

Gestartet in einer Periode leidenschaftlicher Diskussion über die möglichen Wege einer Hochschulreform, will die Sammlung »rombach hochschul paperback« als Beitrag zur Überwindung der Misere an den Universitäten verstanden sein. Auf ihrem Programm stehen durchweg Grund- und Einführungsvorlesungen aus allen natur- und geisteswissenschaftlichen Lehrfächern. In handlichen und preiswerten Ausgaben erscheinen jährlich an die zwanzig Vorlesungen aus deutschsprachigen Universitäten.

Die neue Reihe will die Vorlesungen nicht ersetzen, sondern ergänzen. Den akademischen Lehrern bietet sie die Möglichkeit, den mündlichen Vortrag sowohl zu entlasten als auch zu vertiefen; den Studenten liefert sie authentische Arbeitsunterlagen, die vom Zwang andauernden Mitschreibens befreien und den Rückgriff auf die oft unzuverlässigen »Skripten« überflüssig machen. Während die großen Lehrbücher für Studenten kaum erschwinglich sind und überdies angesichts der Akzeleration wissenschaftlicher Erkenntnis immer rascher veralten, sind die Bände der Sammlung »rombach hochschul paperback« bewußt auf die Bedürfnisse der Studierenden zugeschnitten und so konzipiert, daß sie den Erfordernissen der einzelnen Lehrgegenstände maximal entgegenkommen und in den häufig notwendigen Neuauflagen jeweils auf den letzten Stand gebracht werden können.

Über die für jede akademische Ausbildung unumgängliche Vermittlung von Fakten und Methoden hinaus bietet die Sammlung »rombach hochschul paperback« den Studierenden repräsentative Beispiele wissenschaftlicher Argumentation und Orientierung, die zur begrifflichen Schulung und Durchdringung des Wissensstoffes, vor allem aber zum kritischen Mit- und Weiterdenken stimulieren wollen.

Hervorgegangen aus Vorlesungen und bestimmt zur Vertiefung des in Vorlesungen erworbenen Wissens, sind die Bände der Sammlung »rombach hochschul paperback« eine authentische Dokumentation akademischen Unterrichts in einer Gesellschaft, die wie nie zuvor auf Wissenschaft, Forschung und Bildung angewiesen ist.

Geschichte der Naturwissenschaft I

**Die Begründung einer Wissenschaft von der Natur
durch die Griechen**



Verlag Rombach Freiburg

8 » Physische « Mathematik im fünften vorchristlichen Jahrhundert

Wir haben uns in der letzten Stunde mit dem geometrisch-symmetrischen Erdbild des Hekataios von Milet beschäftigt; und ich möchte nochmals betonen, daß es Hekataios nicht etwa nicht auf die genauen Formen und Umrisslinien der Kontinente, Länder und Landschaften ankam. Hekataios kam vielmehr gar nicht auf den Gedanken, daß die von natürlichen Grenzen gebildeten Umrisslinien etwa nicht einfachen Figuren entsprechen würden. Er steht damit noch ganz im Banne des Anaximandros, der ja Geometrie und Symmetrie als die Mittel entdeckt hatte, mit deren Hilfe man sich den Kosmos und die Natur veranschaulichen kann, weil Kosmos und Natur in solchen gesetzmäßigen Formen und Beziehungen aufgehen und sich ausbilden. Für Anaximandros ist dies ebenso wie noch für Hekataios oder die Pythagoreer Archytas und Philolaos eine unbewußt vorliegende Voraussetzung; die Geometrie ist gleichsam noch *in* den Formen der Natur und Kunst gegeben, sie besteht nicht *neben* der sichtbaren Welt.

Für die frühe Zeit des sechsten und fünften Jahrhunderts kann man die Mathematik noch nicht als Hilfsmittel des Erkennens der Natur und ihrer Formen bezeichnen, als Mittel einer vereinfachenden Veranschaulichung, weil der Eigenbereich der Mathematik als einer nur im Geiste des Menschen entstandenen und bestehenden Wissenschaft erst im Anschluß an Parmenides und Zenon von Elea, also seit der Mitte des fünften Jahrhunderts erkannt und entdeckt wurde, wie wir noch sehen werden. Erst danach kann man zu der Überzeugung gelangen, daß die Natur den Bereich einer idealen Mathematik anzustreben bemüht ist und daß deshalb diese Mathematik, die erst gegen Ende des fünften Jahrhunderts allmählich zu dem wird, was man in

200 späterem und modernem Sinne als Mathematik ansprechen kann,

zu einem der Natur in manchen oder allen Bereichen angemessenes *Hilfsmittel* der Erkenntnis ihrer Formen und Beziehungen werden kann. Hekataios war, wie gesagt, noch davon überzeugt, daß die Natur geometrisch aufgebaut ist, daß bestimmte Landschaften von Flüssen und Meeren in geometrischer Form, ja sogar in Form von Quadraten abgegrenzt werden, daß die ganze Erde kreisförmig ist und Delphi, den »Nabel der Welt«, als Mittelpunkt hat, daß sie auf natürliche Weise von Flüssen und Meeren unterteilt wird, deren südliche Hälfte wiederum durch einen Fluß, nämlich den Nil, halbiert wird.

Im Falle des Nils als Grenze zwischen Asien und Libyen hatte Herodotos zwar auf die Willkür einer solchen Teilung durch Flüsse hingewiesen, darauf, daß exakte Symmetrie nicht bestehe, doch blieb er letztlich doch noch in diesem Symmetriedenken gefangen – wir hatten es als Erkenntnisprinzip im Falle des Nillaufes kennengelernt, den Herodotos sich analog zu dem des gegenüber dem Nil mündenden Istros vorstellt, und bei dem Versuch, die Existenz des fabulösen Volkes der Hyperboreer dadurch zu widerlegen, daß er auf das Fehlen eines diesem entsprechenden Volkes im äußersten Süden hinwies. Herodotos lehnt also diese Denkweise noch nicht grundsätzlich ab, er ist nur bestrebt, der Willkür dort Einhalt zu gebieten, wo die empirisch gewonnenen Erkenntnisse zeigen, daß geometrische Formen der Wirklichkeit aufgezwungen sind und ihr nicht entsprechen – ohne daraus dann allerdings bereits den Schluß zu ziehen, daß diese Formen auch dort, wo er sie nicht empirisch widerlegen kann, den natürlichen Gegebenheiten nicht entsprechen.

Er hatte die in seinem Sinne wahren Formen der Erdteile, die der Wirklichkeit weitaus besser entsprechen, allerdings nur erkennen können, indem er eine ursprünglich angesetzte allgemeine Form als zu einfach, als zu willkürlich erweisen konnte. Ohne jenen – wie wir sagen würden – Schematismus, ohne jene Idee, die Erde nach geometrischen Prinzipien aufgebaut und unterteilt sein zu lassen, wären die herodotischen Detailkenntnisse gar nicht möglich gewesen. Das Allgemeine geht stets dem Speziellen und dem Detail voraus. Man bedarf allgemeiner Prinzipien, um der Dinge Herr werden zu können. Erst, wenn man das Erdbild mittels solcher allgemeiner Formen einmal in den Griff bekommen hat, kann ein Vergleich mit den vorliegenden oder neuen, mit Hilfe jenes Erdbildes gewonnenen Erkenntnissen zu Differenzierungen

201

und Korrekturen führen. Herodotos lehnt so zwar im großen jene hekataischen Anschauungen ab, im kleinen wird er sich ihrer Willkürlichkeit aber noch nicht bewußt.

Zu einer solchen generellen Skepsis konnte der Empiriker Herodotos sich noch nicht durchringen, weil dazu erst die Mathematik einer Reform bedurfte. Diese erfolgte in der vorplatonischen Zeit, und erst Platon wird es daraufhin gelingen, jene generelle Skepsis als richtig zu erweisen und in seinem System zu begründen – er kennt allerdings auch andere Versuche, mathematische Gesetzmäßigkeiten direkt in der Natur aufzufinden oder an den Phänomenen abzulesen, und hier besonders jene der Pythagoreer, die aber – wie wir an den Beispielen Anaximandros und Hekataios gesehen haben – keineswegs als einzige dieser Auffassung waren und diese Vorstellungswelt auch keineswegs erst schufen. Pythagoras selber ist nämlich erst um 570/560 vor Christus auf Samos geboren worden, während Anaximandros bereits im Jahre 546 starb.

In der Zeit um 530/525 wanderte Pythagoras, der zuvor ausgedehnte Reisen bis nach Ägypten und Babylon unternommen haben soll, aus seiner samischen Heimat nach Unteritalien in die Magna Graeca aus – angeblich, um nicht unter dem Tyrannen Polykrates leben zu müssen. Hier gründete er in Kroton eine religiös-philosophische Gemeinschaft, eine Art Orden mit strengen Regeln für die Lebensführung, der bald auch in anderen Städten Unteritaliens eigene Zentren hatte, die größten wohl in Metapont und Tarent. Der Orden besaß hier zeitweilig auch bedeutenden politischen Einfluß. Um das Jahr 490 hat dann anscheinend unter der Führung eines vom Orden abgewiesenen angesehenen und einflußreichen Bürgers von Kroton eine erste stärkere Gegenbewegung gegen die Pythagoreer eingesetzt, die Pythagoras veranlaßte, nach Metapont überzusiedeln, wo er um das Jahr 480 auch starb. Der Orden konnte jedoch bald seinen Einfluß zurückgewinnen und bildete aufgrund seiner hierarchischen Ordnung sogar eine der Hauptstützen der Aristokratie gegen die neuen demokratischen Bestrebungen. Um die Mitte des fünften Jahrhunderts kamen jedoch nach dem Vorbild Athens auch in Unteritalien starke antiaristokratische und deshalb antipythagoreische Strömungen auf, in deren Folge die Versammlungshäuser jener Außenstehenden suspekt erscheinenden 202 Geheimbündler in den meisten unteritalienischen Städten nie-

dergebrannt wurden und viele Ordensmitglieder ins griechische Mutterland und nach Tarent flohen.

Es gab jedoch unter der Führung des neben Archytas von Tarent wohl bedeutendsten Pythagoreers Hippasos von Metapont, der um die Mitte und in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts lebte, auch eine ansehnliche Gruppe, die für eine liberalere und demokratischere politische Haltung eintrat und sich jetzt umgekehrt auch gegen die in Syrakus allmählich aufkommende Tyrannis auflehnte. Als sich der Machtbereich von Syrakus auf Sizilien weiter ausdehnte, kam es zu einem zweiten Exodus von Pythagoreern nach Tarent und ins Mutterland, wo sie vielfach als Wanderprediger und Bettlerphilosophen auftraten. Zu Beginn des vierten Jahrhunderts erlischt der Orden allmählich; es lassen sich dann für längere Zeit keine Pythagoreer nachweisen, bis im ersten vordchristlichen Jahrhundert in Rom und im griechischen Osten wieder einzelne Anhänger der pythagoreischen Lehren auftauchen, sich für eine »pythagoreische« Lebensführung einsetzen und die Weisheit des Pythagoras wiederzugewinnen suchen, ohne daß es allerdings unter diesen Neupythagoreern noch zu dauerhaften Schulgründungen gekommen wäre.

Um den Quellenwert antiker Berichte über Pythagoras und die älteren Pythagoreer ist in der jüngsten philosophiehistorischen Forschung eine besonders heftige Auseinandersetzung entbrannt. Die meisten Berichte stammen aus hellenistischer und spätantiker Zeit, die ältesten Philosophie und Wissenschaft betreffenden Nachrichten aus der aristotelischen Schule und von Aristoteles, der auch eine leider verlorengegangene Schrift »Über die Pythagoreer« verfaßt hat. Teilweise werden alle späteren Berichte über Lehrmeinungen und Erkenntnisse der Pythagoreer Pythagoras selbst zugeschrieben, teils wenigstens den älteren Pythagoreern – man spricht dann meist von Pythagoreern der Mitte des fünften Jahrhunderts –; in neuerer Zeit werden die Angaben der Neupythagoreer allerdings kritischer analysiert, was besonders auf dem Gebiet der Wissenschaftsgeschichte zu glaubhafteren Aussagen über den Wissensstand des Pythagoras und der älteren Pythagoreer führte.

