

ACTA ANTIQUA

1978.26

7576 P28

MADARÁSZ-ZEIGMOND, A.

1978

INDEX

<i>J. Harmatta: Migrations of the Indo-Iranian Tribes</i>	185
<i>A. Kammenhuber: Historisch-geographische Nachrichten</i>	195
<i>V. Haas: Medea und Jason im Lichte hethitischer Quellen</i>	241
<i>G. Duma—Cs. Ravasz: Farbstoffe aus Tell-el-Amarna</i>	255
<i>C. R. Wason: Iron and Steel</i>	269
<i>G. M. Anziferowa: Medium in den NY-Präsentia der homerischen Sprache</i>	275
<i>A. Madarász-Zeigmond: Die Anfänge der griechischen Logik</i>	291
<i>E. Герцман: "Н паракаталогъ и три вида звучання</i>	347
<i>Б. Б. Ходорковская: Система интерпункции в древнеиталийской письменности и связь ее с геминацией согласных</i>	361
<i>A. Dreizehnter: ΝΟΜΟΣ ΑΡΓΙΑΣ. Ein Gesetz gegen Müßiggang?</i>	371
<i>J. P. Weinberg: Die «außerkanonischen Prophezeiungen» in den Chronikbüchern</i> ...	387
<i>R. Falus: L'énigme du «plus beau triangle»</i>	405
<i>E. Maróti: Bemerkungen zur Interpretation einiger Togaten-Fragmente</i>	423
<i>Zs. Ritoók: Ein neuer griechischer Zauberpapyrus</i>	433
<i>Th. S. Burns: Calculating Ostrogothic Population</i>	457
<i>M. Maróth: Griechische Theorie und orientalische Praxis in der Staatskunst von al-Fārābī</i>	465
<i>Gy. Moravcsik: Einführung in die Byzantinologie (Rec. J. Mossay)</i>	471

DIE ANFÄNGE DER GRIECHISCHEN LOGIK

I

«Aristoteles ist eins der reichsten und umfassendsten (tiefsten) wissenschaftlichen Genies gewesen, die je erschienen sind — ein Mann, dem keine Zeit ein gleiches an die Seite zu stellen hat . . . und die meisten philosophischen Wissenschaften haben ihm ihre Unterscheidung, ihren Anfang zu verdanken.»¹ — sagt Hegel.

Ganz gleich, vom Gesichtspunkt welcher philosophischen Disziplin man auf Aristoteles zurückblickt, man muß Hegel rechtgeben. Wir sehen heute in Aristoteles nicht nur den größten Denker der Antike, sondern — indem er gleichsam neu entdeckt wird — einen der großen Schöpfer der modernen Wissenschaft, ihren auch heute wirkenden geistigen Demiurgen.

Selbst unter den Voraussetzungen der modernen Forschung wäre es ein vergebliches Unterfangen, in einer einzigen Arbeit ein Gesamtbild von Aristoteles' Bedeutung geben zu wollen. Deshalb beschränken wir uns auch nur auf die Darstellung dessen, was die Logik des Aristoteles dem auf dem Wissensniveau des 20. Jh. stehenden Menschen bedeutet, zu sagen hat. Unzweifelhaft verstanden die Schöpfer der mathematischen Logik seit langen Jahrhunderten zum ersten Male die wirkliche logische Aussage, den Wert und die Aktualität von Aristoteles' Organon. In dieser Arbeit möchten wir die Ergebnisse dieser neuen Sicht benutzen und zur Herausbildung eines neuen Aristoteles-Bildes verwenden.

Es ist zwar ein Gemeinplatz, aber doch im positiven Sinne Gemeinplatz, daß man den historischen Fragen nur von der für die Wissenschaft der Epoche gegebenen Ebene nahekommen kann. Und das bedeutet auch für den Aristoteles-Forscher von heute, daß er sich darüber im klaren sein muß, wss auf dem Wissensniveau der verschiedenen Epochen von Aristoteles gesehen wurde oder zu sehen möglich war. Weshalb man z. B. Hegel nicht zur Last legen kann, daß bei ihm das System des Aristoteles die Totalität einer spekulativen Philosophie bedeutet, er aber gleichzeitig einer charakteristischen Eigenschaft des

¹ G. W. HEGEL: Vorlesungen über die Geschichte der Philosophie. B. II. Stuttgart 1959. S. 298 — 99.

griechischen Denkens, der «Beliebtheit der Trivialitäten» verständnislos gegenüber steht. Heute wissen wir schon — eben als Ergebnis der modernen mathematischen und hauptsächlich meta-mathematischen Forschungen — daß die Griechen mit den Trivialitäten nicht ihre «oberflächliche Denkweise» bezeugen wollten, sondern daß das Aussprechen der Trivialitäten gerade eine notwendige Begleiterscheinung der glänzendsten und originellsten griechischen Entdeckung, der deduktiven Denkweise, war. Die Griechen bahnten sich auf beispiellose Weise einen Weg in das Dickicht der deduktiven axiomatischen Mathematik; eine bewundernswerte Leistung, die wir aus der Perspektive von 2000 Jahren auf der gegenwärtigen Entwicklungsstufe der Axiomatik erst wirklich schätzen können. Wir wissen wohl, daß diese große Tat der Griechen die Schaffung der beweisenden Wissenschaft bedeutete.

Durch die neuen Ergebnisse der Wissenschaftsgeschichte über die Entwicklung der antiken Wissenschaft wird die Logik des Aristoteles notwendigerweise in ein anderes Licht gerückt, erfahren unsere Kenntnisse darüber eine Modifizierung. Wir sehen heute die griechische Mathematik — nachdem wir die hohe Entwicklungsstufe der ägyptischen und babylonischen Mathematik kennen — anders als früher. Nicht als Entdecker der Arithmetik, sondern als Wissenschaftler, die die empirischen Angaben ordneten, sie zu einer Wissenschaft erhoben, stehen die griechischen Mathematiker vor uns. Heute stehen wir nicht mehr verständnislos vor dem unvergleichlich schönen deduktiven System von Eudoxos, Hippokrates und Euklid, und ebenso muß man auch den Mythos von der «aus dem Nichts geschaffenen Welt» im Falle des Aristoteles zerstören. (In erster Linie aufgrund der Forschungen von C. Neugebauer, van der Waerden, Th. Heath, O. Becker, J. Klein, K. Reidemeister und dem Ungarn Á. Szabó ergibt sich ein adäquates Bild der Anfänge und der Entwicklung in der frühen griechischen Mathematik. Diese Ergebnisse, Rekonstruktionen lassen sich als von grundlegender Bedeutung in Hinsicht auf die griechische Wissenschaft und folglich auch auf die Beurteilung von Aristoteles' Logik betrachten.)

Schon das bisher Gesagte erhellt, warum es begründet ist, unser Aristoteles-Bild immer aufs neue zu überprüfen. Die marxistische Philosophiegeschichtsforschung hat viel dafür getan, Aristoteles, von den «Unterschiebungen» der unterschiedlichen Epochen und philosophischen Strömungen gereinigt, im Besitz der höchstentwickeltesten wissenschaftlichen Mittel, neuzuschaffen. Schuldig bleibt die Forschung aber noch immer eine Neubewertung der aristotelischen Leistung auf dem Gebiet der Logik, obwohl auch hier schon bedeutende Schritte unternommen wurden.²

² In erster Linie denken wir an die Arbeiten von A. C. ACHMANOW, ATH. JOJA, G. N. ÖFFENBERGER, S. POPOW, A. SUBBOTIN, weiterhin an die Monographie von P. SÁNDOR: *Aristoteles logikája* (Die Logik des Aristoteles) und das Vorwort von S. SZALAI: *Aristoteles, Organon I.*

Es gibt zwei Typen von Auffassungen über die aristotelische Logik (eingebegriffen auch die Nuancen): entweder eine vom ontologischen oder eine vom rein formalen logischen Aspekt interpretierte Aristoteles-Logik. Für den ersten Typ ist Prantl, für den zweiten Lukasiewicz das eklatanteste Beispiel.³ Solche Alternativen tragen natürlich den Zwang zur Auflösung, zur Verbesserung gleichsam in sich.

In der Aristoteles-Auffassung vom Prantl-Typ wird die eigentliche logische Aussage unterschlagen, so z. B. die Frage, unter welchen Bedingungen man aus einer wahren Behauptung wahre Behauptungen bekommt. Die Wahrheitsbedingungen wurden ausschließlich vom philosophischen Gesichtspunkt betrachtet, und in bezug auf die logische Notwendigkeit kulminierten die Erklärungen höchstens im «Kopula-Mystizismus». Im Hintergrund blieb alles das unverständlich, was die Griechen über die Natur der formalisierten Systeme wußten, alles, was in diesem Prozeß relevant ist, die bewußte, erkannte Logik der Wissenschaft hervorbringenden Tätigkeit überhaupt. Der Anspruch, eine Erklärung zum Verständnis des demonstrativen Charakters der griechischen Wissenschaft zu finden, tauchte gar nicht auf. Dabei ist es dann selbstverständlich, daß die unvergleichlich schöne Theorie der aristotelischen Logik von den Konstanten und Variablen und seine ebenfalls alleinstehende kombinatorische Methode zum Erforschen der gültigen Folgerungen verloren ging.⁴ Aber ähnlich ging es auch der Beweistheorie der *Analytika Posteriora*, der ähnliches die wissenschaftliche Forschung erst zweitausend Jahre später, durch die Herausbildung der modernen Beweistheorie, geschaffen hat.

Die Leistung der Aristoteles-Interpretation vom Lukasiewicz-Typ besteht darin, daß sie mit der modernen Terminologie all das beschrieben hat, was in den *Analytika* wirklich enthalten ist. Es wurde erkannt, daß hier von einem axiomatischen System die Rede ist, das über seine eigenen Axiome und Verfahrensregeln verfügt, und das sich zu einem geschlossenen axiomatischen System ergänzen läßt. So erfolgreich Lukasiewicz' Methode bei der Erschließung des Wesens der aristotelischen Syllogistik auch war, bei der «Entdeckung» der Bedeutung der logischen Technik führte ihn die Präkonzeption, die aristotelische Logik sowie von ihrer ontologischen als auch epistemologischen Grundlage und Gerichtetheit befreien zu wollen, auf einen Irrweg. Eine Aristoteles-Interpretation von diesem Typus — auch wenn sie in bezug auf die Erschließung der logischen Struktur mit Vorteilen verbunden ist — führt unweigerlich zu einer Simplifizierung des Themas und ist gezwungen, die aufregendsten Fragen der Wissenschaftsentwicklung ohne Antwort zu lassen.

³ C. PRANTL: *Geschichte der Logik im Abendlande*. Berlin 1955. J. LUKASIEWICZ: *Aristotle's Logic from the Standpoint of Modern Formal Logic*. Oxford 1951.

⁴ Die Bedeutung der kombinatorischen Methode wird besonders gut in der ungarischen Einleitung zum *Organon* des Aristoteles von S. SZALAI hervorgehoben. Budapest 1961. LXVIII — LXXIII.

Nach unserer Meinung ist es weder aufgrund der einen noch der anderen Konzeption möglich, eine Antwort auf die Fragen in Verbindung mit dem Charakter, der Entstehung, der philosophischen Herkunft und den Konsequenzen der griechischen Axiomatik zu finden.⁵

Wir sind der Auffassung, daß man die Logik des Aristoteles ohne die Geschichte der griechischen Mathematik ebenso wenig verstehen kann wie ohne die Geschichte der griechischen Philosophie. Es stellt sich uns also die Frage: Wie wurde aus der Logik eine deduktive Wissenschaft? Und wir versuchen, sie auf dem Boden dieser beiden — das griechische Denken auf jeder Stufe durchdringenden — Wissenschaften zu beantworten.

II

Die wissenschaftlichen, historischen und gesellschaftlichen Voraussetzungen für die Herausbildung der griechischen Wissenschaft

Wie bekannt, ist die Zeit für die Herausbildung der wissenschaftlichen Denkens der Griechen ungefähr auf das 6. Jh. vor der Zeitrechnung anzusetzen. Damals begann diese Art von Gedankengang, ohne die eine wissenschaftliche Erkenntnis nicht existiert. Wenn von früher griechischer Wissenschaft gesprochen wird, denkt man vor allem an die Philosophie und an die Mathematik. Und weder die eine noch die andere kann als voneinander isolierte Wissenschaft angesehen werden. Es ist fast gleichgültig, ob man Thales als Philosophen oder Mathematiker betrachtet, auf jeden Fall datieren wir den Beginn der griechischen Wissenschaft von diesem Philosophen, Mathematiker Thales an. Das Entstehen der griechischen Wissenschaft fällt mit dem Auftreten der spekulativen Philosophie bzw. der Thesen und Beweise zusammen. Die Logik aber ist ihrer Natur nach eine solche Wissenschaft, zu deren Zustandekommen schon andere Wissenschaften vorhanden sein müssen. Von der Logik zu sprechen und davon, daß die Logik zu einer Wissenschaft wird, bedeutet also auch in der Antike zwei verschiedene Dinge. Die Beobachtung der einen ist jedoch der Schlüssel für die andere. Die Entwicklung der Logik des Denkens bildet die Voraussetzung den Begleiter und das Ergebnis für die Herausbildung der Wissenschaften. Wenn wir eine Antwort darauf suchen, wie aus den empirischen Angaben eine Wissenschaft wird, dann muß im Mittelpunkt der Antwort

⁵ Die Rolle der Philosophie beim Zustandekommen des deduktiven mathematischen Denkens weist Á. SZABÓ in einer ausgezeichneten Studie nach: *The Transformation of Mathematics into Deductive Science and the Beginnings of its foundation of definitions and axioms*. Scripta Mathematica, Vol. XXVII. No. 1. 1960. — Die Grundlagen in der frühgriechischen Mathematik. Studia Italiani di Filologia Classica Vol. XXX. Fasc. 1. 1958. — Eleatica. Acta Ant. Hung. 3 (1955). — Anfänge des Euklidischen Axiomensystems. (In: Zur Geschichte der griechischen Mathematik. Darmstadt 1965.)

unbedingt die Analyse der logischen Verfahren stehen. Eine Untersuchung der Entwicklung der Methoden ist vom Gesichtspunkt der Wissenschaftsgeschichte deshalb so wesentlich, weil sich häufig darin das tatsächliche Voranschreiten in der Wissenschaft realisiert. Das Ergebnis kann auch zufällig sein, oder umgekehrt besteht die Möglichkeit, daß sich hinter naiven, irrtümlichen Annahmen und Ergebnissen glänzende methodische, logische Entdeckungen verbergen. Die Methode der Pythagoreer, mit der sie die Schlußfolgerung auf die Kugelgestalt der Himmelskörper zogen, war völlig falsch. Andererseits ist der Zahlenbegriff nach Pythagoras zwar ein Irrtum (seine mathematische Vorstellung vom Universum: das Himmelszelt besteht aus Harmonie und Zahl), die mit den Zahlen jedoch vorgenommenen Operationen, die pythagoreische Methode, führten zu solchen Entdeckungen, die mehrer Bücher der Elemente des Euklid ausmachen. (Beweise für das Gerade und Ungerade, die Vergleichbarkeit und die Entstehung der Zahlentheorie überhaupt).

Die Anfänge der griechischen Wissenschaft lassen sich vom Erscheinen der Lehrsätze, der argumentierenden, begründenden Verfahren an datieren. Offensichtlich aber ist dem Anspruch auf Begründung schon einiges vorausgegangen; das Auftreten dieser vom Typ her neuen Form der Wissenschaft kann deshalb nur verstanden werden, wenn man weiß, über welche Kenntnisse die Griechen verfügten, woher sie diese gewannen, und was es ist, was sie begründen wollten. Eine grundsätzliche Feststellung des Aristoteles bezieht sich auf diese Voraussetzungen der Forschung: «Aller Unterricht und alles Lernen geschieht, soweit beides auf dem Denken beruht, mittels eines schon vorher bestandenen Wissens . . . denn man erlangt die mathematischen Wissenschaften auf diese Weise und ebenso jede andere Wissenschaft.»⁶ Die Griechen können ihre mathematischen Kenntnisse teils von den Ägyptern, teils von den Mesopotamiern gewonnen haben. Eine Berufung auf die Sachkenntnis der ägyptischen Mathematik finden wir auch bei Aristoteles. (Metaph. A. 981/b). Das Hauptcharakteristikum der ägyptischen Mathematik⁷ besteht darin, daß sich das Gepräge der Probleme bezeichnenderweise aus dem Bereich der praktischen Arithmetik ergibt. Für jede Wissenschaft gilt — wenn man wirklich ihr Wesen erkennen will —, daß sie sich nicht von ihren gesellschaftlich-historischen Funktionen trennen läßt. In diesem Zusammenhang zeigt sich besonders bei der ägyptischen Mathematik, welche Rolle sie im gesellschaftlichen Leben tatsächlich spielte. Die Erkenntnis des Aristoteles — daß die Mathematik sich deshalb dort herausgebildet hat, erst und dann, als schon Kenntnisse

⁶ Aristoteles: Anal. post. I. 71^a 5. (Übersetzt von J. H. v. KIRCHMANN, Leipzig 1877.)

⁷ Zur Vermittlung der sich auf die ägyptische Arithmetik beziehenden Kenntnisse, die Angabe von Beispielen, verwendeten wir folgendes Material: O. NEUGEBAUER: Vorlesungen über die Geschichte der antiken mathematischen Wissenschaften. Berlin 1934. B. L. VAN DER WAERDEN: Science Awakening. Groningen 1954. B. FARRINGTON: Science in Antiquity. London 1936. D. STRUIK: A Concise History of Mathematics, New York.

vorhanden waren und es außerdem Menschen gab, die Zeit hatten, sich damit zu beschäftigen — weist auf jene unentbehrliche Bedingung der Wissenschaftsentwicklung hin, die wir heute mit dem Begriff der Herausbildung der gesellschaftlichen Arbeitsteilung bezeichnen.⁸ *Eines der Hauptmerkmale dieser Mathematik besteht in der Fixierung der Erfahrungen.* Diese praktische Arithmetik hatte die Aufgabe, die Fragen, die im Zusammenhang mit den Problemen der Kalenderrechnung, der Feldmessung, der Steuereinnahme usw. auftraten, zu beantworten. Es versteht sich von selbst, daß beim Lösen der praktischen Aufgaben die durch die Schule gegebenen Möglichkeiten das Wissen weiterentwickeln, denn wenn einmal die Ausbildung von Spezialisten (Feldmesser, Steuereintreiber usw.) beginnt, dann entstehen unbedingt auch die Tendenzen zur Abstraktion. Allerdings kann wirklich nur von Tendenzen gesprochen werden. *Diese Mathematik stellte nur den Rohstoff der Wissenschaft zur Verfügung, nicht mehr.* Keine Angabe, kein Zeichen läßt vermuten, daß sich hinter den ausgezeichneten technischen Lösungen irgendeine, bewußte abstrakte Tätigkeit voraussetzende, verallgemeinernde, gesetzmäßigkeiten ergründende Forschung verbirgt. Und gewiß werden in dieser Beziehung die verschiedensten späteren Entdeckungen unsere Kenntnisse nicht modifizieren können, weil auf dem hier gegebenen Niveau der gesellschaftlichen Entwicklung eine wissenschaftliche Systematisierung, d. h. die Entstehung der Wissenschaft, grundsätzlich nicht möglich war. Ihre Elementar-Mathematik trug additiven Charakter, die Mehrzahl der Probleme war so einfach, daß sie über die Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten nicht hinausgingen. Das Hauptmerkmal der ägyptischen Arithmetik ist der Gebrauch der Bruchzahlen. Man schrieb jeden Bruch als Summen von Einheitsbrüchen, von solchen Brüchen, die den gleichen Zähler hatten, auf, z. B. $2/9 = 1/6 + 1/18$. Der Rhind-Papyrus enthält eine Tabelle zur Ableitung der Brüche vom Typ $2/n$ auf die Summe von Einheitsbrüchen. Der Papyrus gibt $2/n$ für jedes ungerade n von 5 bis 33 an.

Diese Rechentechnik hat von der Methode her gesehen zwei Seiten. Einerseits macht sie die Arithmetik außerordentlich schwerfällig, man könnte sagen unnötig kompliziert — damit wird auf jeden Fall die Entwicklung der

⁸ Wir unternehmen noch nicht einmal skizzenhaft den Versuch, die Genese der Wissenschaft im allgemeinen wiederzugeben. (Diese Aufgabe würde uns weit von unserem Thema fortführen. Den Interessanten an dieser Frage empfehlen wir das Studium solcher Arbeiten die das Problem nicht im Licht der Entwicklung je einer Fachwissenschaft untersuchen, wie z. B. O. NEUGEBAUER, VAN DER WAERDEN, oder TH. HEATS, sondern komplexe Arbeiten, die das Problem auf die Weise untersuchen, daß sie die in die Gesellschaft eingebettete dialektische Wechselbeziehung der Sprache, des Denkens erschließen. Die so geschehende Rekonstruktion der Herausbildung der Wissenschaft und ihrer Charakteristika findet der Leser unserer Meinung nach in der Konzeption von GY. LUKÁCS, die eine wahre Fundgrube philosophischer Tiefen und Höhen erglänzen läßt: G. LUKÁCS: Die Eigenart des Ästhetischen. Neuwied am Rhein—Spandau 1963. Kapitel I. und II., sowie in der klassischen marxistischen und bürgerlichen Literatur, auf die LUKÁCS in diesem seinem Werk hinweist: z. B. K. MARX: Grundrisse der Kritik der politischen Ökonomie. A. GEHLEN: Der Mensch. G. CHILDE: Stufen der Kultur usw.

Wissenschaft behindert; andererseits setzt sie aber recht ernste rechnerische Fertigkeiten voraus, das Erhalten der Summen verlangte beträchtliche geistige Anstrengungen. Bei den Lösungen einiger Probleme findet man die Keime der Theoriebildung; es zeigt sich z. B., daß die Summengleichung der geometrischen Reihe bekannt war. Die Probleme geometrischen Charakters stehen in Verbindung mit der Lösung von Meß-Aufgaben. Die Ergebnisse sind: Die Berechnung der Fläche des Dreiecks (die Hälfte der Multiplikation von Basis und Höhe), die Berechnung der Kreisfläche, wo bei man für die Zahl π den annähernden Wert von 3,1605 bekam. Vielleicht das bedeutendste Meßergebnis der Ägypter war die Berechnung des Rauminhaltes vom quadratischen Pyramidenstumpf.

Die ägyptische Geometrie darf nicht als Wissenschaft im Sinne der griechischen Wissenschaft gewertet werden, sie stellte einfach eine angewandte Arithmetik dar. So, wie auch die arithmetischen Probleme mit der praktischen Tätigkeit zusammenhingen (Beständigkeit der Qualität des Bronzegusses, des Brotes und des Biers), so waren die geometrischen Probleme mit der Bestimmung von Fläche und Rauminhalt verbunden. In all diesen Fällen kannte der Rechner, der die Messungen Verrichtende die Regeln, von denen die Berechnung abhing. Aber eine systematische Ableitung der Regeln kommt nirgends vor.

