

7325 paf
GAMAS, C. A. D.
2013

A MATEMÁTICA EM ALEXANDRIA: CONVERGÊNCIA E IRRADIAÇÃO

Carlos Alberto Duarte Gamas*

GAMAS, C. A. D. (2013). A Matemática em Alexandria: Convergência e Irradiação. *Archai*, n. 11, jul-dez, p. 47-54.

RESUMO: Com este trabalho pretende dar-se um panorama do que foi a actividade científica, no domínio da Matemática e das ciências que lhe andavam ligadas (Geografia, Astronomia, Mecânica), no grande centro cultural que foi o Museu e a Biblioteca de Alexandria, nos tempos áureos e até ao declínio definitivo da ciência nesse espaço. Pretende-se igualmente sublinhar as descobertas e progressos que abriram caminho para posteriores estádios de desenvolvimento da Matemática, assim como dar conta do cruzamento de saberes e da grande mobilidade de cientistas matemáticos e relações entre si, alguns provenientes de muitos espaços e sediados em Alexandria, outros formados em Alexandria e regressados ao seu espaço de origem.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática, Elementos, Trigonometria, Álgebra, Cálculo infinitesimal.

ABSTRACT: The aim of this paper is to provide a survey of scientific activity in the domain of Mathematics and related sciences in Hellenistic culture (Geography, Astronomy, Mechanics), in the great cultural space of the Alexandria Museum and Library, from their golden times to their definitive decline. It also aims to underline the discoveries and progresses that opened a way to the future development of Mathematics, as well as to point out the interaction of knowledges and the extraordinary mobility of mathematicians and the relationships between them. Several scientists came from very different and distant locations and remained in Alexandria, other scientists studied in Alexandria and came back to their place of origin.

KEYWORDS: Mathematics, Elements, Trigonometry, Algebra, Infinitesimal calculus.

* Departamento de
Matemática
Universidade de Coimbra
Portugal

1. Não é objectivo deste trabalho ocupar-se e discutir as linhas de força dessa tradição, como seja o complexo domínio dos Pitagóricos. Para tal, veja-se Cornelli (2011) e a bibliografia que serviu de suporte ao autor.
2. Sobre a actividade matemática na Academia veja-se, sobretudo, Fowler (1990).
3. Cito o conceito usado por Lasserre, 1964, p.22-23.

O florescimento da Matemática no universo da Cultura Helenística de Alexandria não se pode compreender sem ter em conta dois factores: o primeiro é a tradição que a antecede, o segundo a extraordinária mobilidade de cientistas, oriundos do Mundo Antigo helenizado, assim como dos próprios textos, que também circulavam, numa sociedade que era, já, à altura, sociedade do livro e do leitor.

Quanto ao primeiro factor, sublinhe-se, ainda na Grécia do Período Clássico, a importância da Academia, fundada por Platão (que não era, propriamente, matemático, mas incrementava a actividade matemática dos seus discípulos e amigos) em 385 a. C., e por onde circularam os mais notáveis espíritos da época, vindos da Ásia Menor ou das ilhas do Mediterrâneo Oriental, ou da Sicília, cada qual com a sua formação de origem¹, posta em confronto e discutida com os seus pares na Academia². A *Mathematika* compreendia, então, a Aritmética, a Geometria, Astronomia e Harmonia. Aristóteles, por sua vez, após a frequência da Academia, vem a fundar, pouco depois de chegar de novo a Atenas, em 322 a. C., o Liceu. A sua orientação metodológica afasta-se daquilo a que se pode chamar 'Matemática ontológica'³, do círculo de Platão, e, de acordo com a sua metodologia de base, valoriza a observação, o experimentalismo,

A MATEMÁTICA EM ALEXANDRIA: CONVERGÊNCIA E IRRADIAÇÃO

Carlos Alberto Duarte Gamas*

GAMAS, C. A. D. (2013). A Matemática em Alexandria: Convergência e Irradiação. *Archai*, n. 11, jul-dez, p. 47-54.

RESUMO: Com este trabalho pretende dar-se um panorama do que foi a actividade científica, no domínio da Matemática e das ciências que lhe andavam ligadas (Geografia, Astronomia, Mecânica), no grande centro cultural que foi o Museu e a Biblioteca de Alexandria, nos tempos áureos e até ao declínio definitivo da ciência nesse espaço. Pretende-se igualmente sublinhar as descobertas e progressos que abriram caminho para posteriores estádios de desenvolvimento da Matemática, assim como dar conta do cruzamento de saberes e da grande mobilidade de cientistas matemáticos e relações entre si, alguns provenientes de muitos espaços e sediados em Alexandria, outros formados em Alexandria e regressados ao seu espaço de origem.