Es gibt nämlich eine im Mittelmeerraum besonders ausgeprägt auftretende antihistorische Reaktion unter den Völkern und geistigen Gemeinschaften, der zufolge diese sich in geistigen und 203

politischen Krisenzeiten gern auf ihre hervorragenden Gestalten aus der Vergangenheit besinnen oder sich solche zu diesem Zweck erst schaffen, um sie als Sammelpunkte all dessen zu benutzen, worin sich die Gegenwart in ihrem Bestand durch das Neue der geistigen oder machtpolitischen Unterdrücker bedroht fühlt. Die Legende stellt dann die Geschichte des eigenen Volkes oder das eigene Wissen und Denken wenigstens als sehr viel älter und prunkvoller dar denn jene der Neuerer oder Unterdrücker. Moses ist eine solche Gestalt, ebenso der Sesostri der Ägypter bei Herodotos, Ninus und Semiramis bei den Babyloniern, Achilleus und Alexander bei den Griechen, aber auch der Pythagoras der griechischen Neupythagoreer. Auch seine wenig umrissene Gestalt diente seit dem ersten vorchristlichen Jahrhundert als ein solcher Sammelpunkt für all die fremden religiös-mystischen Einflüsse aus dem Osten, die – mit den philosophischen Richtungen dieser Zeit verflochten – als Lehren des Pythagoras und seiner unmittelbaren Jünger proklamiert und damit als Leistungen des eigenen Volkes und der selbst vertretenen Geisteshaltung hingestellt wurden.

Da Platon aufgrund seiner freundschaftlichen Beziehungen zu Archytas von Tarent und der mit Sicherheit von den Pythagoreern seiner Zeit empfangenen Anregungen zudem als treuer Schüler des Pythagoras galt, wurden seine philosophischen Anschauungen, wenn sie nicht gerade als typisch platonisch von Aristoteles und den älteren Akademikern ausgewiesen waren, in besonders starkem Maße für die »Rekonstruktion« pythagoreischer Lehren herangezogen. Hier zwischen Möglichem und Unmöglichem zu unterscheiden, ist nicht immer leicht, zumal auch die neben den erhaltenen Schriften vertretenen eigenen Lehrmeinungen Platons nicht genau genug bekannt sind.¹ Es spricht allerdings mehr für das Selbstverständnis der hellenistischen Griechen, daß sie (oder doch die Neupythagoreer und -platoniker unter ihnen) in diesem Zusammenhang stets auch die mathematischen Wissenschaften als ihre (das heißt: des Pytha-

¹ Zur sogenannten esoterischen oder ungeschriebenen Lehre Platons vergleiche man Konrad Gaiser: Platons ungeschriebene Lehre. Studien zur systematischen und geschichtlichen Begründung der Wissenschaften in der Platonischen Schule. Stuttgart 1963 (21968), aber auch die im Nachwort zur 2. Auflage, S. 575–577, verzeichneten Rezensionen dieses Buches und neueren Arbeiten zu diesem Problem.

goras) ureigenste Leistung hinstellen, als für das mathematisch-naturwissenschaftliche Wissen des Pythagoras und sogar der meisten der älteren Pythagoreer oder selbst Platons. Ihnen wird nämlich das gesamte Wissen der Gegenwart an Mathematik und angewandter Mathematik (Harmonik, Astronomie) zugesprochen, was möglich war, weil Pythagoras selber seine Lehren nie schriftlich fixiert hatte und für Platon die esoterische Lehre genügend Spielraum ließ.

Pythagoras war aber mit Sicherheit nie Mathematiker oder Naturwissenschaftler im Sinne des vierten Jahrhunderts. Seine Lehre vollzog sich in Form von kurzen Sinnsprüchen und Regeln, »akusmata« (ἀκούσματα) oder »symbola« (σύμβολα) genannt, und sie wurde auch in dieser Form – ursprünglich nur mündlich – weitergegeben. Die in ihnen zum Ausdruck kommende »Weisheit« – Seelenwanderungslehre und sich daraus ergebende [Tabu-]Regeln zur Lebensführung, Schamanentum und Priestertum – war noch lange keine Wissenschaft im späteren Sinne. Pythagoras war allerdings nach den alten voraristotelischen Berichten der weiseste aller Menschen. Für eine Zeit, die Wissenschaft noch nicht kannte, waren Zauberer und Schamanen die »Weisen« gewesen; und in einen solchen Umkreis gehörten, wie die ältesten Zeugnisse in Spott oder Bewunderung erkennen lassen, auch im wesentlichen noch Pythagoras und seine *akusmata*. Doch schon bald konnte im Zuge der jonischen Aufklärung diese Art von Weisheit nicht mehr anerkannt werden – wir werden bald von Empedokles als einem Mann des Umschlags von der einen zur anderen Denkrichtung erfahren. Sollte der noch eine Generation ältere Pythagoras Vorbild bleiben, so mußte sein Bild entsprechend abgewandelt werden. War er »weise« gewesen, dann weise und wissend im Sinne der neuen Zeit, und das bedeutet kein Schamane oder von den Göttern um das Leben Wissender, sondern ein Wissenschaftler. Und so wurden aus seinen mystischen Andeutungen und Umschreibungen im nachhinein wissenschaftliche Erkenntnisse.²

² Man vgl. Walter Burkert: Weisheit und Wissenschaft. Studien zu Pythagoras, Philolaos und Platon. Nürnberg 1962. Dort wird diese These radikal vertreten, was aber nicht unwidersprochen blieb. Bezüglich der angeblichen mathematisch-naturwissenschaftlichen Kenntnisse des Pythagoras stimme ich dem Verfasser jedoch zu; Differenzen in der Auffassung werden sich allerdings bezüglich der älteren unter den älteren Pythagoreern ergeben.

Trotzdem gab es eine konservative Gruppe unter den Pythagoreern, welche die von den unmittelbaren Schülern gehörten³ und niedergeschriebenen Regeln des Meisters auch später buchstäblich auslegte, befolgt wissen wollte und im politischen und gesellschaftlichen Leben in die Praxis umzusetzen versuchte. Sie wurden deshalb die »Akusmatiker« genannt, im Gegensatz zu den »Mathematikern«, einer anderen Gruppe der Pythagoreer, die unter der Führung des Hippasos meinte, mehr im Sinne des Meisters zu handeln, wenn man seine Lehren durch eigenes, zeitgemäßes Denken fortzubilden suchte. Ihnen wurde deshalb von der anderen Gruppe Verrat des pythagoreischen Erbes vorgeworfen, was sich auch schon darin zeige, daß sie ihr Wissen entgegen der Gepflogenheit des Meisters in Büchern veröffentlichten. Nur deshalb soll allerdings, wie von der Gegenseite behauptet wurde, Hippasos mit seinem Unfalltod bestraft worden sein – nicht, weil er etwa Lehren des Meisters veröffentlicht habe, wie später hinzugedichtet wurde.

Wir dürfen den Ausdruck »Mathematiker« aus dem fünften Jahrhundert nur bedingt mit Mathematik im späteren Sinne zusammenbringen; eher müßte man diese Gruppe mit »Theoretiker« umschreiben. Ein μάθημα (*mathema*) ist nämlich zu jener Zeit noch das »Lernbare« und »Lehrbare« – und allein dieser Vorstellungsbereich steht ja dem eines Geheimbundes, als den sich die konservativen Pythagoreer durchaus noch verstehen, schon entgegen. Unmittelbar lern- und erfahrbare und deshalb lehrbare Erkenntnisse wollen die »Mathematiker« erhalten und vermitteln, und sie konnten deshalb die Geometrie als eines dieser Erkenntnisgebiete ebenso gut auch eine ἱστορία (*historia*), »erkundetes, erfahrenes Wissen«, nennen wie jedes andere Wissen. Der spätantike Neupythagoreer Iamblichos (um 250 – um 330) sagt jedenfalls, daß Pythagoras (das heißt: die Pythagoreer) die Geometrie eine ἱστορία genannt habe (καλεῖται δὲ ἡ γεωμετρία πρὸς Πυθαγόρου ἱστορία⁴). – Aus diesem Satz wurde

vor mehr als 70 Jahren von Paul Tannery fälschlich ein Lehrbuch »Geometrie des Pythagoras« erschlossen, das seitdem trotz des bald erfolgten Hinweises, daß diese Deutung auf einem Übersetzungsfehler beruht, immer wieder als ein Faktum pythagoreischer Mathematik erwähnt wird.⁵ – Daß sowohl der Ausdruck μαθήματα als auch das Wort ἱστορία dieses Wissen Geometrie bezeichnen konnten, zeigt uns jedenfalls, daß die spätere Bedeutungsverengung von »Mathematik« noch nicht für das fünfte Jahrhundert gilt, aber auch, daß die Geometrie der Pythagoreer nicht unbedingt bereits eine mathematische Wissenschaft im späteren strengen Sinne gewesen zu sein braucht.

Auch damit, daß sie ihr Wissen als μαθήματα ansahen, stehen diese Pythagoreer keineswegs allein unter ihren Zeitgenossen da. Die gleichzeitigen Sophisten der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts priesen sich ja gerade damit an, daß man bei ihnen alles lernen könne, und der Titel einer verlorenen Schrift des Protagoras, περὶ τῶν μαθημάτων (*peri tōn mathematōn*) wird kaum auf die Behandlung bloß »mathematischer« Probleme im späteren Sinne hinweisen, sondern eine allgemeine Lehr- und Lernmethode anzeigen sollen. Dazu bedurfte es für jedes Gebiet einer gewissen »Technik« (τέχνη), und es gab im ausgehenden fünften Jahrhundert eine regelrechte Theorie, die bestimmte, woraufhin eine Tätigkeit den Rang einer lehrbaren »Technik« erreichte.⁶

Allerdings trugen die Pythagoreer zu der dann etwa seit Platon eingetretenen Bedeutungsverengung, zwar nicht von μάθημα, aber von dem dazu gehörigen Adjektiv μαθηματικός (*mathematikos*), insofern bei, als sie die Geometrie, Arithmetik, Astronomie und Harmonik, die eigentlichen Disziplinen der späteren Mathematik, die dann zum Quadrivium zusammengeschlossen wurden, zu in besonders hohem Grade lernbaren gemacht und sich intensiv mit ihnen beschäftigt hatten. Uns interessieren unter diesen Disziplinen nur die Harmonik und Astronomie, obwohl eine Trennung von den »rein mathematischen« Disziplinen

³ Deshalb wurden diese Aussprüche ἀκούσματα (von ἀκούω, »hören«) genannt. – Man vergleiche bezüglich der beiden rivalisierenden Gruppen Kurt von Fritz: Mathematiker und Akusmatiker bei den alten Pythagoreern. Sitzungsbericht der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Philosophisch-historische Klasse. Jahrgang 1960, Heft 11. München 1960.

⁴ Iamblichos: De vita Pythagorica § 89 (Iamblichos: Pythagoras. Legende, Lehre, Lebensgestaltung. Griechisch und deutsch herausgegeben, übersetzt

und eingeleitet von Michael von Albrecht. Zürich und Stuttgart 1963, S. 96 f.); vgl. Iamblichos: De communi mathematica scientia, edidit N. Festa (Leipzig 1891), S. 78.

⁵ Dazu vergleiche Walter Burkert (siehe Anm. 2), S. 385 f.

⁶ F. Heinimann: Eine vorplatonische Theorie der τέχνη. In: Museum Helveticum 18 (1961), S. 105–130.

