

6869-6873 pdf

TANNERY, P.

1886

Bulletin des sciences mathématiques. 1886, 10.

6869	Le resume historique de Proclus	p 128 -
6870	La constitution des elements	p 183 -
6871	Hippocrate de Chios	p 213 -
6872	Democrite et Archytas	p 295 -
6873	Les geometries de l'Academie	p 303 -

chrétienne, un Traité géométrique (ou d'arpentage?) écrit en latin et présenté comme traduit du grec du vieil Archytas.

L'existence d'écrits apocryphes d'Archytas, sur d'autres sujets, acceptés pourtant comme authentiques au v^e ou au vi^e siècle après J.-C., peut bien nous porter à croire qu'en effet les auteurs de ces écrits y auront joint, pour épuiser le cercle parcouru par Archytas, un traité géométrique qui ne devait pas leur coûter davantage à composer.

Si l'*abacus* du moyen âge est bien, comme il semble, une invention connue au moins des Romains de l'Empire, il n'y aurait rien d'étonnant à ce que le pseudo-Boèce ait trouvé cette invention décrite dans ce traité du pseudo-Archytas; mais, même en adoptant cette conjecture, on n'en pourrait tirer aucune conclusion relativement à l'origine, soit des *apices* dits de Boèce, soit de nos chiffres modernes. Malgré la liaison historique entre ces chiffres et l'*abacus*, il y a là en effet deux questions essentiellement distinctes; tout semble prouver en effet que les *apices* de Boèce dérivent des chiffres arabes occidentaux, tandis que si l'*abacus* a été connu des Arabes, c'est qu'ils l'ont emprunté aux Latins.

LES GÉOMÈTRES DE L'ACADÉMIE;

PAR M. PAUL TANNERY.

1. Si l'on excepte Eudoxe de Cnide, la plupart des géomètres de l'Académie, qui figurent sur la liste de Proclus, sont des personnages peu connus.

Sans Proclus, nous ignorerions les noms de Néoclide, de Theudios, d'Athénée de Cyzique et d'Hermotime de Colophon (1).

On connaît deux platoniciens du nom de Léon; mais l'un, sophiste de Byzance et peut-être l'auteur du dialogue l'*Alcyon* (2), est de la génération suivante; l'autre (aussi appelé Léonidas) était

(1) J'ai déjà parlé de Léodamas, de Thasos, ainsi que de Théétète.

(2) Dans les Œuvres de Lucien. Voir Philostrate (*Vit. Soph.*) sur ce personnage.

d'Héraclée et, avec son compatriote Chion, périt en assassinant le tyran Cléarque; cependant, on ne peut faire ici aucune identification assurée.

Amyclas d'Héraclée est cité par Diogène Laërce (III, 46) comme disciple de Platon; mais (IX, 40) il le donne, d'après Aristoxène, comme pythagoricien et comme ayant, avec Clinias, empêché Platon de brûler les écrits de Démocrite; fable qui, malgré son ancienneté, ne mérite aucune créance.

Ménechme d'Alopéconnèse ou de Proconnèse (¹), qui passe pour l'inventeur des sections coniques, et sur lequel revient Proclus, fut certainement, après Eudoxe, le mathématicien du v^e siècle le plus en vue. Le grammairien Sérénus (J. Damasc., *Flor.*, 115) lui attribue d'avoir fait à Alexandre le Grand la réponse que Proclus met dans la bouche d'Euclide devant Ptolémée; on peut voir là un indice de la célébrité de Ménechme, en même temps qu'une preuve de la non-véracité de l'anecdote, soit d'un côté, soit de l'autre.

Un témoignage de Théon de Smyrne (*Astronom.*, p. 330) nous donne Ménechme comme introduisant dans le système astronomique d'Eudoxe les sphères dites ἀνελκττοσχι, ordinairement attribuées à Aristote, et dont l'effet supposé était purement mécanique. Ce témoignage est une preuve des relations qui, au dire de Proclus, existaient entre Eudoxe et Ménechme; mais les rapports de ce dernier avec Platon sont également confirmés par l'indication de Suidas; Ménechme aurait en effet, d'après celui-ci, composé, entre autres écrits philosophiques, trois Livres sur la *République*.