PALAVRAS-CHAVE: Matemática, Elementos, Trigonometria, Álgebra, Cálculo infinitesimal.

ABSTRACT: The aim of this paper is to provide a survey of scientific activity in the domain of Mathematics and related sciences in Hellenistic culture (Geography, Astronomy, Mechanics), in the great cultural space of the Alexandria Museum and Library, from their golden times to their definitive decline. It also aims to underline the discoveries and progresses that opened a way to the future development of Mathematics, as well as to point out the interaction of knowledges and the extraordinary mobility of mathematicians and the relationships between them. Several scientists came from very different and distant locations and remained in Alexandria, other scientists studied in Alexandria and came back to their place of origin.

KEYWORDS: Mathematics, Elements, Trigonometry, Algebra, Infinitesimal calculus.

* Departamento de
Matemática
Universidade de Coimbra
Portugal

1. Não é objectivo deste trabalho ocupar-se e discutir as linhas de força dessa tradição, como seja o complexo domínio dos Pitagóricos. Para tal, veja-se Cornelli (2011) e a bibliografia que serviu de suporte ao autor.
2. Sobre a actividade matemática na Academia veja-se, sobretudo, Fowler (1990).
3. Cito o conceito usado por Lasserre, 1964, p.22-23.

O florescimento da Matemática no universo da Cultura Helenística de Alexandria não se pode compreender sem ter em conta dois factores: o primeiro é a tradição que a antecede, o segundo a extraordinária mobilidade de cientistas, oriundos do Mundo Antigo helenizado, assim como dos próprios textos, que também circulavam, numa sociedade que era, já, à altura, sociedade do livro e do leitor.

Quanto ao primeiro factor, sublinhe-se, ainda na Grécia do Período Clássico, a importância da Academia, fundada por Platão (que não era, propriamente, matemático, mas incrementava a actividade matemática dos seus discípulos e amigos) em 385 a. C., e por onde circularam os mais notáveis espíritos da época, vindos da Ásia Menor ou das ilhas do Mediterrâneo Oriental, ou da Sicília, cada qual com a sua formação de origem¹, posta em confronto e discutida com os seus pares na Academia². A *Mathematika* compreendia, então, a Aritmética, a Geometria, Astronomia e Harmonia. Aristóteles, por sua vez, após a frequência da Academia, vem a fundar, pouco depois de chegar de novo a Atenas, em 322 a. C., o Liceu. A sua orientação metodológica afasta-se daquilo a que se pode chamar 'Matemática ontológica'³, do círculo de Platão, e, de acordo com a sua metodologia de base, valoriza a observação, o experimentalismo,

aproximando a aplicação prática dos conhecimentos matemáticos à própria Matemática.

A mobilidade trouxe a Atenas Hipócrates de Quios, no séc. V a. C., o primeiro autor de uma compilação de *Elementos*, em que parecem já figurar investigações ligadas à resolução do problema de Delos (a duplicação do cubo) e à quadratura do círculo. Por altura da morte de Platão, um seu discípulo, Têudio de Magnésia, escreveu nova compilação de *Elementos*. Do mesmo modo, um matemático de origem desconhecida, Leonte, que frequentou a Academia entre 365-360 a. C., foi autor de uns *Elementos*. É à luz desta tradição que há que entender o trabalho de Euclides.

Quanto ao segundo factor, a mobilidade vem já, como se percebe, de muito longe, tendo como fulcro grandes centros, como a Sicília, ou, no extremo oposto do espaço à volta do Mediterrâneo, já nas margens do Mar de Mármara, a escola de Cízico (de que era fundador e mestre Eudoxo de Cnidos, depois vindo a Atenas, onde se tornou amigo de Platão, tendo deixado discípulos na Academia).

O próprio Aristóteles teve, ao longo da sua vida, como se sabe, um percurso amplo, na sua actividade científica e pedagógica, e a sua escola em Atenas atraiu discípulos das mais variadas paragens, que depois se disseminaram. Um deles – Demétrio de Faléron – virá a viver em Alexandria, na corte de Ptolomeu I Soter⁴, e terá sido quem aconselhou o rei a fundar a Biblioteca, pouco depois do Museu⁵. A consciência da riqueza do património cultural e científico grego cria o espírito de arquivo, de colecção, de compilação.