Arithmetik und Geometrie eigentlich das Bild verfälschen muß. Aber ich hoffe, daß auch so das Wesentliche pythagoreischen Denkens zum Ausdruck kommt:

Wir hatten gesehen, daß Anaximandros noch keine Kenntnis von den Planeten als Gestirnen, die sich nicht wie der Fixsternhimmel, sondern wie Sonne und Mond relativ zu dem Fixsternhimmel bewegen, gehabt hat, da er nur Sonne und Mond neben dem Fixsternhimmel kennt. Das babylonische Wissen von den Relativbewegungen der Planeten am Fixsternhimmel scheint erstmals von Anaximenes in seiner Kosmologie verwendet worden zu sein, der auch den Fixsternhimmel wieder zu oberst anordnete, und zwar mit einem physikalischen Argument: Da die Sterne im Gegensatz zur Sonne nicht wärmen, müssen sie weiter entfernt als diese sein. Wir hatten dann erfahren, daß er unter dem festen krystallinen Himmelsgewölbe die Planeten, Sonne und Mond sich frei als flache Scheiben bewegen ließ. Über irgendwelche Ausmaße hat er sich dabei im Gegensatz zu Anaximandros für Sonne und Mond keine Gedanken gemacht.

Solche Erwägungen spielen erst in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts wieder eine Rolle, nachdem bei älteren Pythagoreern aufgrund der Siebenzahl der Planeten und einer auf ganz anderer Ebene gewonnenen Vorstellung von einer Sphärenmusik, wie sie später genannt wurde, die Überzeugung wuchs, daß die als mathematisch gefundenen Proportionen zwischen den verschiedenen musikalisch-harmonischen Intervallen in irgendeiner Form auch bei den Planetenbewegungen oder -abständen auftreten müßten, so daß diese Planeten eine harmonische Musik ertönen ließen. Daß man diese nicht wahrnehmen könne, erklärten die Pythagoreer nach den Worten des Aristoteles damit, daß der Mensch diese Musik von der Geburt an gewöhnt sei, so daß er sie nicht als etwas Erkennbares heraushören könne.

Hatte Anaximandros die Abstände der Himmelskörper aus »natürlichen« Zahlen abgeleitet, so erwiesen sich die zugrundegelegten Zahlen für die Einbeziehung der fünf Planeten als nicht ausreichend. Sie erschienen sicherlich auch der weiterentwickelten Mathematik des fünften Jahrhunderts, die eine ganze Reihe von ausgezeichneten Zahlen gewonnen hatte, als zu primitiv. Aber optische Mittel und optisch-astronomische Theorien, um die Abstände der Planeten oder auch nur des Mondes auf empirischer Grundlage zu erhalten, fehlten noch lange. Man bedurfte

also einer neuen Theorie, neuer, auf die Anzahl der Himmelskörper zugeschnittener Zahlenreihen oder Streckenverhältnisse, um die Planetenwelt zu einem Planetensystem nach der Art des anaximandrischen und um überhaupt Aussagen über die Abstände der Himmelskörper machen zu können, die – nach orientalischem Vorbild – für die Seelenwanderungslehre der Pythagoreer, den himmlischen Aufstieg der Seelen, eine wichtige Rolle spielten. Für die Pythagoreer lag also hier ein direktes, mit ihrer Lehre verbundenes Anliegen vor. Da sie (nicht Pythagoras selber) die anaximandrische Vorstellung von in der Natur gegebenen Zahlen und Zahlenverhältnissen nach Auskunft des Aristoteles verallgemeinerten zu der Grundanschauung: »Alles ist Zahl«, lag es für sie besonders nahe, auch auf diesem empirisch unzugänglichen Gebiet auf andere Weise gewonnene und bestätigte Zahlen als Ordnungsprinzip anzunehmen.

Wann ein Planetensystem zum ersten Mal nach solchen Gesichtspunkten ausgeführt wurde, ist unsicher. Wir wissen, daß die Planetenabstände bei Platon auf einem solchen harmonischen System beruhen und daß Platon damit zumindest eine pythagoreische Idee aufgreift – ob eine bereits im Detail durchgeführte oder eine erst von ihm selbst realisierte, bleibt allerdings unklar. Die spätantiken Theorien der harmonischen Folge der Planeten haben sich jedenfalls aus Interpretationsversuchen dieses pythagoreisch-platonischen Systems ergeben. Nicht eindeutig, einmal die Geschwindigkeiten, ein anderes Mal die Abstände betreffend, ist ihre Tradition so stark gewesen, daß noch Johannes Kepler in seinen Untersuchungen über das »wahre« Planetensystem von der Suche nach solchen harmonischen Verhältnissen ausging, die für ihn auch zeit lebens das Wichtigste an der Astronomie geblieben sind, wie die Entwicklung von der ersten Schrift »Mysterium Cosmographicum« bis zu seiner »Harmonike mundi« zeigt, während die aus späterer Sicht als Großtaten erscheinenden Entdeckungen der sogenannten Kepler'schen Gesetze von ihm selber nur als notwendige Vorarbeiten aufgefaßt wurden. In der Nachfolge Platons gab es also solche Versuche, von denen wir nicht sagen können, wie weit sie ihm schon vorlagen. Sicher ist jedoch, daß manche vorplatonische Pythagoreer von der Achtzahl (im Gegensatz zur Siebenzahl bei Platon) ausgingen und zu den sieben Planeten noch den Fixsternhimmel als Tonerzeuger hinzunahmen, um eine volle Oktave zu erhalten.

Man hatte an einem »Kanon« genannten Monochord – einer über zwei Stege gespannten Saite, unter der ein weiterer Steg hin und her bewegt werden konnte – festgestellt, daß eine Oktave erklang, wenn man einmal die ganze Saite zum Erklingen brachte und dann ein Stück, das entstand, wenn man die ganze Saite mit dem beweglichen Steg halbierte, beide Saitenlängen also im Verhältnis von 2:1 standen. Dieselbe Oktave erklang, wenn man zwei im Querschnitt gleiche Pfeifen von verschiedener Länge im Verhältnis von 2:1 anblies. Ein Verhältnis von 3:2 ergab eine Quinte, ein solches von 4:3 eine Quarte. Diese Entdeckung wird in manchen antiken Quellen fälschlich Pythagoras zugeschrieben, in anderen wohl richtiger Hippasos.

Da es sich hier um Zahlenverhältnisse handelt, zeigt sich die Zusammensetzung von Intervallen für uns als Multiplikation, die Differenz als Division der Zahlenverhältnisse. So ergibt sich die Oktave als Summe von Quinte und Quarte: $(3:2) \cdot (4:3) = 12:6 = 2:1$, und der Ganzton als Division von Quinte und Quarte: $(3:2) : (4:3) = 9:8$, usw. Ein Halbton bleibt, wenn man von einer Quarte zwei Ganztöne abzieht: $(4:3) : (9:8) : (9:8) = 256:243$ usw. Antike Theoretiker rechnen jedoch in der Regel etwas umständlicher, indem sie die Verhältnisse schrittweise erweitern, bis sie in unserer Ausdrucksweise denselben Nenner erhalten, also beispielsweise: Quinte = $3:2 = 9:6$, Quarte = $4:3 = 8:6$, die Quinte verhält sich also zur Quarte wie $9:8$, was einen Ganzton ergibt. Die umständliche Rechnungsart erklärt sich aus der auch später den Griechen gültigen strengen Auffassung, daß nur Gleiches miteinander verglichen, in eine Analogie gesetzt werden kann (also nur die Sechstel, die sechs ist tertium comparationis), die in der Frühzeit sogar im Bereich der Zahlen selbst galt.

Dies ist die eine Art griechischer Musiktheorie. Eine andere faßt die Intervalle, wie schon der Name Intervall »Zwischenraum« andeutet, als Strecken auf. Die Einheit bildete die Differenz zwischen Quinte und Quarte, also der Ganzton. Die Quarte umfaßte danach $2\frac{1}{2}$, die Quinte $3\frac{1}{2}$ und die Oktave 6 Ganztöne. Größere Intervalle sind hiernach also aus kleineren additiv zusammengesetzt. Wir wissen heute, daß diese Strecken sich als die Logarithmen der aus dem anderen System genommenen ganzzahligen Zahlen(Strecken-)verhältnisse ergeben, so daß sich beide Systeme als gleich exakt erweisen und sich ineinander

umrechnen lassen. In der Antike konnte man das selbstverständlich noch nicht, und darum war damals ein Ausgleich zwischen beiden Systemen unmöglich. Die Anhänger einer jeden dieser beiden Richtungen warfen sich gegenseitig Unvermögen und Unverstand vor, weil die einen etwas als Ton und Tonfolge gelten ließen, was in der anderen Theorie als ein irrationales Zahlenverhältnis erschien, dem keine musikalische Realität zugesprochen werden konnte. Zwar mußte die Vorführung am Monochord den Anhängern der proportionalen Harmonik vor Augen führen, daß die Tonabstufung gleich kontinuierlich erfolgt wie die Streckenteilung am Monochord, doch erklärte man das Experiment dann für ungenau. Man gestand zwar zu, daß die tonerzeugenden Bewegungen bei jeder Unterteilung nach einem irrationalen Verhältnis erfolgen können, doch sagte man, dies seien bloße Geräusche, aber keine musikalischen Töne.

Platon macht sich später lustig über die Anhänger der wohl später entstandenen zweiten Theorie, gemäß der die Intervalle allein durch die »Zwischenräume« gegeben sind. Auf der Suche nach der kleinsten Intervalleinheit quälten sie die Saiten, horchten auf die Töne und seien sich dann uneins, ob die zwei gehörten Töne noch unterschieden oder die gleichen seien. Im Bereich der proportionalen Harmonik ergäben sich die Tonsprünge aus den Unterschieden in den Zahlenverhältnissen. Auch hier lassen sich aber die verschiedenen Tongeschlechter ableiten, und es ist bezeugt, daß Archytas von Tarent, ein älterer Zeitgenosse Platons und Pythagoreer, dies im einzelnen getan hat.

Daß aber auch die proportionale Harmonik ursprünglich direkt von den Intervallunterschieden etwa der Quarte und Quinte am selben Monochord ausging, zeigt uns schon ihre mathematische Terminologie, die ja die Oktave, das heißt die Länge des Saitenstückes, das im Zusammenklang mit der gesamten Saite eine Oktave ergibt, als Summe der Quarte und Quinte auffaßt und den Ganzton als ihre Differenz. Die Rechenoperationen, die vom einen Zahlenverhältnis zum anderen führten, erscheinen uns dabei einmal als Multiplikation und das andere Mal als Division der beiden Ausgangsverhältnisse, sie wurden aber als »Addition« und »Subtraktion« bezeichnet. Daß diese Bezeichnungen in der gesamten Proportionenlehre der Antike beibehalten wurden, beweist dann seinerseits, daß die mathematische Proportionen-

lehre hier in der anfangs empirischen Harmonik ihren Anfang nahm und sich erst hieraus entwickelt hat.⁷

Aus den Zahlenverhältnissen oder Streckenverhältnissen am Monochord hat man dann, sicherlich schon vor Platon (vermutlich ist auch hierfür Archytas verantwortlich), auf die Abstände der Planeten und des Fixsternhimmels geschlossen, welche acht Himmelskörper ja genau acht Töne erzeugen könnten, so daß sich eine Oktave ergibt. Hinzu kam noch die Erkenntnis, die Hipposos⁸ schon zugeschrieben wird, daß ein hoher oder ein »spitzer« Ton, wie die Griechen vom Ertasten der Schwingungen an der Saite oder an der Pflöge her sagen, von einer schnell schwingenden Saite, ein tiefer oder schwerer (»drückender«) Ton von einer langsam schwingenden Saite erzeugt wird, die kurze Saite also in schnellerer Bewegung ist als die längere Saite. Daraus schloß Archytas, vielleicht auch schon Hipposos, daß der von der kurzen schnell schwingenden Saite erzeugte helle Ton sich auch schneller in der Luft fortpflanzt als der von der langen langsam schwingenden erzeugte tiefe Ton: Der helle Ton erreiche das Ohr schneller als ein tiefer, er sei zudem kraftvoller und pflanze sich deshalb weiter fort als der schwächere tiefere Ton.⁹ Die Schallübertragung hatte nämlich schon Empedokles einigermaßen richtig als eine kugelförmige Fortpflanzung von Schlägen, die von dem schallerzeugenden Körper entsprechend seiner Schwingungszahl der Luft mitgeteilt werden, die dadurch verdichtet werde und sich wieder verdünne, gedeutet.¹⁰

Daraus, daß aufgrund dieser Theorie der helle Ton und die den hellen Ton erzeugende Saite sich schneller bewegen als der dunkle Ton und die diesen erzeugende Saite, schloß Archytas, daß auch die jene Sphärenmusik erzeugenden Planeten sich schneller bewegen, wenn sie einen hellen Ton, und langsamer, wenn sie einen dunkleren Ton erzeugen. Damit schien man nun endlich eine exakte Methode gefunden zu haben, über die relative Entfernung der einzelnen Planeten eine Auskunft geben zu können,

⁷ Vergleiche hierzu Árpád Szabó: Anfänge der griechischen Mathematik. München und Wien 1969, insbesondere S. 185 ff.

