

Dalla tradizione pitagorica al futuro della cultura e della scienza in Calabria

Simposio Internazionale di Studio
(Tropea-Palmi, 12-14 giugno 1997)

a cura di Pietro De Leo



Rubbettino

INDICE

Pietro De Leo , <i>Presentazione</i>	p. 5
Gaetano Vallone , <i>Saluti del Sindaco di Tropea</i>	7
Vincenzo Cappelletti , <i>Introduzione</i>	9
1 Vincenzo Cappelletti, <i>Pescatori di teoremi e promotori di cultura</i>	14 → 8120
2 Roshi Rashed, <i>Les échanges en Méditerranée: l'exemple de l'optique</i>	17 → 8121
3 Saverio Avveduto, <i>La tradizione pitagorica</i>	23 → 8122
4 Sandro Petruccioli, <i>Un permanente tema pitagorico: la matematizzazione del mondo</i>	25 → 8123
5 Gabriele Giannantoni, <i>Aristotele e i Pitagorici</i>	31 → 8124
6 Enrico Berti, <i>L'origine pitagorica dell'analisi geometrica</i>	49 → 8125
7 Luigi Pepe, <i>Il Pitagorismo e la matematica</i>	55 → 8126
8 Marco Somalvico, <i>Dai numeri ai simboli e dai simboli ai numeri</i>	63 → 8127
9 Vittorio Emanuele Esposito, <i>Nel labirinto delle complessità: le coordinate pitagoriche</i>	95 → 8128
10 Saverio Ricci, <i>Filosofia e vita della città: il pitagorismo di Nicola Antonio Stigliola</i>	99 → 8129
11 Vittorio Mathieu, <i>Pitagorismo</i>	115 → 8130
12 Giuseppe Lo Cane, <i>Il senso di una tradizione metodologico-scientifica: Pasquale Galluppi, filosofo della matematica</i>	127 → 8131
13 Simonetta Valtieri, <i>Euclide e Pitagora: proporzioni armoniche e rapporti musicali</i>	139 → 8132
14 Giuseppe Frega, <i>Il ruolo delle Università Regionali</i>	149 → 8133
15 Giuseppe Borgia, <i>La Calabria: per un ponte culturale e scientifico tra Europa e Paesi del Mediterraneo</i>	151 → 8134
16 Giuseppe Caglioti, <i>Il numero e il bello nel trasferimento della conoscenza</i>	153 → 8135
17 Dan V. Segre, <i>Convergenza e conflittualità mediterranea</i>	165 → 8136
18 Mario Giancotti, <i>L'agorà Telematica: «Nuova» Scuola Italiana della Sapienza</i>	171 → 8137
19 Vincenzo Cappelletti, <i>Intervento conclusivo</i>	175 → 8138
Stefano De Leo , <i>Intervento</i>	179
Dr. ...	183

ignoro la verità, posso dedurre B (da intendersi ugualmente come simbolo di una proposizione), che so essere vero, allora a partire da B dimostrerò che A è vero. Insomma, dove l'analisi funziona in modo sicuro, cioè nelle matematiche, perché le proposizioni sono convertibili, essa permette anche di dimostrare la verità di una proposizione di cui si ignora il valore.

Non altrettanto si può dire per gli altri contesti, cioè per le «discussioni», termine con cui Aristotele allude ai contesti dialettici, cioè ai dibattiti, ad esempio, di etica, o di politica, o di diritto. Qui, infatti, le proposizioni non sono convertibili, quindi l'analisi non serve a dimostrare con certezza la verità di una proposizione. In tali dibattiti si verifica precisamente la possibilità di dimostrare il vero a partire dal falso, per cui la deducibilità di una proposizione vera da un'altra di cui si ignora la verità non garantisce la possibilità di dimostrare, grazie all'analisi, la verità di quella che si ignora.