Eutocius (sur ARCHIMÈDE, *Sphère et Cyl.*, II, 2) nous a conservé deux solutions du problème de Délos, attribuées à Ménechme, l'une au moyen de deux paraboles, l'autre au moyen d'une parabole et d'une hyperbole. Comme je l'ai déjà dit, ces deux solutions ne proviennent pas d'Endème, et leur authenticité est loin d'être suffisamment garantie; toutefois il est certain, par la lettre d'Ératosthène, que Ménechme avait employé les sections coniques pour résoudre le problème.

(¹) Suidas, v. Μένεχμος. — Alopéconnèse est une ville de la Chersonnèse de Thrace, Proconnèse une île de la Propontide, deux localités en tous cas voisines de Cyzique, où Eudoxe fonda son école.

Dinostrate, frère de Ménechme, est cité par Pappus (IV, 250) comme ayant obtenu la quadrature du cercle avec la courbe connue sous son nom, mais qui fut probablement inventée auparavant par Hippias d'Elis.

Enfin Philippe de Medma (ou d'Oposite) fut un des disciples les plus chers de Platon; on le considère comme l'éditeur des *Lois* et comme l'auteur de l'*Épinomide*; il s'occupa surtout d'Astronomie, et Geminus, à la fin de son *Introduction aux phénomènes*, a conservé certaines dates fixées par lui pour les levers et couchers des fixes, d'après des observations faites, au dire de Ptolémée (Φάσεις ἀπλανῶν) dans le Péloponnèse, en Locride et en Phocide; Suidas (ν. φιλόσοφος) nous a conservé vingt-trois titres de ses nombreux écrits; les dix suivants intéressent les Mathématiques :

Arithmétiques. — *Médiétés*. — *Sur les nombres polygones*. — *Cycliques*. — *Optiques*, 2. — *Énoptriques*, 2 (sur les miroirs). — *Sur la distance du Soleil et de la Lune*. — *Sur l'éclipse de la Lune*. — *Sur la grandeur du Soleil, de la Lune et de la Terre*. — *Sur les planètes*.

D'après un texte d'Aétius (*Doxographi graeci*, éd. Diels, p. 360), on pourrait conclure qu'il aurait le premier établi la théorie complète des phases de la Lune.

2. Eudoxe paraît être né vers 407, mort vers 354 avant J.-C. Son voyage en Égypte, avant lequel il n'était guère connu, semble devoir être fixé vers l'an 378. Mais, contrairement à l'opinion de Boeckh (*Sonnenkreise*, pp. 140-148), je croirais volontiers qu'il ouvrit son école de Cyzique presque immédiatement après son retour et qu'il vint à Athènes vers 367.

Cette école de Cyzique eut une grande célébrité, surtout en Astronomie; Eudoxe y eut, entre autres, comme disciples deux habitants de cette ville, Hélicon qui prédit une éclipse de Soleil à la cour de Denys ⁽¹⁾, et Polémarque qui lui succéda, lorsqu'il partit pour Athènes, et qui fut le maître de Callippe ⁽²⁾. Il faut

(1) Plutarque (*De Genio Socratis*) donne Eudoxe et Hélicon comme les géomètres auxquels Platon aurait renvoyé les Déliens.

(2) Le réformateur du cycle de Méton et du système d'Eudoxe; il vint à son

aussi évidemment rattacher à cette école Ménéchme, Dinostrate et Athénée de Cyzique.

Voilà donc un centre scientifique important en dehors d'Athènes et de la véritable école de Platon; si Athènes finit par absorber ce centre par sa puissante attraction, il faut bien remarquer qu'Eudoxe s'y posa en rival de Platon et que si, surtout après sa mort, ses disciples purent subir l'influence du chef vénéré de l'Académie, ce fut plutôt en Philosophie qu'en Mathématiques.