⁸ Hipposos: Testimonium 13 Diels-Kranz.

⁹ Archytas von Tarent: Fragment B 1 Diels-Kranz.

¹⁰ Zu Archytas und Empedokles vergleiche man in diesem Zusammenhang Leander Schönberger: Studien zum 1. Buch der Harmonik des Claudius Ptolemaeus. Augsburg 1914 (Programm Gymnasium Metten), S. 26 ff.

da deren Winkelgeschwindigkeiten durch die babylonischen Berechnungen der Umlaufzeiten bekannt waren und somit auf die Höhe des durch ihre Bewegung erzeugten Tones geschlossen werden konnte.

Aber bereits hier ergibt sich eine Schwierigkeit, deren verschiedene Lösungen auch zu verschiedenen Ergebnissen im Anschluß an diese Theorie führten: Entweder wird von den Planeten der Saturn, also der äußerste, oder der Mond, der innerste, als der schnellste bezeichnet, wobei von den Pythagoreern um 400 bezeugt ist, daß sie den äußersten Planeten als den schnellsten ansahen. – Wie ist diese Alternative möglich?

Die Bewegung des Fixsternhimmels ergibt sich für einen Beobachter auf der Erde aus der täglichen Rotation seines Standortes, und die Bewegung der Planeten aus dieser Rotation und der Eigenbewegung der Planeten um die Sonne. Da diese Bewegung der Planeten mit geringerer Winkelgeschwindigkeit in der jener Erdrotation entgegen gesetzten Richtung erfolgt, scheint es dem Beobachter auf der Erde so, als ob Fixsternhimmel und Planeten zwar in derselben Richtung um die Erde kreisen, die Planeten aber gegenüber dem Fixsternhimmel zurückbleiben, und zwar in derselben Zeit verschieden weit zurückbleiben, am wenigsten der Saturn als äußerster Planet, am meisten der Mond als innerster, was daraus resultiert, daß der Mond in einem Monat die Erde umkreist, das heißt in einem Monat wieder dieselbe Stelle am Fixsternhimmel erreicht, während der Saturn für eine Umkreisung der Sonne fast 30 Jahre benötigt. Es kommt somit darauf an, ob man die aus Eigenbewegung und Erdrotation (Fixsternbewegung) resultierende Bewegung, also die im eigentlichen Sinne erscheinende Bewegung, als die Bewegung der Planeten ansprechen will oder nur die Eigenbewegung relativ zum Fixsternhimmel. Rein deskriptiv besteht darin zwar kein Unterschied, jedoch sehr wohl in der Bezeichnung und damit in der spezifischen Auffassung von der Bewegung. Denn im zweiten Fall, in dem nur die Relativbewegung gegenüber dem Fixsternhimmel berücksichtigt wird, machen die Planeten eine »Gegenbewegung« zum Fixsternhimmel; im anderen Falle bleiben sie gegenüber dem Fixsternhimmel zurück, wie die Griechen sagen.

Diese zweite Erklärung findet sich deshalb natürlicherweise bei den Vertretern der Atomistik und anderer Wirbeltheorien, so bei

Anaxagoras, Hippokrates von Chios, Leukippos und Demokritos: Sie stehen auf physikalischer Basis. Der allgemeine Wirbel ist außen am schnellsten und kommt innen auf der Erde zum Stillstand. Danach ist also der Fixsternhimmel der schnellste, ihm folgen Saturn, Jupiter, Mars, dann Venus, Merkur und Sonne, deren Umlaufzeit geozentrisch gesehen jeweils ein Jahr beträgt, schließlich der Mond. Der Fixsternhimmel würde also im Anschluß an diese Wirbeltheorien für die Vertreter einer Sphärenmusik in Verbindung mit jener Theorie, wonach die Schnelligkeit die Höhe des Tons bewirkt, den hellsten Ton erzeugen, den nächsthelleren der Saturn, dann Jupiter usw., während der Mond den tiefsten Ton erzeugte. Diese Reihenfolge ist ausdrücklich für die Pythagoreer bezeugt.¹¹

Aus dem Verhältnis der Intervalle zwischen den acht Tönen, die eine ihnen entsprechende verhältnismäßige Schnelligkeit der tonerzeugenden Gestirne erfordern, ließe sich somit, nachdem einmal die Reihenfolge und die andersartige verhältnismäßige Zeit feststeht, in der sie jeweils eine Kreisbahn durchlaufen, die Länge dieser Kreisbahnen bestimmen, also auch deren Durchmesser. Jedenfalls ließen sich, weil die Geschwindigkeiten der verschiedenen Töne erzeugenden Saiten auch nur relativ bestimmt sind, diese verschiedenen Abstände als relative Abstände bestimmen, und so etwas geschieht in dem Schlußmythos der platonischen »Politeia«. Platon tut im Prinzip genau das gleiche, beziehungsweise er führt es zum erstenmal wirklich durch, wenn er auch von jener anderen Vorstellung ausgeht, daß der Mond das schnellste Gestirn ist und nicht der Saturn, so daß der Fixsternhimmel aus diesen Betrachtungen eigentlich herausfallen muß, weil er noch schneller sein müßte als der Mond, obgleich er, wie jetzt nicht mehr geleugnet werden kann, nicht wie bei Anaximandros unterhalb des Mondes anzusetzen ist, sondern jenseits aller Planeten. Aber er wird jetzt bei Platon der Träger der Bewegung, die allen anderen Himmelskörpern mitgeteilt wird, so daß seine Bewegung die Grundbewegung auch der Planeten ergibt und im ganzen doch acht Töne erzeugt werden: Acht Sirenen sitzen auf je einem Kreis (auf einer Planetenbahn), wie Platon es bildlich ausdrückt.

Diese Auffassung von der Gegenbewegung des Planeten gegen

den Fixsternhimmel, von einer Eigenbewegung, die als die eigentliche Bewegung von der Mitnahmebewegung durch den Fixsternhimmel zu abstrahieren ist, läßt sich jetzt natürlich nicht mehr wie bei Anaxagoras und Demokritos »physikalisch«-mechanistisch erklären. Darin sieht Platon jedoch keinen Nachteil, im Gegenteil, er faßt diese Folge aus der anderen Theorie gerade als eine Bestätigung für diese auf, als das große Ergebnis seiner Zeit, das die Gestirne endlich wieder zu dem macht, was sie sind, nämlich zu Göttern, die ihre eigenen Bewegungen ausführen. Und diese Bewegungen nach mathematischen Proportionen sieht Platon als einen Beweis für ihre Göttlichkeit an.

Das ist zwar eigentlich ein Zirkelschluß, doch wird die Göttlichkeit der Gestirne als so evident hingestellt, daß sie an sich gar nicht eines Beweises bedürfe, so daß dieser Beweis vielmehr ein Beweis für die Richtigkeit jener Theorie wird. Es ist die Vorstellung, die auch die Babylonier hatten, von denen ja die Kenntnis der Planeten übernommen wurde und mit dieser die Vorstellung von deren Göttlichkeit, während Mond und Sonne auch bei den Griechen von alters her Götter waren, deren Göttlichkeit nur in der in den Augen Platons endlich überwundenen Zwischenzeit von solchen Leuten wie Anaxagoras, Anaximenes und Demokritos geleugnet worden war; denn für die Babylonier bewegten die Planeten sich ja als Lebewesen höherer Ordnung – als Böcke der Himmlischen, als Hunde der Persephone, wie sie später bezeichnet wurden – auf bestimmten Wegen am Fixsternhimmel entgegengesetzt zu dessen Bewegung. Man hatte deshalb den Tierkreis auch als Weg des Mondes und Weg der Sonne gefunden. Diese Vorstellung von einer Eigenbewegung oder der »Gegenbewegung« findet sich bei Alkmaion, bei Oinipides und bei Euripides; und daß sie von den Babyloniern übernommen wurde, beweist wohl der Umstand, daß Oinipides gleichzeitig, wie der antike Astronomiehistoriker Eudemos von Rhodos berichtet, den Tierkreis gefunden, das soll heißen: als erster in Griechenland eingeführt hat, also den Weg der Sonne, auf dem sie sich kraft ihrer Göttlichkeit wie der Mond und die anderen Planeten entgegen der Bewegungsrichtung des Fixsternhimmels bewegt. Von ihm scheinen dann Alkmaion und der Tragiker Euripides diese Vorstellung übernommen zu haben; sie alle lebten und wirkten in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts.

Nun ist aber nicht bekannt, ob schon Oinipides von der Fünf- oder Siebenzahl der Planeten wußte; denn Anaximenes, Alkmaion und Empedokles, dann Anaxagoras, der etwa von 500 bis 425 lebte, nahmen noch eine Vielzahl teils sichtbarer, teils unsichtbarer Gestirne neben Sonne und Mond unterhalb des Fixsternhimmels an. Anaxagoras hält auch die Kometen für ein Zusammentreffen zweier solcher Gestirne oder Planeten, und noch Hippokrates von Chios in der Mitte der 2. Hälfte dieses Jahrhunderts deutet einen Kometen am Nordhimmel als Planeten. Der entscheidende Fortschritt ist erst bei Demokritos anzutreffen, der eine eigene Abhandlung »Über die Planeten« schrieb, in der diese in der Reihenfolge Mond, Venus, Sonne, Planeten, Fixsternhimmel angeordnet wurden. Daß die Venus gesondert genannt wird, kann nur auf babylonischen Einfluß zurückgehen; denn in Babylon spielten eben Sonne, Mond und Venus die Hauptrolle in der Planetenastrologie. Außerdem geht aus dieser ersten in Griechenland bezeugten Reihenfolge hervor, daß es Planeten mit größerer Umlaufzeit, das heißt mit kleinerer relativer Geschwindigkeit als die Sonne gibt, die außerhalb von ihr anzuordnen seien. Erst gegen Ende des fünften Jahrhunderts scheint also die Kenntnis von den fünf Planeten neben Sonne und Mond und ihrer einheitlichen Bahn entlang des Tierkreises aus Babylon zu den Griechen gekommen zu sein, während vorher immer nur von Gestirnen allgemein, vielleicht sogar schon von Planeten allgemein die Rede gewesen war, wenn das Wort Planet auch erst seit Demokritos benutzt wurde. Erst in dieser Zeit könnte also auch eine solche Theorie der Sphärenmusik unter den Pythagoreern entstanden sein, wie sie Platon dann eine Generation später umformt oder überhaupt erst in Einzelheiten ausführt; denn erst jetzt wird die Planetenzahl kanonisch und kann mit sieben oder acht Tönen in Verbindung gebracht werden.

Platon polemisiert gegen diesen Begriff Planet, wörtlich: »Irrstern«, als ob diese Gestirne, die doch Götter seien, planlos herumirrten. Das konnte er erst, nachdem Eudoxos von Knidos, der von 407 bis 355 lebte, die scheinbaren Irrläufe der Planeten auf mehrere gleichförmig erfolgende Rotationsbewegungen von einzelnen Sphären zurückgeführt und damit gezeigt hatte, daß sie als eine zusammengesetzte Bewegung aus mehreren gleichförmigen und kreisförmigen Bewegungen resultieren, also plan-

mäßig erfolgen und *kein* Herumirren darstellen. Dieses Modell von Eudoxos ist jedoch ein rein kinematisches Modell – eine mathematische Beschreibung der Bewegungen aus ihren Einzelbewegungen –, die Aristoteles später mechanisch umdeutete, indem er die mathematischen Sphären in feste, aus Äther bestehende verwandelte, die ihre Bewegung und die ihr von der über ihr befindlichen mitgeteilten jeweils der nächsten mitteilen, so daß ein kompliziertes System von materiellen Sphären entsteht, die jeweils eine spezifische Eigenbewegung ausführen und daneben die der anderen mit ihrer eigenen jeweils weiter übertragen bis hin zum Mond, wozu Aristoteles im ganzen 55 solcher Sphären zu benötigen meint.