L'osservazione di Aristotele rivela quindi che l'analisi è sempre una deduzione, come sosteneva Robinson, la quale in alcuni casi funziona, cioè consente di scoprire la verità di una proposizione, ed in altri non funziona con la stessa sicurezza. Nell'ambito della geometria l'analisi funziona, perché le proposizioni sono convertibili; perciò se, per mezzo di essa, io deduco da una proposizione di cui ignoro la verità una conseguenza che so essere vera, a partire da quest'ultima potrò dimostrare la verità della prima. Questo procedimento, in geometria, consente precisamente di scoprire i principii, cioè le proposizioni vere da cui conseguono i teoremi. Basta, infatti, formulare in via di ipotesi una proposizione che si immagina poter essere vera, ad esempio la possibile soluzione di un problema, e vedere quali conseguenze si lasciano dedurre da essa.

Se tra queste ce n'è qualcuna che sappiamo già, per altra via, essere vera, allora essa sarà la prova che l'ipotesi da cui l'abbiamo dedotta è anch'essa vera, per cui avremo provato che l'ipotesi è veramente un principio.

Se i Pitagorici avevano scoperto questo procedimento, allora ha senso dire che «Pitagora» (nome che può indicare, come accade spesso nell'antichità, l'intera scuola) ricercava i principii «partendo dall'alto (ἀνωθεν)», perché egli ne dimostrava la verità per mezzo di una deduzione, cioè di una via all'in giù, che va dall'alto al basso, quale è appunto l'analisi geometrica. La testimonianza di Proclo, secondo cui Pitagora cercava i principii della geometria «dall'alto» ed esaminava i teoremi «in modo immateriale e intellettuale», alluderebbe dunque proprio all'analisi e alla sintesi, cioè alla deduzione dei principii dalle loro conseguenze, che fungono da premesse e quindi si collocano «in alto», ed alla deduzione dei teoremi dai principii mediante un percorso puramente intellettuale, senza alcun ricorso ad osservazioni sensibili, cioè materiali. Con i chiarimenti forniti da Aristotele si può dunque concludere che effettivamente i Pitagorici scoprirono l'analisi e la sintesi geometriche.

Luigi Pepe
(Università di Ferrara)*

Il Pitagorismo e la matematica

Studi ampi ed approfonditi sulla scuola pitagorica furono compiuti tra la fine dell'Ottocento e i primi decenni del Novecento e consegnati in sintesi che ancora oggi si propongono come riferimento di Tannery, Cantor, Heath, Loria, Mieli¹. Si può dire però che l'interesse per la scuola pitagorica ha attraversato con continuità la storia europea da quando Pitagora lasciando l'isola di Samo creò in Calabria la prima scuola scientifica e filosofica europea. La tradizione pitagorica era ancor viva ai tempi di Augusto e fu poi utilizzata in forma di credenze e di dogmi per ostacolare la diffusione del Cristianesimo (Apollonio Tiano ecc.). Ripresa nel Rinascimento in essa si iscrivono non solo un'importante tradizione ermetica (da Pico a Cornelio Agrippa a Francesco Patrizi), ma anche la stessa opera di Copernico. Recenti studi hanno provato la vitalità del Pitagorismo fino a Newton e la sua ripresa agli inizi del secolo XIX con il *Platone in Italia* di Vincenzo Cuoco². Vorrei attirare anche l'attenzione su uno straordinario articolo dell'*Encyclopédie*: *Pythagorisme*³. Esso è opera di Diderot e non è siglato con un asterisco come gli articoli dei quali Diderot si attribuiva la sola responsabilità di redattore. In effetti, nell'epoca della contestazione della scolastica da parte del pensiero dei Lumi (che aveva spinto l'altro editore dell'*Encyclopédie* d'Alembert nel *Discours préliminaire* persino a giustificare Descartes per non aver accolto «dalla setta peripatetica la sola verità che insegnava», che cioè ogni conoscenza proviene dai sensi), il Pitagorismo era avvertito da Diderot come la parte più interessante della filosofia greca, per le sue conoscenze scientifiche e per le norme di filosofia pratica che trasmetteva. Esso si estendeva ben oltre Pitagora e veniva a comprendere anche l'opera di Parmenide e di Empedocle.