Remarquons d'autre part que, si Théétète fut l'ami de Platon, il ne fut nullement son disciple, qu'il paraît s'être spécialement consacré aux Mathématiques et qu'il alla les professer à Héraclée (¹). Il semble dès lors que c'est d'après une légende que nous a été tracé ce tableau conservé par Proclus, de géomètres vivant ensemble à l'Académie, c'est-à-dire sous la haute direction de Platon et faisant leurs recherches en commun. Athènes est sans doute, au IV^e siècle, le foyer scientifique dont l'éclat efface tous les autres : tout géomètre devait peut-être y passer; mais on faisait de la Géométrie ailleurs, et d'autres villes cherchaient déjà à attirer des professeurs.

Enfin la prééminence scientifique d'Athènes est due, avant tout, à la prépondérance commerciale qu'elle conserve encore à cette époque; ces géomètres qu'elle réunit sont étrangers pour la plupart et, si Platon lui-même est Athénien, il n'y a là qu'un accident heureux, non pas la cause déterminante de cette réunion. Dans la liste de Proclus, il n'est guère que Philippe qui soit véritablement son disciple, sur lequel il ait dû exercer une influence bien marquée.

A la vérité, nous devons ajouter à cette liste, sinon le neveu et successeur de Platon, Speusippe, qui écrivit sur les *Nombres pythagoriques* (²), mais ne paraît pas s'être particulièrement occupé de Géométrie; au moins son second successeur, Xéno-

tour s'établir à Athènes, où il se lia avec Aristote, après la mort de Polémarque. (μετ' ἐξείνου, *Simplicius, Comment. in Arist. de Cælo*). On a jusqu'ici mal compris ce passage, en admettant qu'il était venu avec Polémarque (μετ' ἐξείνου) et simplement pour conférer avec Aristote.

(¹) Voir le numéro d'août 1886, p. 187, note 2.

(²) Voir mon étude sur le fragment conservé dans les *Théologoumènes* (*Annales de la Faculté des Lettres de Bordeaux*, t. V. p. 375-382; 1883).

crate ⁽¹⁾, et aussi Héraclide du Pont ⁽²⁾, un des plus brillants platoniciens, qui prit d'ailleurs une position personnelle et se rapprocha des doctrines adoptées par une fraction de l'école pythagoricienne.

Mais, même après cette adjonction, le rôle de Platon dans l'histoire de la Géométrie paraît singulièrement effacé vis-à-vis de celui d'Eudoxe.

3. Si nous pouvons essayer d'émettre quelques conjectures sur les progrès qu'accomplirent en Géométrie tous ces mathématiciens intermédiaires entre Eudoxe et Euclide, il semble qu'en faisant abstraction des perfectionnements de détail apportés aux *Éléments*, et du développement de la *Sphérique*, lié à celui que prenait alors l'Astronomie, on devra distinguer :

1° Les éléments de la théorie des coniques, tels qu'on peut, dans une certaine mesure, les reconstituer en éliminant, des quatre premiers Livres d'Apollonius, ce qui apparaît comme étant de l'invention de ce dernier; en effet, d'après ce que dit Pappus (VII, p. 676-677), il semble qu'Euclide ait composé ses propres *Coniques* comme il a fait pour les *Éléments*, sans y mettre beaucoup de nouveau, tandis que son contemporain Aristée, en écrivant cinq Livres *Sur les lieux solides*, avait, au contraire, déjà poussé la théorie plus loin et même abordé des questions laissées en dehors par Apollonius;

2° Les théories de la Géométrie plane (droites et cercles) correspondant aux Ouvrages perdus d'Euclide et d'Apollonius, qu'énu-

(¹) La liste des Ouvrages de Xénocrate pour ce qui concerne les Mathématiques (Diog. Laërce, IV, 13, 14) est loin d'être claire. On y voit d'abord (après les Livres dialectiques), quinze Livres, puis seize autres sur les *mathèmes*; les quinze premiers paraissent en comprendre neuf relatifs à la logique, six aux sciences; les seize seconds [en y ajoutant deux autres Livres sur l'intellect (*διάνοια*)?] semblent comprendre : 1° cinq Livres géométriques, *Commentaires*. — *Contraires*. — *Sur les nombres*. — *Théorie des nombres*. — *Intervalles (musicaux?)*; 2° six Livres sur l'*Astrologie*; 3° une série d'autres Livres adressés à Alexandre, à Arybas, à Héphestion (deux sur la Géométrie).