Von Archytas her scheint dann über Eudoxos jene Theorie zu Platon gekommen zu sein, nach der die Schwingungsdauer beziehungsweise Schwingungsgeschwindigkeit einer angeschlagenen kurzen oder langen Saite auch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der erzeugten hellen oder tiefen Töne ergeben, so daß die Geschwindigkeit der Planeten der Höhe oder Tiefe des von ihnen erzeugten Tones entsprechen muß.

All dieses komprimiert sich nun im Schlußmythos des Platonischen Werkes über den Staat, der »Politeia«, in folgender Weise:¹²

»Ich werde Dir indes, so fuhr ich fort, nicht eine Geschichte erzählen, wie sie Alkinoos zu hören bekam [das sind die Erzählungen in den Büchern 9 bis 11 der Odyssee, wo von der Hadesfahrt des Odysseus berichtet wird], sondern die eines tapferen Mannes, des Er, der ein Sohn des Armenios war und aus Pamphylien stammt [Pamphylien liegt in Kleinasien, womit Platon wohl auf die teilweise babylonische Herkunft des seinem Bild zugrundeliegenden Wissens hinweisen möchte]. Dieser Er war im Kriege gefallen. Als man nun nach zehn Tagen die schon verwesenen Leichen aufhob, fand man ihn noch unverseht und brachte ihn nach Hause, um ihn zu bestatten; doch am zwölften Tag, als er bereits auf dem Scheiterhaufen lag, wurde er wieder lebendig und erzählte nun, was er im Jenseits gesehen hatte. Nachdem seine Seele aus ihm herausgetreten sei, sagte er, habe sie sich mit vielen anderen auf den Weg gemacht, und sie seien zu einem wunderbaren Ort gelangt, wo sie unmittelbar neben-

¹² Platon: Politeia X 13 f. 614 A ff.

einander zwei Öffnungen in der Erde fanden, und gegenüber, am Himmel oben, zwei andere. Zwischen ihnen aber hätten Richter gesessen. Wenn diese ihr Urteil gefällt hätten, so ließen sie die Gerechten den Weg einschlagen, der rechts hinauf durch den Himmel führt, nachdem sie ihnen Zeichen des Urteilspruches an die Brust geheftet hätten. Die Ungerechten aber wiesen sie nach links und nach unten . . . Als nun auch er hinzutrat, hätten sie ihm gesagt, er solle den Menschen von den Dingen im Jenseits Kunde bringen, und hätten ihm befohlen, auf alles zu hören und zu achten, was sich dort abspielte.« Darüber berichtet dann Er an Hand von Gesprächen, die er mit den Seelen geführt habe, die von unten und von oben aus dem Himmel hierher gekommen seien. Von einer dieser letzteren habe er auch von der Losung der zukünftigen Schicksale nach einer neuen Inkarnation der Seelen gehört, die von Lacheses vorgenommen würde, und zwar an einem bestimmten Ort, wohin folgender Weg geführt habe:

»Nachdem dann aber alle sieben Tage auf der Wiese verbracht hätten, hätten sie am achten Tag von dort aufbrechen und sich auf den Weg machen müssen. Nach weiteren vier Tagen seien sie dann an eine Stelle gelangt, von wo aus man ein geradliniges Licht erblickte, das sich wie eine Säule von oben herab durch den ganzen Himmel und die Erde zog, ganz ähnlich wie der Regenbogen, aber glänzender und reiner. Nach einem Tagemarsch wären sie in dieses hineingelangt und hätten dort, mitten im Licht, gesehen, wie am Himmel die Enden seiner Bänder befestigt waren. Dieses Licht sei nämlich das Band des Himmels, das, wie die Gurte der Triären [also die kreisförmigen Dollen eines Ruderbootes das Ruder], die ganze Wölbung zusammenhalte. An den Enden aber sei die Spindel der Notwendigkeit befestigt, durch die alle Wölbungen [alle Himmelssphären oder Planetenkreise] in Umdrehung gebracht werden. Ihr Schaft und der Spindelhaken beständen aus Erz, der Wirtel aber aus einer Mischung von Erz und anderen Stoffen. Die Natur des Wirtels aber sei folgendermaßen beschaffen: In seiner äußeren Gestalt sei er gleich wie die unsrigen, doch muß man sich ihn nach seinen Worten so vorstellen, als ob in einem großen und vollständig ausgehöhlten Wirtel ein kleinerer von gleicher Art eingepaßt liegt wie die Gefäße, die ineinander eingepaßt sind; in diesem liegt ein dritter, dann ein vierter und noch vier weitere. Im gan-

zen seien es acht Wirtel, die einer im anderen liegen und deren Ränder, von oben gesehen, als [konzentrische] Kreise erscheinen und rings um die Stange die zusammenhängende Oberfläche eines einzigen Wirtels bilden; diese sei aber mitten durch den achten Wirtel hindurchgetrieben. Der erste und äußerste Wirtel nun habe den breitesten Randkreis; an zweiter Stelle folge der des sechsten Wirtels, an dritter der des vierten, an vierter der des achten, an fünfter der des siebten, an sechster der des fünften, an siebter der des dritten und an achter Stelle der des zweiten Wirtels. Und der Kreis des größten Wirtels sei bunt, der des siebten sei der hellste, der des achten habe seine Farbe vom siebten, der ihn beleuchte; der des zweiten und der des fünften seien einander ähnlich, und zwar gelblicher als derjenige der beiden vorigen; der dritte habe die weißeste Farbe, der vierte sei rötlich, und der sechste stehe mit seiner Weiße an zweiter Stelle. Die ganze Spindel aber drehe sich im Kreise, in einer gleichmäßigen Bewegung. Und während sie sich als Ganze drehe, bewegten sich in ihr die sieben inneren Kreise langsam in der dem Ganzen entgegengesetzten Richtung herum. Am schnellsten von ihnen gehe der achte Kreis, am zweitschnellsten und zugleich miteinander der siebte, der sechste und der fünfte [also Sonne, Venus und Merkur, welche ja als innere Planeten geozentrisch dieselbe Umlaufszeit haben wie die Sonne], am drittschnellsten, schien es ihnen, kreise der vierte, an vierter Stelle folge der dritte und an fünfter der zweite. Es drehe sich aber die Spindel im Schoße der Notwendigkeit; und oben auf jedem Kreis stehe eine Sirene, die sich mit ihm drehe und ihre Stimme ertönen lasse, jede einen bestimmten Ton; alle acht Töne aber klängen in einer einzigen Harmonie zusammen.«

Soweit soll der Mythos uns hier interessieren. Er ergibt folgende Tabelle (Tabelle 3, s. S. 220).

Der innerste Planet ist der schnellste, der äußerste der langsamste gegenüber dem Fixsternhimmel; dadurch ergeben sich durch spekulative Überlegungen die Dicken der einzelnen Intervalle zwischen den Planeten. Die Farben stimmen mit den auch heute beobachteten überein; sie spielten bei den Babyloniern und später in der griechischen Astrologie eine entscheidende Rolle. Die Reihenfolge der Planeten, die sich aus ihrer Umlaufszeit ergibt, nämlich Mond, Sonne, Venus, Merkur, Mars, Jupiter, Saturn, findet sich dann auch bei Eudoxos, Kallippos, Aristoteles

Tabelle 3

Reihenfolge der

Himmelskörper	Breiten der Ringe	Farben	Geschwindigkeiten der rückläufigen Eigenbewegungen
1. Fixsternhimmel	Fixsterne/Saturn : 1	bunt	—
2. Saturn	Saturn/Jupiter : 8	gelblich	5
3. Jupiter	Jupiter/Mars : 7	weißest	4
4. Mars	Mars/Merkur : 3	rötlich	3
5. Merkur	Merkur/Venus : 6	gelblich	2
6. Venus	Venus/Sonne : 2	zweitweißest	2
7. Sonne	Sonne/Mond : 5	glänzendst	2
8. Mond	Mond/Erde : 4	von der Sonne beleuchtet	1

und noch über Eratosthenes hinaus. Kontroversen ergeben sich dann erst später, als die Abstände von Sonne und Mond genauer bekannt werden, das heißt sich zwischen Mond und Sonne ein allzu großer von keinem Planeten erfüllter Raum ergibt. Dies führt dann Ptolemaios auch als einzigen Grund dafür an, Venus und Merkur unterhalb der Sonne anzusetzen, da sie ja von der Erde aus gesehen mit der Sonne gleichlaufend sind, ihren Lauf durch die Ekliptik also ebenfalls in einem Jahr vollenden, so daß von dort her kein Kriterium für ihre relative Entfernung zur Sonne erhältlich ist; denn Parallaxenbestimmungen waren auch später in der Antike nur mehr oder weniger genau für Mond und Sonne möglich.

Die von Platon in der »Politeia« in eine wachsende Reihe gebrachten Abstände zwischen jeweils zwei Planeten sind natürlich nur relative Größen, die erst durch die exakte Bestimmung einer Strecke näher gekennzeichnet wären. Darin ist also noch kein Schritt über Anaximandros hinaus getan, der ja auch seine kosmischen Ausmessungen in Erddurchmessern vornahm, ohne die Größe der Erdscheibe selbst anzugeben. Die Voraussetzungen mathematischer und empirischer Art für dieses relative harmo-

nische System, das sich sehr wahrscheinlich schon vor Platon ausgebildet hatte, nämlich bei dem Pythagoreer Archytas von Tarent, waren im Ausgang des fünften Jahrhunderts allerdings gegeben.

In der Zeit um 400 vor Christus ist auch jene eigenartige Kosmologie des Pythagoreers Philolaos von Kroton anzusetzen, die für unseren Zusammenhang wichtig ist, weil sie ebenfalls auf einer mathematischen Spekulation beruht, in der Überzeugung, daß die als ausgezeichnet gefundenen Zahlen durch die Natur vorgegeben sind, da eine Scheidung zwischen Logik (Mathematik) und Ontologie noch nicht erfolgt war. Philolaos geht nämlich von der den Pythagoreern heiligen Dekas, der Zehnzahl, aus und konstatiert, daß diese Zehnzahl in dem neu erschlossenen Kosmos direkt vertreten sein müsse.

Eine weitere Voraussetzung für seine Überlegungen war die allgemein anzutreffende Vorstellung, die uns bereits bei Parmenides und Empedokles mit der daraus folgenden Konsequenz für die Gestalt des Kosmos im vollkommenen Zustand begegnete, daß die Kugel die vollkommenste Form darstelle, die deshalb auch der Gestalt des Kosmos (Fixsternhimmels) und der einzelnen Himmelskörper zukommen müsse. In dieser Zeit des ausgehenden fünften Jahrhunderts war deshalb auch auf rein spekulativem Wege die Kugelgestalt der Erde als zentralen Pendants zur umfassenden Himmelskugel von Pythagoreern erschlossen worden – die empirischen Bestätigungen, die etwa Aristoteles später anzugeben weiß (unterschiedlicher Sternenhimmel für verschiedene Breiten, kreisförmige Begrenzung des von der Erde gebildeten Schattens bei Mondfinsternissen, allmähliches Auftauchen eines Schiffes am Horizont), sind erst nachträglich gefunden worden, wahrscheinlich nicht von Pythagoreern, die dieser für ihre Überzeugung nicht bedurft hätten, sondern in der platonischen Akademie.