* Conferenza tenuta al convegno internazionale «Dalla tradizione pitagorica al futuro della cultura e della scienza in Calabria», Tropea, 12 giugno 1997.

¹ Si veda in particolare: G. LORIA, *Le scienze esatte nell'antica Grecia*, II ed., Milano, 1914. A. MIELI, *Le scuole ionica, pythagorica ed eleata*, Firenze 1915. A. MIELI, *Manuale di storia della scienza*, Roma 1925.

² P. CASINI, *The Pythagorean Myth: Copernicus to Newton in Copernico e la questione copernicana in Italia dal XVI al XIX secolo* a cura di L. Pepe, Firenze 1996, pp. 183-199.

³ *Encyclopédie ou dictionnaire raisonné des sciences, des arts et des métiers* vol. XIII (ed. Lucca), pp. 496-509.

D'altra parte le scoperte dei Pitagorici nel campo dell'aritmetica, della geometria, della musica e dell'astronomia erano entrate nell'insegnamento di queste discipline che costituirono le arti del Quadrivio e prima nelle opere matematiche dell'antichità classica dagli *Elementi* di Euclide alle *Opere* di Archimede, dall'*Aritmetica* di Nicomaco alle *Collezioni Matematiche* di Pappo. Sono queste opere e i commenti che le accompagnano (Proclo, Eutocio ecc.), ben più che gli scritti di Platone e di Aristotele, a fornire le fonti più ricche e articolate sulla matematica nella scuola pitagorica.

Ora gli *Elementi* di Euclide sono sempre stati, e lo sono ancora, un riferimento per le conoscenze matematiche e quindi possono ritenersi il principale veicolo delle scoperte pitagoriche a cominciare dal famoso teorema di Pitagora che afferma l'equiscomponibilità del quadrato costruito sull'ipotenusa di un triangolo rettangolo con i due quadrati costruiti sui cateti⁴. Le figure seguenti indicano la prima la via della dimostrazione euclidea, la seconda un'equiscomposizione verificabile immediatamente:

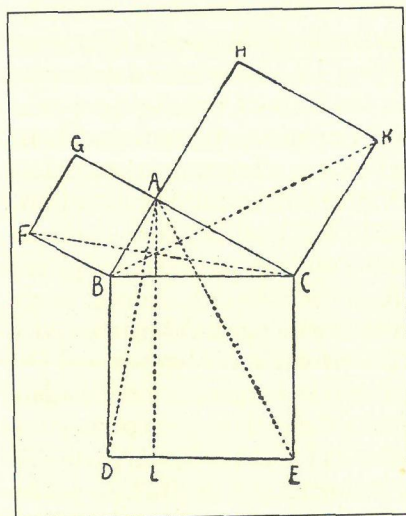


Figura 1.1

Il teorema di Pitagora ha un interesse anche aritmetico. Già i greci sapevano che esistono infinite soluzioni intere dell'equazione nel quale il teorema si traduce:

$$x^2 + y^2 = z^2$$

In una nota su Diofanto Pierre de Fermat osservò che invece non esistono per $n > 2$ tre numeri interi positivi tali che:

$$x^n + y^n = z^n$$

⁴ F. ENRIQUES (ed.), *Gli Elementi di Euclide e la critica antica e moderna*, Voll. 4, Roma-Bologna 1925-36. L'edizione critica di Euclide con traduzione latina è: *Euclidis opera omnia*

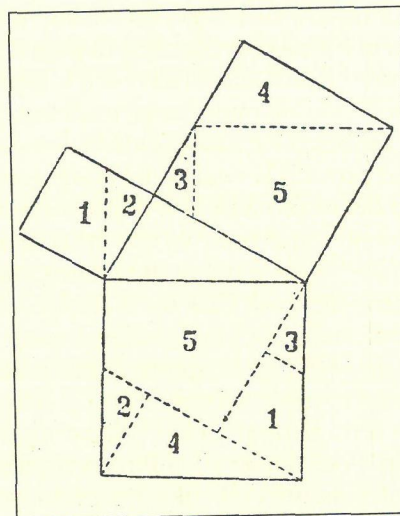


Figura 1.2

Questo risultato, noto come «ultimo teorema di Fermat» ha resistito ai tentativi dei maggiori matematici: Eulero, Gauss, Legendre, Dirichlet, Kummer ecc. per trovare una dimostrazione completa solo ai nostri giorni (Andrew Wiles, 1993-1994).