O desenvolvimento dos estudos de Matemática, em Alexandria, há-de caracterizar-se, também, por dois factores: a preocupação em recuperar tradições de investigação desenvolvida e dar-lhe sequência; a aproximação entre a investigação matemática e a sua aplicabilidade prática. Por isso, grande parte dos matemáticos alexandrinos ou, de modo mais geral, dos matemáticos da Cultura Helenística, são, simultaneamente, geógrafos, peritos em Mecânica ou astrónomos. Estes estudos mantêm-se florescentes por cerca de meio milénio.

Assim acontece com Aristarco de Samos (ca. 310-230 a. C.) que, inspirado nas antigas doutrinas

do pitagórico Filolau, provocou forte indignação e acusação de impiedade (antecipando-se a Galileu), ao defender que é a Terra a mover-se à volta do Sol, fixo. No seu tratado *Sobre distâncias e magnitudes*, calculou as dimensões do Sol da Terra e da Lua, bem como a distância entre os três astros, ainda que sem absoluta exactidão, por processos geométricos adequados. Calculou o comprimento dos lados do triângulo formado pelos três astros quando a Lua se encontra em quadratura, considerando que esta se situa no vértice de um triângulo rectângulo e que os outros dois vértices correspondem à posição da Terra e do Sol. Isto pressupõe, de qualquer modo, cálculos trigonométricos. Identificou planetas do sistema solar e observou o solstício de 280 a. C. Frequentou o Museu e a Biblioteca de Alexandria e o seu prestígio levou o rei a nomeá-lo tutor de seu filho.

Mas o grande pioneiro dos estudos de Matemática em Alexandria foi Euclides, cuja obra se há-de manter actual até a modernidade e de quem se sabe que esteve activo durante o reinado de Ptolomeu I, que subiu ao trono do Egipto em 330 a. C., dois anos após a morte de Alexandre. Segundo a tradição, foi convidado por Demétrio de Faléron, após a fundação do Museu, para aí criar uma escola de Matemática e formar discípulos. Escreveu várias obras, entre elas *Dados*, *Fenómenos*, *Porismos*, *Óptica*, *Calóptica* e considerações sobre planos e secções do cone, matéria que o seu discípulo mais notável, Apolónio de Perga, retomará. Mas a principal obra de Euclides, que o tornará um dos matemáticos mais famosos da Antiguidade, com repercussão até à modernidade são os *Elementos*, expostos em treze volumes (os vols. XIV e XV são apócrifos).

Que representam os *Elementos* euclidianos na História da Matemática? Uma das mais notáveis obras, que concilia a compilação dos conhecimentos matemáticos mais relevantes de uma tradição herdada da Grécia Clássica e registada, na sequência da prática de compilação de *Elementos*, iniciada pelo menos dois séculos antes, associada a novos estudos e às aquisições decorrentes das investigações matemáticas de Euclides. Na verdade, Desde a Antiguidade só a *Bíblia* e, talvez, Homero, conheceu maior difusão que os *Elementos* de Euclides, suporte de ensino de Matemática por mais de dois milénios⁶.

4. O primeiro dos Ptolomeus reinou de 305 a 285 a. C.

5. Espaço de cultura e de culto às Musas, cerca do qual ou adjacente ao qual se construiu a Biblioteca. A tradição de associação de culto e cultura está já presente na Academia onde, segundo parece, existia também um espaço de culto às Musas. Em Alexandria é posteriormente fundada outra biblioteca, menor, junto ao templo do deus Serápis.

6. A edição aqui utilizada é a da tradução de Heath-Densmore (2007).

Como sublinha Dugac, que comprova a sua afirmação com passos dos Elementos de Euclides, «il parle une nouvelle langue mathématique» (DUGAC, 2003, p.9). Os *Elementos* fizeram parte dos incunábulo do séc. XV, com duas edições. Só no séc. XIX virão a surgir, com Lobachevsky, Bolyai e Riemann, geometrias não-euclidianas.