Dafür spricht auch, daß noch Demokritos, der um das Jahr 370 starb, an der Scheibengestalt der Erde festhielt, jedoch im Anschluß an die Kritik des Herodotos an dem jonischen Erdbild nicht auch der Ökumene jene Form, sondern die eines Rechteckes mit Seiten im Verhältnis von 3:2 gab. In die Wirbeltheorie des Demokritos, welche unsere Welt wie die unzählbaren anderen aus einem allgemeinen Wirbel der Atome entstehen läßt, in dem die schwersten sich in der Mitte zusammenballen, würde aller-

dings eine kugelförmige Erde weit besser gepaßt haben; daß er trotzdem eine scheibenförmige annahm, zeigt, daß die Vorstellung von der Kugelförmigkeit der Erde entweder noch gar nicht aufgekommen war, oder – was sehr viel wahrscheinlicher ist – eben nur eine in seinen Augen so vage Begründung erfahren hatte, wie es die Vollkommenheit ihrer Gestalt in Analogie zur Vollkommenheit der geometrischen Kugel ergibt.

Ein auf dieser Grundlage gewonnenes spekulatives Erdbild des fünften Jahrhunderts klingt denn auch in der mythischen Erdbeschreibung am Schluß des platonischen Dialogs »Phaidon« an, der in den siebziger Jahren des vierten Jahrhunderts (vor dem Tode Demokritos') entstanden ist. Die Beschreibung setzt die Vorstellung von der Kugelgestalt der Erde voraus, die mit einem ähnlichen Argument wie bei Anaximandros als in der Mitte des jetzt eindeutig kugelförmigen Kosmos schwebend angenommen wird. Einer Unterlage oder Stütze, etwa Luft (wie bei Anaximenes und späteren Vorsokratikern), bedürfe sie zu ihrem Schweben nicht, sondern die gleichmäßige Gewichtsverteilung ihrer eigenen kugelförmig angeordneten Masse und die nach allen Seiten gleiche Beschaffenheit des sie umgebenden Himmels genüge, sie in der Schweben zu halten, weil ja »ein in Gleichgewichtslage befindliches Ding, in den Mittelpunkt eines Gleichmäßigen versetzt, weder durch Überschuß noch durch Mangel [an Gewicht] nach irgendeiner Seite hin sich zu neigen Antrieb erhalten und gleichmäßig sich verhaltend unverrückt bleiben wird.« Die Kugelförmigkeit wird also als Bedingung für das Schweben der Erde in der Mitte des Kosmos vorausgesetzt. Auf dieser Erde gebe es viele kleine Wohninseln oder Hohlräume, von denen der eine, auf dem die Griechen wohnten, von den Säulen des Herakles bis zum Phasis reiche. Das sind die Grenzen Europas; wir waren ihnen bereits bei Hekataios und Herodotos begegnet. »In diesen vielen Orten der Erde gibt es nun vier Hauptströme«, fährt er wörtlich fort: »Von diesen läuft der größte und äußerste rings im Kreis herum, der sogenannte Okeanos, ihm entgegen, aber in ganz anderer Richtung, der Acheron durch unbewohnte Gegenden und auch unter der Erdoberfläche.«

Den Okeanos kannten die Griechen aus eigener Anschauung nur im Westen, und zwar hier in nord-südlicher Richtung verlaufend, entlang den Westküsten von Europa und Afrika. An dieser

nord-südlichen Richtung hält Platon auch fest und setzt ihr den Lauf des Acheron in west-östlicher Richtung entgegen; denn er läßt ihn durch öde und unbewohnte Gegenden fließen, und die waren zu Platons Zeit, ähnlich wie bei Hekataios und Herodotos, vornehmlich in der verbrannten Zone, in der Zone südlich der Ökumene, zu suchen. Wir haben hier eine eigenartige Verknüpfung des alten Weltbildes, das sich die Erde als Scheibe vorstellt, deren südliche Gegenden ebenso wie die nördlichen unbewohnt seien, weil in jenen die Sonne zu nah, in diesen zu fern ist, mit der Kugelgestalt der Erde, so daß das von den Ioniern spekulativ erschlossene Nordmeer, das nördliche Viertel des kreisrunden Okeanos, ein anderes werden mußte wie das Südmeer, das mitten durch die unbewohnten Gebiete der verbrannten Zone verläuft. Neben diesen beiden größten Strömen gibt es noch jenen, der aus dem Innern der Erde kommt und sich in ein großes Meer ergießt, welches das Mittelmeer ist, und als vierten den Pyriphlegeton, den Feuerstrom des Tartaros. Jene beiden rechtwinklig zueinander fließenden zwei größten Ringströme denkt Platon sich folgendermaßen angeordnet (Abb. 15):

Da die Bezeichnungen der einzelnen Wohngebiete als pythagoreisch überliefert sind, wird auch dieses Erdbild pythagoreisch sein. In diesem Schema sind die Gegenden, die an den Acheron stoßen, wüst und unbewohnbar; das Bild setzt also die Kenntnis der heißen verbrannten Zone im Süden unserer Ökumene voraus, und damit erweist es sich als spekulatives Konkurrenzunternehmen zu jenem anderen spekulativen Bild, dem sich später Aristoteles anschließen sollte. Wir werden uns später damit beschäftigen müssen und können es hier nur erst skizzieren (Abb. 16). Beide Erdbilder scheinen jedoch älter zu sein als Platon und Aristoteles, und man nimmt in der Regel an, daß beide oder zumindest jenes von Platon angesprochene von Pythagoreern des fünften Jahrhunderts aufgestellt wurden, ohne sie jedoch in irgendeiner Form zu begründen und zu beweisen. Auf jeden Fall fehlte diesen spekulativen Konstruktionen und Aufteilungen der spekulativ gewonnenen Kugelgestalt der Erde jede empirische Bestätigung.

Philolaos, dem diese Erdbilder und die spekulativ erschlossene Erdgestalt sicherlich bereits vorlagen, geht allerdings von einer anderen mit der Kugel verbundenen Vorstellung aus. Bereits zu seiner Zeit war die geometrische Kugel definiert als jene Figur,

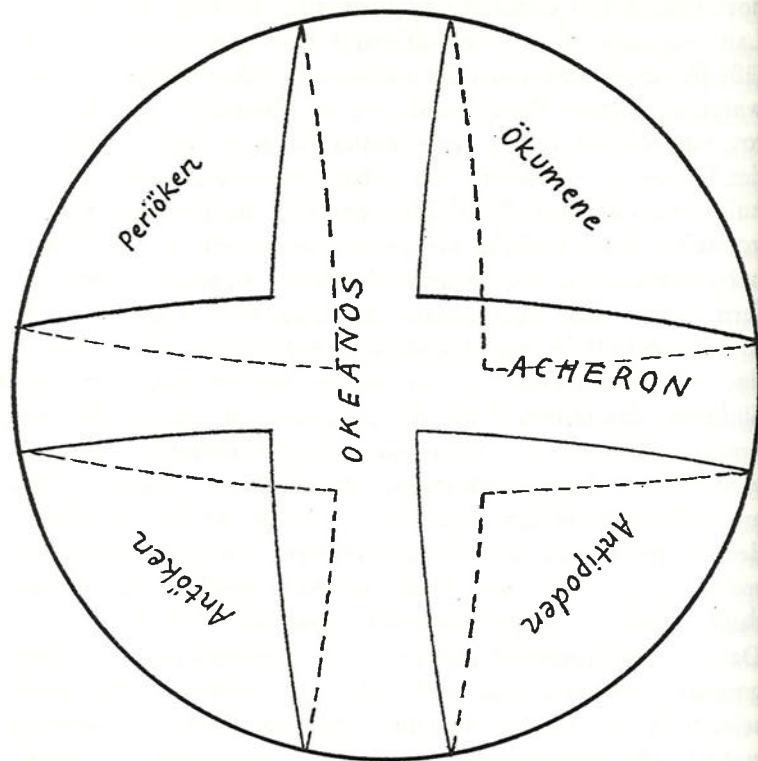


Abb. 15

deren Punkte alle von einem Punkt gleichweit entfernt sind. Wir hatten gesehen, daß diese Definition von Platon für das Schweben der Erde in der Mitte der Himmelskugel mit benutzt worden war. Philolaos schließt daraus auf eine Auszeichnung des Zentrums, der Mitte, die auch im Kosmos von einem ausgezeichneten, göttlichen Körper eingenommen werden müsse, wie ihn die Erde, die doch ständiger Veränderung und Wandlung unterworfen ist, nicht darstelle, wohl aber das göttliche Feuer. Hier spielen bestimmte religiöse Vorstellungen herein, in denen dem Feuer stets hohe Verehrung entgegengebracht wird, wohl aber auch die ebenfalls dorthin rührende Auffassung vom Feuer als dem Urstoff, die Herakleitos vertreten und der sich der Pythagoreer Hippasos angeschlossen hatte.

Das Zentrum ist das Ehrwürdigste, und dieses Zentrum nimmt deshalb nicht die Erde, sondern ein göttliches Zentralfeuer ein.

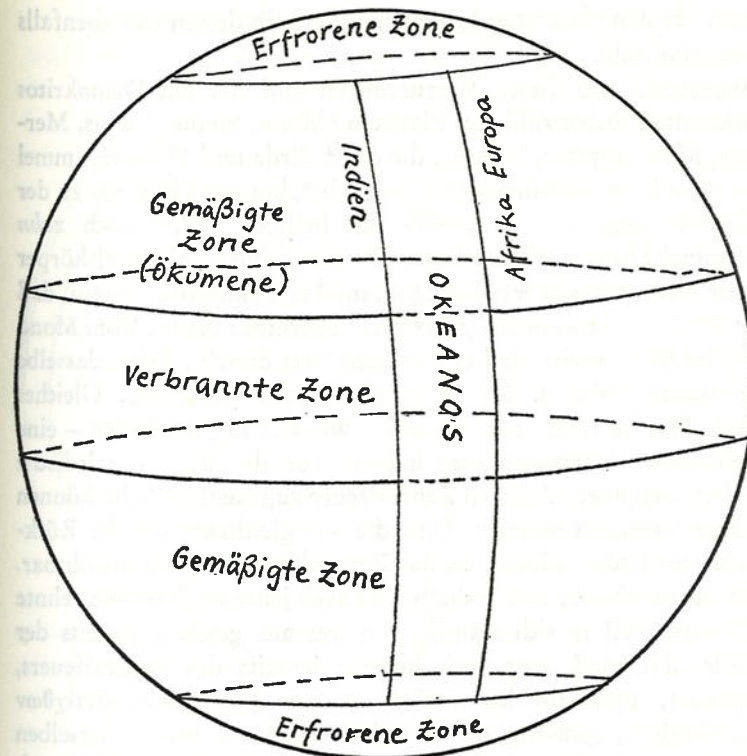


Abb. 16

Dieses Zentralfeuer kann nun aber nicht die relativ kleine Sonne darstellen. Man muß sich vergegenwärtigen, daß unsere kosmischen Entfernungen für damalige Zeiten undenkbar waren. Die Sonne, die doch offensichtlich die Erde umkreist, konnte nicht für so groß gehalten werden, daß sie das von der Erde umwanderte Zentrum hätte bilden können. Wir werden später sehen, wie Empedokles den offenbaren Widerspruch zwischen Wirkung und Ansehen der alles Geschehen auf der Erde beeinflussenden und auslösenden Sonne und ihrer scheinbaren Winzigkeit dadurch zu lösen versuchte, daß er die uns erscheinende Sonnenscheibe nur als den Widerschein des Feuers ansah, das die eine Hälfte der Himmelskugel ganz ausfüllt. Ähnliches finden wir dann hier bei dem jüngeren Philolaos wieder: Die Sonne sei eine kristallene Kugel, die den Schein des Zentralfeuers nur widerspiegeln. Gleiches gelte für die anderen Gestirne und vermutlich

auch für den gestirnten Himmel, außerhalb dessen sich ebenfalls Feuer befinde.