Die Griechen konnten also von den Ägyptern die Multiplikation, das Rechnen mit Einheitsbrüchen gelernt haben, und selbstverständlich wurde dies von ihnen weiterentwickelt. Gleichfalls von den Ägyptern mögen sie einige Regeln der Flächen- und Rauminhaltsbestimmung übernommen haben. Diese Kenntnisse bedeuteten jedoch für die Griechen nicht die Mathematik als Wissenschaft. Sie führten sie aber zu der Frage, wie man diese beweisen kann.

Eine stolze Bemerkung des Demokritos erhellt, daß er den *prinzipiellen Unterschied* zwischen der griechischen und ägyptischen Mathematik erkannt hat: «Niemand übertrifft mich in der Konstruktion von Geraden durch Beweis, auch keiner unter den ägyptischen Seilspannern».⁹ Wahrscheinlich spricht Demokritos hier von Feldvermessern, denen als Arbeitsgerät zu diesem Zweck das Seil diente.¹⁰

Gegen die Annahme, daß die Ägypter über mehr Kenntnisse verfügten, als sich aus den uns bekannten Papyri zeigt, und daß auch die Griechen dies wußten, sprechen zwei Bedenken. Einerseits, daß auf dem gegebenen Niveau der Entwicklung die wissenschaftliche Systematisierung, d. h. die Entstehung der Wissenschaft, grundsätzlich nicht möglich war. Andererseits das, worauf van der Waerden hinweist, nämlich daß die allgemeine Charakteristik der

⁹ Zitiert von VAN DER WAERDEN: a. W. S. 15.

¹⁰ Ebd. VAN DER WAERDEN: a. W.

Mathematik unverändert bleibt, gleichgültig ob man elementare oder entwickeltere Texte in Betracht zieht. Betrachtet man z. B. in unserer Zeit ein Handbuch für Ingenieure, dann läßt sich ohne weiteres das mathematische Niveau der Epoche daraus abstrahieren. Das Merkmal der ägyptischen Mathematik war das Rechnen mit Einheitsbrüchen, und das konnte keine Grundlage für höhere algebraische oder geometrische Verfahren liefern.

Die Fachliteratur stimmt darin überein, daß die mesopotamische Mathematik auf einer viel höheren Entwicklungsstufe gestanden hat als die ägyptische. Ein Beweis dafür ist unter anderem, daß man höhere Zahleneinheiten nicht durch ein neues Zeichen, sondern durch Stellenwerte ausdrückte. Dadurch wurden Schwierigkeiten bei der Multiplikation und dem Rechnen mit Brüchen vermieden. Eine logische Konsequenz der Einführung des Stellenwertsystems war die Einführung des Zero. Bedeutung der Einführung des 60er-Systems und des Stellenwertsystems wird auch durch unsere gegenwärtige Praxis bestätigt. Die Multiplikationstabellen verlieren — in ihrer Gesamtheit gesehen — ihre Trivialität. Sie enthalten nämlich das gesamte 60er Zahlensystem. Das Stellenwertsystem ermöglichte, daß die Tabellen die Durchführung aller möglichen Multiplikationen (von 1 bis 59) angeben, so, wie dies unsere 10er Multiplikationstabellen angeben.

Die höhere Entwicklungsstufe, auf der die babylonische Mathematik gegenüber der ägyptischen stand, zeigt sich auch darin, daß man nicht nur einfache Gleichungen ersten Grades lösen konnte, sondern — wie die Keilschriften bezeugen (um 1700 vor der Zeitrechnung, zur Zeit der Herrschaft Hammurapis) — auch die Lösungstechnik der Gleichungen zweiten Grades gut kannte. Diese Arithmetik machte die Herausbildung der Algebra methodisch schon möglich.¹¹ Diese Tendenz läßt sich durch die mathematischen Texte in beiden Gruppen beweisen.

Es gibt jedoch eine andere Voraussetzung für die Entwicklung und das hohe Niveau der Rechentechnik, nämlich daß die Babylonier die Schrift der Sumerer ideographisch verwendeten. Die Ideogramme waren als Sprache der Algebra außerordentlich geeignet. Einer der Schlüssel für den algebraischen Charakter der babylonischen Mathematik, bzw. für das Entstehen deren algebraischen Gepräges, ist — ebenso wie für die moderne Algebra — das Finden des entsprechenden Bezeichnungssystems. Für die Forscher der Wissenschaftsentwicklung bedeutet es nichts Überraschendes, daß die Wahl oder Ausarbeitung der geeigneten Symbolik nicht nur die Lösung des gegebenen Problems, sondern auch solche Entdeckungen ermöglichte, an die man gar nicht gedacht hatte.¹² So kam den frühen sumerischen und später akkadischen Ideogrammen

¹¹ Unsere auf den Charakter der babylonischen Algebra und Geometrie bezüglichen Kenntnisse entnehmen wir den Werken von O. NEUGEBAUER: *The Exact Sciences in Antiquity*, sowie Vorlesungen.

¹² Über die Frage siehe besonders: O. NEUGEBAUER: *Vorlesungen*. S. 67–72.

bei der Herausbildung der mathematischen Terminologie entscheidende Bedeutung zu, weil damit die Möglichkeit ständiger Symbole für die Operationen und arithmetischen Variablen gegeben war, und die einzelnen Operationen leicht zu überblicken und infolgedessen lehr- und lernbar wurden. In den Verwaltungsschulen der Babylonier gehörte die «algebraische Sprache» zum normalen Lehrstoff.

In bezug auf die Gesamtleistung der babylonischen Mathematik lassen sich folgende methodisch relevante Ergebnisse fixieren :

Das Wesen der babylonischen Algebra ist die Lösung von Gleichungen zweiten Grades in allgemeiner Form. Es gibt in den sogenannten Problemtexten zahlreiche Beispiele für Gleichungen höheren Grades und Verfahren zur Zurückführung derselben auf den zweiten Grad. Bewiesen ist die Tatsache, daß man Forschungen auf dem Gebiet solcher Probleme vornahm, die über die Algebra hinausgehen; dazu gehören die sich mit der Bestimmung der Exponenten befassenden Tabellen, oder — in konkreterer Form ausgedrückt — das Logarithmusproblem, ohne Erreichen eines allgemeinen Nutzens.

Ein außerordentlich wichtiges Moment stellt die Beurteilung des Charakters der babylonischen Geometrie dar. Wenn man das Problem unter dem Aspekt der dialektischen Wechselwirkung der wissenschaftlichen Kenntnisse und der gesellschaftlichen Praxis untersucht, muß man einsehen, daß die Geometrie auf dieser Stufe noch keinen geometrischen Charakter trug. Nicht die Geometrie war entwickelt, sondern die Arithmetik. Es besteht kein wesentlicher Unterschied zwischen der Aufteilung des Geldes und des Vermögens nach den Regeln oder der Aufteilung irgend einer Fläche. Die meisten Beispiele, Rauminhalts- und Flächenberechnungen, zeigen keine reine geometrische Auffassung,¹³ d. h. kein Bestreben, geometrische Theoreme aufzustellen und zu beweisen. Die Frage ist, wie sich diese Feststellung mit der Tatsache vereinbaren läßt, daß die Babylonier den Satz des Pythagoras kannten, daß sie den Wert von π annähernd gut angaben ($3 \frac{1}{8}$), und daß sie den Kreisumfang in 360 Grad einteilten.

Man hat nachgewiesen, daß der Satz des Pythagoras mehr als tausend Jahre vor Pythagoras bekannt war. Wenn man das Problem historisch betrachtet, kann man unmöglich sagen, die gesellschaftliche Formation, der statische Charakter des Ostens biete eine Erklärung für die Annahme, daß bei den Babyloniern eine geometrische Wissenschaft existiert hat. Das würde die theoretische Einstellung nicht nur als Tendenz, sondern als Realität voraussetzen, in einer Epoche, in der die Verrichtung der Arbeit und jede Art von Objektivation technischen Charakter trägt und sozusagen nur das Ergebnis einer Einstellung ist. Der Gebrauch des «Satzes des Pythagoras» wird durch viele Beispiele bezeugt. Nach zwei Tafeln (aus 2000 v. u. Z.) ist eine Formel

¹³ O. NEUGEBAUER: *The Exact Sciences*. . . S. 45 — 47.

für gewisse Dreiecke gegeben, bei denen man in Kenntnis der Katheten die Länge der Hypotenuse ausrechnen kann. Diese empirische Formel läßt sich in dem Falle verwenden, wenn das Verhältnis der Katheten 10 : 40 ausmacht.¹⁴ Unbestreitbar haben wir es hier jedoch mit einem methodischen Fortschritt zu tun, da innerhalb der Empirik nicht mehr von Einzelmessungen, sondern von einer Formel die Rede ist. Gleichzeitig aber beweisen alle Angaben, daß auf das Erkennen der geometrischen Gesetzmäßigkeit keine Frage danach folgt, was diese geometrische Form bedeutet, und warum sie die gegebene Gesetzmäßigkeit zeigt. Die Kenntnisse geometrischer Art ähneln eher einem Kochbuch, in dem eine ausgezeichnete Hausfrau die Erfahrungen langer Jahre niederlegt: das «wie» schreibt sie auf, aber die Frage nach dem «warum» wird von ihr nicht gestellt. Dabei ist jedoch das gegebene Problem und seine Lösung von Gesichtspunkt der Wissenschaftsentwicklung nicht nur deshalb interessant, weil es die Kenntnisse in bezug auf die Eigenschaften des rechtwinkligen Dreiecks vermehrte (und dies die Griechen nicht mehr zu entdecken brauchten), sondern auch deshalb, weil es schon Anzeichen des abstrakten Interesses enthält. Diese Entdeckung schließt nämlich — wenn ein Niveau vorausgesetzt wird, auf dem man die algebraischen Gleichungen zweiten Grades lösen kann — die Erkenntnis ein, daß jede Dreierzahl, 1, b und d, die die Relation $1^2 + b^2 = d^2$ erfüllt, als Seiten des rechtwinkligen Dreiecks zu verwenden ist. Aus dieser Kenntnis ergibt sich wirklich die Frage, welche diese Zahlen sind. Im Zusammenhang mit dieser Tatsache, der herrschenden mathematischen Anschauung stellt Neugebauer mit Recht fest: Es ist nicht besonders überraschend, daß die babylonischen Mathematiker das zahlentheoretische Problem der Herstellung der pythagoreischen Zahlen erforschten. Diese pythagoreischen Zahlen waren nicht der einzige Fall des Forschens nach den Relationen zwischen den Zahlen. Dabei spricht aber nichts dafür, daß man die Primzahlen erkannt hat.¹⁵

Über die wissenschaftliche Leistung¹⁶ der Mesopotamier läßt sich ungefähr die Feststellung machen, daß der Gehalt der babylonischen Mathematik elementar geblieben ist, so bewundernswert das numerische und algebraische Bewandernstein bei der Lösung der praktischen Aufgaben auch erscheint, und wie sehr auch das abstrakte Interesse innerhalb der durch dieses Bewandernstein gegebenen Möglichkeiten zustandekam.

Trotzdem besitzen die Ergebnisse der Babylonier bei der Herausbildung der griechischen Wissenschaft unzweifelhaft eine größere Bedeutung als die der Ägypter. Mit den sehr primitiven Mitteln der ägyptischen Mathematik wäre die Entdeckung der Irrationalität von $\sqrt{2}$ ein wahres Wunder gewesen. Die babylonische Mathematik hat dagegen ein solches System und die Mittel geschaffen, jene Formen der Arithmetik, in denen die Griechen dies später

¹⁴ Siehe FARRINGTON: a. W. S. 24—25

¹⁵ O. NEUGEBAUER: a. W. S. 35—40

¹⁶ Ebd. S. 48

entdecken konnten. Anders formuliert: Die Babylonier trugen wirklich die Bausteine der Wissenschaft, sowohl im Tatsachenmaterial als auch in der Methode, zusammen. Wieder hat Neugebauer ein bemerkenswertes Argument gegenüber denjenigen, die die Ergebnisse überbewerten. Und zwar: Es ist möglich, daß die Babylonier in Hinsicht auf $p^2 = 2q^2$ erkannten, daß es für p und q keine Lösung in einer ganzen Zahl gibt. Wenn wir dies nur deshalb nicht wissen, weil wir keine Information darüber haben, die Quellen nicht kennen, dann bleibt doch die Tatsache bestehen, daß die Konsequenzen dieses Ergebnisses nicht realisiert wurden. D. h. die babylonische Mathematik konnte die Schwelle der präwissenschaftlichen Denkweise nicht überschreiten. Diese historische Aufgabe blieb den Griechen vorbehalten.¹⁷

Am Ende des zweiten Jahrtausends v. u. Z. wuchs im Bereich des Mittelmeeres — infolge der wirtschaftlichen und politischen Veränderungen (Völkerwanderung, die auf die Bronzezeit folgende Eisenzeit, Verfall der Macht von Ägypten und Babylonien usw.) — die Rolle und Bedeuteng neuer Völker an, unter anderem die der Phönizier und der Griechen. Nach diesen kritischen Jahrhunderten stabilisiert sich zwar der Alte Orient — unter Bewahrung seiner traditionellen Formen — aufs Neue und gewinnt frische Kraft, aber die Geschichte der Wissenschaft setzt sich nicht hier, sondern im 7. und 6. Jh. v. u. Z. in der einen neuen Typus darstellenden griechischen Gesellschaft fort.

Bei der Herausbildung der griechischen Wissenschaft spielte unzweifelhaft das Kenntnismaterial, das sich in der ägyptischen und babylonischen Kultur bzw. unmittelbar in den ägäischen Kulturen angehäuft hatte, eine große Rolle. Dieses angehäuften Kenntnismaterial an sich gibt aber noch keine Erklärung auf die Frage, warum gerade aus diesem Kenntnismaterial bei den Griechen eine Wissenschaft wurde. Es wäre äußerst verlockend von einem «Griechischen Wunder» zu sprechen, auch schon deshalb, weil aus dem Zeitraum um 1000 v. u. Z. das beweisende Tatsachenmaterial außerordentlich lückenhaft ist. Aber die Konzeption des «griechischen Wunders» beweist gar nichts.

Die Erklärung liegt in der qualitativ von Grund auf anderen gesellschaftlichen und historischen Situation, die die griechische Entwicklung als Ganzes determinierte. Und dementsprechend muß vom Gesichtspunkt unseres Gegenstandes der wesentlichste Unterschied zwischen der Entwicklung des Alten Orients und Griechenlands in der — den Unterschieden der gesellschaftlichen Struktur entspringenden — Denkweise gesucht werden.

¹⁷ Wir haben keine Möglichkeit für einen Überblick über eine im wissenschaftlichen Denken des Altertums keine geringe Rolle spielende Wissenschaft, die Astronomie. Dieser Faden der Entwicklung würde uns von unserem Thema abbringen. Nur soviel sei angemerkt, daß die exakten Berechnungen, die oben behandelten Kenntnisse, die babylonische Astronomie völlig durchdringen. Auf diesem Gebiet überschreiten sie — besonders in den letzten Jahrhunderten vor der Zeitrechnung — das präwissenschaftliche Niveau! In all diesen Fragen verweisen wir den Leser jedoch wieder auf die Facharbeiten der Wissenschaftsgeschichte.

Nach Marx' genialer Analyse ist das entscheidendste Moment der Entwicklung der Zerfall der Formen der Urgemeinschaft, die Herausbildung des Privateigentums. Wie Marx sagt: «Voraussetzung bleibt hier für die Aneignung des Grund und Bodens Mitglied der Gemeinde zu sein, aber als Gemeindemitglied ist der Einzelne Privateigentümer».¹⁸ Diese neue gesellschaftlich-ökonomische Formation schafft grundsätzlich neue Voraussetzungen auch für die Entwicklung der Wissenschaft.

«In dem Akt der Reproduktion selbst ändern sich nicht nur die objektiven Bedingungen, z. B. aus dem Dorf wird Stadt, aus der Wildnis gelichteter Acker etc., sondern die Produzenten ändern sich, indem sie neue Qualitäten aus sich heraus setzen, sich selbst durch die Produktion entwickeln, umgestalten, neue Kräfte und neue Vorstellungen bilden, neue Verkehrsweisen, neue Bedürfnisse und neue Sprache».¹⁹ Der Mensch, das Individuum wird als Schöpfer und als Produkt der Stadt, der städtischen Kultur befreit. «Die klassische alte Geschichte ist Stadtgeschichte».²⁰ Die Kultur bildet nicht mehr das Privileg der östlichen Beamtenschicht oder der anonymen Gruppe des Priesterordens.

Gemeinsamer Ausgangspunkt der verschiedenen Eigentumsformen, der asiatischen, antiken und germanischen Eigentumsform (auch wenn sie sich unter ungleichartigen historischen Bedingungen und zu verschiedenen Zeiten herausgebildet haben) ist das gemeinsame Stammeseigentum.²¹ Dies wurde von den asiatischen Völkern konserviert, die Griechen und Römer entwickelten daraus die antike Form und die Germanen die feudale Form. Diese drei Formen bilden je ein Kettenglied der Menschheitsentwicklung und sind nur in ihrer Aufeinanderfolge möglich. Die frühe naturgegebene Stammesgemeinschaft ist die Voraussetzung und der Eckpfeiler der Herausbildung aller drei Eigentumsformen, aber in unterschiedlichem Maße, und wenn man die drei Formen von diesem Gesichtspunkt aus nebeneinander bzw. — richtiger — hintereinander stellt, ergibt sich das Bild der Verselbständigung des Individuums, des Zerreißen der «Nabelschnur» zur natürlichen Gemeinschaft. In Asien geschieht dieses Zerreißen nicht, im europäischen Altertum wird es durch die Spaltung der frühen Form bewirkt, die schließlich im europäischen Feudalismus die Basis der Gesellschaft bildet.

Bei der Herausbildung der Eigentumsform, dabei, welche sich herausbildet, spielen zahlreiche äußere und innere, allgemeine und besondere Faktoren eine Rolle. Bei der Herausbildung der antiken Form hatte die Begrenztheit

¹⁸ K. MARX: Grundrisse der Kritik der Politischen Ökonomie. Berlin 1953, S. 379

¹⁹ a. W. S. 394

²⁰ a. W. S. 382

²¹ Siehe: F. TÓKEI: Zur Frage der asiatischen Produktionsweise. Neuwied und Berlin 1969. (Im Weiteren nehmen wir die Darlegungen und Zusammenfassungen von F. TÓKEI zur Grundlage, besonders S. 45 — 87)

des Bodens unbedingt einen Einfluß, so wie bei der asiatischen die natürliche Gegebenheit der unermesslichen Bodenfläche.

Die Herausbildung des griechischen Privateigentums an Boden — das zum Maßstab der europäischen Entwicklung wurde, das ermöglichte, daß gerade die Griechen «die normale Kindheit der Menschheit» erlebten (Marx) — kam durch die zufällige Vereinigung und besonderen Voraussetzungen zahlreicher Faktoren zustande und wurde gleichzeitig zum grundsätzlichen Faktor der Entwicklung der ganzen Menschheit. In diesem Prozeß, in dieser Zusammenfassung, spielte das Vorhandensein der asiatischen Zivilisation keine geringe Rolle. Also konnten z. B. die griechischen Handelsleute im Besitze eines stabilen Absatzmarktes ihre Tätigkeit ausüben und Handelsstädte gründen.²² Dabei, daß die griechische Stadt überhaupt anders sein konnte als die östliche, spielt der Charakter der asiatischen Produktionsweise eine ebenso große Rolle wie der Feudalismus bei der Herausbildung des Kapitalismus. Die Unzerstörbarkeit des Stammeseigentums in Asien und die Entstehung des Privateigentums an Boden in Griechenland sind einerseits der Grund für das Stagnieren der östlichen Gesellschaft und andererseits für die sprunghafte Entwicklung der griechischen Gesellschaft und als Folge davon der Entwicklung anderer Völker Europas. D. h. die Gesellschaft produziert in Griechenland eine andere Basis für die Wissenschaft als im Osten. Diese andere gesellschaftliche Aktion schafft andere Objektivationen in diesem strengen Zusammenhang, wie er in der prägnanten Formulierung von Marx vor uns steht: «... und eine *andere* Basis für das Leben, eine andere für die *Wissenschaft* ist von vornherein eine Lüge.»²³

Die griechische Stadt stellt den Stadtstaat der verschiedenen gesellschaftlichen Schichten, der Grundbesitzer, Händler, Handwerker dar.

Im Gegensatz zur östlichen Hierarchie erweitert die Polis den Bewegungsradius sowohl in der Produktion als auch in den Staatsformen. Das Auftreten der Demokratie in den Institutionen, den Bewußtseinsformen, d. h. auf allen Gebieten des Lebens der Polis (jetzt abgesehen von den unterschiedlichen Erscheinungsformen derselben) ist eine notwendige Begleiterscheinung dieser Gesellschaftsordnung neuen Typus', die entscheidende Voraussetzung für das Entstehen der Wissenschaft. Die politische Demokratie machte es möglich, daß sich die Wissenschaft von der Religion lösen konnte. Wie Gy. Lukács sagt: «Natürlich bedeutet die so errungene Freiheit zur Selbstbewegung der Wissenschaft nicht ihre konfliktlose Evolution.»²⁴ Andererseits werden als

²² G. CHILDE: *The Prehistory of European Society* (Harmondsworth 1958), Er analysiert ausführlich aufgrund archäologischer Funde das Verhältnis der ägäischen Kultur zur östlichen, und sieht in erster Linie in den Möglichkeiten des Handels den Grund dafür, daß diese Völker wegen der Teilnahme an der östlichen Akkumulierung ihre Städte weiterentwickeln konnten, ohne daß eine zentralisierte Macht zustande gekommen wäre.