Os quatro primeiros livros ocupam-se de geometria plana, a saber: o livro I, para além de se ocupar de triângulos, paralelas e paralelogramas conclui com o famoso Teorema de Pitágoras; o livro II tem como conteúdo a transformação de figuras e formas geométricas e apresenta a resolução de equações algébricas de segundo grau; o livro III ocupa-se do círculo; o IV de polígonos regulares inscritos ou circunscritos no círculo; os livros V e VI expõem a teoria geral das razões e proporções, sendo que o livro V constitui uma exposição da teoria das proporções de Eudoxo de Cnidos. Tem como conceito central a noção de ‘razão igual’. O livro VI aplica a teoria das proporções de Eudoxo à geometria plana. A teoria euclidiana sobre a proporção fornece bases a estudos diversificados, na área da teoria das equações, das propriedades de fracções (ainda que o conceito de ‘fracção’ seja anacrónico, aplicado a Euclides), da natureza do sistema do ‘número real’⁷. Os livros VII, VIII, IX ocupam-se de aritmética e de números racionais, iniciando-se o livro VII com o que ficou conhecido por ‘algoritmo euclidiano’. O livro X é o mais extenso e complexo. Contém cento e quinze proposições, ocupa-se das grandezas comensuráveis e incommensuráveis⁸. Sublinha Mieli (1945, p. 97) que a demonstração, nele contida, da incommensurabilidade da diagonal do quadrado em relação ao lado do quadrado levou os Gregos do Período Helenístico a tomarem contacto com grandezas irracionais⁹. Os livros XI, XII, XIII contêm proposições referentes à geometria no espaço, usando com frequência o método a que Eudoxo de Cnidos já havia recorrido – o da exaustão. O livro XIII demonstra que são cinco e só cinco os sólidos regulares que se podem inscrever ou circunscrever na esfera, estudando a sua construção. São eles o cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro.

A versatilidade de saber destas figuras tem um exemplo eloquente em Eratóstenes de Cirene,

considerado por alguns estudiosos «perhaps the greatest, and certainly the most comprehensive, of all the Alexandrian scholars» (MARLOWE, 1971, p.70). Pela versatilidade do seu saber torna-se comparável a Aristóteles¹⁰. Viveu entre 276-194 a. C. Cultivou o que hoje se designa por ‘Humanidades’, teoria da música, também a poesia, bem como as Ciências Matemáticas, mas estas prevaleceram sobre a restante actividade – o que constitui assinala uma nova era que começa em meados do século. Estudou em Cirene, sua cidade natal, e veio para Alexandria, chamado por Ptolomeu III, o Evérgeta, onde viveu até ao reinado de Ptolomeu V. Desempenhou o cargo de director da Biblioteca. Para além de estudos sobre os primeiros poetas gregos e sobre comédia, concentrou-se em formas de cálculo que lhe permitiram chegar à medição e forma da Terra, que concluiu ser esférica, tendo escrito, entre outras obras, um tratado *Sobre a medição da Terra*, e *Geográficas*, em três livros. É por isso considerado o pai da Geografia Matemática. Calculou o eixo da Terra com uma precisão notável, e a distância entre a Terra e o Sol. A aplicação dos seus conhecimentos levou-o a criar instrumentos de medida de longitudes e latitudes, determinando distâncias (terá sido de sua autoria a primeira carta geográfica com marcação de longitude e latitude). A Eratóstenes se deve o calendário de 365 dias, considerando um dia acrescentado ao correspondente ao mês de Fevereiro, de quatro em quatro anos solares. Criou instrumentos de cálculo de proporções, o mesolábio¹¹, que permitia chegar à duplicação do cubo (objecto de pesquisa já entre os antigos Pitagóricos) e inventou o «crivo matemático», uma grelha que lhe permitia identificar os números primos até um certo limite. Sobreviveram escassos fragmentos da sua obra.

Arquimedes, «the greatest mathematical genius of Antiquity» (PFEIFFER, 1968, p.155)¹², só comparável a Galileu e Newton¹³, nasceu em Siracusa por volta de 287 a. C., sendo filho de um astrónomo. Com toda a probabilidade frequentou a Biblioteca e o Museu de Alexandria, na sua juventude, onde privou com cientistas da época. Ainda que seja dos cientistas de quem se conhecem mais pormenores sobre a sua biografia, graças à *Vida de Marcelo*, do escritor grego Plutarco, não há dados biográficos

7. KATZ, 1993, p.72.

8. Fowler (1990, p.19), com toda a pertinência, procede à leitura de uma profunda interrelação entre *Elementos V* (teoria das proporções) e *Elementos X*, para uma esclarecida compreensão da comensurabilidade/incommensurabilidade segundo Euclides.

9. Para uma revisão crítica da leitura do significado da descoberta dos incommensuráveis veja-se. Gonçalves-Possani (2009). Os autores defendem e demonstram, recorrendo também à autoridade de Fowler (1990, p.21), que esta descoberta não provocou, ao contrário do que alguns investigadores pensam, uma «crise de fundamentos da matemática».