Ausgehend von diesen Vorstellungen und der seit Demokritos bekannten Siebenzahl der Planeten (Mond, Sonne, Venus, Merkur, Mars, Jupiter, Saturn), die durch Erde und Fixsternhimmel zu neun Himmelskörpern ergänzt wird, kommt Philolaos zu der Überzeugung, daß es gemäß der heiligen Dekas auch *zehn* Himmelskörper geben müsse. Da ein zehnter Himmelskörper aber nicht entdeckt werden kann, muß er so angeordnet sein, daß er den Erdenbewohnern prinzipiell unsichtbar bleibt. Vom Mond wußte man bereits, daß er der Erde stets dieselbe Seite, dasselbe »Gesicht« zukehrt. Die Rückseite bleibt unsichtbar. Gleiches gelte für die Erde; auch sie soll – wie wir sagen würden – eine gebundene Rotationsdauer haben. Auf der dem für irdische Lebewesen unerträglichen Zentralfeuer zugekehrten Seite können keine Menschen wohnen. Uns, die wir gleichsam auf der Rückseite der Erde wohnen, ist das Zentralfeuer deshalb unsichtbar. Unsichtbar bleibe uns deshalb aber auch jener erschlossene zehnte Körper, weil er sich ständig von uns aus gesehen jenseits der Erde, das muß aber auch heißen: jenseits des Zentralfeuers, befindet. Philolaos konstruiert so eine Gegenerde, ἀντίχθον (antichthōn) genannt, die im selben Abstand und in derselben Richtung wie die Erde das Zentralfeuer umkreise, so daß sie sich stets genau der Erde gegenüber befinde (Abb. 17).

Wir sehen, daß dieser nur scheinbare Vorläufer eines nicht-geozentrischen Weltbildes, auf den sich übrigens später Nikolaus Kopernikus berufen sollte, von rein spekulativen Voraussetzungen ausging, nämlich von der notwendig zentralen Lage des ehrwürdigsten Feuers, des »Herdes des Kosmos«, wie er sagt, und der notwendigen Zehnzahl der Himmelskörper. Astronomische Beobachtungen liegen dem ebenso wenig zugrunde wie der Vereinfachung dieses Systems durch die beiden Pythagoreer aus Syrakus, Hiketas und Ekphantos, welche die Sonne selbst als das Zentralfeuer ansahen, ohne dann aber bereits die Konsequenz zu ziehen und die Rotation der Fixsternsphäre als infolge der Erddrehung nur scheinbare aufzufassen. Astronomische Beobachtungen wurden im Laufe der ersten Hälfte des vierten Jahrhunderts, besonders von Eudoxos von Knidos, angestellt, und mit ihrer Hilfe konnte die Theorie des Philolaos schnell verworfen werden.

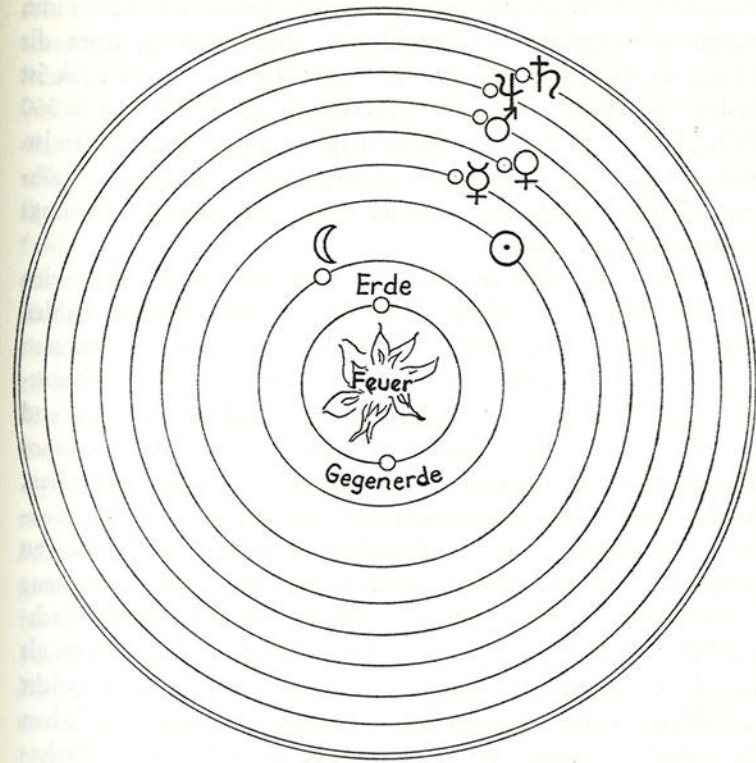


Abb. 17

Noch in einem anderen, älteren Beispiel spekulativer Kosmologie der Pythagoreer, ersetzen geometrische Form und als ausgezeichnet gefundene Zahlen die Wahrnehmung als Erkenntnis-mittel, weil das »Erkannte« außerhalb des Bereiches sinnlicher Wahrnehmung liegt. Als die Lehre eines Petron von Himera, Pythagoreers wohl der Mitte des fünften Jahrhunderts, überliefert Plutarchos aus älteren Quellen: »Es gäbe 183 Welten (κόσμοι), die in Form eines gleichseitigen Dreiecks angeordnet seien, von dem jede Seite sechzig Welten umfasse; von den drei übrigen Welten sei je eine an einem der Winkel gelagert, es berührten aber die in jeder Reihe einander folgenden Welten einander, indem sie wie in einem Reigen ruhig herumkreisten.«¹³ Es ist nicht mehr zu erschließen, wie Petron

¹³ Vergleiche H. Diels-W. Kranz: Die Fragmente der Vorsokratiker. Band 1, 9. Auflage, S. 106 (Nr. 16: Petron).

sich diesen Weltenreigen im einzelnen vorgestellt hat, auch nicht, welche Überlegung der Anzahl 183 zugrundeliegt; denn die Ableitung der Zahl 180 aus der Winkelsumme im Dreieck ist deshalb unmöglich, weil die Unterteilung des Vollkreises in 360 Teile (360°) von den Griechen erst später eingeführt worden ist. Mit dem babylonischen Sexagesimalsystem, das mit dem »schönsten« Dreieck verknüpft wurde, hängt die Anzahl allerdings vermutlich zusammen.

Die Vorstellung, alles sei Zahl, die Prinzipien aller Dinge seien die Prinzipien der Zahlen – nicht bloß: alles ist nach Zahlen geordnet oder aufgebaut –, hat in all diesen und in weiteren Fällen den Pythagoreern die Möglichkeit einer Natur-»Erkenntnis« aufgrund der Überzeugung gegeben, daß der Kosmos und die natürlichen Dinge sichtbare Beispiele einer dem Kosmos immanenten mathematisch-harmonischen Ordnung darstellen. Arithmetische und geometrische Beziehungen und Figuren dienten dazu, der sinnlichen Wahrnehmung nicht Zugängliches zu »erkennen« (oder zu konstruieren); auch empirisch gewonnene Proportionen ganzer Zahlen wurden auf andere Bereiche nachträglich übertragen, als ihnen immanent angesehen, gleichsam als überall wirksames allgemeines Naturgesetz. Aristoteles spricht nämlich nur einmal und im Zusammenhang mit pythagoreischen Zahlenspekulationen von »Naturgesetzen« im Sinne der Pythagoreer ($\nu\omicron\mu\omicron\iota$ τῆς φύσεως¹⁴); der Ausdruck scheint also tatsächlich pythagoreischen Ursprungs zu sein.

Aber diese Geisteshaltung war keineswegs auf die Pythagoreer beschränkt, und ich habe bereits dargelegt, daß nicht Pythagoras der Begründer solcher Zahlenspekulationen gewesen sein kann. Man war in dieser Zeit des griechischen Rationalismus, der bis zum Ausgang des fünften Jahrhunderts währte, so sehr von der mathematischen Formung und dem mathematischen Aufbau der Natur überzeugt, daß umgekehrt diese neue Geometrie und Harmonik auch in die Nachahmung und Nachbildung der Natur, in Technik und Kunst, Einlaß fand. In der mechanischen Technik, deren mathematischen Grundlagen von Archytas geschaffen wurden,¹⁵ blieb die Mathematik auch fortan erhal-

ten, nachdem zu Beginn des vierten Jahrhunderts die Unterscheidung und ontologische Trennung von natürlichen und künstlichen, das heißt: von spontanen und gewaltsam hervorgerufenen (widernatürlichen, »technischen«), Vorgängen gemacht worden war und sich allgemein durchgesetzt hatte; denn die mechanischen Geräte galten als aus Kreisen und Geraden, den Grundfiguren der Geometrie, künstlich zusammengesetzt. Für das fünfte Jahrhundert galt allerdings, wie wir bei Empedokles sehen werden, diese Unterscheidung noch nicht. Damals standen Kunst, Technik und »Natur« noch auf derselben Seinsstufe, für sie galten noch dieselben »Gesetze«; und was an der Natur (als schön) erkannt wurde, diente auch der Schönheit der Kunst.

Wir alle bewundern noch heute die Schönheit der gewaltigen dorischen Tempel dieser Zeit, wie sie etwa in Paestum und Agrigent und auf der Akropolis von Athen sich relativ gut erhalten haben. Dabei bedenken wir meist nicht, daß diese klassische Schönheit zu einem großen Teil auf der Einhaltung bestimmter ganzzahliger harmonischer Proportionen in den Bauteilen und im Grundriß beruht.

Für die griechische Plastik gab es sogar eine Schrift aus dieser Zeit über die angeblich im menschlichen Körper anzutreffenden und einzuhaltenden Proportionen. Dieses »Kanon« (Richtschnur, Lineal) betitelte Werk stammt von dem berühmten Bildhauer Polykletos von Argos, der in der zweiten Hälfte des fünften Jahrhunderts tätig war. Leider ist es bis auf wenige unbedeutende Fragmente verloren gegangen und läßt sich in Einzelheiten auch nicht mehr rekonstruieren. Die antike Kritik läßt allerdings noch erkennen, daß Polykletos statt der »normalen« Proportionen etwa des Gesichtes und des Körpers bestimmte ganzzahlige Verhältnisse unter Betonung der Trias und Dekas angewendet haben soll. Seine Standbilder werden später von Varro als »vierschrötig breit« (*quadrata*) und »gleichförmig« (*et paene ad unum exemplum*) bezeichnet.¹⁶ Zwar sind keine Originale

¹⁴ Aristoteles: De caelo I 1 268^a13–15.

¹⁵ Vergleiche Fritz Krafft: Die Anfänge einer theoretischen Mechanik und die Wandlung ihrer Stellung zur Wissenschaft von der Natur. In: Bei-

träge zur Methodik der Wissenschaftsgeschichte, herausgegeben von Walter Baron. Wiesbaden 1967, S. 12–33 (Beiträge zur Geschichte der Wissenschaft und der Technik, Heft 9).

¹⁶ Gaius Plinius Secundus: Naturalis historia. Buch 34, § 56. – Die Angaben über die Amazone des Polykletos verdanke ich einem Vortrag des Göttinger Archäologen Hans von Steuben, den er im November 1968 in Hamburg hielt.

erhalten, doch zeigen teilweise mehrere römische Kopien von den wichtigsten und bekanntesten Statuen, was Varro damit meinte – natürlich in Kenntnis der klassischen und hellenistischen Bildhauerkunst. Polykletos bildet den Anfang der Auflösung des strengen dorischen Stils der Zeit nach den Perserkriegen, gleichzeitig aber auch den Höhepunkt dieser langen dorischen Tradition. Nur aus retrospektiver Sicht waren seine Standbilder noch »eckig«, sie lösen die dorische Strenge bereits durch den gegenseitigen Rhythmus der Teile auf. Die Kontrapostik bleibt erstmals nicht auf das Stand- und Spielbein beschränkt, sondern wird auf den ganzen Körper und sich entsprechende Teile bezogen. Jedes Teil lebt nur durch ein anderes und ist damit Teil einer allgemeinen Proportionierung, die mit der Zentrierung der im Körper spielenden Kräfte beginnt. Der Körper der Statue wird damit erstmals zu einer in sich geschlossenen harmonischen Einheit.