²³ K. MARX: *Ökonomisch-Philosophische Manuskripte*. Leipzig 1970. S. 194

²⁴ G. LUKÁCS: ebd. S. 142 und 139–145

Folge dieser Situation durch das Befreien von der offiziellen Religion neue Ansprüche und Bedürfnisse geschaffen: die Philosophie wird geboren. Diese gesellschaftliche Form bewirkt, daß die verschiedenen schon vorhandenen Kenntnisse (Mathematik usw.) im Prozeß ihrer Verallgemeinerung zur Weltanschauung einen neuen Sinn gewinnen. Die Verallgemeinerung zur Weltanschauung tritt inhaltlich und methodisch gleicherweise in einer neuen Qualität in der Entwicklung der Menschheit auf. Vor allem dadurch, daß die Frage nach dem wissenschaftlichen Spezifikum der Erforschung und Erkenntnis der Wirklichkeit aufgeworfen und geklärt wurde. Diese Fragestellung und Antwort kann nur, philosophisch existieren! Völlig mit Gy. Lukács übereinstimmend, lassen sich die methodischen Grundlagen der Entwicklung der griechischen Wissenschaft in folgendem erfassen: «Die wissenschaftliche Art der Widerspiegelung der Wirklichkeit ist ein Desanthropomorphisieren sowohl des Objekts wie des Subjekts der Erkenntnis . . . Der konkrete Ausbau wird das Ergebnis einer späteren Entwicklung sein, die methodologischen Grundlagen sind aber bereits hier niedergelegt; daß das Subjekt der Erkenntnis eigene Instrumente, Verfahrensweisen ersinnt, mit deren Hilfe es einerseits die Rezeption der Wirklichkeit unabhängig von den Schranken der menschlichen Sinnlichkeit macht, andererseits aber die Selbstkontrolle sozusagen automatisiert . . . Es entspricht der Lage der griechischen Kultur, daß die desanthropomorphisierende Tendenz der Vorsokratiker notwendig in einer Kritik der Mythen, die Inhalt und Form des religiösen Weltbildes der Zeit bestimmen, kulminiert.»²⁵

Der Bewußtmachung des Denkens über die Welt kommt in der Entwicklung der Wissenschaft eine entscheidende Rolle zu. Wir wollen bei weitem nicht behaupten, daß von einer ungebrochenen Entwicklung die Rede sein wird, denn in der platonischen Philosophie z. B. kehrt die Erhöhung des Bewußtseins zu einer weltanschaulichen Ordnung wieder zum Anthropomorphismus zurück. Doch zu dieser Zeit existiert die Wissenschaft schon. Sie kann nur so und in dem Sinne philosophisch begründet existieren, wie aus dem Alltag von «man weiß es nicht, aber man tut es» das «man weiß es und tut es» als höhere menschliche Tätigkeitsform, Wissenschaft, entsteht. Im Wissenschaftsbegriff des Aristoteles ist dieses hochstehende Verhalten von neuem Typus klar zu erkennen: «Das Wissen dessen, was etwas ist, bedeutet genau dasselbe, wie das Wissen dessen, was der Grund dafür ist, daß es dieses Etwas gibt.»²⁶

Die neue Leistung, mit der die Griechen die Wissenschaft ermöglichten, ist die Philosophie. Aus ihr und mit ihr zusammen entwickeln sich im Rahmen ihrer Möglichkeiten und Grenzen die exakten Wissenschaften. Um den Faden der griechischen Wissenschaft — Philosophie — Mathematik — Logik abwickeln zu können, gilt es die Besonderheiten der griechischen Sprache und

²⁵ G. LUKÁCS: ebd. S. 146—147

²⁶ Aristoteles, Anal. post. II. 9. 93^a5

Schrift als vom Gesichtspunkt der obengenannten Disziplinen nicht gleichgültigen Faktoren in Betracht zu ziehen. Unsere bisherigen Kenntnisse über die Schriftdenkmäler in griechischer Sprache wurden durch die Entzifferung von Linear B²⁷ modifiziert. Aufgrund der frühesten Schriftdenkmäler der griechischen Sprache, der Linear B-Tafeln aus der mykenischen Epoche, läßt sich die Gesellschaftsstruktur dieser Zeit als der Gesellschaftsstruktur der (in erster Linie kleineren) Staaten des Alten Orients verwandt betrachten. Und daraus kann man vielleicht auch die Schlußfolgerung ziehen, daß Niveau und Charakter der wissenschaftlichen Kenntnisse der Epoche ebenfalls einander ähnlich waren. Dies unterstützt die Tatsache, daß — wie die Tafeln bezeugen (obwohl sie doch recht praktischen Charakter tragen) — die Menschen jener Zeit die zur Feststellung der Summierungen, Subtrahierungen und Proportionen nötige Fertigkeit besaßen.²⁸ Und obwohl es keinerlei Texte wissenschaftlicher oder didaktischer Art gibt (z. B. Multiplikationstafeln) besteht kein Grund anzunehmen,²⁹ daß die Griechen im Gebrauch der sinn- und wirkungsvollen Meßmethoden und der arithmetischen Technik, die den alltäglichen Zielen der Palastwirtschaft, des Handels und der Baukunst dienten, hinter ihren Nachbarn zurückgeblieben wären. Ihre Silbenschrift jedoch war ebenso ungeeignet, mathematische Symbolik auszudrücken, wie die östlichen — nicht ideogramatischen — Silbenschriften. Uns fehlt die Grundlage, aus diesen entzifferten Denkmälern der mykenischen Kultur, auch den späteren Zustand (8. Jh. v. u. Z.) der griechischen Geistesentwicklung in seiner Ganzheit verstehen zu können. So nützliche Quellen diese Denkmäler für das Kennenlernen des wirtschaftlichen gesellschaftlichen, und — in weit geringerem Maße — geistigen Lebens der Epoche darstellen, können sie doch, schon von ihrem Gepräge her, als Widerspiegelung der Bewußtseinsentwicklung nicht mit den homerischen Epen verglichen werden. In Homers Gedankenwelt und Sprache stehen wir einer hochentwickelten Objektivation gegenüber. Seine Helden sind komplizierte Charaktere. Nach Homers Intention wählt Achilles selbst sein Schicksal und nimmt es freiwillig auf sich. Er ist der einzige Mensch, der weiß, was ihn erwartet, und das gewählte Schicksal bedeutet für ihn ein Gesetz! In der Verquickung von historischen Geschehen und menschlichem Charakter wird er zum Lenker und Erwähler des Menschenschicksals. Die ersten Schriftwerke berichten schon von dem entwickelten Weltbild eines zum Menschen gewordenen Menschen. Nach Goethes Meinung kann man nicht mehr vom Menschen zeigen als eben sie: Achilles, den mutigen und Odysseus, den klugen Menschen. Homer zeigt in der «Ilias» von der Despotie der Götter befreite Menschen. Dies ist die Voraussetzung ihres Handelns.

²⁷ SIEHE: M. VENTRIS — J. CHADWICK: Documents in Mycenaean Greek. Cambridge 1956.

²⁸ VENTRIS-CHADWICK: a. W. S. 290

²⁹ ebd. S. 117

Die Werke Homers³⁰ fixieren eine solche Stufe der menschlichen Geschichte, die bereits in vieler Beziehung desanthropomorphe Tendenzen aufweist, deshalb projiziert diese Epoche die Möglichkeit des Zustandekommens der desanthropomorphen Wissenschaft schon voraus.

Vom Gesichtspunkt der Wissenschaftsentwicklung gesehen dokumentiert das erste große griechische Schriftwerk das Vorhandensein einer grundlegend wichtigen Voraussetzung. Das aber ist der Reichtum der Sprache im Ausdruck und ihre strukturelle Gegliedertheit, was dann zum natürlichen und notwendigen Mittel der spekulativen griechischen Philosophie wird. Wir kommen später noch darauf zu sprechen, daß die Griechen nicht nur in einer gegebenen Sprache denken, sondern auch über die Sprache nachdenken, philosophieren, und daß diese Untersuchungen der Sprache, die eigentlich schon mit Herakleitos und hauptsächlich den Sophisten ihren Anfang nehmen, sich in «Kratylos| und «Sophistes» von Platon, der Hermeneutik des Aristoteles und weiterhin in der stoischen Logik fortsetzen — durch die Herausbildung der formalen Denkweise entscheidend am Zustandekommen der stoischen Logik beteiligt waren.³¹

Zu den größten Erfolgen der griechischen Entwicklung im 9.—8. Jh. v. z. Z. gehört das Neuerscheinen der Schriftlichkeit, und zwar auf einer höheren Stufe als vorher, unter der Verwendung des alphabetischen Schriftsystems.³² *Die Schriftlichkeit wurde zu einer der entscheidendsten Voraussetzungen für die Weiterentwicklung des Denkens, für die Fixierung der Kenntnisse und damit für die Herausbildung des wissenschaftlichen Denkens in Europa, zum Schatz der Griechen.*

Die griechische phonetische Schreibweise brach mit der primitiven Schreibweise des Alten Orients, d. h. die Griechen fanden die ihrer reichen Ausdrucksmöglichkeit entsprechende Schreibweise und bahnten damit auch der theoretischen Forschung den Weg. Besonders für das Zustandekommen der mathematischen Wissenschaften, der Geometrie oder auch der Logik, stellt die alphabetische Schrift eine unerläßliche Bedingung, ein wichtiges Mittel dar. Als Beispiel soll einer der in allgemeiner Form formulierten Syllogismen des Aristoteles dienen:³³ Wenn A das Objekt von jedem B und B das

³⁰ In der Beurteilung der homerischen Werke schließen wir uns wieder dem Standpunkt von TÖKEI an: «... die homerischen Epen waren für die Menschen des Altertums einfach politische 'Handbücher' — das ist eine bekannte Tatsache — die Handbücher der Polis-Organisation und -Verwaltung, des Polis-Lebens. Jeder Mythos, jede Sage, jede Episode, ja sogar jede Formel, jeder Ausdruck der 'Ilias' und der 'Odyssee' bezogen sich für die Menschen des Altertums genauso auf die ursprüngliche (und ideale) Struktur der Polis wie die Geschichte von Achilleus' Zorn und Odysseus' Heimkehr in ihrer Gesamtheit und ihrer Komposition. TÖKEI: *Antikvitás és feudalizmus* (Antike und Feudalismus). S. 124

³¹ Siehe: R. H. ROBINS: *Ancient and Mediaeval Grammatical Theory in Europe*. London 1951.

³² In bezug auf die Geschichte der griechischen Schrift siehe: H. JENSEN: *Die Schrift in Vergangenheit und Gegenwart*, Glückstadt (Hamburg) 1932. D. DIRINGER: *The Alphabet*, London 1968. Band I—II.

³³ Aristoteles, *Anal. prior. I*, 4. 25^b 35.

Objekt von jedem C ist, dann ergibt sich notwendigerweise, daß A das Objekt von jedem C ist; (*εἰ γὰρ τὸ Α κατὰ παντός τοῦ Β καὶ τὸ Β κατὰ παντός τοῦ Γ, ἀνάγκη τὸ Α κατὰ παντός τοῦ Γ κατηγορεσθαι*). Es leuchtet sofort ein, daß die allgemeine Gültigkeit des Syllogismus von der Ordnung der in ihm enthaltenen Varianten und Konstanten abhängt, dafür aber ist das gutgewählte Buchstabensymbol der rationalste Ausdruck. Am besten wird dies durch die Tatsache bewiesen, daß man in der Mehrzahl unserer Lehrbücher die Syllogismen noch auf diese Weise schreibt.

III

Die frühe griechische Wissenschaft

1. Die Ionische Wissenschaft

Die griechische Wissenschaft nimmt an der Küste Kleinasiens in den ionischen Städten ihren Anfang. Historische und wissenschaftsgeschichtliche Arbeiten stimmen darin überein, daß dies nicht zufällig ist. Die Ionier standen in intensiver vielseitiger Handels-, Kultur- und Sprachverbindung mit ihren östlichen und südöstlichen Nachbarn. Der von der klassischen attischen Polis abweichende Charakter dieser kleinasiatischen Städte erklärt sich eben dadurch, daß sie sich in Kleinasien und an der Küste befinden. Aus den gesellschaftlich-historischen Verhältnissen des ionischen Polis-Typus, und allein nur daraus, ist der Naturanschauungs-Charakter der ionischen Philosophie zu verstehen, und auch, daß die sich daraus entwickelnde mathematische, geometrische Betrachtung sich auf das Niveau der Anfänge der Wissenschaft erhoben hat.

Der ionischen Philosophie wird häufig ihr spekulativer Charakter, ihre Uninteressiertheit an den gesellschaftlichen Problemen vorgeworfen. Diese Beurteilung ergibt sich wahrscheinlich daraus, daß die Anhänger der traditionellen Betrachtungsweise³⁴ die Ergebnisse der neuesten historischen Forschung nicht berücksichtigen, nicht die Konsequenzen daraus ziehen. Wir wissen, daß die kleinasiatischen griechischen Städte in mancher Hinsicht verwandte Züge mit der östlichen Zivilisation beibehielten, und daß sie infolge ihrer «Küstenlage» als Zwitter teils durch das Bewahren der östlichen Tradition, teils durch die Herausbildung des griechischen Typus gekennzeichnet waren. Es entspricht wirklich den Tatsachen, daß die klassische antike Polis-Struktur sich nicht hier herausgebildet hat. Daß in Ionen eine Naturphilosophie zustandekam, ist unter anderem auch eine Folge des Kontaktes mit den östlichen Kulturen. Aber das Zustandekommen der Naturphilosophie darf nicht als Nega-

³⁴ Diese traditionelle Betrachtungsweise kommt in den Werken von G. THOMSON: *Frühgeschichte Griechenlands und der Ägäis*. Berlin 1960; und Á. HELLER: *Az arisztelési etika és az antik ethos* (Die aristotelische Ethik und das antike Ethos). Budapest 1966. Kap. II. zum Ausdruck.

tivum aufgefaßt werden, wie es die traditionelle Betrachtungsweise, die Sokrates-zentrische Auffassung eingibt. Die Naturphilosophie muß man als erste Erscheinungsform der Wissenschaft werten. Sie bezeichnet die Herausbildung einer Denkweise von neuem Typus, jener Denkweise, die die Fachgemäßheit der babylonischen und ägyptischen empirischen Angaben synthetisiert. Hier wurden jene methodologischen Prinzipien ausgearbeitet, die die unumgänglichen Voraussetzungen einer Fachgemäßheit auf hoher Ebene, der Fachgemäßheit auf hoher Ebene, der Fachgemäßheit des wissenschaftlichen Systems, darstellen. Die neuartige Fragestellung, die die Wissenschaft der Mathematik, der Geometrie in Gang bringt, ist das historische Verdienst der ionischen Philosophen. G. Childe irrt sich, wenn er behauptet daß die Vorgänger der heutigen Wissenschaftler die Töpfer des Altertums sind.³⁵ Die Vorgänger der heutigen Wissenschaftler sind all die namenlosen Mathematiker, Astronomen und Geometer, deren Arbeiten in der Bibliothek des Assurbanipal gesammelt wurden, und die sie wahrscheinlich kennenden und aufgrund dieser fachgemäßen Kenntnisse «spekulierenden» ionischen Philosophen, die jene Grundhaltung entdeckten, die der Wissenschaft unveräußerlich zugehört.

Ein anderer Grund für die irrtümliche Beurteilung des ionischen Denkens ist in der Betrachtungsweise zu suchen, wonach die Syllogistik des Aristoteles durch sein biologisches Interesse zustandekam. Die Logik des Aristoteles hätte ohne die Ausarbeitung der beweisenden Verfahren (die hypothetische Methode usw.), die Entdeckung der Gesetze der Logik und ohne die Existenz der formalen Betrachtungsweise nicht entstehen können. Dies jedoch wurzelt in der ionischen Naturphilosophie, dort ist ihr Anfang zu suchen.

Die Bedeutung des ionischen Erbes besteht eben darin, daß durch das Entdecken der Wirksamkeit der rationellen menschlichen Erkenntnis auch die Natur in den Wirkungsbereich der Untersuchungen geriet. Und zwar so, daß man die Ursachen, die Gründe suchte. Gerade das nahm man wahr, wodurch die Wissenschaft zur Wissenschaft wird. Methodologisch bedeutet nämlich die Erforschung der Antwort auf die Frage, was das Wesen oder der Grund der Welt ist, einen Schritt von unermesslicher Tragweite. Es stimmt nicht, daß die Ionier nur «spekuliert» haben und nicht die Gesetze suchten. Ihre Bedeutung besteht gerade darin, daß sie auch ohne empirische Kenntnisse Gesetzmäßigkeiten erforschten und entdeckten, die Natur in ihrer Ganzheit «so wie sie sich gibt» (Engels) auffaßten.

Aristoteles selbst — auch wenn er die Einseitigkeit der frühen ionischen Philosophen feststellt — sieht trotzdem in ihnen die ersten Begründer der Wissenschaft. In seiner Metaphysik schreibt er: «Von den ältesten Philosophen nun waren die meisten der Ansicht, daß die Ursachen von materieller Art allein als die Prinzipien der Dinge zu gelten hätten. Das woraus alle Dinge

³⁵ G. CHILDE: a. W.

stammen, woraus alles ursprünglich wird und worin es schließlich untergeht, während die Substanz unverändert bleibt und sich nur in ihren Akzidenzen wandelt, dies bezeichnen sie als das Element und als das Prinzip der Dinge . . . Was dagegen die Anzahl und die nähere Bestimmung eines derartigen Prinzips betrifft, so findet sich darüber keineswegs bei allen die gleiche Ansicht. Thales, der erste Vertreter dieser Richtung philosophischer Untersuchung, bezeichnet als solches Prinzip das Wasser. Auch das Land, lehrte er deshalb, ruhe auf dem Wasser.»³⁶

Aristoteles greift im Geiste der eigenen Wissenschaftsauffassung auf die Vorgänger zurück, indem er gleichsam gemeinsame Gedanken bzw. Bestätigung bei ihnen sucht. Die Tatsache, daß Aristoteles nach Vorfahren in den ionischen Vorgängern sucht, ist an sich noch kein Beweis für unsere Behauptung, dient aber unbedingt zu ihrer Unterstützung. Schließlich kann es kein Zufall sein, daß die Ursache, die Gründe bzw. die Prinzipien, auf die die Gründe zurückgehen, — also alle Seiten der die Wissenschaft durchdringenden Tätigkeit, im Sinne des Aristoteles alle Ursachen und alle Prinzipien, — eben durch die ionischen Philosophen erhellt wurden.

Aristoteles' Anleitung, wie man einen Gedanken bewerten, ihn aus den ihm eigenen historischen Verhältnissen verstehen und seine Bedeutung erkennen kann, ist noch heute maßgebend: «Demzufolge müßte man annehmen, es gebe nur eine Art des Grundes, diejenige, die man als den materiellen Grund bezeichnet. Als man aber in diesem Sinne weiter vorging, zeigte die Sache selbst den Forschern den Weg nach vorwärts und zwang sie, weiter zu suchen.»³⁷

Es scheint, daß Aristoteles klar gesehen hat, worin die Bedeutung der ionischen Philosophie besteht; er entdeckte, daß die Ionier trotz ihrer Einseitigkeit Ursachen suchen, logische Zusammenhänge zwischen den beobachteten Erscheinungen und den davon abgeleiteten, abzuleitenden allgemeinen Thesen finden. Der Gedanke des Thales, wonach das Urprinzip (Arche) das Wasser ist (weil ohne es kein Leben möglich ist), stellt den ersten wissenschaftlichen Schritt dar, der deshalb getan werden mußte, damit sich diese durch und durch neue und im Grunde richtige Methode, die Welt aus sich selbst — wir würden heute sagen: aufgrund ihrer eigenen Gesetze — zu erklären, in der Unendlichen oder Unbestimmten des Anaximandros («Anfang und Ursprung des Bestehenden ist das Apeiron»)³⁸ verallgemeinern konnte. Sehr recht hat B. Farrington, wenn er die Gesamtleistung der miletischen Philosophen darin sieht, daß ihre Methode richtig war, daß sie die Erscheinungen des Himmels und der Erde im wesentlichen für identisch hielten.

Entsprechend der Hauptzielsetzung unserer Forschung stellen wir die Frage, ob die von Thales ausgehende, erste Prinzipien forschende, begründende

³⁶ Aristoteles, *Metaphysik*, Jena 1907, Übers. A. LASSON I. Buch II. 983 b

³⁷ ebd. 984 a

³⁸ VS⁴ 1922, 2. 1. (Diog. II. 1.).

Tätigkeit die Basis für die Thesen, für die Ableitungen, d. h. die Beweise, — also für das Erscheinen der Wissenschaft in der Geometrie — sein konnte? Unserer Meinung nach, ja. Dieselbe Denkweise, die anstelle von Mythen eine philosophische, also wissenschaftlichen Anspruch befriedigende Erklärung der Welt gibt, rückt die Geometrie von der Ebene der empirischen Kenntnisse weg und ermöglicht es, daß neben dem praktischen Feldmesser auch der theoretisch eingestellte Geometer, der Wissenschaftler, erscheint. Thales ist schon das Symbol des Geometers von neuem Typus. Der Überlieferung nach hat Thales von den Ägyptern die Geometrie und von den Babyloniern die Astronomie gelernt.

Die Behandlung der griechischen Geometrie beginnen die Facharbeiten im allgemeinen mit der Thales-Methode, der Methode zur Messung der Pyramide. Welche Vorbehalte auch in bezug auf die Kenntnisse des Thales bestehen (diese Vorsicht wird durch den Mangel an unmittelbaren Quellen begründet), muß man der Überlieferung doch Glauben schenken, nicht so sehr aufgrund historischer, sondern eher logischer Überlegungen. Die Geometrie einer kaum zwei Jahrhunderte späteren Epoche legt Zeugenschaft von einer äußerst hohen Entwicklungsstufe, von der Vollkommenheit des mathematischen Denkens ab. Die Ergebnisse des Pythagoras, der außerordentlich hoch zu bewertende Fortschritt der Pythagoreer in der Schaffung der modernen Mathematik und Geometrie, die Tätigkeit des Oinopides und die Stoichea des Hippokrates von Chios usw. sind unvorstellbar, prinzipiell unmöglich ohne jene Ergebnisse, die die Überlieferung Thales zuschreibt.

In der Beurteilung des Proklos können wir folgendes über ihn lesen:³⁹ «Thales, der zuerst nach Ägypten gegangen war, verpflanzte diese Theorie (die Geometrie) nach Hellas, andererseits hat er vieles selbst gefunden (*εὑρεν*), den Anfang vieler Dinge (*τὰς ἀρχάς*) aber lehrte er die Nachfahren.»

Sehen wir also die Methode zur Messung der Pyramide! Auch davon gibt es unterschiedliche Formulierungen. Die wahrscheinlichste Version⁴⁰ ist bei Diogenes Laertius in seiner Aufzeichnung über Hieronymus zu finden. Danach hat Thales die Höhe der Pyramide gemessen, indem er die Länge seines eigenen Schattens in dem Moment beobachtete, als sie der Größe seines Körpers identisch war. Thales stellte fest, daß es einen solchen Moment gibt, in dem die Höhe eines Gegenstandes mit der Länge seines Schattens übereinstimmt. Es läßt sich annehmen, daß er diese Erfahrung durch viele Beobachtungen auf dem Wege der Induktion festgestellt und verallgemeinert hat.

Diese Methode an sich enthält jedoch — unserer Ansicht nach — noch kein geometrisches Theorem über die Ähnlichkeit zweier Dreiecke. D. h. diese Methode des Thales stellt zwar ein Beispiel für die Entfernung vom Niveau der empirischen Beobachtungen dar, bedeutet aber noch nicht das deduktive

³⁹ Proclus (ed. FRIEDLEIN) S. 65

⁴⁰ L. T. HEATH: A History of Greek Mathematics. Oxford 1921. I. Band S. 129.