10. PFEIFFER, 1968, p.156.

11. Trata-se de um instrumento que permitia determinar mecanicamente médias proporcionais. Veja-se: <http://www.mat.uniroma2.it/mep/Animaz/Mesolabio/Mesolabio.html>.

12. Cf. LESKY, 1995, p.828

13. MIELI, 1945, p.100.

que testemunhem a sua presença em Alexandria¹⁴, mas ela é mais que provável, tendo em conta que um invento seu – a espiral hidráulica – tem uso e presença documentada no Egito, para irrigação das terras, e que algumas das suas obras são dedicadas a figuras da ciência alexandrina, como o seu *Método*, dedicado a Eratóstenes¹⁵, em que expunha como chegou a muitas das suas conclusões e das quais não fala em mais nenhum lugar. Mas é em Siracusa que se fixa e desenvolve os seus estudos e a aplicação prática deles, sob a forma de engenharia militar, em defesa da sua cidade, até à sua morte, em 212 a. C., quando os Romanos sitiaram e conquistaram Siracusa. É famoso o uso de espelhos, calculado para reflectir os raios solares de modo a incendiar os navios romanos, assim como uma forma de catapulta, baseada no princípio da alavanca.

A sua riquíssima e diversificada investigação, da teoria à aplicação prática, que o torna um dos matemáticos-engenheiros mais famosos da História da Ciência, reparte-se por vários domínios. Comece-se pelo domínio da Aritmética e da Geometria. A partir do processo da ‘quadratura do círculo’, Arquimedes inscreve e circunscreve polígonos regulares no círculo (até 384 lados), até encontrar o valor aproximado de π , recorrendo a um método já utilizado por Eudoxo de Cnidos, no tempo de Platão: o método da exaustão que, pela sua aplicação em Arquimedes, o levou muito perto do futuro cálculo infinitesimal. O cálculo de π foi continuado por Apolónio de Perga e por outros matemáticos da Antiguidade e da Idade Média.

Arquimedes procede também ao cálculo de áreas de figuras sólidas. É esse o objecto do seu tratado em dois livros *Sobre a esfera e o cilindro* em que demonstra que, inscrevendo-se uma esfera num cilindro equilátero a área total e o volume do cilindro é $3/2$ da área e volume da esfera. Neste sentido, recorreu, implicitamente, ao cálculo integral.

Os seus estudos sobre a espiral converteram-no em precursor do cálculo diferencial.

Para além do *Problema dos bois*, que a tradição lhe atribui, Arquimedes foi autor de uma vasta obra: *Sobre o equilíbrio dos planos* (dois livros, em que encontramos enunciados os primeiros princípios de estática); *A quadratura da parábola*; *Método* (sobre

as proporções mecânicas), dedicado a Eratóstenes; *Sobre a esfera e o cilindro* (2 livros); *Sobre as espirais*; *Sobre os conóides e os esferóides* (designação dos sólidos obtidos por revolução – elipsóide, parabolóide, hiperbolóide); *Sobre os corpos flutuantes* (2 livros, em que são enunciados os princípios da Hidrostática, entre eles o que ficou conhecido por ‘Princípio de Arquimedes’); *Dimensão do círculo*; *Arenário*: cujo principal valor consiste num prefácio com informações sobre a teoria pressuposta do heliocentrismo, de Aristarco de Samos. É esta, aliás, a única fonte informativa sobre tal teoria. O *Arenário* trabalha a expressão de quantidades particularmente grandes. O seu nome deve-se à proposta de contagem de grãos de areia que cabem no universo, pressupondo o apuramento das dimensões deste.

Das numerosas aplicações práticas da investigação de Arquimedes e de outros cientistas não se sabe o quanto seria desejável, já que a preocupação deles incidiu, sobretudo, no registo dos conhecimentos teóricos.