(²) Diog. Laërce (V, 89) en cite des écrits géométriques. Héraclide paraît avoir présidé l'Académie lors du troisième voyage de Platon en Sicile, en 361 (Suidas); il professa la rotation de la Terre autour de son axe et la circulation de Mercure et de Vénus autour du Soleil.

mère Pappus comme précédant les *Coniques* dans la collection analytique des anciens ; bon nombre de ces Livres touchaient en effet des problèmes assez simples pour avoir été abordés de très bonne heure, et, quand nous voyons, dans le résumé de Proclus, Hermotime, de Colophon, donné comme ayant écrit sur les *lieux*, nous pouvons bien croire qu'il élaborait la matière des deux Livres d'Apollonius sur les *Lieux plans*.

Il est possible au reste de donner à cette conjecture un fondement plus assuré ; Eutocius nous a conservé de ce Traité, dans son *Commentaire sur les Coniques*, p. 11-12, une proposition relative au cercle comme lieu des points dont les distances à deux points donnés sont dans un rapport donné. Or, dans la *Météorologie* d'Aristote (III, Ch. V, § 6-11), nous trouvons déjà l'une des deux parties de cette proposition ⁽¹⁾, et, quoique la rédaction soit loin d'être la même, la marche de la construction et de la démonstration est identique. A la vérité, le passage d'Aristote en question doit, à mon avis du moins, être regardé comme interpolé ⁽²⁾ ; mais l'interpolation est sans doute très ancienne et bien antérieure à Apollonius. Si d'ailleurs le rapprochement n'a pas encore été fait, c'est que les commentateurs d'Aristote se sont tous trouvés assez peu compétents pour ne pas reconnaître le but de la démonstration ; mais l'indication que je donne doit suffire à tout géomètre pour se retrouver dans un passage qui n'offre pas en réalité de difficulté sérieuse, et je crois inutile d'entrer dans des détails plus circonstanciés.

4. Un troisième ordre de questions que nous voyons apparaître dans le même siècle se rapporte à la technologie, et l'on verra peut-être dans la nature des discussions poursuivies un indice de l'influence de Platon, c'est-à-dire d'un penseur plus philosophe

(1) Que les points du cercle jouissent de la propriété en question ; l'autre partie, que les points en dehors de la circonférence ne jouissent pas de cette propriété, ne se retrouve que dans Apollonius.

(2) Par suite de l'application du même critérium linguistique qui a permis à MM. Allman et Usener de distinguer le texte d'Eudème des interpolations de Simplicius dans le fragment sur la quadrature des lunules. J'ai étudié la question dans la *Revue de Philologie*, 1886.

que géomètre. En tout cas, ce n'est pas son nom, mais c'est principalement celui de Ménechme qui se trouve lié à ces discussions, dont Proclus nous a conservé un écho d'après Geminus.

La première mention se rapporte au terme même d'*Éléments* (στοιχεῖς). Voici comment Proclus l'introduit :

Immédiatement après le résumé historique (p. 70), il se propose de définir le but des *éléments*; ce but, dit-il, peut être envisagé soit d'après l'objet même du Traité, soit relativement à l'étudiant. D'après l'objet, le but est la théorie des cinq polyèdres réguliers qui, comme on le sait, jouent un rôle capital dans la physique pythagorisante de Platon (*Timée*). Partant de là, quelques subtils philosophes avaient imaginé d'assigner, à chacun des treize Livres d'Euclide, un but spécial dans la théorie physique de l'univers. Proclus fait exceptionnellement ici preuve de bon sens en se contentant de cette indication, et passe à définir le but relatif à l'étudiant; il trouvera dans le Traité d'Euclide les éléments de la science géométrique, il y puisera les connaissances fondamentales sur lesquelles s'appuient tous les travaux postérieurs et ceux d'Archimède ⁽¹⁾ et ceux d'Apollonius.