Denken, nur den Beginn desselben. Anders steht es aber mit den weiteren Theoremen, die gleichfalls ihm zugeschrieben werden.

Die Thales zugeschriebenen Theoreme:⁴¹

Er hat als Erster bewiesen, daß der Kreis durch den Durchmesser in zwei Teile geteilt wird. (Proklos 157. 10.)

Er behauptet, daß die an der Basis des gleichschenkligen Dreiecks liegenden Winkel gleich sind. (Proklos 299. 1—5.)

Wenn sich zwei gerade Linien schneiden, dann sind die Scheitelwinkel gleich. (Das übringsens Euklid I. 15.)

Eudemos schreibt in seiner Geschichte der Geometrie Thales das Theorem zu: Wenn bei zwei Dreiecken je eine Seite und die daranliegenden je zwei Winkel gleich sind, sind die zwei Dreiecke gleich. (Euklid I. 26.)

Die Methode des Thales zur Messung der Entfernung von Schiffen vom Ufer (Proklos 352. 14—18) schließt den Gebrauch des vorigen Theorems ein.

Nach Pamphile war Thales der erste, der sah, daß das in den Halbkreis eingezeichnete Dreieck rechtwinklig ist. (Apollodoros führt diese Erkenntnis auf Pythagoras zurück.)⁴²

Die Thales zugeschriebenen Theoreme, genauer den Charakter dieser Theoreme, muß man mit ernstlichen Vorbehalten auffassen.⁴³ Anstelle der Formulierung «er hat bewiesen, daß» ist es zweckmäßiger, die Ausdrücke «er hat gesehen», «er hat beobachtet» zu verwenden. In diesem Sinne schreibt Proklos, unter Berufung auf Eudemos, über Thales. Nach Eudemos hat zwar Thales als Erster das Theorem gefunden (*τὸ θεώρημα . . . εὗρημένον μὲν . . . ὑπὸ Θαλοῦ πρώτον*), im Gegensatz zur Haltung von Euklid, der dies wiederum als wissenschaftlichen Beweis würdigte. (*τῆς δὲ ἐπιστημονικῆς ἀποδείξεως ἡξιωμένον παρὰ τῷ στοιχειωτῇ*)⁴⁴

Diese kritischen Anmerkungen sind unbedingt notwendig und schwächen unsere Feststellung, daß die griechische Geometrie mit Thales ihren Anfang genommen hat, in keiner Weise ab. Schließlich hat ja auch Euklid nicht bewiesen, daß der Kreis durch den Durchmesser in zwei Teile geteilt wird, sondern dies lediglich nur als Tatsache behauptet. (I. Buch, XVII. Def.). Aller Wahrscheinlichkeit nach wählte er (wie Cantor auch annimmt) den halbierenden Durchmesser aus der Aufteilung durch die Durchmesser im figuralen Bild des Kreises auf dem Wege einfacher Beobachtung aus. Die Methode der Beobachtung ist wahrscheinlich noch in jedem hier angeführten, dem Thales zugeschriebenen Theorem vorhanden. Aber diese Beobachtung ergibt sich schon aus der konstruktiven Tätigkeit, nicht mehr aus dem bloßen Praktikum. Darauf läßt sich auch aus der Tatsache — (genauer, aus der Formulierung,

⁴¹ ebd. S. 130—131

⁴² ebd. S. 131

⁴³ ebd.

⁴⁴ Proklos a. W. 299, 1—5 = VS 11A 20 = Eudemos fr. 135 WEHRLI.

die die Überlieferung Thales zuschreibt) —, schließen, daß Thales anstelle der «Gleichheit» (ἴσος) der Winkel des gleichscheinkligen Dreiecks das Wort «ähnlich» (ὁμόλογος) verwendet. Daraus ergibt sich die Schlußfolgerung, daß die Anschaulichkeit der geometrischen Figuren, und nicht ihre Zahlenmäßigkeit die Grundlage seiner Behauptung bildete. Ebenso kann man als wahrscheinlich annehmen, daß Eudemos Thales deshalb das Theorem von der Gleichheit der zwei Dreiecke zuschreibt, weil er glaubt, daß die Methode zum Messen der Entfernung des Schiffes vom Ufer die Kenntnis dieses Theorems voraussetzt. Nur ist auch dies eine bloße Annahme. (Handelt es sich doch um eine bekannte praktische Methode, die angeblich auch die Soldaten Napoleons angewandt haben.)

Was aber den berühmten sogenannten Thales-Satz betrifft (die rechten Winkel der in den Halbkreis eingezeichneten Dreiecke): Wenn dies eine solche geometrische Behauptung wäre wie ein Lehrsatz, bzw. dessen Entdeckung wäre, dann könnte man auch annehmen, daß Thales die Tatsache kennen mußte, daß die Summe der Winkel im Dreieck zwei rechten Winkeln entspricht. Aus der gesamtheit von Argumenten und Gegenargumenten, den sich widersprechenden Formulierungen des Eudemos usw. zieht Heath mit Recht die Schlußfolgerung: Thales konnte zu dem Satz kommen, ohne daß sein Wissen in bezug auf die Winkelsumme des Dreiecks glaubhaft zu machen wäre. Die Entdeckungen entstanden häufig durch das Aufzeichnen der verschiedenen geometrischen Formen, auf die Weise, daß man die offensichtlichen, naheliegenden Zusammenhänge, «Ähnlichkeiten», d. h. Gleichheiten zwischen Seiten Winkeln usw. beobachtete. Die Behauptung von Pamphile, Thales habe Winkel in den Halbkreis eingezeichnet und so gefunden, daß diese rechte Winkel werden, läßt sich also akzeptieren.

Neben den oben angeführten kritischen Argumenten und Vorbehalten muß man jedoch sehen, daß die Beobachtung in der Geometrie eine große Rolle gespielt haben muß, das aber ist die dem theoretischen Interesse, nicht lediglich der praktischen Messung entsprungene Beobachtung! Es zeigt sich also die qualitativ andere Einstellung, die weiter zu entwickeln die Wissenschaft berufen ist.

Das Doppelgesicht der miletischen Geometrie stellt den Ausdruck ontologischer und philosophischer Probleme dar. Die Naturbeobachtung und die Naturerklärung führte noch nicht zu dem Interesse an den reinen theoretischen Konstruktionen. Herakleitos wird jener ionische Philosoph, der das Problem schon sah und einen Unterschied zwischen den Sinnen und dem Verstand macht. Er formulierte das Erfassen der Dinge nicht auf sinnliche, sondern andere Weise: «Keiner von allen, deren Worte ich vernommen, gelangt dazu zu erkennen, daß die Weisheit etwas von allen abgesondertes ist.»⁴⁵

⁴⁵ VS⁴ 1922. 12 B 108

2. Die Schulen von Magna Graecia

Aus unseren sich auf Thales beziehenden Überlegungen zeigten sich der Anschauungscharakter der Geometrie, die empirischen Evidenzen ihrer Beweise. Trotzdem wurden die hier auftretenden anfänglichen theoretischen Verallgemeinerungen zum Urheber der Wissenschaftsentwicklung. In Wirklichkeit jedoch erreichen die charakteristischen Merkmale des griechischen wissenschaftlichen Denkens in der italienischen Schule (bei den Pythagoreern und den Eleaten) ihre Vollkommenheit.

Die ein halbes Jahrhundert nach Thales beginnende Epoche — die die direkte Fortsetzung der ionischen Naturphilosophie und mathematisch-geometrischen Philosophie darstellt — scheint nicht nur deshalb ein unlösbares Rätsel zu sein, weil sie die mathematischen Werke in beträchtlicher Menge, eine Masse von originellen Arbeiten produzierte, sondern auch, weil sie in der Wissenschaft noch heute bestehende, strenge Ergebnisse erzielte.

Auf diese Tatsache gibt weder die in der gesellschaftlichen Struktur eingetretene Veränderung noch die sich im philosophischen Denken im Vergleich zur ionischen Epoche vollzogene Entwicklung eine Antwort. Die in der gesellschaftlichen Struktur eingetretene Veränderung ist fast unbedeutend, da die Städte von Magna Graecia die Traditionen der übergesiedelten ionischen Polis bewahrten, diese weiter lebten. Wenn es auch außer Zweifel steht, daß die gesellschaftlichen und politischen Kämpfe, der Kampf zwischen der Aristokratie und der Schicht der Handelsleute, in diesen Städten in entwickelterer zugespitzter Form verlaufen. Die Teilnahme an den politischen Kämpfen zieht nämlich ein Bewandertsein in den Auseinandersetzungen nach sich, vermittelt Diskussions- und Argumentationserfahrung, was wieder mittelbar zur Herausbildung der wissenschaftlichen Methoden beitragen kann. Es wäre jedoch nicht sachdienlich, das außerordentlich abstrakte, mathematische, wissenschaftliche Denken unmittelbar aus solchen gesellschaftlichen Faktoren zu erklären. Die Pythagoreer entwickelten reine mathematische Begriffe. Völlig unempirischen Charakter trug jene Untersuchungsmethode, die für die Pythagoreer bezeichnend war. Offensichtlich bedeutete die Ausgestaltung der Zahlentheorie keine oder nur indirekt recht gringe Hilfe bei der Arbeit der Schiffsbauer, Reisenden und Feldmesser. Von den sich auf das Gerade und Ungerade beziehenden Beweisen gar nicht zu sprechen: diese konnten auf keine Weise den täglichen Zielen der Gewerbe dienen.

Was aber den Fortschritt in der Philosophie betrifft, so setzten die Pythagoreer die Arche-Forschung, die die ionischen Philosophen begonnen hatten, mit Hilfe der pragmatischen Methode fort, und in gewissem Sinne nimmt sie bei ihnen auch einen anderen Charakter an. Es fragt sich nur, ob allein diese Tatsache das Entstehen der beweisenden Wissenschaft erklärt.

Wenn wir den inhaltlichen Ernst der pythagoreischen Mathematik berücksichtigen, jene strenge wissenschaftliche Form, in der sie später im Buch des Euklid erscheint, dann muß man sagen, daß weder die Methode noch der Inhalt der pythagoreischen Mathematik sich aus der Philosophie des Pythagoras erklären lassen.

Wenn wir aber von der glaubhaft zu machenden historischen Tatsache ausgehen, daß Pythagoras selbst und die frühen Pythagoreer Philosophen mit mathematischem Hang waren, dann lassen sich die Anfänge ihrer mathematischen Theorie als organischer Teil ihres allgemeinen philosophischen, kosmogonischen Weltbildes betrachten. Das reine mathematische System aber wird später von ihnen entwickelt, daraus abstrahiert. (Nicht nur chronologische Überlegungen begründen es, daß wir zwischen Pythagoras und dem Pythagoreer Archytas einen wesentlichen, fast epochemachenden Unterschied sehen.) Aristoteles, der die pythagoreische Theorie einem strengen Urteil unterwirft, sieht klar, daß der Mathema-Begriff der Pythagoreer einen Lehrsatz bedeutet, ein System, das aus Begriffen, Sätzen und Beweisen besteht. Sein Urteil richtet sich nie gegen die Lehrsätze und ihre Beweisart, sondern es handelt vom Gepräge, dem Sachverhalt ($\tau\acute{o} \tau\acute{\iota} \eta\pi\epsilon\lambda\upsilon\alpha\iota$) der mathematischen Objekte. Davon also, was eigentlich schon eine extra-mathematische Frage, eine der großen Fragen der Philosophie darstellt.⁴⁶

Die vom Gesichtspunkt der Entwicklung der Wissenschaft (ja, man kann ruhig sagen, ihrer Entstehung) hervorragende Bedeutung der von der Insel Samos nach Kroton geflohenen Pythagoras-Schule besteht darin, daß sie den Weg, das Verfahren, die Methode entdeckte, mit deren Ergebnissen sich gewisse Behauptungen aus anderen ableiten lassen, d. h. auf rein gedanklichem Wege zu erfassen bzw. auf diesem Wege zu beweisen sind. Mit anderen Worten: Sie schuf die Betrachtungsweise der theoretischen Wissenschaft und entdeckte gleichzeitig die Kraft und Wirksamkeit der Logik.⁴⁷

Auf die Frage aber, woher die Pythagoreer diese «Betrachtungsweise» gewonnen haben, ist es schon sehr schwer, eine Antwort zu geben. Das theoretische Interesse gehört — wie wir gesehen haben — bereits zum Wesen der ionischen Naturphilosophie, und es ist selbstverständlich, daß es sich in den italienischen Schulen weiterentwickelt.

Das Ergebnis dieser Entwicklung *unterscheidet sich jedoch in seinem Wesen* von den im Rahmen der ionischen Naturphilosophie erzielten Ergebnissen. Zur Illustration dessen nehmen wir unter den mathematischen Ergeb-

⁴⁶ Siehe z. B. Aristoteles: Metaph. XIII. 2. 1077 b, XIV. 1. 1088 a und XIII. 8. 1083 b.

⁴⁷ Die wissenschaftsgeschichtlichen Verdienste der Pythagoreer werden ähnlich gesehen von O. REIDEMEISTER, VAN DER WAERDEN und Á. SZABÓ. In der gegebenen Frage s. besonders: O. REIDEMEISTER: a. W. S. 52, . SZABÓ: The Transformation of Mathematics... II.

nissen der pythagoreischen Mathematik die Lehre von dem Geraden und Ungeraden heraus, weiterhin die größte Leistung dieser Epoche, den Beweis über die Inkommensurabilität der Seiten und Durchmesser des Vierecks.

Die Theoremreihen, die heute als pythagoreisch gelten, enthalten zwei charakteristische Beweisformen. Die eine ist die Rückführung des zu beweisenden Satzes auf eine früher ausgesprochene Definition oder eine einfachere These; die andere der indirekte Beweis, d. h. der Nachweis dessen, daß es unmöglich ist, auf das Gegenteil zu schlußfolgern. Beide Beweisarten lassen die bewußte Anwendung von logischen Verfahren bzw. logische Kenntnisse und deren vorbehaltlose Akzeptierung annehmen. Als Platon in seiner *Politeia* die gebräuchliche Praxis der Mathematiker und Geometer zum Ausdrücken ihrer Wissenschaft beschreibt, spricht er davon, daß diese ihre Thesen nur auf die zugrundegelegte Hypothese zurückführen (entweder auf dem direkten oder auf dem indirekten Wege), aber nicht hinter die Grundbegriffe dringen.⁴⁸

Ja, wirklich davon ist die Rede, doch bleiben wir einen Moment bei dieser Besonderheit der pythagoreischen Denkweise. Schon früher haben wir darauf hingewiesen, daß der sogenannte Pythagoras-Satz schon um 2000 bekannt war und auch praktisch angewandt wurde, man hat ihn nur nicht auf Thesen zurückgeführt. Das ließe sich auch so ausdrücken, daß man nicht versucht hat, jene Bedingungen zu geben, die zum allgemeinen Beweis jeder mathematischen Wahrheit notwendig sind.

Wie haben das die Pythagoreer gemacht?⁴⁹ Zum Beispiel: (der IX 22. Satz des Euklid heißt) wenn man beliebige ungerade Zahlen auf die Weise addiert, daß die Zahl der Addenden gerade ist, dann ergibt die Summe eine gerade Zahl. Der Beweis in der ebenfalls bei Euklid vorkommenden Form geschieht ungefähr so: die fragliche These wird auf die vorhergehende, XI. 21., zurückgeführt, die besagt, daß die Summe einer beliebigen Anzahl gerader Zahlen eine gerade Zahl ist. Der Ablauf der Rückführung ergibt sich folgendermaßen: Von jeder der zu addierenden ungeraden Zahlen wird die Einheit subtrahiert. Die 7. Definition des Buches VII. sagt, daß die ungerade Zahl sich um die Einheit von der geraden unterscheidet. Durch das Subtrahieren der Einheit werden die ungeraden Zahlen in gerade umgewandelt, und es wird noch eine neue gerade Zahl gewonnen, weil man aus dem Addenden von geraden Zahlen die Einheit subtrahiert hat. (Beispiel: Addanden 3, 5, 7, 9, aus allen vier Zahlen die Einheit subtrahiert: 2, 4, 6, 8 und 4.) Die neuen Addanden sind also immer gerade Zahlen, unsere vorhergehende These, die

⁴⁸ Platon, *Pol.* VI. 510. C–D.

⁴⁹ Die hier folgenden Beispiele, die Kommentare dazu sind zu finden bei K. v. FRITZ: *Die APXAI in der griechischen Mathematik.* Mathematic, Archiv für Begriffsgeschichte, Bonn 1955. VAN DER WAERDEN: *Die Arithmetik der Pythagoreer* I. *Math. Ann.* 120. 1947. 4, O. BECKER: *Grundlagen der Mathematik.* Á. SZABÓ: a. W.

21., enthielt aber schon daß die Summe beliebiger gerader Zahlen ebenfalls gerade ist. Damit wurde die fragliche These bewiesen.

Der Beweis der These geschah also unter Verwendung einer bedingungslos angenommenen Definition und mit jener Logik von deduktiver Natur, daß wenn das Vorhergehende wahr ist, auch das Folgende wahr ist, weil es sich auf das Vorhergehende zurückführen läßt. Diese Praxis weist darauf hin, daß die Pythagoreer wußten: beim Beweis gibt es kein regressus ad infinitum; es muß also solche Prinzipien, Axiome geben, die man nicht mehr beweisen kann, bei denen man stehen bleiben muß. Das ist die Voraussetzung allen deduktiven Denkens. Ein noch interessanteres Problem enthält die andere — als authentisch zu bezeichnende — Form der pythagoreischen Beweise, der indirekte Beweis. Von unermeßlichem Wert sind hier die Rekonstruktionen von O. Becker und besonders die Arbeit von v. der Waerden, aufgrund deren sich heute ohne Zweifel der pythagoreische Ursprung des VII. Buches von Euklid behaupten läßt.⁵⁰ Hier eine der indirekten Beweisführungen unter den vielen: (Euklid VII. 31) Der zu beweisende Satz heißt: Der Divisor jeder zusammengesetzten Zahl ist irgendeine Primzahl. Die zum Beweis des Satzes notwendigen Definitionen⁵¹ aus dem VII. Buch des Euklides:

2. Def. Die Zahl ist eine aus Einheiten bestehende (endliche) Menge.

11. Def. Eine Primzahl ist die Zahl, die außer der Einheit und sich selbst keinen Divisor hat.

13. Def. Eine zusammengesetzte Zahl ist die Zahl, die einen echten Divisor hat.

Der Verlauf der Beweisführung: a soll irgendeine zusammengesetzte Zahl sein. Wir wollen beweisen, daß ihr Divisor irgendeine Primzahl ist. Da a eine zusammengesetzte Zahl ist, stellt sie im Sinne der 13. Definition den echten Divisor irgendeiner Zahl b dar. Die Zahl b ist entweder eine Primzahl oder eine Nicht-Primzahl (zusammengesetzte Zahl). Wenn sie eine Primzahl ist, dann ist der fragliche Satz bewiesen. Handelt es sich um eine Nicht-Primzahl, dann ist, wieder im Sinne der 13. Definition, irgendeine Zahl c der echte Divisor von b , aber dieses c ist dann auch der Divisor von a . Von c ergibt sich wieder, daß sie entweder eine Primzahl oder eine Nicht-Primzahl

⁵⁰ VAN DER WAERDEN macht in seiner angegebenen Arbeit mit dem Satz des Archytas bekannt und weist nach, daß sich Archytas schon auf eine bewiesene These beruft, welche bisher im VII. und VIII. Buch des Euklid zu lesen ist. S. 127 — 153

⁵¹ Die Bekanntgabe des Beweises: A. SZABÓ: The Transformation... II. p. S. 123. Zum Gebrauch des Wortes Definition sei folgendes angemerkt. In der griechischen philosophischen Sprache ist das für die Definitionen verwendete Wort das zur Zeit des Platon schon gut bekannte $\delta\eta\omicron\varsigma$. Proklos dagegen bezeichnet in seinem Euklid-Kommentar die «Definitionen» nicht mit dem Wort $\delta\eta\omicron\varsigma$ sondern mit $\hbar\pi\acute{o}\theta\epsilon\sigma\iota\varsigma$. Das Wort Hypothese ist aber auch der Name der mathematischen Sätze. Und in zahlreichen anderen Zusammenhängen bedeutet die Hypothese sowohl Satz als auch Definition. Mit welcher Bedeutung die Hypothese übersetzt wird, entscheidet praktisch die Tatsache, ob die damit verbundenen Aussagen bewiesen werden oder nicht; in diesem Falle ist das Wort Satz die richtige Übersetzung.

ist. Wenn c eine Primzahl ist, haben wir den 31. Satz bestätigt. Wenn sie es nicht ist, dann muß c einen Divisor d haben usw., bis wir die fragliche Zahl finden, die Primzahl und Divisor von a ist. Warum sollte es unmöglich sein, eine solche Zahl zu finden? Denn wenn wir sie nicht fänden, würde es bedeuten, daß a unendlich viele Divisoren von immer kleiner werdenden Zahlen hat. Das aber ist unmöglich, weil es der 2. Definition widerspricht, derzufolge die Zahl a eine aus Einheiten bestehende endliche Menge ist.

Diese Beweisführung — und dies ließe sich noch an einigen Beispielen illustrieren — war in der griechischen Mathematik sehr verbreitet. Der Gedankengang der Beweisführung zeigt, daß es zwei Bezugspunkte gibt, der eine ist die Definition, der andere die Unmöglichkeit der Definition zu widersprechen. Und das bedeutet, daß man wußte: Wenn die Behauptungen von der Gestalt A und Nicht-A sind, dann können diese zusammen nicht wahr sein. Das ist die elementare Voraussetzung jedes sinnvollen Denkens. Ohne das wäre alles gleich, man könnte alles sagen. Aber ein solcher Beweis setzt noch mehr voraus. Und zwar, daß die Behauptungen vom Typus A und Nicht-A auch nicht gleichzeitig falsch sein können. Entweder ist die eine wahr oder die andere, eine dritte Möglichkeit gibt es nicht. Das folgende Problem besteht darin, welche von den beiden wahr ist. An sich könnte man diese Frage nur unter Berufung auf die Anschauung entscheiden, aber in einem Beweis ist das nicht möglich. Und hier spielen die vorher gegebenen Definitionen eine entscheidende Rolle. Die Behauptung, die der Definition widerspricht, wird die irrice, und die andere, ihre Negation, wird die wahre.

Kurz: Daß die als Definition bezeichneten Thesen vorher angegeben werden, ist der letzte Punkt, bis zu dem der Beweis gehen kann. Auf dierkte Weise geschieht es durch die Rückführung, auf die indirekte Weise über die Widerlegung solcher Thesen, welche die Negierung der gegebenen, angenommenen Definition darstellen.