Duas figuras de referência de matemáticos-astrónomos do universo de Alexandria são Cónon de Samos (ca. 280-ca.220 a. C) e Apolónio de Perga (ca. 262. A. C. -190). O primeiro, nascido em Samos, é atraído pelo prestígio e pela actividade científica de Alexandria. Virá a ser, provavelmente, o astrónomo da corte de Ptolomeu III, o Evérgeta. Como astrónomo, identificou a constelação a que deu o nome de ‘Cabeleira de Berenice’, em honra da rainha consorte¹⁶. Apolónio refere que Cónon se dedicou ao estudo da Geometria, em particular às secções do cone, e que os resultados do seu estudo contribuíram para a investigação e a obra do próprio Apolónio, nas suas *Cónicas*. Este matemático e astrónomo, o mais ilustre dos discípulos de Euclides e seu possível sucessor no Museu¹⁷, continuou as investigações do mestre, tendo escrito um tratado sobre as *Secções do cone*. Fixou terminologia geométrica relacionada com o resultado dos seus estudos, como ‘parábola’, ‘elipse’, ‘hipérbole’.

Escassas informações nos chegaram sobre Zenodoro, astrónomo e geómetra, que terá vivido não muito depois de Arquimedes e que terá frequentado os círculos de cientistas da Atenas da época. Apenas aqui é citado pelo facto de vários dos seus

14. KATZ, 1993, p.97.

15. Atribui-se a Arquimedes a apresentação de um problema, em forma de poema, também em honra de Eratóstenes: o «Problema dos bois», no âmbito da teoria dos números, e referente à contagem das rezes do rebanho do Sol, já mencionado no episódio da Odisseia, XII.

16. MIELI, 1945, cap. XI.

17. Cf. MIELI, 1945, p.102.

18. Segundo Marlowe (1971, p.74), a astronomia de Cónon deixa-se influenciar, posteriormente, pela astrologia oriental.

19. MARLOWE, 1971, p.72.

teoremas serem referidos nos comentários de Téon de Alexandria a Cláudio Ptolomeu.

Hiparco da Bitínia, nascido em Niceia (ca. 190 -120 a.C), foi considerado por Gow (apud MARLOWE, 1971, p.75) «*one of the greatest geniuses of antiquity*», que mudou substancialmente o estado de arte da astronomia. Esta relevante figura, de cuja biografia pouco se sabe, desenvolveu a sua actividade científica como geógrafo, matemático e astrónomo no reinado de Ptolomeu VII, repartindo-se entre Alexandria e a ilha de Rodes, cuja vida cultural era, então, também notável. Aí instalou um observatório astronómico. Identificou para cima de oitocentas estrelas, determinando a sua posição por coordenadas astronómicas, e elaborou mesmo um catálogo estelar. Deu conta da precessão dos equinócios e da nutação do eixo da Terra. A ele se deve (herdando conhecimentos vindos da Babilónia), a divisão da Terra em paralelos, a partir do equador, e meridianos, a partir do meridiano que passa por Rodes, permitindo, assim, calcular e dar a localização de lugares. Não retomou a tese heliocêntrica de Aristarco, mas regressou ao geocentrismo. Inventou instrumentos de medição como o astrolábio. Criou a esfera armilar, como instrumento para suporte dos seus cálculos astronómicos.

O desenvolvimento dos seus estudos de Astronomia e de Geografia matemática está, naturalmente, em profunda interrelação com o desenvolvimento da sua investigação no domínio da Geometria, entre a aplicação prática e o aprofundamento teórico desta. Hiparco é considerado o fundador da Trigonometria, ainda que a designação seja posterior e que esta Trigonometria difira da moderna. Os elementos básicos da Trigonometria de Hiparco baseavam-se no estudo da relação de um arco e da sua corda²⁰. Hiparco elaborou uma tabela trigonométrica.

Os seus cálculos vão ser retomados e desenvolvidos mais tarde por Cláudio Ptolomeu.

Já na nossa era ganha relevo a figura de Nicómaco de Gerasa, nascido na correspondente à actual Jordânia, deve ter vivido entre 60-120. Quase nada se sabe da sua biografia. Ele encarna uma nova tendência: a de um Neopitagorismo que busca propriedades místicas dos números, em profunda consonância com a música. Esta presença

do Neopitagorismo na sua obra deixa supor a sua permanência e estudo em Alexandria²¹. Há notícia de ter escrito uma *Introdução à Aritmética*, tratado sobre a teoria dos números, e uma *Introdução à Harmonia*. Outras fontes referem que terá escrito introduções à Geometria e Astronomia, perfazendo, assim, o *quadrvium* da velha Academia platónica. Na sua *Introdução à Aritmética*, que permaneceu como uma autoridade escolar por um milénio, apresenta a mais antiga tábua de multiplicação grega. Foi traduzido para latim por Apuleio e, depois, por Boécio e foi utilizado até ao Renascimento.