Le terme d'*éléments* (στοιχεῖς) s'applique proprement à ces théorèmes qui, dans toute la Géométrie, sont primordiaux et principes de conséquences qui s'appliquent partout et fournissent les démonstrations de relations en grand nombre; on peut comparer leur rôle à celui des lettres (également nommées στοιχεῖς en grec) dans le langage.

On doit, des éléments proprement dits, distinguer les théorèmes élémentaires (στοιχειώδη) qui sont également généraux, simples et remarquables, mais n'ont pas la même valeur en tant que leur application dans la Science n'est pas universelle : telle est la proposition que les perpendiculaires abaissées des sommets d'un triangle sur les côtés opposés se coupent en un même point.

Après avoir développé les considérations que je viens d'analyser, Proclus emprunte à Geminus le passage suivant :

⁽¹⁾ Proclus vise spécialement la citation des *Éléments* (XII, 2) dans le Traité de la Sphère et du Cylindre, I, 6.

P. 72, 23-73, 14. « D'ailleurs, *élément* se dit en deux sens, comme le remarque Ménechme; car ce qui sert à obtenir est *élément* de l'obtenu; ainsi, dans Euclide, la première proposition l'est de la seconde (problèmes), la quatrième de la cinquième (théorèmes). Dans ce sens, beaucoup de propositions peuvent être réciproquement appelées *éléments* les unes des autres. Ainsi de l'égalité à quatre droits de la somme des angles extérieurs d'un polygone, on conclut le nombre d'angles droits que vaut la somme des angles intérieurs et inversement ⁽¹⁾. Dans cette signification l'*élément* ressemble au *lemme*. Mais on appelle autrement *élément* ce qui est plus simple et en quoi se décompose le plus complexe; dans ce sens, on ne peut plus dire que tout est *élément* de tout, mais seulement ce qui est primordial par rapport à ce qui est régulièrement la conséquence: par exemple, les postulats seront éléments des théorèmes. C'est dans ce dernier sens qu'Euclide a composé des *éléments*, les uns pour la Géométrie plane, les autres pour la Stéréométrie, et que de nombreux auteurs ont de même écrit des éléments d'Arithmétique ou d'Astronomie. »

5. Le second fragment où apparaît le nom de Ménechme se rapporte à une assez curieuse discussion sur la nature des propositions géométriques :

P. 77, 15-78, 13. « Déjà, parmi les anciens, les uns, comme Speusippe et Amphinome, proposaient de tout appeler théorème, pensant que ce terme convient mieux que celui de problème aux sciences théorétiques (contemplatives) et surtout traitant des choses éternelles; car, pour de telles choses, il n'y a pas de génération; il n'y a donc pas de place pour le problème où il s'agit d'engendrer et de faire quelque chose comme si elle n'était pas auparavant: par exemple, construire un triangle équilatéral, décrire un carré sur une droite donnée, placer une droite (donnée) à partir d'un point donné (*Élém.*, I, 2). Il vaut mieux, disaient-ils, regarder toutes ces choses comme existant déjà ⁽²⁾, et dire que nous consi-

(1) Ces théorèmes ne figurent pas dans les *Éléments* d'Euclide; l'exemple doit être de Ménechme. Ce passage prouve suffisamment, au reste, que le titre d'*Éléments* devait être usité avant Euclide, ce qu'on pourrait autrement mettre en question.

(2) P. 78, 4; je lis *ὅτι πάντα ταῦτά ἐστι* au lieu de *ὅτι πάντα ταῦτά ἐστιν*.

dérons leurs générations non pas en fait, mais relativement à la connaissance, si nous supposons soumises au devenir des choses qui sont toujours; il convient donc de dire que nous les traitons toutes par des théorèmes, non par des problèmes. »