Die indirekte Methode verdient vom logischen Gesichtspunkt, vom Gesichtspunkt der Entwicklung der Logik, besondere Aufmerksamkeit. Denn diese Methode kann nur der verwenden, der das Gesetz des Widerspruchs und des Ausschließens des Dritten kennt und akzeptiert. D. h. man muß wissen, daß entweder die gegebene These wahr ist oder ihre Negierung, eine dritte Möglichkeit gibt es nicht. Da ein bedeutender Teil der pythagoreischen Thesen indirekt ist, muß als Tatsache festgehalten werden, daß man im V. Jh. das Gesetz vom Widerspruch und dem Ausschließen des Dritten gekannt hat.

Auf die Frage nun, woher die Pythagoreer diese entwickelte Logik — wir könnten auch fragen, diese entwickelte Beweismethode — genommen haben, existieren die unterschiedlichsten Theorien. Die interessantesten und die bedeutendsten unter ihnen sind die Theorien von K. v. Fritz und Á. Szabó.⁵²

⁵² K. v. FRITZ: a. W., Á. SZABÓ: Transformation of Mathematics... Á. SZABÓ: Anfänge der griechischen Mathematik. Budapest 1969.

Die Theorie von K. v. Fritz gehört zu jenem Typus, der die griechische Mathematik und innerhalb derselben die Logik der Beweise aus den mathematischen Untersuchungen selbst erklärt. Also z. B. aus solchen Tatsachen, daß in den unterschiedlichen empirischen Materialien, die sich in den Kenntnissen der Ägypter und Babylonier, weiterhin in der eigenen praktischen Tätigkeit angehäuften hatte, für bestimmte Aufgaben jeweils andere Lösungen zu finden waren. Deshalb versuchten die Griechen gleichsam Ordnung im empirischen Material zu schaffen, indem sie die Kenntnisse der Reihe nach anordneten; zuerst kamen die einfacheren, und die komplizierteren wurden auf sie zurückgeführt. Diese Wertung ist zu akzeptieren, wenn man nur die direkten Beweise berücksichtigt, sie sagt aber nichts darüber, durch welcher Überlegung die Pythagoreer zum indirekten Beweis kamen und damit oder davor zur Erkenntnis des Gesetzes vom Widerspruch und der Ausschließung des Dritten. Das wird nämlich durch das mathematische Tatsachenmaterial an sich in keiner Weise erklärt.

Die Theorie von Á. Szabó gehört zu denen, die die deduktive Mathematik (und innerhalb derselben die indirekten Beweise) für von philosophischer Herkunft halten, und zwar für den Einfluß der aus der eleatischen Philosophie übernommenen Methode auf die pythagoreische Mathematik. Seine Argumente sind vollkommen stichhaltig, vor allem deshalb, weil die erste Thesenreihe deduktiven Charakters, über die wir heute verfügen, von Parmenides stammt.

Für die Tätigkeit des Eleaten Parmenides und seiner Schule ist wirklich bezeichnend, daß sie bei der Untersuchung der Probleme des Seins eine strengere Logik anwendeten als ihre Vorgänger, die ionischen Naturphilosophen, und der Zeitgenosse und Widersacher Herakleitos. In der Lehrdichtung des Parmenides kann man zum ersten Male über die logische Unterscheidung der für das Denken möglichen Wege lesen. Der erste Weg zeigt, daß das Bestehende ist, existiert, und daß das Nichtsbestehende nicht existiert. Das ist der richtige Weg der Überzeugung, der zur Wahrheit führende Weg. Der zweite Weg ist, daß was es nicht gibt, ist, und daß das Nichtexistierende notwendigerweise auch besteht, dieser Weg ist aber unerkennbar. Weil das Nichtseiende weder zu erkennen noch zu benennen ist. Weil Denken und Sein eins sind (*τὸ γὰρ αὐτὸ νοεῖν ἐστίν τε καὶ εἶναι*).⁵³ Nach der Interpretation von Á. Szabó hat hier Parmenides in dem «dreifachen Weg» die drei Grundprinzipien der Logik folgenderweise formuliert: 1. das Existierende gibt es, 2. das Nichtexistierende gibt es nicht, 3. das Existierende gibt es und gibt es nicht. Das Verwerfen dieses dritten Weges ist von ebensolcher Struktur wie der beschriebene Beweis. So, wie Parmenides den dritten Weg verwirft, so verwirft die pythagoreische Beweisführung den Gedanken, daß eine Zahl gleichzeitig gerade und ungerade

⁵³ VS⁴ 1922 18 B 5. (Parm.)

sein kann. Es gibt nur zwei Möglichkeiten, *gerade* oder *ungerade*, wie bei Parmenides — *es gibt* — oder — *es gibt nicht* —.⁵⁴

Es tauchen allerdings Zweifel auf, ob man die Lehrdichtung des Parmenides als reine logische Konstruktion ansehen darf. Wenn nicht — da es in dieser Epoche noch unvorstellbar wäre, von philosophischen Kategorien, absolut ohne materielle Träger, zu sprechen — dann ist die Behauptung anfechtbar, daß die Pythagoreer eine klar ausgearbeitete Logik, die drei Grundprinzipien übernommen, für ihr bis dahin amorphes empirisches Material verwendet haben, und sofort Meister des indirekten Beweises waren.⁵⁵

Es wäre unbescheiden, wenn wir unsererseits sachlich in die außerordentlich gründliche philologische Arbeit, die die verschiedenen Parmenides-Interpretationen zum Ergebnis hatte,⁵⁶ hineinreden wollten. Das ist auch nicht unsere Absicht. Wir meinen aber, man müßte dieses sehr häufig und berechtigt verlautende Prinzip, daß die griechische exakte Wissenschaft aus der Philosophie entstanden ist, in seiner ganzen Vielseitigkeit auffassen.

Wie die griechische Gesellschaftsstruktur, die antike Form als Gesamtwirkung besonderer historischer Umstände zustande kam, läßt sich eine solche Gesamtwirkung auch bei der Herausbildung der Wissenschaft, in diesem Falle der deduktiven Mathematik, beobachten. So wurzelt z. B. die Herausbildung der von der praktischen Notwendigkeit weit entfernten Zweige der pythagoreischen Mathematik — zahlreiche Ergebnisse der Zahlentheorie — unbedingt in der Philosophie, genauer in der pythagoreischen Naturspekulation. Zu einer umfassenden Erklärung der über die empirischen Untersuchungen hinausgehenden Tätigkeit dient auch die pythagoreische Philosophie selbst. Schon allein die pythagoreische Arche-Auffassung zeigt dies. Das Arche ist die Zahl. Auch dann ist hier schon von Anschauungslosigkeit die Rede, wenn die abstrakte Beschaffenheit der Zahl noch nicht rein, noch nicht klar zum Ausdruck kommt, wenn man ihre Mathematik von ihrer Physik noch nicht unterscheiden konnte. Die Kosmologie, nach der der ganze Himmel Harmonie und Zahl ist, involviert schon die theoretische Untersuchung der Zahlenverhältnisse. Natürlich läßt sich auch der Einfluß der eleatischen Philosophie nicht leugnen, wie umgekehrt von zahlreichen eleatischen Lehren der pythagoreische Ursprung nachweisbar ist.

Unserer Meinung nach kann die Entstehung der griechischen Mathematik und der deduktiven Methode nicht aus einer einzigen philosophischen Konzeption erklärt werden. Gemeinsam existierten und zeigten sich die durch die gesellschaftliche, politische Tätigkeit gegebene Geschultheit, philosophische Bildung und wissenschaftliche Ansprüche als unerläßliche Begleiterscheinung

⁵⁴ Á. SZABÓ: *Eleatica*. S. 75

⁵⁵ Á. SZABÓ: *The Transformation of Mathematics* . . . II.

⁵⁶ Siehe die Diskussion in dem Werk von R. FALUS: *Parmenides-Interpretationen*. Acta Ant. Hung. 8 (1960).

der in der griechischen Polis herausgebildeten Traditionen. Die politischen und gesellschaftlichen Probleme, die Probleme der Institutionen, Staatsformen, die Beurteilung derselben — all dies trug unbedingt zur Entwicklung der Argumentationstechnik der griechischen Denkweise bei.

Die theoretischen Konsequenzen des Kampfes zwischen der Aristokratie und dem Demos — z. B. das Aufwerfen des Problems *νόμος — φύσις*,⁵⁷ und daß es später in der sophistischen Philosophie zum zentralen Thema wird) — beeinflussten entscheidend das Allgemeinwerden der griechischen Dialektik und das Entstehen der sich daraus entwickelnden deduktiven Argumentation. Zu diesen auf gesellschaftlicher Ebene auftauchenden Fragen — «was ist die Wahrheit» — hat ohne Zweifel das Erscheinen der Geschichtsschreibung, die geographischen Beschreibungen, die Schilderung anderer Völker, anderer Gebräuche (so wurde z. B. der Vergleich mit den für ewig geglaubten griechischen Gebräuchen und Sitten möglich) ernste Impulse gegeben. Besonders lehrreich unter diesem Gesichtspunkt sind die Beschreibungen des Herodotos.⁵⁸

So zeigt sich also in der Entstehung der griechischen deduktiven Mathematik auf komplexe Weise die Notwendigkeit, in den politischen Auseinandersetzungen bewandert zu sein (die Diskussionsfertigkeit; die Ansprüche der Gerichtsbarkeit; die Technik, den Widersacher durch Argumente zu besiegen), das Vorhandensein der philosophischen Richtungen, die sich aus der Natur der Philosophie ergebene motivierende Denkweise und die theoretische Einstellung sowie das schon gewaltig angeschwollene Material der geometrischen Kenntnisse; das glückliche Zusammenspiel des allen, d. h. die gesamtgesellschaftliche Praxis, erklärt die Herausbildung der deduktiven Wissenschaft schon lange vor Platon. In diesem «Zusammenspiel» kam in der eleatischen Philosophie die Praxis der indirekten Denkweise mit seiner unzweifelhaft kristallklaren Logik auf. Das Erkennen dieser Tatsache, ihr Herausarbeiten durch schöne und genaue philologische Analyse ist die großartige Leistung von K. Reinhardt und Á. Szabó.

Wenn man für die logische Konstruktion des Parmenides vom «reinen Sein» eine Erklärung sucht, so wird man sie wahrscheinlich dann bekommen, wenn man den Grundgedanken des Herakleitos *εἶμεν τε καὶ οὐκ εἶμεν* (wir sind und sind nicht) mit der parmenidischen Grundthese *τὸ εἶναι ἐστὶ* (das Seinde existiert) vergleicht. Unbedingt gehört hierher der Gedanke Lenins von der Notwendigkeit, die Prozesse der Wirklichkeit anzuhalten, um sie abbilden zu können.⁵⁹ Auch die Gegenüberstellung der Methoden des dies dauernde

⁵⁷ Die eingehende Behandlung der Frage findet der Leser z. B. im Werk von F. Heinemann: *Nomos und Physis*. Basel 1945, außerdem in RITOÓK — SÁRKADY — SZILÁGYI: *A görög kultúra aranykora* (Das goldene Zeitalter der griechischen Kultur). Budapest 1969., usw.

⁵⁸ Besonders lehrreich ist die Analyse der Auffassung: das Gesetz achten und frei sein, die Unterscheidung von Tugend, Armut und Tyrannei: VII. Buch, Kap. 101 — 104, weiter der Meinungsstreit über die Demokratie, VII. Buch, Kap. 80 — 84.

⁵⁹ W. I. LENIN: Aus dem Philosophischen Nachlaß. Wien — Berlin. SW 61 S. 195.

Bewegung und Veränderung der Wirklichkeit beobachtenden und sehenden Herakleitos und des in den Gedanken Ordnung schaffen wollenden und damit eine deduktive Wissenschaft hervorbringenden Parmenides läßt sich nur so verstehen.

Besondere Bedeutung vom Gesichtspunkt der Herausbildung des griechischen wissenschaftlichen Denkens und der wissenschaftlichen Methode haben einerseits die Entdeckung der Irrationalität und andererseits die Aporien des Zenon.

Die irrationale Größe entdeckten die Pythagoreer über die inkommensurablen geraden Strecken. Die Beweise über das Gerade und Ungerade führten zur Erkenntnis der inkommensurablen Verhältnisse. Auf die Frage nämlich, was die geometrische Mitte der 1 und der 2 ist, wäre zu antworten, man solle das Verhältnis von Diagonale und Seite im Einheitsquadrat untersuchen, und dann stellt sich heraus, daß sich dieses Verhältnis mit Hilfe sich heraus, daß sich dieses Verhältnis mit Hilfe des Quotienten positiver ganzer Zahlen nicht ausdrücken läßt. Für die pythagoreische Zahlenphysik und Zahlenphilosophie bedeutete die Entdeckung der Inkommensurabilität einen ungeheuren Schlag. Der Überlieferung nach versuchte man, die Entdeckung eine Weile geheimzuhalten. Der Eleat Zenon war es (in der Mitte des V. Jh.), der den Zusammenbruch der pythagoreischen Zahlenphysik schonungslos aufdeckte. Wenn man nämlich die Diagonale und die Seite des Quadrats nicht miteinander vergleichen kann, dann kommt man nie, so oft auch die gegebenen Linien aufgeteilt werden, auf eine ganze Zahl, mit der man das Verhältnis der zwei Längen ausdrücken könnte. Das bedeutet, daß sich die Linien unendlich teilen lassen. Wenn man das aber akzeptiert, dann können die Linien auch nicht aus Punkten von endlicher Zahl bestehen. Die pythagoreische Konzeption von den Bausteinen der Welt ist also in ihren Grundfesten erschüttert worden.

Die Bedeutung der Aporien des Zenon läßt sich nur ermessen, wenn man die Tragweite, die Wirkung von Parmenides' Theorie für die Entwicklung der Wissenschaft klar sieht. Hauptsächlich die Argumentationsmethode verdient Beachtung, die die Möglichkeit für solche theoretische Konstruktionen schafft, die sich auf der Dichotomie wahr—falsch aufbauen. Betrachten wir also jetzt, womit Parmenides das Existieren des Seienden und das Nichtexistieren des Nichtseienden, bzw. als Folge davon, die Unbegehrbarkeit des dritten Weges begründete. Eine ontologische Vorbedingung stellt auf alle Fälle das dar, daß das Seiende eins ist und sich nicht in wirkliches und gedankliches Sein unterscheidet. Es muß also die Frage «was ist das, was man denken kann» gestellt werden. Dieser Gedanke muß am allgemeinsten sein (will er doch die Welt erklären, wie jede griechische philosophische Theorie). Dies ist das allgemeinste, allgemeiner nicht mehr zu erdenkende Prädikat des «existiert». Auf dieser abstrakten Ebene wird wiederum das einzige mögliche Subjekt des Prädikats «existiert» das «Seiende». Der folgende Schritt besteht darin, die logischen

Konsequenz zu ziehen : Wenn sich allein nur «das Seiende existiert» als Allgemeinstes denken läßt, dann läßt sich das «nicht-existiert nicht denken (weil, wenn man es dächte, es schon existierte). Und wenn wir jetzt in Hinsicht auf die chronologische Unsicherheit vorsichtig formulieren und nicht mit völliger Gewißheit behaupten, daß hier von einer bewußten Auflehnung gegen die dialektische Denkweise des Herakleitos die Rede ist, können wir doch folgendes feststellen : Parmenides verwirft aus ontologischen Überlegungen ein solches Denken, das ein gegebenes Subjekt mit einem gegensätzlichen (behauptenden und verneinenden) Prädikat verbindet. Das involviert gleichzeitig auch, daß er jede Berufung auf die sinnliche Wahrnehmung zurückweist (für die sinnliche Wahrnehmung ist die Vielfältigkeit selbstverständlich), also die Dialektik der konkreten Wirklichkeit.

Kehren wir zur Struktur der Argumentation zurück : Auf der Begriffsebene (also bei absoluter Außerachtlassung der tatsächlichen Prozesse der Wirklichkeit, dem völligen Nichtbeachten der Sinneswahrnehmung) ist nur ein einziges Kriterium zur Entscheidung, ob etwas wahr oder falsch ist, möglich : Die Aussagen, die sich selbst widersprechen, können nicht wahr sein. Aus der Grundkonzeption «Das Gedachte = (ist soviel wie) das Seiende» ergibt sich, daß es für den wahren Gedanken (d. h. das Sein) bzw. für die wahre Gedankenreihe nur eine einzige Gewißheit gibt, die logische Gewißheit. Obwohl philosophisch gesehen dieser Weg auch eine Sackgasse ist und für eine Zeit der empirischen Forschung den Weg versperrt, besitzt diese Erkenntnis vom Gesichtspunkt der Wissenschaftsentwicklung und damit der Entwicklung der Logik eine außerordentlich große Tragweite. Es ist für jedermann selbstverständlich, daß er nicht solche Sätze wie : «Jeder Junggeselle ist verheiratet» usw. sagt. D. h. jeder, der sich die Sprache aneignet, vermeidet fast automatisch die semantischen Widersprüche, ohne zu wissen, im Sinne welcher Regel der Logik er so handelt. Die Eleaten jedoch waren unseres Wissens die ersten, die darüber nachdachten, daß der gegensätzliche Sinn der Gedanken (z. B. der der Bewegung) auf theoretischem Wege zu einem solchen Durcheinander führt, wie wenn jemand die erwähnte Antinomie Junggeselle-verheiratet sagen würde. Zwar war die Grundlage des Nachdenkens über die logischen Kriterien eine irrige ontologische Überzeugung, sie führte aber trotzdem zur Suche nach dem Ordnungsprinzip für das abstrakte Denken und dann zu dessen Formulierung : Was widerspricht, ist nicht wahr. Die Wirkung dieser Erkenntnis auf den mathematischen Beweis hat historische Bedeutung.

In der pythagoreischen Zahlentheorie wird diese Methode außerordentlich häufig angewandt. Die ontologischen Grundlagen der pythagoreischen Philosophie ähneln denen der eleatischen. Die Zahl (also abstrakte Entität) ist das Seiende. Was kann man über die Zahl denken ? Nur das, was unwidersprüchlich ist, also von dem Geraden, daß sie gerade ist, von der Eins, daß sie nicht mehr ist usw. Die Definition der Eins z. B., die in der parmenidischen

Philosophie eine große Rolle spielt, heißt: «Eins ist das, wonach jedes Ding als eins bezeichnet wird.» Die Folge davon bedeutet, daß die Eins unteilbar ist. Denn wenn sie teilbar wäre, wäre sie nicht eins, dann wäre die Eins viel. Dies jedoch ist ein Widerspruch, d. h. nur die Behauptung kann wahr sein, derzufolge die Eins unteilbar ist. Hier haben wir die Erklärung dafür, warum die pythagoreische Zahlentheorie die Brüche nicht kannte, nur die Vervielfachung der Eins und die sich aus Einheiten zusammensetzende Menge.

Zenon hat unter Verwendung von Parmenides' Methode folgendermaßen zur Schaffung der deduktiven Wissenschaft beigetragen: Zenon wendet sich gegen jene Gegner des Parmenides, die die Lehre von der Eins für lächerlich hielten, weil sie zu Widersprüchen führt.⁶⁰ Er weist nach, daß die Auffassung des Viel auf dem Wege einer vorschriftsmäßigen logischen Ableitung noch eher zu Widersprüchen führt. Wenn man das aus vielen Teilen bestehende Seiende akzeptiert, dann bedeutet das aufgrund des Gedankenganges von Zenon, daß man ein Seiendes von bestimmter (endlicher) und unbestimmter (unendlicher) Zahl annehmen muß. Der Gang der Beweisführung: Zenon akzeptiert die Hypothese des Gegners, daß nämlich das Seiende nicht eins ist. Es sei angenommen, daß das Seiende aus zwei Teilen besteht. Wird das akzeptiert, dann müssen die zwei Teile durch irgendeinen dritten voneinander getrennt werden. Dann besteht das Seiende schon aus drei Teilen. Die Teile müssen wieder durch etwas voneinander getrennt werden, d. h. das Seiende besteht aus fünf Teilen, und so weiter bis ins Unendliche. Das jedoch ist ein Widerspruch. Aufgrund des erlaubten logischen Verfahrens auf einen Widerspruch zu kommen, beweist aber, daß die These falsch ist.

Die Paradoxa des Zenon wurden, wie wir wissen, von Aristoteles bewahrt. Die Paradoxa sind berufen, Licht in die Widersprüchlichkeit des Begriffs der Bewegung und die deshalb logische Unmöglichkeit der Bewegung zu bringen. Seine Argumente bezeugen unanfechtbar, daß man eine Strecke von endlicher Länge in unendlich viele Strecken von endlicher Länge aufteilen kann. Eine Folge der Argumentation von Zenon (unabhängig davon, ob er sich darüber im Klaren war) ist, daß sich die Konzeption, nach der die Gerade aus endlich vielen Punkten besteht, nicht aufrechterhalten läßt. Dieses Erkenntnis, zusammen mit der Entdeckung der Irrationalität von $\sqrt{2}$ versetzt der mathematischen Auffassung vom Universum einen endgültigen Schlag.

Wenn wir nun die Verdienste des Zenon vom Gesichtspunkt der Entwicklung der logischen Wissenschaft zusammenfassen wollen, können wir folgendes sagen: Zenon leitete mit Hilfe der formalen logischen Gesetze aus den Bedeutungen gewisser Begriffe deren Konsequenzen ab, und zwar enthält eine Folgeungsreihe eine These und auch deren Negation. Es sei betont, daß er von der

⁶⁰ Die Charakteristik der Denkweise des Zenon, die Beweggründe seiner Argumentation, siehe im Parmenides-Dialog Platons.

Bedeutung des gegebenen Begriffs ausging. Diese Erkenntnis hat von Gesichtspunkt der Wissenschaftsentwicklung ungeheure Bedeutung.⁶¹

Die von Zenon erschlossenen Widersprüche und die Entdeckung der Irrationalität eröffneten neue Wege für die Entwicklung der Wissenschaft.

Da es unmöglich ist, die Paradoxa des Zenon rein theoretisch zu widerlegen, mußten die Mathematiker neue Wege suchen. In den Werken des Theaitetos, des Eudoxos und dann in den Werken des Euklid sind die Ergebnisse dieser neuen Mathematik zu finden. Auf die Paradoxa des Zenon (z. B. die halbe Zeit ist gleich ihrer doppelten) ist nur die Antwort möglich, daß aufgrund empirischer Tatsachen unbeweisbare Behauptungen aufgestellt wurden, indem man allen solchen Erscheinungen auswich, in denen die infinitesimalen Probleme auftraten. In diesem Zusammenhang stimmen wir vollkommen mit der Theorie von Á. Szabó überein, der bei der Untersuchung der Axiome 5–8 im I. Buch von Euklid nachweist, daß einige unter ihnen nichts anderes sind, als die empirische Widerlegung des Paradoxon von Zenon. Und zwar :

5. Die Doppelten ein und derselben Menge sind untereinander gleich.
6. Die Hälften ein und derselben Menge sind untereinander gleich.
7. Die Aufeinanderpassenden sind untereinander gleich.
8. Das Ganze ist größer als der Teil.