O famoso Cláudio Ptolomeu tinha origens greco-romanas. Pouco se sabe da sua biografia. Nasceu no fim do séc. I e viveu até 168, aproximadamente. Viveu e desenvolveu a sua actividade científica em Alexandria, já sob o domínio romano. Repartiu a sua investigação pelos domínios da Matemática, Astronomia e Geografia, mas também da Óptica e da Acústica, cujos resultados registou, sendo a sua obra mais importante numa obra a *Syntaxis Mathematica*, ou *Tratado de Matemática*, em treze livros, referido como «o grande tratado», graças à fama e prestígio de que Ptolomeu gozava na Antiguidade e, mesmo, entre os receptores e transmissores a ocidente destas áreas científicas: os Árabes²². Por isso estes continuaram a designar o tratado de Ptolomeu por 'O maior' – adaptando o superlativo grego *megistos*, a que antepuseram o artigo árabe: *Al-magistos*, daí *Almagesto*. A sua influência perdurou através dos séculos e só com Nicolau Copérnico se virá a reconhecer definitivamente o heliocentrismo, com o correspondente movimento dos planetas do sistema solar, incluindo o da Terra.

Ptolomeu incorporou grande parte das teorias e descobertas astronómicas e geográficas de Hiparco no seu *Tratado*, sendo que o primeiro dos livros e parte do segundo é dedicado, essencialmente, à Matemática. Desenvolveu e consolidou conhecimentos da Trigonometria esférica e plana²³. É de referir o «Teorema de Ptolomeu»: «Dado um quadrilátero inscrito num círculo, o produto das diagonais é igual à soma dos produtos dos lados opostos».

Ainda que Ptolomeu não tenha discutido a noção geral de 'função', apresenta exemplos de tabelas em que se estabelece uma relação funcional

20. KATZ, 1993, p.135

21. KATZ, 1993, p.158.

22. A sua obra foi traduzida para árabe em 827.

23. KATZ, 1993, p. 138-144.

entre conjuntos. A corda é expressa como função do arco, a declinação do Sol como função da longitude.

Héron de Alexandria, nativo desta cidade, viveu durante o séc. I (ca. 10-70). Ficou conhecido como matemático e engenheiro, como homem dado ao experimentalismo e à construção de máquinas, como uma máquina a vapor. Exerceu o seu ensino no Museu e a ele se ficou a dever a chamada 'fórmula de Héron' para encontrar a área do triângulo a partir da medida dos seus lados.

Diofanto, que viveu na sua cidade natal, Alexandria, durante o séc. III, e atingiu os oitenta e quatro anos de idade, é considerado o pai da Álgebra. Pouco se sabe da sua vida. A sua obra mais relevante, *Arithmetika*, era constituída por treze livros, dos quais só alguns chegaram até nós (seis em grego, provavelmente os que Hipácia comentou²⁵, e quatro em tradução árabe). No entanto, os ensinamentos aí contidos influenciaram bastante as épocas posteriores, até a modernidade. Começa com uma introdução geral sobre os polinómios e as operações entre eles. Apresenta uma série de problemas em primeiro e segundo grau, bem como de análise indeterminada.

Diofanto deu um grande avanço para a solução de equações ao introduzir o simbolismo. Note-se que os seus símbolos algébricos começam por corresponder a abreviaturas de conceitos numéricos. Posteriormente chega ao uso dos referidos símbolos, associado ao símbolo c , para assinalar reciprocidades²⁶. Ex. D^c , que representa $1/x^2$.

Um dos últimos grandes matemáticos de Alexandria foi Papo. Nada se sabe da sua biografia e é até incerto o período em que viveu. De acordo com informações díspares poderá ter exercido a sua actividade científica em Alexandria no último quartel do séc. III ou na primeira metade do séc. IV. Não foi, propriamente, um espírito inovador, mas enquadra-se mais no perfil do cientista que regista e organiza o património de informação científica, numa época em que se começam a fazer sentir sintomas de declínio da actividade científica em Alexandria. Desempenha, assim, um papel de grande importância pela informação matemática e de Mecânica teórica, que passou à posteridade na sua obra em oito volumes, a *Colecção Matemática* (de que se perdeu o primeiro e parte do segundo

livro). Citando palavras de Marlowe (1971, p.74), «in this collection he has preserved the analytical method which the ancients employed in their researches, he made use of the centre of gravity, and has preserved the works of a number of otherwise unknown mathematicians». No entanto, nota Katz (1993, p.176), é estranho que Papo não cite os *Arithmetika* de Diofanto, estritamente algébricos, como um primeiro exemplo de análise, já que os problemas equacionados na obra de Diofanto são por ele solucionados de acordo com o modelo de Papo.