Nel nostro secolo il «teorema di Pitagora» è rimasto anche come caratterizzazione dell'ortogonalità negli spazi più generali per i quali è possibile dare la nozione di ortogonalità. Questi spazi, che comprendono lo spazio ordinario e gli spazi a quattro e più dimensioni, furono introdotti da Schmidt nel 1908 e poi denominati «spazi di Hilbert»⁵. Essi si sono rivelati uno degli ambiti più interessanti per lo studio della fisica teorica. Inoltre vorrei ricordare la grande opera di riflessione su buona parte della matematica moderna che prese il nome di Bourbaki. Come nell'antica scuola pitagorica tutti i lavori comparivano con questa denominazione comune e non con i nomi dei rispettivi autori.

I Pitagorici consideravano i numeri interi, come la base non solo dell'aritmetica ma anche della geometria: del resto la forma nella quale il teorema di Pitagora era noto agli Egiziani era che in un triangolo di lati 3, 4, 5 l'angolo opposto al lato maggiore era retto ($3^2 + 4^2 = 5^2$) e tutta la geometria preellenica era una geometria basata sui numeri interi e i loro rapporti.

Per quanto riguarda l'aritmetica i Pitagorici distinguevano i numeri in pari e dispari e utilizzavano con grande abilità le operazioni sui numeri e in particolare la divisibilità. Una loro invenzione erano i numeri detti figurati perché le unità che li compongono possono essere disposte in triangoli, quadrati, pentagoni ecc. Si hanno così i numeri triangolari: 1, 3, 6, 10, 15, ... i numeri quadrati: 1, 4, 9, 16, 25, ... Riprendiamo da un antico volume (Ringelbergius, *Opera*, 1531) una rappresentazione di tali numeri:

Si può vedere facilmente che un numero è triangolare se e solo se è una somma della successione dei numeri interi $3 = 1 + 2$, $6 = 1 + 2 + 3$, $10 = 1 + 2 + 3 + 4$, ecc. I numeri quadrati sono tutti e solo le somme dei primi numeri dispari: $4 = 1 + 3$, $9 = 1 + 3 + 5$, $16 = 1 + 3 + 5 + 7$, ecc.

Legati alla divisibilità sono due

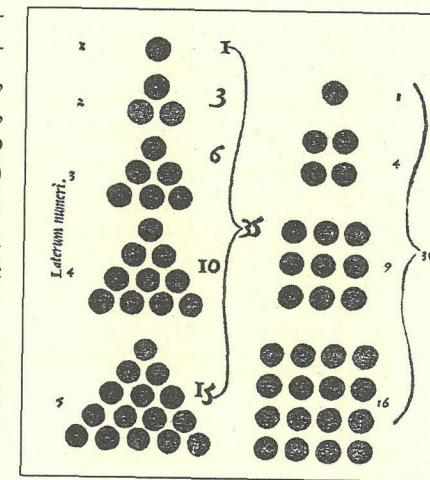


Figura 2

ediderunt J.L. Heiberg et H. Menge, Lipsia 1883-1888. Il «teorema di Pitagora» e il suo inverso sono dimostrati alla fine del primo libro degli *Elementi* (I, 47; I, 48).

⁵ J. DIEUDONNÉ (ed.), *Abregé d'histoire des mathématiques*, Paris 1978, II, pp. 157-169.

insiemi di numeri ai quali i Pitagorici attribuivano grande importanza i *numeri perfetti* e i *numeri amicabili*.