Das sind mit Ausnahme der 8. These Behauptungen von empirischem Ursprung und sie entstanden im V. Jh. Gerade wegen ihrer Empirik befriedigten sie die Ansprüche der Eleaten auch nicht. Trotzdem sind es diese Thesen, die die Geometrie aus ihrer Krise herausführen und zur Grundlagenschaffung der euklidischen Geometrie beitragen.

Die im wissenschaftlichen Sinne genommene große Lesitung des V. Jh. ist die Entstehung der mathematischen Wissenschaften im Rahmen der Philosophie (Eleaten und Pythagoreer) und gleichzeitig auch ihr Lösen daraus, auf dem Wege, daß man die entdeckten logischen Verfahren zu Feststellungen mathematischer Art verwendete.

Aus ontologischen Überlegungen, manchmal schweren Irrtümern, der völligen Ablehnung der sinnlichen Wahrnehmung entfaltet sich der axiomatische Aufbau der Geometrie. (Das Axiom ist hier Forderung. Die Axiome appellieren noch an die Anschauung. Erst später werden sie im aristotelischen Sinne selbst auch zu evidenten Wahrheiten.)

⁶¹ Die in der modernen Wissenschaftsgeschichte vertretene Auffassung (z. B. bei TANNERY, bei RUSSELL), daß die von Zenon aufgeworfenen Probleme Probleme der Mengenlehre sind (daß zwei aktuell unendliche Mengen auch dann einander äquivalent sein können, wenn die eine eine Teilmenge der anderen darstellt), ist wahr, nur wäre es übertrieben zu sagen, daß dies Zenon entdeckt hat. Bei ihm ist gerade deshalb die Aussage «die halbe Zeit ist gleich der ganzen» sinnlos, weil er die Möglichkeit des konsequenten Aufbaus einer solchen Theorie nicht kannte, nicht kennen und nicht ahnen konnte.

Kurz gesagt, besteht also die Gesamtleistung der Schulen von Magna Graecia in der Erkenntnis der drei Grundprinzipien der Logik, deren Anwendung — erst in der Arithmetik, später in der Geometrie — und sich daraus ergebend in der Ausarbeitung der Methode der indirekten Beweise, was das Entstehen der deduktiven Mathematik bedeutet.

IV

Die Rolle Platons und der platonischen Akademie bei der Entwicklung der Logik

Nicht nur in der antiken Überlieferung, sondern auch in der modernen Forschung wird Platons Beziehung zur Mathematik seiner Zeit betont. Archytas war der Freund Platons, aber dasselbe berichtet die Überlieferung auch von Eudoxos und Theaitetos, den großen Mathematikern der Epoche. Sie und andere waren nach den Aufzeichnungen des Proklos die Lehrer des Platon in der Mathematik und seine Schüler in der Philosophie. Die Beurteilung des Platonismus vom Gesichtspunkt der Entwicklung der Wissenschaft ist außerordentlich extrem. Bald sieht man in ihm den Schöpfer der deduktiven Wissenschaft, bald aber etwas, was die Entwicklung des wissenschaftlichen Denkens hemmt. In wissenschaftsgeschichtlichen Zusammenfassungen trägt das Kapitel Platon häufig solche Untertitel, wie: «Angriff gegen die ionische Wissenschaft», während man bei Aristoteles findet: «Die Wiedergeburt der ionischen Tradition».

Das Problem, das für uns Wichtigkeit besitzt, ist, wie weit die Entwicklung und das Bewußtwerden der wissenschaftlichen Methoden auf dem zum logischen System des Aristoteles führenden Wege gelangt ist.

In dieser Beziehung aber müssen wir jener geistigen Atmosphäre, die das Charakteristikum der Akademie des Platon war, eine hervorragende Bedeutung zuschreiben. Die bisher erzielten Ergebnisse und Grundlagen der Mathematik nahm man als Objekt der philosophischen Auseinandersetzungen, und das hauptsächlich positive Ergebnis davon war, unzweifelhaft, daß man die Methode, die Methode der Mathematik bzw. der Wissenschaft, klärte und bewußt machte. In dieser Beziehung leistete man der Entstehung der Logik den größten Dienst. Die philosophische Verallgemeinerung stellt nämlich das verbindende Kettenglied zwischen der Schaffung der deduktiven Mathematik und dem deduktiven logischen System dar, auch dann, wenn diese philosophische Verallgemeinerung in bezug auf den Charakter der mathematischen Kenntnisse auf einem Irrtum, auf nicht zu beweisenden ontologischen Voraussetzungen basierte. Ehe wir die Rolle Platons in der Schaffung der aristotelischen Logik untersuchen, sollen noch ein paar Worte über die Mathematiker der platonischen Epoche gesagt werden.

Jene Art der Arithmetik, die wir euklidische nennen, verbindet sich mit dem Namen des Archytas (430—365). Boethius hat einen Beweis des Archytas bewahrt, der im wesentlichen dem des Euklid identisch ist.⁶²

Heute bestehen keine Zweifel mehr daran, daß die im VIII. Buch des Euklid enthaltene arithmetische Theorie von Archytas stammt. Weiterhin wurde — nach den Forschungen von Heath — ein großer Teil des XI. Buches über die zwei Hauptproportionen in den Elementen des Archytas schon ausgearbeitet, außerdem läßt sich diese These auch in der Lehre des Theaitetos von den fünf regelmäßigen Körpern finden. Aufgrund der Ergebnisse von Heath kann man heute schon sagen, daß das mathematische und geometrische Niveau zur Zeit Platons praktisch mit dem in den euklidischen Elementen niedergelegten identisch ist. (Der Inhalt von I.—IV. lag praktisch schon gänzlich vor, die Proportionalitätstheorie des V. Buches war im Buch des Eudoxos bereits ausgearbeitet, die im VI. Buch befindlichen Theoreme waren im allgemeinen schon in der Proportionalitätstheorie der Pythagoreer begründet, diese, die im VI. Buch behandelten numerischen Verhältnisse, wurden von ihnen benutzt. Das X. Buch vermittelt die Ergebnisse des Theaitetos über die unvergleichbaren Mengen, die im XII. Buch enthaltene Ausschöpfungs-Methode wird Eudoxos zugeschrieben, aber schon Hippokrates von Chios hat sie in seinem Satz — die Kreise verhalten sich so zueinander wie ihre Durchmesser — antizipiert. Ebenfalls Schuldner von Theaitetos ist Euklid — nach Heath — für die Beschreibung der fünf regelmäßigen Körper im XIII. Buch.)

Die bisherige Forschung läßt keinen Zweifel daran, daß in der Gesamtheit der euklidischen Elemente wenig solches Material enthalten ist, das seinem Wesen nach nicht in der Geometrie und Arithmetik der Platon-Zeit vorhanden war, wenn auch die Form und Anordnung des Materials und die Methoden sich in einigen Fällen von dem, was bei Euklid zu finden ist, unterscheiden.⁶³ Es ist jedoch nicht gleichgültig, worin der Unterschied in der Anordnung des Stoffes bestand. Vom philosophischen und besonders vom logischen Gesichtspunkt erweist sich die Frage, ob in der Praxis der griechischen Geometrie und Arithmetik schon vor Euklid das Verfahren verbreitet war, vor die Ableitung unbewiesene Prinzipien zu stellen, wie dies in der Behandlung des Euklid geschah, nicht als einerlei, sondern von grundlegender Bedeutung. Für die Wahrscheinlichkeit, ja Gewißheit dessen lassen sich mathematikhistorische und philosophische Argumente in gleicher Weise anführen. In erster Linie die Praxis der Dialektik spricht für die Allgemeinheit der Methode, weiterhin die berühmte Formulierung des Platon über die Betrachtungsweise der Geometer und die Natur der Geometrie: «Denn ich denke, du weißt, daß die, welche sich mit der Meßkunst und den Rechnungen und dergleichen abgeben, das Gerade und Ungerade und die Gestalten und die drei Arten der Winkel und was dem

⁶² Die Beweisführung siehe: HEATH: a. W. S. 215—216.

⁶³ Die gesamte Abhandlung siehe HEATH: a. W. S. 216—217

sonst verwandt ist in jeder Verfahrensart voraussetzend, nachdem sie dies als wissend zugrunde gelegt, keine Rechenschaft weiter darüber weder sich noch anderen geben zu müssen glauben, als sei dies schon allen deutlich, sondern hiervon beginnend gleich das Weitere ausführen und dann folgerechterweise bei dem anlangen, auf dessen Untersuchung sie ausgegangen waren.»⁶⁴

Hinter dieser weit mehr als ein halbes Jahrhundert vor Euklid entstandenen Wertung des Platon läßt sich mit Recht eine solche Art von denkerischer Tätigkeit und logischen System vermuten, wie sie in den Elementen zur Vollkommenheit gelangt ist, auch wenn keine Hoffnung darauf besteht, daß wir jemals über zuverlässige Kenntnisse in bezug auf den Aufbau der Stoichea des Hippokrates von Chios⁶⁵ verfügen werden.

Einer der hervorragenden Vertreter der durch Platon charakterisierten Betrachtungsweise ist Eudoxos (408—355). Seine Proportionstheorie wird als neue Etappe in der Entwicklung der Wissenschaft betrachtet. Von ihm stellten die verschiedenen Wissenschaftshistoriker übereinstimmend fest, daß er die «Krise» der griechischen Mathematik überwunden hat, er war es, dessen Wirken die neue Richtung der axiomatischen Entwicklung der griechischen Mathematik festlegte.⁶⁶ In den Aufzeichnungen des Proklos kann man über ihn lesen: «... er vermehrte als erster die Vielzahl der als universal bezeichneten Theoreme und gab zu den drei Analogien noch drei andere hinzu, die aus den Ideen des Platon stammenden Schnitte vervollkommnete er und verwendete im Zusammenhang mit ihnen die Methode der Analyse.»⁶⁷

Die epochemachende Bedeutung des Eudoxos bestand darin, daß er unter Verwerfung der arithmetrischen Theorie der Pythagoreer eine strenge geometrische Theorie ausarbeitete, die in ihrer axiomatischen Form jede Berufung auf eine kommensurable oder inkommensurable Menge überflüssig machte. Mit diesem Schritt war die Geometrisierung der Arithmetik und gleichzeitig ihre Lösung von der Philosophie geschehen. *Jene rein geometrische Betrachtungsweise und Behandlungsart, die die Elemente des Euklid charakterisiert, ist schon in der Epoche des Platon und besonders bei Eudoxos entstanden.*

Eudoxos' Methode war das sogenannte «Ausschöpfungsverfahren» (Exhaustionsmethode). Diese Methode machte das Vermeiden von infinitesimalen Fallen möglich. Sie war die mathematische Antwort der Mathematiker der platonischen Epoche auf die von Zenon aufgeworfenen Probleme. Die zur Infinitesimal-Rechnung führenden Probleme wurden auf solche Probleme «zurückgeführt»⁶⁸ die sich mit logischen Mitteln lösen lassen, man wich also den Schwierig-

⁶⁴ Platon, Politeia VI. 510 a (Übers.: F. SCHLEIERMACHER)

⁶⁵ Proklos: S. 60 «Hippokrates hat die Elemente zusammengeschrieben... Leon hat sich mit den Elementen auch befaßt, er suchte, was zu lösen ist und was nicht.»

⁶⁶ DIRK STRUIK: a. W. S. 52—53

⁶⁷ Proklos, a. W. S. 67

⁶⁸ Über die Methode der Ausschöpfung, die Kritik der Benennung siehe VAN DER WAERDEN: a. W. S. 184—87

keiten aus. Der Beweis dessen z. B., daß der Rauminhalt eines Tetraeders V gleich einem Drittel des Rauminhaltes von einem Prisma mit gleicher Basis und Höhe ist, bedeutete den Nachweis, daß $V > 1/3 P$ und $V < 1/3 P$ in gleicher Weise unmöglich sind. (Hier ist von der Begründung der allgemein verbreiteten Methode der Flächen- und Rauminhaltsberechnung die Rede.) Diese Behauptung aber beruht auf der Proportionstheorie des Eudoxos. Nach der IV. Definition des V. Buches: wir sagen, daß Mengen miteinander im Verhältnis sind (d. h. im Bruchverhältnis), wenn multipliziert eine die andere übertrifft. Das ist die Grundlage für einen solchen Beweis, zu welchen wir das eingeleitete Axiom unter der Bezeichnung Axiom des Archimedes kennen.⁶⁹

Einer der Nachteile jener Theorie besteht darin, daß sie nur auf bekannte Behauptungen anzuwenden war; d. h. man mußte das Ergebnis kennen, um es dann beweisen zu können. Das Erscheinen der historisch und für die Wissenschaftsentwicklung unausbleiblichen Methode, der definierenden axiomatischen Methode, bedeutet den Beginn einer immer wieder aufflackernden, auch in unseren Tagen nicht uninteressanten Debatte: Wir stehen an den Anfängen des Wettstreites zwischen der Tätigkeit des forschenden und entdeckenden menschlichen Geistes und der fertige Kenntnisse in exakter Form aufschreibenden Tätigkeit, d. h. zwischen der heuristischen und der axiomatischen Denkweise.

Da Platon und seine Akademie die bei Eudoxos formulierte und sich dann bei Euklid fortsetzende axiomatische Geometrie übernommen hat und sie zum Beweis von Problemen philosophischen Charakters anzuwenden versuchte, ist vielleicht das summarische Urteil der um die Physik, die Naturforschung, das entdeckende Denken, der um die schöpferische Mathematik Besorgten über Platon als ein Hemmnis für die Wissenschaft oder über das System des Euklid als eines oder das hauptsächlichste Hindernis des vielseitigen mathematischen Denkens zu verstehen.⁷⁰

Es bleibt die Tatsache, daß die Methode der geometrischen Abbildung der Größenverhältnisse, und zwar die definierende, postulierende, also axiomatische Methode diejenige ist, die die Geometrie der Platon-Epoche charakte-

⁶⁹ Die Formulierung des Archimedes (in bezug auf das Eudoxos zugeschriebene Axiom): «Wenn zwei Räume (richtiger wäre, Strecken zu sagen. A. M.-Zs.) nicht gleich sind, dann kann man den Unterschied, mit dem der größere den kleineren übertrifft, so vielmals zu sich hinzugeben, daß er jeden endlichen Raum übertrifft.» (übernommen aus DIRK STRUIK: a. W. S. 54)

⁷⁰ Heute nehmen schon mehrere das Bestehen einer mathematischen Schule der Demokritos-Epoche in Rivalität mit Eudoxos und seiner Richtung an. z. B. hatte nach LURIA die sogenannte «Atommethode» gegenüber der Methode der Ausschöpfung den Vorteil, daß sie die neuen Entdeckungen erleichterte, S. LURIA: Die Infinitesimaltheorie der antiken Atomisten. Quellen und Studien 2. 1932. 106—185. Die Annahme, daß der Mathematiker des Altertums zwischen einer strengen aber verhältnismäßig unfruchtbaren und einer locker begründeten aber fruchtbaren Methode wählen konnte, ist interessant und zu verteidigen, aber das war nicht unbedingt die Alternative zwischen Idealismus und Materialismus, wie dies DIRK STRUIK behauptet (a. W. S. 55—56)

risierte. Von einer solchen Geometrie ist jetzt schon die Rede, in der man die Raumverhältnisse völlig unabhängig von der Zahl bezeichnen, ohne Messung untersuchen kann. B. Farring behauptet zu Recht, daß (dies jene bewußte unabhängige Welt, *geschaffen aus dem reinen Verstand*,) jene Mathematik ist, von der Platon der Meinung war, daß ihr Studium eine unerläßliche Vorbedingung des Philosophierens sei.⁷¹

Die persönliche Rolle Platons in der Entwicklung der Wissenschaft, der Mathematik und der Logik besteht darin, daß er — von Sokrates veranlaßt — die Philosophie der Mathematik und die Logik begründete. Alles beides auf die Weise, daß er sie einer philosophischen Prüfung unterzog und so das implizite Wissen der Griechen auf beiden Gebieten zu einem expliziten Wissen machte. Die zwei Untersuchungssphären sind voneinander untrennbar, sowohl in Hinsicht auf die Ausgangsbasis als auch auf die Methode und schließlich das Ergebnis. Die Ergebnisse der griechischen Mathematik aus der Platon-Epoche «offerieren» gleichsam die Erkenntnis, daß *die Logik in der axiomatischen Betrachtung und dem axiomatischen Verfahren eine zentrale Rolle spielt*. Wieviel Platon von dieser Logik erkannt hat, das läßt sich unserer Ansicht nach nicht von seiner über den Charakter der mathematischen Kenntnisse vertretenen Auffassung trennen.

In Fachbüchern findet man häufig Behauptungen der Art, daß Platons Bemühen, die formale Logik aufzubauen, gescheitert ist.⁷² Das stimmt zwar, den Grund dafür muß man aber im Wesen der platonischen Philosophie (mathematischen Philosophie) suchen. Schon jetzt im voraus riskieren wir die Behauptung, daß das Aufstellen der Thesen von der Unabhängigkeit der Welt der Ideen und der mathematischen Welt eine solche Schranke in der Auffassung Platons bedeutete, die von vornherein auf der gegebenen Stufe der gesellschaftlichen und wissenschaftlichen Entwicklung die Niederschrift einer korrekten Logik ausschloß.

Was hat also Platon geklärt, a) in bezug auf den Charakter der mathematischen Kenntnisse und b) in bezug auf die Natur der logischen Verfahren, Gesetze? Die Tatsache, daß Sokrates die Natur der mathematischen Erkenntnis unter Weiterführung der pythagoreischen Tradition untersuchte, daß er in der Mathematik die Wissenschaft des Ewigen, Unveränderlichen sah, daß er die Methoden der Mathematik in seinen Untersuchungen ethischer Natur anwendete, findet wieder nur in den gesamtgesellschaftlichen Verhältnissen ihre Erklärung. Unter anderem darin, daß die Krise der griechischen Polis in diesem Zeitabschnitt schon offensichtlich wurde. Die Analysen des Thukydides über den Verfall der gesellschaftlichen Moral, der Skeptizismus der Sophisten veranlaßten Sokrates, dem Skeptizismus ein Ende zu bereiten, den überraschenden

⁷¹ B. FARRINGTON: a. W. S. 66

⁷² z. B. BOCHENSKI: Ancient Formal Logic. North-Holland, Amsterdam, 1951.

Thesen des Gorgias : «Es ist nichts. Wenn etwas wäre, wäre es nicht erkennbar ; wäre es erkennbar, so wäre es nicht mitteilbar.»⁷³ entgegenzutreten. Neben dem persönlichen Vorbild setzte er die Mittel der Wissenschaft ein. Auf die Frage, warum er zur Verwirklichung seines ethischen Programms nicht auf die Ergebnisse der Philosophie des Demokritos, sondern auf die der pythagoreischen Philosophie zurückgreift, bietet sich die Antwort an, daß in jener Philosophie die Mittel ausgearbeitet waren, mit deren Hilfe er den der an die Natur appellierenden Philosophie entspringenden Relativismus und Skeptizismus besiegen konnte.

Der in der platonischen Philosophie zur Vollkommenheit gelangende, und auch heute den Typus der platonischen Philosophie charakterisierende Gedanke wurde bei Sokrates konzipiert. Er heißt : Die Produkte der mathematischen Erkenntnis und im allgemeinen deren Entitäten können ihren Ursprung nicht in den Sinnen haben. In der Natur gibt es keinen vollkommenen Kreis, kein vollkommen gleichseitiges Dreieck oder eine solche Parallele. Der Geometer arbeitet mit idealen Formen. Der reifen platonischen Antwort auf die Frage «was wird durch die mathematischen Theorien beschrieben?» kommt die sokratische auf folgende Weise zuvor : Sokrates sagt, ich sehe Menschen, ich sehe Pferde, Menschheit, Pferdeheit jedoch nicht. Die Kenntnis des letzteren d. h. die Kenntnis der Universalien, ist die wahre Erkenntnis, welche nur auf nicht-empirischem Wege zu erreichen ist.

Die Verdienste des Sokrates vom Gesichtspunkt der Entwicklung der Logik bestehen mit den Worten des Aristoteles in folgendem : «Sokrates, der sein Nachdenken auf das im Sinne der sittlichen Willensbetätigung Rechte und Übliche richtete, und der erste war, der darüber feste allgemeine Bestimmungen zu ermitteln suchte . . . also Sokrates erst suchte auf dem Wege strenger Erörterung den *Begriff* der Sache. Denn was er anstrebte, war ein Schlußverfahren, das Prinzip des Schlußverfahrens aber ist der Begriff.» Zweierlei vernehmlich ist es, was man mit Recht dem Sokrates als sein Verdienst anrechnen darf : das induktive Verfahren und die begriffliche Bestimmung des Allgemeinen : beides Dinge, die die Grundlegung aller Wissenschaft betreffen. Aber Sokrates faßte das Allgemeine noch nicht als gesonderte Existenz auf und ebensowenig die begrifflichen Bestimmungen. Erst die Urheber der Ideenlehre nahmen diese Verselbständigung des Allgemeinen dem Sinnlichen gegenüber vor und nannten dann diese Art von substituierenden Wesen Ideen.»⁷⁴

Es ist Tatsache, daß man die erste gut aufgebaute Argumentation in bezug auf die idealistische Auffassung der Mathematik auf dem Boden des logischen Realismus bei Platon findet. Der Nachweis der prinzipiellen Untragbarkeit dieser Konzeption, die Ableitung der logischen Konsequenzen aus dieser

⁷³ VS⁴ 1922 76 B3

⁷⁴ Aristoteles, *Metaph.* XIII. 2. 1078 b

Argumentation erscheint dagegen zuersts bei Aristoteles. Die platonische Konzeption taucht (abgesehen von zahlreichen Abweichungen) immer wieder auf bei heutigen Mathematikern, wie Gödel, Russell, Church, während das sie widerlegende Ansichtssystem z. B. durch Quine oder Kolmogorow vertreten wird.

Bei der Untersuchung dessen, welche Rolle Platon in bezug auf die Entstehung der Logik zukommt, stehen wir vor der sonderbaren Frage, warum die in der platonischen Akademie eine so hohe Stufe erreichte theoretische und methodologische Tätigkeit nicht zur Bildung einer Logik führte, in dieser Akademie, wo die Beweisverfahren der Mathematiker, d. h. die deduktiv postulierende, also axiomatisch demonstrative Verfahrensweise nicht nur implizit mathematische, sondern auch explizit philosophische Entfaltung erfuhr. Das heißt, es war all das Wissen und die Methode vorhanden, die notwendig ist, damit das in ihnen enthaltene logische System abstrahiert werden kann, und — für den die Genesis der Logik Erforschenden ein subjektiver Faktor von nicht geringer Bedeutung — auch das leidenschaftliche Interesse an der Logik war gegeben.