Allerdings werden die Proportionen nicht unmittelbar sichtbar gewesen sein, wie die Kopien zeigen, bei denen allerdings die Gewähr fehlt, daß sie in allen Einzelheiten genau maßstabsgerecht beziehungsweise in den genauen Abmessungen verfertigt wurden. Üblich scheint eine durchgehende Halbierung der Ausmaße zu einander bezogener Körperteile gewesen zu sein, was einer Proportionsfolge von 4:2:1 entspräche. Dagegen beträgt beispielsweise bei der in Rom befindlichen Kopie der Amazone des Polykletos die Länge des Standfußes etwas mehr als 30 cm, seine Breite mißt $\frac{4}{10}$ der Länge, und die ausgezeichnete Strecke vom Knöchel zur Kniespitze etwas mehr als 50 cm (eine Elle!) oder vier Fußbreiten (Verhältnis = 8:5:2), die Länge des ganzen Körpers beträgt 187 cm, die des Gesichtes 187 mm (Verhältnis 10:1). Jedenfalls stellt der »Kanon« die früheste kunsttheoretische Studie dar, deren Erkenntnisse in den Statuen ihres Verfassers einen Niederschlag fanden.

Als letztes Beispiel für diesen Hyperrationalismus des fünften Jahrhunderts diene der führende Städtebauer der Antike, Hippodamos von Milet, der etwa eine Generation jünger als sein Landsmann Hekataios war und dessen Erdbild auf die Stadtplanung übertrug. Sicherlich waren zwar schon vorher jonische Pflanzstädte teilweise nach einem Schachbrettmuster angelegt worden, um die Landzuweisung an die Kolonisten gerecht und übersichtlich ausführen zu können. Hippodamos vervollkom-

jonischen Aufstand zerstörte Milet im Jahre 479 neu. Später ging er nach Athen und führte hier 446 die von Themistokles geplante, dann von Perikles in Auftrag gegebene Neuanlage der athenischen Hafenstadt Piräus durch. Außerdem plante und leitete er neben anderen Stadtanlagen auch jene der in den Jahren 444 und 443 im Golf von Tarent errichteten Kolonistenstadt Thurioi. Diese Gründung ging auf eine Anregung des Perikles zurück und war als »panhellenische« Kolonie gedacht. Den Kolonisten und Erbauern gehörten deshalb die besten Köpfe des damaligen Griechenland an. Zu ihnen zählten etwa Herodotos, Empedokles, der Sophist Protagoras aus Abdera, der die Verfassung für diese Neugründung an der Stelle des 510 zerstörten Sybaris schuf, und Hippodamos von Milet, der den Stadtplan entwarf. Schon das zeigt, daß er der angesehenste Städtebauer seiner Zeit war.

All seinen und seiner Anhänger Stadtplänen gemeinsam ist nun ein Schachbrettmuster von rechtwinklig sich kreuzenden Straßen, die gewöhnlich nach den Haupthimmelsrichtungen orientiert waren und zugleich der mathematischen Regelmäßigkeit der Natur im großen hier im kleinen entsprechen sollten. Dieses Schachbrettmuster ist, wie Ausgrabungen seiner und nach seinem Vorbild später angelegter Städte zeigen, häufig mit einer unbegreiflichen Willkür dem ihm widerstrebenden Gelände aufgezwungen worden – aus der Überzeugung, daß dies natur- und kunstgemäß sei. Das nach 450 erbaute Priene (siehe Abb. 18¹⁷) ist dafür ein besonders charakteristisches Beispiel.

Auch hier setzt wie am hekataiischen Erdbild etwa zur Zeit der Abfassung des herodoteischen Geschichtswerkes nach 430 eine heftige Kritik ein, die sich gegen diese »mathematische« Willkür richtet, welche die Natur nicht berücksichtige. Sie spiegelt sich besonders deutlich in einer Komödie des Aristophanes wider, die im Jahre 414 zur Aufführung gelangte. In den »Vögeln« wird nämlich gerade der in diese Richtung weisende Hyperrationalismus der Zeit mit beißendem Spott überschüttet: Zwei Athener gründen mit Hilfe des Vogelkönigs Epops, des Wiedehopfs, einen neuen weltbeherrschenden Staat, entsprechend griechischem Staatsdenken einen Stadtstaat (πόλις), genannt »Wolkenskuckucksheim« (*Nephelokokkygia*). Die Vögel begründen ihren

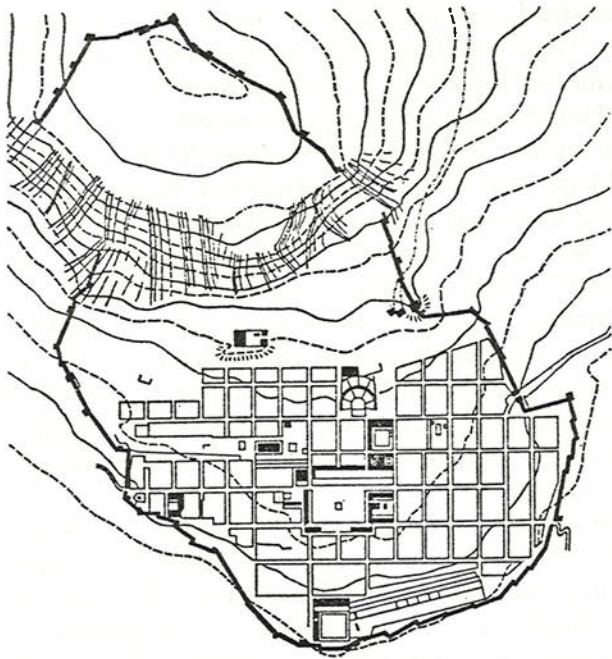


Abb. 18: Plan von Priene

Anspruch auf die Weltherrschaft mit dem Nachweis, daß sie vor den Göttern vom Ursprung an die Welt beherrscht hätten. Die Begründung erweist sich als Parodie auf eine orphische Theogonie und ist gegen den Machtanspruch Athens gerichtet. Im zweiten Teil kommen Götter und Menschen, denen es im Himmel und auf Erden nicht mehr gefällt, und bitten um Aufnahme in die Bürgerschaft – womit Aristophanes seinen Spott über solche Gründungen wie Thurioi ergießt, deren Kolonisten sich aus weltfremden Weltverbesserern rekrutierten, die in ihrer Heimat keinen Anhang fänden und deshalb solche Kolonien als Betätigungsfeld suchten. Der Stadtbauer ist ein gewisser Meton, womit ohne Zweifel unser Hippodamos mit seinen Anhängern gemeint ist. Meton tritt mit Lineal und Zirkel bewaffnet auf, um die Stadt mathematisch regelmäßig anzulegen: In der Mitte der Markt, von dem strahlenförmig die schnurgeraden Straßen nach der Peripherie zu verlaufen sollen. Aristophanes verhöhnt damit einen Rationalismus, wie er dann im 18. Jahrhundert wieder

aufkam; und das hier verhöhnnte Stadtbild erscheint trotz allem wie das Vorbild solcher Stadtgründungen dieser Zeit, wie es etwa Karlsruhe darstellt, das 1715 nach eben einem solchen Plan errichtet wurde.

All diese dargestellten und weitere Versuche, Mathematik in der Natur vorzufinden, von ihr abzulesen und sie mit mathematischen Mitteln zu erkennen, sind Auswüchse einer Methode der Naturerkenntnis, die anfänglich, bei Anaximandros und noch bei Hippasos, nützlich und angebracht war, um die Erscheinungen erst einmal in den Griff zu bekommen, die aber mit fortschreitender Entwicklung der Mathematik sich selbst ad absurdum führte – man denke etwa an den Pythagoreer Eurytos von Kroton, einen Zeitgenossen des Philolaos, der den Gattungen Mensch, Pferd, Esel usw. je eine bestimmte Zahl zuwies, an die mit bestimmten abstrakten Begriffen oder ihren göttlichen Personifizierungen identisch angesehenen Zahlen zeitgenössischer Pythagoreer – und zur Kritik herausforderte, galt die Mathematik doch noch als identisch mit dem Sein oder den Formen auch der sinnlich wahrnehmbaren Welt.

Der Eigenbereich der Mathematik wurde erst allmählich im Anschluß an Parmenides und Zenon von Elea erkannt und regelrecht konstruiert, jetzt als Reaktion gegen die ältere Auffassung sogar mit bewußter Umgehung der Anschaulichkeit. Wir werden uns später mit diesem Entstehungsprozeß der axiomatisch-deduktiven Mathematik kurz beschäftigen müssen. Doch auch als eine solche nicht-physische, reine Mathematik vermochte sie sich nicht sogleich durchzusetzen. Das zeigt etwa die Kritik des Sophisten Protagoras, der um 410 starb. Er warf den Geometern vor, daß eine Tangente ja gar nicht den Kreis nur in einem Punkt berühre, wie sie behaupteten, sondern mit einer längeren Strecke, wie jeder sehen könne.¹⁸ Er konnte diesen Vorwurf aber nur erheben, weil die Geometrie noch als den geometrisch geformten Dingen der Natur und Kunst inhärent, als durch sie ausgedrückt angesehen wurde.

All die Kritik erhält erst dadurch ihre Berechtigung. Es war erst Platon, der ihr dann den Stachel zog durch eine neuartige und lange nachwirkende Lösung, die der Mathematik einerseits einen neuen, nicht mehr so stark praxisbezogenen Spielraum schuf, ihr

¹⁸ Protagoras: Fragment B 7 Diels-Kranz.

andererseits aber auch enge Zügel anlegte. Beides liegt in seinem philosophischen System begründet.

Bevor wir uns diesem zuwenden, müssen wir uns zunächst in gleicher Weise mit der Entwicklung der Vorstellung von der Materie beschäftigen; denn auch deren Kenntnis ist für das Verständnis der platonischen Auffassungen erforderlich. Auch hierfür spielte die eleatische Ontologie des Parmenides jene entscheidende und Neues auslösende Rolle, wie sie für die Entwicklung der Mathematik oben kurz angedeutet wurde.

9 Parmenides von Elea und Empedokles von Akragas

Ich sprach in der Einführung davon, daß jede naturwissenschaftliche Erkenntnis oder Idee in einem bestimmten Historischen Raum entstanden ist und daß der Ideenkomplex, der unseren heutigen Anschauungen oder denen früherer Zeiten zugrunde liegt, eine mehr oder weniger systematisierte Zusammenfassung scheinbar oder tatsächlich einander angepaßter Einzelideen ist, welche die jeweilige geistige Haltung, aus der heraus sie entstanden sind, in den neuen Ideenkomplex mit hinein bringen. Ich habe erwähnt, daß solche Ideen sich bisweilen als hemmende Idole oder Dogmen erweisen, indem sie Anschauungsweisen in die Naturwissenschaft der Gegenwart einschleppen, die an sich längst überwunden sind, und daß man diese Ideen leichter überwinden oder abwandelnd neuen Anschauungsweisen anpassen kann, wenn man ihren geistigen Ursprung kennt. Eine solche, weniger in der Antike selbst als in der Neuzeit lange Zeit fruchtbare, dann im 20. Jahrhundert aber auch als Hemmschuh wirkende antike Idee ist jene des Atoms, deren Ursprung wir uns nun zuwenden.

Unser Wort Atom stammt aus dem Griechischen. Das griechische Wort *ἄτομος* ist ein Adjektiv, gebildet aus dem sogenannten *α-*privativum und einem Bestandteil, dem der auch in *τέμνω* (*temnō*, schneiden) und *τομή* (*tomē*, Schnitt) enthaltene Wortstamm zugrundeliegt; es bedeutet »nicht zerschneidbar«, »nicht zerteilbar«, nicht dagegen auch »nicht aus Teilen bestehend«. Wenn Sie sich an das erinnern, was ich früher über das Entstehen und erste Auftreten des generellen bestimmten Artikels ausführte, können Sie mit Recht schließen, daß das substantivierte Adjektiv *τὸ ἄτομον*, »das Unteilbare«, erst im fünften vorchristlichen Jahrhundert gebildet werden konnte und die Idee des Atoms deshalb nicht älter sein kann. In der Tat ist der griechi-