Un numero si dice *perfetto* se è la somma di tutti i suoi divisori propri. I primi tre numeri perfetti sono:

$$\begin{aligned} 6 &= 1 + 2 + 3 \\ 28 &= 1 + 2 + 4 + 7 + 14 \\ 496 &= 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 52 + 124 + 248 \end{aligned}$$

La ricerca dei numeri *perfetti* richiede grandissime potenzialità di calcolo ed ha affascinato i matematici. Oggi essa è un banco di prova per i grandi calcolatori. Altri cinque numeri perfetti sono i seguenti:

$$\begin{aligned} 8.128 \\ 33.550.336 \\ 8.589.869.056 \\ 137.438.691.328 \\ 2.305.843.008.139.952.128 \end{aligned}$$

L'ultimo di questi numeri ha 19 cifre, i seguenti ne hanno rispettivamente 37, 54, 65, 77, 314⁶.

1	220	284
2	1.184	1.210
3	2.620	2.924
4	5.020	5.564
5	6.232	6.368
6	10.744	10.856
7	12.285	14.595
8	17.296	18.416
9	63.020	76.084
10	66.928	66.992
11	67.095	71.145
12	69.615	87.633
13	79.750	88.730

Ugualmente complicata è la ricerca dei numeri amicabili. Si tratta di coppie di numeri tali che ciascuno è la somma dei divisori propri dell'altro. Solo la prima coppia di numeri amicabili era nota ai Pitagorici

$$\begin{aligned} 220 &= 1 + 2 + 4 + 71 + 142 \\ 284 &= 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 \\ &\quad + 22 + 44 + 55 + 110 \end{aligned}$$

La seconda coppia di numeri amicabili fu scoperta nell'Ottocento: 1.184, 1.210. Precedentemente Fermat nel 1636 aveva scoperto un'altra coppia di numeri amicabili:

Figura 3

⁶ M. GARDNER, *A Short Treatise on the Useless Elegance of Perfect Numbers and Amicable Pairs*, Scientific American, march 1968.

17.296, 18.416. Fermat, insieme a Descartes aveva dato anche una regola per costruire altri numeri amicabili, tale regola trova riscontri in precedenti matematici arabi. Oggi anche la ricerca dei numeri amicabili viene effettuata dai calcolatori.

Le regolarità che i Pitagorici cercavano nei numeri veniva coniugata con quella delle forme geometriche alle quali erano attentissimi: Pitagora considerava la forma circolare e sferica la più perfetta: da qui nacque l'ammisione del compasso per le costruzioni geometriche. I Pitagorici scoprirono anche il quinto dei solidi regolari: il pentadodecaedro la cui superficie è co-

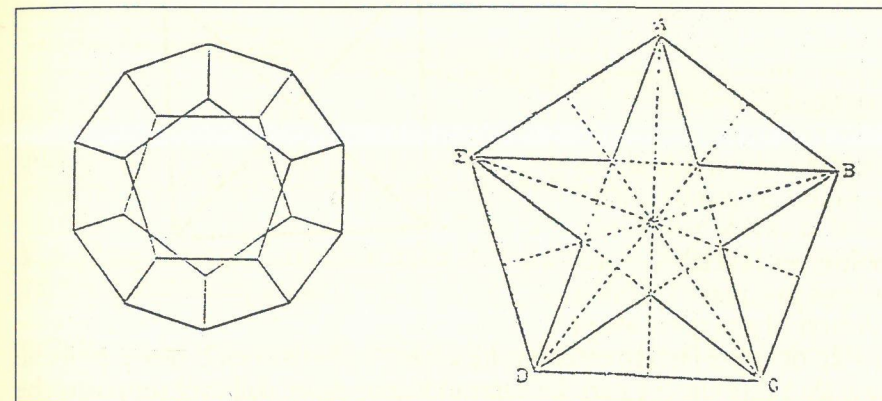


Figura 4

stituita da dodici pentagoni regolari. L'interesse per il pentagono era per i Pitagorici anche legato alla divisibilità di esso in 30 parti che portava alla divisione in 360 parti dell'intera superficie del pentadodecaedro e alla stella a cinque punte, che divenne il simbolo della scuola.