Wir haben unsererseits auf die gestellte Frage die folgende Antwort gefunden: Der «platonische» Aristoteles ist eben an dem wesentlichen Punkt «nicht platonisch», wo er den dialektischen Syllogismus vom beweisenden unterscheidet. Das bedeutet mindestens, daß zwischen den beiden Entdeckungen — (auch das mitbegriffen, daß der erste, der den dialektischen d. h. polemischen Syllogismus formulierte, Platon war) — jener Prozeß verlaufen ist, den wir nach W. Jaeger⁷⁵ die stufenweise Entfernung vom Platonismus nennen könnten. Im vorliegenden Zusammenhang unterscheiden sich die zwei Epochen unter anderem durch die Herausbildung der aristotelischen Ontologie und die radikale Opposition gegenüber der platonischen Ideenlehre voneinander. Die Frage ist also: Inwiefern war die Kritik der Ideentheorie zur Ausarbeitung der Syllogistik notwendig? Wenn wir auf diese Frage antworten, beantworten wir auch die, warum Platon nicht das erste logische System ausarbeiten konnte.

Wahrscheinlich hat Aristoteles recht, wenn er den Ursprung der platonischen Ideenlehre mit dem Bestreben des Sokrates, die abstrakten Begriffe zu bestimmen, verbindet. Wenn man bedenkt, daß die durch die mathematische Entwicklung aufgeworfenen philosophischen Probleme im Mittelpunkt der Untersuchungen der platonischen Akademie standen, — und wenn man dazu noch jene Untersuchungen nimmt, die man heute als semantische bezeichnen würde (und deren Ausarbeitung das Verdienst der Sophisten, besonders des Gorgias war), bekommen wir die folgende Problemreihe: Stellen wir die mit der allereinfachsten Aussage verbundene allereinfachste Frage: Was, welche Sache beschreibt die Äußerung: «Sokrates ist ein Mensch.»? Der Terminus

⁷⁵ W. JAEGER: Aristoteles. Berlin 1923.

«Sokrates» ist der Name eines Menschen, des Athener Philosophen, aber wovon ist der Terminus «Mensch» der Name?

Das Problem läßt sich sowohl in ontologischer als auch in semantischer Form formulieren, und Platon formuliert es auch, in seiner Ideentheorie aber unternimmt er den Versuch, das Problem zu lösen. Man könnte diese Lösung so summieren: Die Idee wird dort angenommen, wo man die Vielfalt einiger Dinge mit ein und demselben Namen bezeichnet.

Das Problem irgendeines Urteils — sei es von einfacher Subjekt-Prädikat-Struktur oder komplizierterer Relationsstruktur —⁷⁶ allgemein formuliert, die Frage ist, ob das Prädikat (in seinem sprachlichen Ausdruck als Substantiv, Adjektiv oder Verb) irgendeine Art von Entität bezeichnet. Diese Frage kann deshalb semantisch genannt werden, weil sie nach dem Verhältnis zwischen dem linguistischen Ausdruck und den Dingen fragt, auf die sich der Ausdruck bezieht.

Bei der ontologischen Formulierung des Problems spielt das Verhältnis zwischen dem sprachlichen Ausdruck und seiner Referenz keine Rolle. Dagegen stellt sich die Frage — da Sokrates, Gorgias und Protagoras existieren und es Tatsache ist, daß sie Menschen sind — ob es eine solche Entität, wie Menschheit, gibt, zu der diese alle im gleichen Verhältnis stehen. Allgemeiner ausgedrückt: wenn A, B, C gleich Y ist, gibt es dann eine solche Entität, wie Y-heit, mit der sich jeder einzelne auf gleiche Weise verbinden läßt?

Die zwei Fragen stellen zwei Seiten ein und desselben Problems dar. Die auf die eine gegebene affirmative Antwort wird auch auf die andere bejahend sein und umgekehrt.

Platon, der die erste Konzeption des logischen Realismus ausgearbeitet hat, gibt natürlicherweise eine bejahende Antwort auf alle beide Fragen.⁷⁷ Die durch die Prädikate bezeichneten Entitäten existieren in der intellektuellen Erfahrung,⁷⁸ es gibt schön, gut, tugendhaft usw. Für diesen Typus der Entitäten verwendet Platon die Termini der Idee, der Form.

Wenn man bei Y die fraglichen Prädikate bezeichnet, dann ist die Bezeichnung Y der Name von etwas, d. h. von irgendeiner Idee. Wenn Y eine adjektive Bezeichnung repräsentiert, wie «wahr», «schön» usw. und die «Y-heit» den entsprechenden abstrakten Namen, dann ergibt sich nach der Ideenlehre als entsprechende Substituierung für Y, daß es infolge des Anteils an der Idee der Y-heit möglich ist, daß eine Sache Y ist. Das aber bedeutet offensichtlich, daß eine Sache dann, und nur dann, Y ist, wenn sie an der Idee Y-heit Anteil hat. Das «Anteil haben» läßt sich ersetzen durch die Ausdrücke: «verfügt über die Eigenschaft Y» — «ist Y». Im Sinne der gegenseitigen Implikation stellt

⁷⁶ In der Auffassung dieses Problems schließen wir uns hier und im folgenden der Konzeption von A. WEDBERG an: *Platos Philosophy of Mathematics*. Stockholm 1955.

⁷⁷ Platon, Pol. X. 569 a bzw. Parmenides 147.

⁷⁸ Platon, Pol 596 a

also «X ist Y» einen synonymen Ausdruck zu dem Ausdruck «X hat Anteil an der Y-heit» dar.⁷⁹

Da bei Platon solche alltägliche Behauptungen, wie Sokrates ist ein Mensch, sowohl im semantischen als auch im ontologischen Sinne die Ideenlehre verlangen, wie kann es dann bei ihm anders sein, wenn sich auf die Geometrie oder die Arithmetik beziehende Fragen auftauchen? Also solche: Wovon handeln die geometrischen oder arithmetrischen Behauptungen? Es versteht sich fast von selbst, daß in diesem Gedankensystem die Objekte der Geometrie gedankliche Elemente darstellen.⁸⁰

Das gleiche läßt sich über die Arithmetik sagen, die in der Rangordnung Platons als Erbe der eleatischen Philosophie offensichtlich vor der Geometrie steht.⁸¹ Wenn Platon von der Arithmetik spricht, denkt er vor allem an die Wissenschaft über das Gerade und Ungerade.⁸² Obwohl Platon im Beweis arithmetischer Behauptungen nicht unbewandert war (z. B. der Beweisversuch der unendlichen Reihe positiver ganzer Zahlen, oder die Erörterung der Probleme der mathematischen Induktion im Parmenides), spielte er auf diesem Gebiet, also in der Entwicklung der realen Wissenschaft, in der Entdeckung mathematischer oder geometrischer Wahrheiten keine Rolle. Seine Rolle bestand in der philosophischen Verallgemeinerung der mathematischen Methoden. Das geschah freilich wieder nur innerhalb seiner allgemeinen philosophischen Vorstellungen, sie bestimmten den Platz der mathematischen Wissenschaften in seinem System.

Die platonische Wissenschaft — «geschaffen aus dem reinen Verstand» läßt sich auf folgende Weise in ein Modell fassen.

Die Ideenlehre in explizite Form gegossen, auf die Geometrie und auf die Arithmetik bezogen:⁸³

I. a) Die Geometrie ist wahr.

b) Die Wahrheit der Geometrie setzt das Vorhandensein jener Objekte voraus, die das geometrischen Begriffe wirklich erklären.

c) in der sinnlichen Welt gibt es keine solchen Objekte.

d) Deshalb existieren die idealen Fälle der geometrischen Begriffe außerhalb der sinnlichen Welt, in der Realität der Ideen.

⁷⁹ Besonders charakteristische Behandlungen des gegebenen Problems, über die Rolle der allgemeinen Ideen finden sich in den Dialogen Parmenides, Theaitetos, Sophistes.

⁸⁰ Zwischen die sich auf die sichtbare, wahrnehmbare Welt beziehende Meinung: *δόξα* und die sich auf nicht wahrnehmbare Welt beziehende wirkliche Erkenntnis: *νόος* führt Platon den Terminus *διανοία*, eben zur Kennenlernen der Wissenschaft des Raumes ein. Platon, Pol. VI. 510 D, V, 476 E-477B 479D.

⁸¹ Platon, Staat VI. 511 D-E, VII. 533-534A.

⁸² Platon, Gorgias 463E, Pol. 510C, Theaitetos 185D-198A, Parmenides 143D-144A.

⁸³ Der ganze Gedankengang wurde von A. WEDBERG: a. W. S. 62 bzw. 67 übernommen.

II. a) Die Arithmetik ist wahr.

b) Die Wahrheiten der Arithmetik setzen die Existenz jener Objekte voraus, die wirklich an der Idee der Ein-heit, der Zwei-heit usw. in den idealen Zahlen teilhaben.

c) In der sinnlich wahrnehmbaren Welt tritt der Fall der idealen Zahlen nicht auf.

d) Deshalb existieren die vollkommenen Fälle der idealen Zahlen irgendwo außerhalb der sinnlich wahrnehmbaren Welt.

Diese Zusammenfassung erscheint vielleicht übereilt, da ihr keine Untersuchung der Lehre der idealen Zahlen und überhaupt Prüfung der Frage, wie die Zahl existiert, vorausgegangen ist. Der Charakter des ἀριθμός εἰδητικός kann im Weiteren jedoch teils in der Platon-Kritik des Aristoteles, teils in der Fixierung der platonischen Methode und logischen Ergebnisse als Hintergrund, als ontologische Basis sowieso nicht außer acht gelassen werden.⁸⁴

Richten wir im Folgenden unsere Aufmerksamkeit auf die platonische Denkweise und die Lehrpraxis der platonischen Akademie.

Die Analyse der Technik der Dialektik, überhaupt der Methode der platonischen Dialektik im allgemeinen, geht wieder über den Themenkreis des von uns untersuchten Problems hinaus. Es wird lediglich von zwei, die Dialektik charakteristisch bezeichnenden, die Methodologie der Wissenschaft wesentlich beeinflussenden und gestaltenden Faktoren die Rede sein, von der Rolle der ὑπόθεσις und der διαίρεσις. Die erstere zeigt eine enge Verbindung mit der allgemeinen Praxis der griechischen Mathematik, die andere mit der platonischen Ideenlehre. Die Hypothese-Konzeption involviert, über ihre allgemeine wissenschaftstheoretische Bedeutung hinaus, auch die Lösung einiger logischer Probleme; die Diärese dagegen ist mittelbar bei der Herausbildung der aristotelischen Syllogistik, vom Gesichtspunkt des Verstehens derselben, bedeutsam.

Nach dem Zeugnis der Dialoge bestand das hypothetische Verfahren darin, daß sich die Diskussionspartner in irgendeiner als Ausgangspunkt gewählten These einigten. Die «Einigung» bedeutete, daß sie diese These als Grundlage der Diskussion akezeptierten, gleich, ob sie mit ihr einverstanden waren oder nicht. In der Mathematik der Platon-Zeit und in der platonischen Philosophie spielt die «Hypothese» im wesentlichen eine gleiche Rolle.⁸⁵

⁸⁴ Die ausführliche Untersuchung des Problems findet der Leser bei: J. KLEIN: Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra. Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik. Abt. B. B. 3. Berlin 1936. (besonders S. 87—90) J. STENZEL: Zahl und Gestalt bei Platon und Aristoteles, Berlin 1924. A. WEDBERG: a. W.

⁸⁵ Über die Rolle der Hypothese in der Mathematik der Platon-Epoche und der platonischen Dialektik findet sich eine ausführliche und ausgezeichnete Analyse in dem Artikel von Á. SZABÓ: Die Grundlagen in der frühgriechischen Mathematik (a. a. O.) und Anfänge des Euklidischen Axiomensystems. In: Zur Geschichte der griechischen Mathematik. Darmstadt 1963.

Proklos benutzt die Hypothese zur Bezeichnung jener Behauptungen, die wir in der euklidischen Geometrie Definitionen, Postulate, Axiome nennen.⁸⁶ Aber, wie schon erwähnt wurde, ist diese Methode eine weit vor Euklid verwendete Praxis, sowohl in der griechischen Mathematik als auch in der griechischen Philosophie. So können wir aus dem vielzitierten «Menon»-Beispiel sehen, daß Sokrates zur Klärung der Frage «ist die Tugend lehrbar?», seinen Partner bittet, von einer *Annahme* ausgehen zu dürfen (*ἐξ ὑποθέσεως . . . σκοπεῖσθαι*).⁸⁷ Das hypothetische Verfahren besteht, ähnlich dem des Geometers, darin, daß man von einer allgemeinen Annahme ausgeht und sieht, was sich daraus ergibt, wenn sie wahr ist, und was, wenn sie nicht wahr ist. Die auch von uns zitierte berühmte Stelle in Platons Staat (VI. 510 C–D) zeigt alle Zweifel ausschließend, daß die von Proklos behandelte als Hypothesen-Ausgang gewählte nichtbewiesene Annahme zur täglichen Praxis im griechischen wissenschaftlichen Denken der Platon-Zeit gehörte.

Die allgemeine Methodologie des Ausgehens von Hypothesen enthält allerdings ein Problem, das besondere Aufmerksamkeit verdient. Zwischen der in der Dialektik gebrauchten Ausgangsthese, der nichtbewiesenen Annahme und der in der Mathematik verwendeten besteht nämlich ein wesentlicher Unterschied.

Ein dialektisches Streitgespräch kann eventuell mit einer solchen Wendung enden, daß man den Ausgangspunkt faktisch aufhebt und z. B. mit einem solchen Gedanken schließt, daß auch Sokrates nicht mit sich einverstanden sein kann, «Aber es scheint uns doch jetzt notwendig so aus unserer Rede.»⁸⁸ Dasselbe wäre im Falle der arithmetischen oder geometrischen Hypothesen unausdenkbar, weil ja die Widerlegung in der mathematischen Tätigkeit ihrer Richtung und ihrem Ziel nach (selbstverständlich auf indirekte Weise) dem Beweis solcher Thesen dient, an deren Wahrheit keine Zweifel bestehen. Es handelt sich also um die Widerlegung solcher Thesen, die sicher falsch sind. Die sokratische Widerlegung aber dient (besonders nach dem Zeugnis der frühen Dialoge) in erster Linie dazu, die Menschen zu überzeugen, daß sie in bezug auf die Fragen unwissend sind, von denen sie glauben sie zu wissen. Also er beweist höchstens, daß es kein Wissen gibt. Es fragt sich, was der Grund für diese Erscheinung ist.

In dem hypothetischen Verfahren besteht kein Unterschied, er kann also nur in den gewählten Hypothesen liegen. Allerdings blinkt hier schon der heuristische Wert des Verfahrens auf, und zwar, daß es als fehlerfindende Methode dienen kann, aber dann — und nur dann — wenn im Zusammenhang mit den Hypothesen die Erwartung besteht, daß sie wahr sind. Auch für Platon wird das völlig offensichtlich, besonders in den mittleren und späten Dialogen.

⁸⁶ Proklos, a. W. S. 77.

⁸⁷ Platon, Menon 86E.

⁸⁸ Platon, Hippias II. 376 C.

In zahlreichen Dialogen, an zahlreichen Stellen spricht Platon darüber, daß zwischen den ausgewählten Hypothesen und den zu beweisenden Thesen ein bestimmter Zusammenhang vorliegt. Dieser bestimmte Zusammenhang bedeutet nichts anderes als die deduktive axiomatische Auffassung, im wesentlichen die Erkenntnis der entscheidenden Rolle des logischen Weges. Das heißt, die Unwiderlegbarkeit der logischen Wahrheit stand klar vor Platon. Im *Kratylos*⁸⁹ macht er z. B. darauf aufmerksam, daß man die Hypothese gut auswählen muß, weil das Ausgehen von irgendeiner irrtümlichen Annahme schwere Folgen nach sich zieht, denn alles, was darauf folgt, paßt sich der zu Beginn gewählten Annahme an, um mit sich selbst in Einklang zu bleiben. Es ist klar, daß er darauf hinweist, daß der Gedankengang, d. h. das, was sich aus der Hypothese ergibt, nicht widersprüchlich sein darf. Um jedoch zu ermessen, ob im Gedankengang ein Widerspruch vorhanden, oder aber der logische Weg sicher ist, reicht die Kunst des dialektischen Streitgesprächs, die Fähigkeit des geschickt Diskutierenden — (der z. B. vor seinem Widersacher verbirgt, daß sich aus der Hypothese eventuell eine Unmöglichkeit ergibt) — nicht aus.

Bei den Hypothesen der Geometrie kann jedoch in bezug auf die Wahrheit der gewählten Thesen kein Zweifel auftauchen, und vielleicht rät Platon deshalb in vielen Fällen, in der philosophischen Diskussionen so zu verfahren wie die Geometer. Nur gehörte es untrennbar zum axiomatischen, deduktiven Charakter der Geometrie, daß die als Ausgangspunkt gewählten nichtbewiesenen Thesen Tatsachen sind, wie wir schon früher gesehen haben. Gerade der Beweis von durch die Erfahrung schon bekannten Thesen — über die Ableitung von elementaren von jedem einzusehenden Thesen — zeigt die Kraft, die Vertrauenswürdigkeit der Logik, d. h. der Methode! Und es ist nicht zufällig, daß das für Platon das Muster darstellte, die Dialektik und die Mathematik waren natürlichweise infolge des gemeinsamen Ursprungs ihrer Methode verwandt: «Ich gehe immer von einer solchen Behauptung aus, als Hypothese nehme ich jene Behauptung, die ich für besonders stark halte; wovon ich dann sehe, daß es in Einklang mit dieser Behauptung steht, das halte ich für wahr, wovon ich aber merke, daß es nicht in Einklang mit der vorigen starken Behauptung steht, das werde ich als falsch.»⁹⁰

Die Konsequenz aus der Hypothese schreibt Platon im allgemeinen mit dem Wort *συμφώνειν* («in Einklang stehen») nieder, während das Gegenteil davon *διαφώνειν*, «kein Einklang» bedeutet, was eigentlich einen logischen Widerspruch zwischen den beiden Behauptungen bedeutet.⁹¹

Es fragt sich nun, wie sich herausfinden läßt, welche Behauptungen mit welcher Hypothese in Einklang stehen oder nicht in Einklang stehen. Oder,

⁸⁹ Platon *Kratylos* 436 d.

⁹⁰ Platon, *Phaidon* 100 c.

⁹¹ vgl. Á. SZABÓ: Anfänge des Euklidischen Axiomensystems. In: *Zur Geschichte der griechischen Mathematik*. Darmstadt 1965.

mit dem heutigen Wortgebrauch : Welches sind die erlaubten Verfahren, logischen Regeln, mit denen wir unterschiedliche Thesen mit den Hypothesen verbinden können ?

Vor allem muß man sehen, daß wenn Platon von irgendeinem Beweis sagt, daß er mathematischen Charakter trägt, er eigentlich fast immer das indirekte Beweisverfahren zur Annahme irgend einer von ihm erwünschten philosophischen These anwendet. Jenes Verfahren also, daß wir bei der Behandlung der methodologischen Probleme der pythagoreischen Mathematik schon untersucht haben. Sei es, daß die Teilnehmer am Dialog entscheiden wollen, daß die Eins unteilbar ist, da dies den grundlegenden Ausgangspunkt der arithmetischen Konzeption des Platon darstellt, — sei es die Frage, ob die sinnliche Wahrnehmung und das Wissen identisch sind oder sich unterscheiden (und wir könnten noch sehr viel Probleme anführen), immer stellen sie das Gegenteil der für richtig «angenommenen» These auf und führen die Diskussion so, daß sich in jedem Falle herausstellen muß : die Annahme der Hypothese führt zu einem Widerspruch.

Dieser Widerspruch läßt sich aber nur auf die Weise konstatieren, daß — wie wir früher schon gezeigt, haben — man für den Gedankengang die logische Regel : eine Behauptung und deren Widerlegung können nicht gemeinsam vorkommen, für gültig halten. Weiterhin hat der indirekte Beweis nur dann einen Wert, wenn man sicher ist, daß man nicht durch einen im Gedankengang befindlichen Fehler auf den Widerspruch gekommen ist, sondern der Widerspruch notwendigerweise aus der Unmöglichkeit der Hypothese eintritt, d. h. wegen der mit ihr verbundenen und als wahr angenommenen Behauptungen.

Noch immer aber steht die Frage offen, woher man jene These nehmen soll, mit deren Hilfe es möglich ist, die Unhaltbarkeit einer These durch den indirekten Beweis aufzuzeigen. In dem vorhin erwähnten Beispiel, das die Frage aufwarf, ob die sinnliche Wahrnehmung und das Wissen identisch sind, können wir folgende Argumentation finden,⁹² nachdem wir angenommen haben, daß sie identisch sind. (Natürlich will Platon beweisen, daß sie nicht identisch sind.) Wenn das Wissen mit der sinnlichen Wahrnehmung identisch ist, dann ist es auch mit dem Sehen identisch. Wer etwas sieht, der weiß es auch, wer aber nicht sieht, der weiß es nicht. Von dem Menschen aber, der etwas sieht (und nach dem eben Gesagten auch weiß), ergäbe sich, daß wenn er die Augen schließt, also nicht sieht, auch nichts weiß. Tatsache ist aber, daß derjenige, auch wenn er die Augen geschlossen hat, das wissen wird, was er vorher gesehen hat. Unserem Gedankengang nach, müßte er aber sagen, daß er es nicht weiß. Unsere Annahme, derzufolge das Wissen der sinnlichen Wahrnehmung identisch ist, offensichtlich zu einem Widerspruch geführt. Nach

⁹² Platon, Theaitetos 162 e.

der Terminologie des Platon ergibt sich daraus etwas Unmögliches *ἀδύνατον*. Ein moderner Logiker, ein heutiger Leser Platons wird bei dem Argument, «Tatsache ist aber . . . usw.» gewiß ausrufen: «Hier liegt der Hund begraben!», d. h.: «es wurde eine Extraprämisse eingeführt!» Das ist aber nur für einen heutigen Denker offensichtlich, für Platon war es nicht so. Besonders im Parmenides sieht man seinen sich auf die Art der Widerlegung beziehenden Standpunkt, die Vorstellung nämlich, daß der Widerspruch als Ergebnis der Hypothese zustande kommt. Er nimmt die Annahme (die Annahme der Gegner des Parmenides) als selbstverständlich hin, daß die Theorie selbst ihren eigenen Widerspruch, (128 c) ohne Hinzunahme jeder äußeren Prämisse, erzeugt; und Platons Zenon bemüht sich, den Widersachern des Parmenides zu zeigen, daß ihre Theorie zu noch lächerlicheren Konsequenzen führt und nichts darauf hinweist, daß die lächerliche Konsequenz aus der Verbindung der Hypothese mit anderen (äußeren) Behauptungen stammt (136 c). Platon betrachtete die Widerlegung als die Folgerung auf einen Widerspruch aus dem zu Widerlegenden selbst. Darauf weist auch jener Satz aus dem Phaidon hin (101a): «Wenn sich aber einer an die Voraussetzungen selbst hielte, würdest du den nicht gehen lassen und nicht eher antworten, bis du, was von ihr abgeleitet wird, betrachtet hättest, ob es miteinander stimmt oder nicht stimmt.»⁹³

Hier müssen wir natürlich eine solche Unterscheidung vornehmen, die Platon nicht vorgenommen hat, weil er es nicht tun konnte. Platon unterscheidet eigentlich nicht zwischen der Art der Widerlegung, die deshalb eine Widerlegung ist, weil die Konklusion der These widerspricht, und jener speziellen Widerlegung, die zeigt, daß die These sich selbst widerspricht.

