Mathematics of Plato's Academy. A New Reconstruction*, Clarendon Press, Oxford.
- HEATH, T. (1921). *A History of Greek Mathematics*, vol. 2, Dover Publications, New York, 1981.
- HEATH, T. (1926). *Introduction and Commentary à Euclide, The Thirteen Books of « The Elements »*, Dover Publications, New York, 1956.
- HEATH, T. (1949). *Mathematics in Aristotle*, Thoemmes, Bristol, 1998.
- RUSSO, L. (1997). *La rivoluzione dimenticata. Il pensiero scientifico greco e la scienza moderna*, Feltrinelli, Milano.
- TOTH, I. (1998), *Lo schiavo di Menone*, Vita e Pensiero, Milano.