« D'autres, au contraire, comme les mathématiciens de l'école de Ménéchme, étaient d'avis de tout regarder comme des problèmes, tout en en distinguant deux formes : tantôt en effet il s'agit de fournir (*πρὸς αἰσθῆσι*) quelque chose de cherché, tantôt au contraire, prenant quelque chose de déterminé, de voir ce que c'est, ou quelle en est la nature, ou ce qui lui arrive, ou quelle est sa relation à quelque autre chose ⁽¹⁾. »

Le troisième et dernier fragment n'appartient plus au prologue de Proclus, mais bien au commentaire sur les propositions (I, 6) :

P. 253, 16-254, 5. « Il faut remarquer à ce sujet que beaucoup de réciproques sont fausses et ne sont donc pas de véritables réciproques; ainsi tout nombre hexagone est triangle, mais il n'est pas vrai que tout nombre triangle soit hexagone. La raison en est qu'un des termes est plus général, l'autre plus particulier, et la proposition universelle n'est vraie qu'en établissant la relation dans un seul des deux sens. Pour qu'il y ait réciprocité, il faut que le premier terme soit identique au second. C'est ce que savaient déjà les mathématiciens de l'école de Ménéchme et d'Amphinome. »

6. Il résulte de ces trois fragments que Ménéchme avait dû traiter philosophiquement des principes et des méthodes de la Géométrie. A côté de lui et discutant les mêmes questions, nous voyons paraître le neveu de Platon Speusippe, ainsi qu'un autre personnage, Amphinome, dont le nom ne nous est pas connu d'ailleurs.

Proclus cite encore Speusippe au début de son commentaire sur les postulats et axiomes :

P. 179, 12-23. « Il faut, en tout cas, que les principes diffèrent de ce qui les suit en ce qu'ils soient simples, indémontrables, et se reconnaissent immédiatement comme vrais; car, en général, dit

(1) La suite du passage, où Proclus justifie successivement les deux opinions, ne paraît pas empruntée à Geminus.

Speusippe, l'intelligence, dans ses poursuites, sans parcourir des stades successifs, met en avant et, pour les recherches subséquentes, dispose des propositions dont elle a une connaissance plus claire que n'en a l'œil des objets visibles, ou bien au contraire, ne pouvant saisir immédiatement la vérité, elle essaye d'y parvenir successivement et par degrés, en partant des premières propositions. »

Amphinome est cité deux autres fois, et pour des questions plus intéressantes :

P. 202, 9-25 (Commentaire sur I, 1). « Beaucoup d'auteurs pensent que la Géométrie ne considère ni la cause, ni le pourquoi ; ainsi c'est l'opinion d'Amphinome qui l'emprunta d'ailleurs à Aristote ⁽¹⁾. Mais on peut, dit Geminus, rencontrer en Géométrie des recherches sur ces questions. Comment ne serait-ce pas en effet au géomètre à chercher par quelle cause il est possible d'inscrire dans le cercle une infinité de polygones équilatéraux, tandis que dans la sphère il n'est plus possible d'inscrire une infinité de polyèdres équilatéraux, équiangles et formés par des faces polygonales pareilles entre elles ? Qui peut chercher et trouver cela, sinon le géomètre ? D'autre part, les géomètres peuvent raisonner par réduction à l'absurde : alors ils se contentent de trouver ce qui a lieu ; ils peuvent au contraire procéder par démonstration régulière (*πρὸς ἑγγυμένῃ*), et, dans ce cas, si cette démonstration se fait sur des hypothèses particulières, la cause n'apparaît point encore ; mais, si le raisonnement est général et fait pour tous les cas semblables, aussitôt le pourquoi devient évident. ».

P. 220, 7-221, 6. (Commentaire sur I, 1). « Nous considérerons qu'en général les problèmes peuvent recevoir des solutions uniques, multiples ou en nombre indéfini. »

« Les premiers sont appelés réguliers (*τεταγμέναι*) par Amphinome, ceux dont les solutions sont multiples, mais en nombre déterminé, sont dits *intermédiaires* (*μέσαι*), ceux enfin qui offrent une variété indéfinie de solutions sont nommés *irréguliers* (*ἄτακται*). Comment un problème peut être unique ou multiple, on le voit

(1) Ce passage est insuffisant pour établir qu'Amphinome n'ait pas été contemporain d'Aristote.