Aus der Tatsache, daß jede gelungene Widerlegung den Partner zwingt, seine Meinung zu ändern, d. h. seiner früheren These zu widersprechen, zieht Platon die Schlußfolgerung: die Widerlegung bedeutet, daß die frühere Meinung mit sich selbst in Widerspruch steht.

Es ist klar, daß es zwei verschiedene Dinge sind, den Diskussionspartner dahin zu bringen, daß er einsieht, seine unlängst angenommenen Prämissen widersprechen seiner früheren Meinung, und die Widersprüchlichkeit einer Theorie nachzuweisen.

Von den Hypothesen der Dialoge läßt sich im allgemeinen feststellen, daß — obwohl sie die gleiche Rolle spielen, wie z. B. im pythagoreischen Beweis die Hypothese spielte, daß «Die Seite und die Diagonale des Quadrats kommensurabel» sind, was ebenfalls zu einer Unmöglichkeit führte — wir es bei Platon doch eher mit solchen Behauptungen des dialektischen Meinungsstreites zu tun haben, bei denen sich eventuell auch das Gegenteil annehmen ließe, und es möglich wäre, dazu Argumente zu suchen, um die Unmöglichkeit nachzuweisen.

⁹³ Siehe die ausführliche Behandlung des Problems bei ROBINSON: *Plato's Earlier Dialectic*. Oxford 1953 S. 20.

In den platonischen Dialogen wird in zahlreichen Fällen die Beweistechnik, das hypothetische Verfahren, die indirekte Methode angewendet. Das Wesen des Beweises besteht darin, daß die Hypothese und ihre Folgen untersucht werden. Das Ergebnis der Untersuchung zeigt dann, daß solche Behauptungen, die widersprüchlich sind, mit der Hypothese nicht in Einklang stehen. Wenn zwischen der These und ihrer Konsequenz ein Widerspruch auftritt, muß man die These als widerlegt betrachten. Dieser Gedanke bedeutet nichts anderes, als die Gewährung des negativen Wahrheitskriteriums für jede beliebige Theorie. Von der bewußten Anwendung des Prinzips des Freiseins von Widersprüchen ist es jedoch noch ein weiter Weg bis zum Auffinden des positiven Wahrheitskriteriums, der Entdeckung der gültigen Konsequenz. Trotzdem müssen wir sagen, daß diese hypothetischen Verfahren «von mathematischem Charakter», d. h. die indirekten Beweise, vom Gesichtspunkt des Entstehens der Logik, vom Gesichtspunkt des Bewußtmachens der logischen «Praktiken» von unschätzbarem Wert sind. Zeichnet sich doch in jedem in den Dialogen verwendeten Beweis der «modus tollens» ab: Wenn A, dann B, aber nicht B, also nicht A. Dazu gehört noch daß drei Viertel der in den Dialogen angewendeten Beweise indirekt sind.

Die kurz skizzierte platonische Praxis der Beweise und Widerlegungen konzipiert sich in den frühesten logischen Arbeiten des Aristoteles, den *Topika*, und in den Sophistischen Widerlegungen zu einer Regelsammlung.

Im Zusammenhang mit dem hypothetischen Verfahren muß vor allem die explizite Formulierung des logischen Gesetzes, im gegebenen Falle des Gesetzes des Widerspruchs, hervorgehoben werden. Selbstverständlich findet sie sich noch nicht in der klaren Form wie später bei Aristoteles, aber schon in rein umrissener Form, als Voraussetzung des logischen Denkens, der logischen Argumentation und des logischen Meinungsstreites.⁹⁴

So sagt z. B. Sokrates in der *Politeia*: «Offenbar ist doch, daß dasselbe nie zu gleicher Zeit Entgegengesetztes tun und leiden wird, wenigstens nicht in demselben Sinne genommen und in Beziehung auf ein und dasselbe. So daß, wenn wir etwas finden sollten, daß in diesen dies vorkommt, wir wissen werden, daß die nicht dasselbe waren, sondern mehreres.» Und nach dem Ausspruch dieses allgemeinen Prinzips stellt er die Frage: «Ist es wohl möglich, daß dasselbe zugleich in demselben Sinne stillsteht und sich bewegt?» worauf Glaukons Antwort im Sinne des Prinzips lautet: «Keineswegs.»⁹⁵

Die Formulierung des logischen Gesetzes geschieht in der *Sophista* in einer solchen Beziehung, die auch den normativen Charakter oder den heuristischen Wert des Prinzips zeigt. Im Meinungsstreit geht es um das Beheben der irrümlichen Anschauungen und um die Erziehung, deren Hauptmittel das «Ausfragen und Widerlegen» ist. «Sie fragen sie aus in dem, worüber einer

⁹⁴ Das Ideal der gültigen Gesetze des Denkens in *Timaios* 47 b.

⁹⁵ Platon, *Pol.* IV. 436 b, c.

etwas Rechtes zu sagen glaubt, der doch nichts sagt. Dabei forschen sie der unsicher Schwankenden Meinung leidlich aus, welche sie dann in der Rede zusammenbringen und nebeneinander stellen, durch diese Zusammenstellung selbst zeigend, daß sie eine der anderen zugleich über dieselben Gegenstände in denselben Beziehungen nach demselben Sinne widersprechen.»⁹⁶

Unserer Meinung nach gehen diese Formulierungen schon darin über die Formulierung der «drei logischen Grunsprinzipien» des Parmenides hinaus, daß sie viel weniger ontologisch und viel eher logisch, wenn man so will, die Kriterien des logischen Denkens, sind. Außerdem stellen sie nicht einfach Anwendungen, wie in den bisherigen mathematischen Beweisen, sondern auch Auseinandersetzungen dar. Sie nehmen schon die Funktion des als Ausgangspunkt gewählten Prinzips an, und es ist fast gleichgültig, ob es sich im Meinungsstreit um die Arithmetik, die Geometrie, die Staatseinrichtung oder etwas beliebig anderes handelt, dieses Prinzip muß angenommen werden. Mit dem heutigen Wortgebrauch würden wir sagen: die Grundlage der Diskussion bedeutet, daß man in einem zweiwertigen logischen System denken und argumentieren darf.

In den platonischen Dialogen spielt bei der Anwendung der hypothetischen Methode die Diärese eine große Rolle. Viel breiter ist ihre Anwendung aber in der platonischen Philosophie; das diäretische Verfahren erweist sich als außerordentlich zweckmäßig, besonders in Hinsicht auf das Schaffen eines Systems der Ideen, ihre Ableitung von einem höheren Prinzip.⁹⁷

Die Diärese ist jenes Verfahren, dessen Ergebnis in der Schärfe der Begriffe, ihrer Abgrenzung und Unterordnung besteht. Man könnte also vielleicht sagen, daß es sich hier um die Entdeckung des Gesetzes der Einteilung oder noch eher um die Entdeckung des Prinzips der Unterordnung handelt. Eines, und vielleicht das entscheidendste Verfahren der dialektischen Argumentationstechnik ist die Diärese. Im Sophistes wird die Frage gestellt: «Das Trennen nach Gattungen (*διαίρειναι*), und daß man weder denselben Begriff für einen anderen noch einen anderen für denselben halte, wollen wir nicht sagen, dies gehöre für die dialektischen Wissenschaft?»⁹⁸

Diese Art von Fragestellungen und die darauf gegebenen Antworten (abgesehen von ihrem ontologischen Wert) lassen sich vom logischen Gesichtspunkt nicht anders bewerten, denn als ein bewußtes Streben nach der Klärung von logischen Kategorien und Verfahren.⁹⁹

Unbedingt das Ergebnis dieser Tätigkeit ist, daß Platon einen klaren Unterschied zwischen Begriff und Urteil macht. Eine Methode des Findens

⁹⁶ Platon, Soph. 230 b.

⁹⁷ Siehe die Abhandlung des Problems der Diärese bei J. STENZEL: *Zahl und Gestalt... und: Studien zur Entwicklung der platonischen Dialektik von Sokrates zu Aristoteles*. Stuttgart 1961.

⁹⁸ Platon, Soph. 253 d.

⁹⁹ Platon gibt in seinem Phaidon (104b – 105b) ein schönes Beispiel für die Beleuchtung jenes Problems, welcher Begriff einem gegebenen Begriff untergeordnet werden kann und welcher nicht.

der Definition,¹⁰⁰ überhaupt das Problem der Kategorisierung, hängt ebenfalls mit der Diärese zusammen. Die Anwendung der Diärese bei der künstlichen Kategorisierung im Sophistes,¹⁰¹ zeigt vor allem, daß Platon erkennt: Die Bestimmung muß so beginnen, daß man den zu bestimmenden Begriff einem umfassenderen Begriff unterordnet und durch dauerndes Zerlegen in Teile auf dichotomische Weise zur gewünschten Bestimmung gelangt. Diese Art der Einteilung ist in der Formulierung des Aristoteles ein schwacher Syllogismus,¹⁰² was bedeutet, daß er noch zu wünschen übrig läßt, da er das, was er bestimmen will, annimmt oder weiß: «Das die Einteilung nach Gattungen nur einen kleinen Teil der hier behandelten Verfahren bildet, kann man leicht einsehen; denn die Einteilung ist gleichsam ein schwacher Schluß, weil sie das, was sie beweisen soll, voraussetzt, aber doch immer etwas von den oberen Begriffen folgert. Gerade dieser erste Punkt wurde von allen, welche sich der Einteilung bedienten, nicht bemerkt, und sie bemühten sich, glauben zu machen, es sei mittels der Einteilung möglich einen, Beweis für das Wesen und das Was der Dinge zu liefern.»

Tatsache ist, daß Platon mit der Methode der Diärese, mittels der Einteilung der Begriffe, mittels des Forschens nach der Bestimmung¹⁰³ logische Probleme auf unmittelbarste Art und schon völlig auf explizite Weise erschließt. Das bedeutet, daß er die Bausteine der Syllogistik ganz bewußt zusammengetragen und wirklich den Weg zur Schaffung des logischen Systems bereitet hat.

Mit der skizzenhaften Charakteristik des hypothetischen Verfahrens und der Diärese sollte gezeigt werden, daß Platon die in der Mathematik ausgearbeitete und in impliziter Form verwendete Logik wirklich in allgemeiner Form anwendete und dabei zahlreiche logische Probleme auf explizite Weise, wenn auch nur in der Form der Fragestellung, erschlossen hat.

Die bisherigen Untersuchungen beleuchteten in erster Linie die Methodologie, jetzt wollen wir noch auf solche Probleme übergehen, die sich auf das Tatsachenmaterial der aristotelischen Logik beziehen.

In dieser Hinsicht besteht die größte Rolle Platons darin, daß er durch die Untersuchung der Sprache die Aufmerksamkeit auf jene Strukturen lenkte, die die Bausteine der Syllogistik, d. h. der Urteile von der Struktur Subjekt-Prädikat, werden.

Die Logik des Aristoteles ist eine Logik der Termini, im Gegensatz zu der Behauptungslogik der Stoiker. Platons Rolle und Bedeutung bestand in der Erschließung des Weges der peripatetischen Logik, gerade dadurch, daß

¹⁰⁰ Platon, Polit. 258b, 267c.

¹⁰¹ Platon, Soph. 219a.

¹⁰² Aristoteles, Erste Analytik. I. 31, 46b.

¹⁰³ Nach MAIER ist der obige Hinweis entscheidend für die Verknüpfung zwischen Syllogismus und Diärese, obwohl ROSS dies widerlegt und eher die Begriffsreihe als Vorläufer der Syllogistik bezeichnet. Siehe: ROBINSON: a. W. S. 49–60.

¹⁰⁴ W. D. ROSS: Aristotle's Prior and Posterior Analytics, S. 25–26.

er über die Methode hinausgehend auch mit dem systematischen Zusammentragen des Tatsachenmaterials begann. Dies bestand in erster Linie darin, daß er sich bemühte, die Struktur bestimmter Behauptungen und eigentlich jene logischen Verhältnisse, zu klären, die dann bei Aristoteles die Grundlage der mit Hilfe der feinen Struktur der Behauptungen vorgenommenen Folgerungen, der Syllogistik, bilden.

Als Beginn dieser Tätigkeit ist jene großangelegte syntaktische Tätigkeit zu betrachten, die für die Sophistik und das philosophische Denken der Platon-Epoche so charakteristisch war. Die Untersuchung der sprachlichen Erscheinungen, die Entdeckung und Charakterisierung der syntaktischen Kategorien bildet den organischen Teil jenes Prozesses, den wir als Grundlegung der Logik bezeichnen.¹⁰⁵ Da wir jedoch in Verbindung mit der Analyse der aristotelischen Logik das Verhältnis von Sprache und Logik in seiner historischen Entwicklung ausführlich untersuchen, sollen hier lediglich die relevanten Momente angegeben werden, die wir dann im Buch der Kategorien und in der Hermeneutika auf einer höheren Abstraktionsstufe wieder studieren können. Wir werden sehen, daß bei Aristoteles, anders als bei Platon, die Untersuchung der Struktur der Behauptungen, die Prüfung der Verhältnisse der Begriffe von rein formalem Gesichtspunkt geschieht, unabhängig vom Gehalt derselben, ja von ihrer sprachlichen Ausdrucksform. Zur Herausbildung dieses Standpunktes, des Standpunktes der sprachlichen Logik, stellt jedoch die Gesamtheit der Kenntnisse über die Sprache, welche wir in den Dialogen, im Kratylos und im Sophistes des Platon gesammelt finden, eine notwendige Voraussetzung dar.¹⁰⁶ Eine der Hauptfragen bei der Untersuchung der Rede bedeutet die Feststellung dessen, was das Kriterium für die Wahrheit ist, wie sich der λόγος zum Seienden bzw. zum Nichtseienden verhält, «denn Nichtseiendes vorstellen oder reden, das ist doch das Falsche, was in Gedanken und Reden vorkommen kann.»¹⁰⁷

Bei der Untersuchung der Bedingungen der verständigen Rede stellt er fest, daß die nacheinander gesprochenen Wörter «geht, rennt, schläft» und die weiteren Verben (ἔφημα), oder «Löwe, Hirsch, Pferd» und alle aufgereihten Substantive (ὄνομα), mit denen die eine Handlung durchführenden benannt werden, ein Nacheinander darstellen, aus dem sich niemals eine verständige Rede ergeben würde.¹⁰⁸

Wenn man aber die Verben mit den Substantiven vermischt, ist die erste Verflechtung Rede, (d. h. Satz) z. B. «der Mensch lernt». Die Tatsache, daß das Aneinanderreihen von Substantiven oder Verben keinen Satz ergeben

¹⁰⁵ Die präsokratische Sprachphilosophie als Vorbereitung der archaischen Logik, siehe: E. HOFFMANN: Die Sprache und die archaische Logik. Tübingen 1925.

¹⁰⁶ besonders Platon. Soph. 260 – 263 a – d.

¹⁰⁷ a. W. 260 c.

¹⁰⁸ a. W. 262 b.

kann, während dies mit ihrer Kombination möglich ist, unterstützt er auf folgende Weise: Von verständiger Rede, Urteil, Satz (Logos) sprechen wir in dem Fall: «Denn hierdurch macht er schon etwas kund über Seiendes oder Werdendes oder Gewordenes oder Künftiges und benennt nicht nur, sondern bestimmt auch etwas, indem er die Hauptwörter mit Zeitwörtern verbindet. Darum können wir auch sagen, daß er redet und nicht nur nennt, und wir haben ja auch dieser Verknüpfung eben den Namen Rede beigelegt.»¹⁰⁹

Es ist fast gleichgültig, ob wir Logos als verständige Rede, Aussage, Satz oder Urteil übersetzen,¹¹⁰ weil in der gegebenen Hinsicht, das wesentlich ist, daß man grammatisch Substantiv und Verb miteinander verbinden muß, in diesem Falle sind sie geeignet zur Behauptung einer Sache und, sich daraus ergebend, wahr oder irrig.

Mit dem Gedankengang verbindet sich organisch die Analyse der Behauptung und Verneinung. Behauptung und Verneinung sind neben den Eigenschaften des Wahren und Falschen eine andere Eigentümlichkeit der Rede (des Logos). Ergänzt sei noch, daß die Rede auch die Eigenschaft besitzt, von etwas zu sprechen, weil es unmöglich ist, daß sie kein Objekt hat. Aufgrund dessen muß die Aussage: «Der Theaitetos, mit dem ich jetzt rede, fliegt.» gegenüber: «Theaitetos sitzt». als falsch bewertet werden:

F: «Und die wahre sagt doch das Seiende von dir, das es ist?

T: Ja

F: Und die falsche von dem Seienden Verschiedenes?

T: Ja

F: Also das Nichtseiende sagt sie aus als seiend?

T: Beinahe.»¹¹¹

Nachdem sagt der Gast über den Satz «Theaitetos fliegt»: F: «Als von dir also aussagend, aber aussagend Verschiedenes als Selbes und Nichtseiendes als seiend, wird eine solche aus Zeitwörtern und Hauptwörtern entstehende Zusammenstellung wirklich und wahrhaftig eine falsche Rede.»¹¹²

In diesem Philosophieren ist es nicht schwer, die spätere Aussage im Buch der Kategorien zu entdecken: «Die Worte werden entweder in Verbindung oder ohne Verbindung gesprochen. Jede der hier genannten Kategorien enthält an sich weder eine Bejahung noch eine Verneinung; aber durch die Verbindung derselben miteinander entsteht eine Bejahung oder Verneinung. Jede Bejahung oder Verneinung ist entweder wahr oder falsch, aber Worte, die ohne Verbindung gesagt werden, sind weder wahr noch falsch, z. B. Mensch,

¹⁰⁹ ebd. 262 d.

¹¹⁰ Die Übersetzung des gegebenen Textteiles könnte auch heißen: «dieser Verknüpfung haben wir den Namen Urteil beigelegt.»

¹¹¹ ebd. 263 b – d.

¹¹² ebd. 263 d.

weiß, läuft, siegt.»¹¹³ Und es ist anzunehmen, daß in der obigen Abhandlung Platons auch die Wurzel für eine der prägnantesten Wahrheits-Definitionen des Aristoteles liegt: «Das Sein aber als das Wahrsein und das Nichtsein als das Falschsein ist in einem Falle, wo Gegenstand und Bestimmung in der Aussage verbunden sind wie in der Wirklichkeit, wahr, und wenn die in der Wirklichkeit vorhandene Verbindung verneint wird, falsch.»¹¹⁴

Wenn wir jetzt abschließend die Ergebnisse der griechischen Logik unmittelbar vor dem Wirken des Aristoteles und darin die Rolle Platons in einigen Gedanken zusammenfassen wollten, würden wir folgendes hervorheben:

Bis zur Zeit Platons stand die deduktive axiomatische Mathematik mit ihrer durch die begriffliche Präzision klar zu umreißen Methodologie bereit. Platon versuchte, die deduktive axiomatische Methode philosophisch zu beschreiben (und auch die Philosophie mit Hilfe dieser Methode zu beschreiben). Das Ergebnis: die definitionsartige Formulierung von Denkgesetzen, besonders die des Gesetzes des Widerspruches.

Die Methode der Diärese ermöglichte die Klassifizierung, Unterordnung der Begriffe, die Einteilung des Genus in Spezies, indem man feststellt, welche das Subjekt ist, dieses weiter aufs neue eingeteilt; das wurde zum Ursprung des Syllogismus.

Bei der Untersuchung der sprachlichen Fakten, stellte Platon deren Typen fest, beim Studium der einfachsten sprachlichen Strukturen und des Verhältnisses der Sätze gelangte er auf das Gebiet der Logik, und er hat die Elemente der Logik der Termina bewußt zusammengetragen, auch auf sie die schon bewußten logischen Gesetze und Verfahren angewandt.

Für Aristoteles war also — über die Beschreibung der sprachlichen Strukturen, durch die Feststellung der Grundgesetze der Logik und die Erschließung der beweisenden Verfahren der Wissenschaft — bedeutendes Kenntnismaterial und eine Methodologie gegeben. Aristoteles konnte von den gut bereiteten Grundlagen durch die Schaffung der Syllogistik solche Gipfel der Wissenschaft erreichen, wie es in der Geschichte des menschlichen Denkens einmalig ist. In Hinsicht auf seine Syllogistik, die Klarheit und Geschlossenheit der Begriffe war er selbst durch die Geometrie des Euklid nicht zu übertreffen.

Philosophie — Mathematik — und das Wissen über die Sprache (darunter ist die Gesamtheit von Tatsachenmaterial und Methodologie zu verstehen) waren die Quellen, aus denen die griechische deduktive Logik in ihrer unvergleichlichen Schönheit hervorgegangen ist.

Unser Ziel war, die deduktive Logik des Aristoteles aus dem deduktiv axiomatischen Aufbau der griechischen Wissenschaft zu erklären. (Dies hat die historische Forschung bisher noch nicht im erforderlichen Maße versucht.)

¹¹³ Aristoteles: Kategorien 2. 1 a und 4. 2a. 5

¹¹⁴ Aristoteles: Metaph. IX. 10. 1051 b.

Wir hoffen, daß sich aus den hier dargelegten Gedanken ergibt : welches entwickelte und exakte wissenschaftliche Denken notwendig war, welch hohes Niveau die Wissenschaft erreichen mußte, damit das erste logische System zustandekommen konnte.

Die Leistung des voraristotelischen Erbes :

Auf explizite Weise wurden die Grundregeln der Logik formuliert : als Folge davon gebrauchte man die direkten und indirekten Formen der deduktiven logischen Verfahren auf implizite Weise. Die große historische Tat des Aristoteles besteht darin, daß er die implizite Logik zu einer expliziten machte ; d. h. er schuf eine der Theorien der deduktiven logischen Verfahren, die Lehre von den syllogistischen Schlußfolgerungen. Er hat also jene Bedingungen angegeben, unter denen man im Falle wahrer Aussagen von gewisser Zahl und Struktur immer eine wahre Konklusion bekommt.

Budapest.