Téon de Alexandria, de origem greco-egípcia, pai de Hipácia, viveu no séc. IV e terá sido o último director da grande Biblioteca de Alexandria. Foi, essencialmente, um comentador e editor. Assim, editou, com adaptações e comentou, os *Elementos* de Euclides, bem como o *Almagesto* de Ptolomeu, entre outras obras. O saber matemático cristaliza, agora, na também valiosa actividade de preservação e de comentário aos resultados da actividade de cientistas matemáticos anteriores (uns registados, outros talvez não). Sem dúvida que essa actividade foi incrementada pela consciência de que esta herança, para ser preservada, teria de passar, registada e comentada, para outros transmissores, mesmo fora de Alexandria – o que acontecerá.

Com a actividade e o destino de sua filha se fecha um ciclo. Hipácia, na linha de pensadores como Plotino, retoma a tradição da Academia – ela foi, de resto, educada em Atenas, o que mostra que o peso e preponderância cultural de Alexandria já começara, há tempo, a perder importância. Esta mulher culta, que não foi um exemplo isolado, dedicou-se à Matemática e Astronomia (a segunda, a bem dizer, era entendida, já na Academia, como sendo um dos ramos da primeira), assim como à Filosofia. Como foi referido, Hipácia segue a tradição do trabalho de comentário a matemáticos de relevo, como Diofanto e, também, Apolónio de Perga. A sua actividade científica, em Alexandria, é complementada com a leccionação, no Museu, onde quer que ele se situasse, já reconstruído, à data da sua existência (ca. 350/370-415). Essa leccionação compreendia a Matemática e a Filosofia. De facto, Hipácia tornou-se como que a grande referência

25. MIELI, 1945, p. 251.

26. O exemplo é extraído de KATZ, 1993, p.163.

alexandrina do Neoplatonismo, na sua época.

Estamos numa época em que o Cristianismo tinha passado já de religião perseguida a religião oficial do Império, com Constantino. Ao breve período de reposição do paganismo com Juliano o Apóstata, morto em 363, e a quem sucedeu um imperador cristão, Joviano, o Cristianismo voltou a ser reposto como religião oficial, e impôs-se uma nova lógica de religião perseguidora de heresias e do paganismo. O prestígio de Hipácia como representante da classe intelectual pagã neoplatônica converte-a em alvo de suspeitas, a abater. Assim foi morta por uma multidão exaltada pela fúria persecutória do patriarca Cirilo.

O triste fim de Hipácia representa, quase simbolicamente, o declínio definitivo da ciência – no caso em apreço da Matemática – em Alexandria. E este seu destino estimulou a lenda.

BIBLIOGRAFIA:

CORNELLI, G. (2011). *O Pitagorismo como categoria historiográfica*. Coimbra, CECH.

DUGAC, P. (2003). *Histoire de l'Analyse*. Paris, Vuibert, p. 8-18.

FOWLER, D. H. (1990). *The Mathematics of Plato's Academy. A new reconstruction*. Oxford, Clarendon Press.

GONÇALVES, C. H. B.; POSSANI, C. (2009). Revisitando a descoberta dos incomensuráveis na Grécia Antiga. *Matemática Universitária*, São Paulo, USP, n 47, p. 16-23, dez.

HEATH, Th.; DENSMORE D. (ed.) (2007). *Euclid's Elements*. 3 ed. Santa Fe, Green Lion Press.

KATZ, V. (1993). *A history of Mathematics*. New York, Harper Collins College Publishers.

LASSERRE, F. (1964). *The birth of Mathematics in the age of Plato*. London, Hutchinson & CO.

LESKY, A. (1995). *História da literatura grega*. Tradução de Manuel Losa. Lisboa, Fundação Calouste Gulbenkian, p. 822-834.

MARLOWE, J. (1971). *The golden age of Alexandria - From its foundation by Alexander the Great in 331 BC to its capture by the Arabs in 642 AD*. London, Victor Gollancz Limited.

MIELI, A. (1945). *Panorama general de Historia de la Ciencia. I. Mundo Antiguo*. Buenos Aires, Espasa-Calpe Argentina.

PFEIFFER, R. (1968). *History of Classical Scholarship - From its beginnings to the end of the Hellenistic Age*. Oxford, Clarendon Press.

Recebido em abril de 2013 e aprovado em junho de 2013.