immédiatement pour les triangles précités ; car l'équilatéral se construit d'une seule façon, l'isoscèle de deux, le scalène de trois ⁽¹⁾. Quant à un problème indéfini, en voici un : *Diviser une droite donnée en trois segments en progression*. Si l'on divise en effet cette droite suivant le rapport double (c'est-à-dire si l'on divise la droite c en deux segments a, b , tels que $b = 2a$) et qu'on fasse la parabole du carré du plus petit segment par rapport au plus grand en ellipse d'un carré (si l'on résout $a^2 = bx - x^2$, d'où $x = a$), la division se fera en trois parties égales. Mais, si le rapport du plus grand segment au plus petit est supérieur au double (autrement le problème serait impossible), comme triple, etc., et qu'on fasse la parabole du carré du plus petit segment par rapport au plus grand en ellipse d'un carré, on aura la division en trois parties inégales. [Soit $b = ma$, ces parties seront $\frac{m - \sqrt{m^2 - 4}}{2} a, a, \frac{m + \sqrt{m^2 - 4}}{2} a$]. Puis donc que l'on peut faire la division en deux d'une infinité de façons, de telle sorte que le plus grand segment soit supérieur au double du plus petit, triple, etc., car le rapport de multiplicité progresse indéfiniment, la division en trois parties en progression se fera d'une infinité de façons. »

7. De ces diverses citations deux points surtout paraissent à retenir.

La distinction d'une troisième forme de proposition, le porisme, à côté du théorème et du problème, est étrangère aux géomètres du IV^e siècle avant J.-C., et elle n'a probablement résulté plus tard que du choix fait par Euclide de cette expression pour désigner un de ses Ouvrages. Toutefois, le germe de cette distinction apparaît déjà dans le second fragment de Ménechme.

La classification des problèmes d'après le nombre des solutions

(1) Ceci se rapporte aux constructions faites par analogie à celle de l'équilatéral donnée par Euclide I, 1, constructions que nous étudierons plus tard. La base de l'isoscèle qui est donnée peut être plus petite ou plus grande que les côtés égaux dont la longueur est d'ailleurs arbitraire. La base donnée du scalène peut être plus petite, plus grande ou intermédiaire entre les deux autres côtés supposés d'ailleurs arbitraires. Pour nous, ces problèmes seraient indéterminés.

n'est nullement conçue d'après nos habitudes modernes. Ainsi le problème I, 1, d'Euclide, *construire un triangle équilatéral sur une base donnée*, a pour nous deux solutions symétriques par rapport à cette base; pour les anciens, la solution est unique ($\mu\omega\chi\chi\tilde{\omega}\xi$), elle est donnée par l'intersection de deux cercles et ils ne s'inquiètent pas du nombre de points donnés par cette intersection.

Si, sur la base donnée, il s'agit de construire un triangle isocèle, cette base n'étant pas un des deux côtés égaux, le sommet est pris arbitrairement sur une droite déterminée, soit au-dessus, soit au-dessous du point qui donnerait le triangle équilatéral : de là deux figures, dont chacune compte pour une solution unique.

De même, la construction d'un triangle scalène sur une base donnée, si indéterminée qu'elle soit, ne comptera que trois cas distincts.

L'exemple du problème indéterminé ($\acute{\alpha}\pi\epsilon\iota\rho\chi\chi\tilde{\omega}\xi$) nous présente au contraire un problème qui devient parfaitement déterminé, une fois que l'on s'est donné une certaine relation entre deux inconnues; mais il offre ceci de remarquable que la solution est conçue comme indépendante de cette relation arbitraire. C'est donc sous cette forme que les anciens concevaient la généralisation des problèmes particuliers, et cette forme doit être regardée comme analogue aux solutions ἐν ἀρρίστον de Diophante, alors qu'il arrive à la valeur de l'inconnue en fonction d'une variable arbitraire. Il est certain que cette façon d'envisager les problèmes est remarquable par sa profondeur, si elle laisse à désirer sous le rapport de la netteté et de la précision.