Nello scolio della proposizione XIII, 18 degli *Elementi* di Euclide si dimostra, con considerazioni sugli angoli solidi, che non vi possono essere più di cinque solidi regolari. Questi solidi possono essere inscritti in una sfera. Ad un pitagorico, bravo quanto sfortunato, Ippaso di Metaponto è attribuita l'iscrizione del pentadodecaedro nella sfera. Ippaso è noto per aver divulgato la scoperta dei numeri irrazionali e per essersela attribuita. Narrano i Pitagorici che per questa doppia infrazione, e non quindi per la sua scoperta, Ippaso fu vittima di un naufragio: «venne trasportato nel mare delle origini e ivi flagellato dalle onde senza pace»⁷.

La scoperta delle grandezze incommensurabili segue dal teorema di Pitagora nel caso più semplice quella del triangolo rettangolo isoscele (metà di un quadrato), per il quale non occorre una dimostrazione in quanto il risultato risulta evidente da una semplice equiscomposizione.

⁷ EUCLIDE ED. HEIBERG, *Scholia in Elementorum librum X*, vol. V p. 417.

Se come pensavano i Pitagorici (e fino ad allora tutti i matematici) fosse stato possibile esprimere entrambe le misure di BC e AC mediante due numeri interi m e n rispetto ad un'unità di misura fissata, per il teorema di Pitagora si sarebbe avuto:

$$m^2 = 2 n^2$$

Si può ovviamente supporre che m e n non abbiano fattori in comune, altrimenti si divide per questi. Inoltre per la relazione precedente m è pari e quindi n è dispari. Si può porre allora $m = 2p$ dove p è l'intero $m/2$. Risulta allora: $4p^2 = 2n^2$ cioè: $n^2 = 2p^2$ il che equivale a dire che n è pari. La contraddizione nasce dall'aver supposto che lato e diagonale potevano essere misurati esattamente da due interi. Quindi essi sono incommensurabili⁸. Questa dimostrazione è riportata da Aristotele, *Primi Analitici*, I(A), 23, 41 a 25 con le seguenti parole:

«Una prova di questo tipo, ad esempio, è quella che stabilisce l'incommensurabilità della diagonale, fondandosi sul fatto che viene supposta la sua commensurabilità, i numeri dispari risultano uguali ai numeri pari».

Qui e altrove le opere di Aristotele, anche se non sempre in modo molto esplicito, sono una fonte di prim'ordine per la conoscenza della scuola pitagorica.

La scoperta degli irrazionali non arrestò la ricerca dei Pitagorici, come i tentativi falliti di risolvere il problema di Delo con riga e compasso non impedirono ad uno di loro Archita di Taranto di dare la soluzione di tale problema mediante l'intersezione di un cono, di un cilindro e di un toro.

La risposta al problema degli incommensurabili fu trovata da un allievo di Archita Eudosso di Cnido, che si era recato ad Atene a studiare nell'Accademia platonica, e fu la teoria delle proporzioni che costituisce il

⁸ EUCLIDE (ed. Heiberg), *Scholia in Elementorum librum X*, vol. III, pp. 408-411.

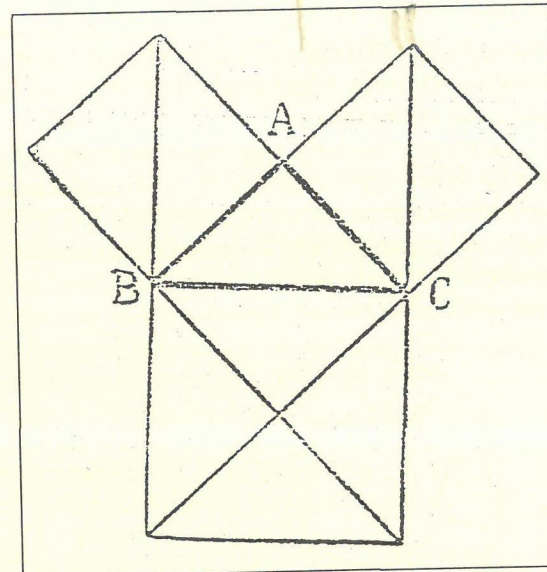


Figura 5

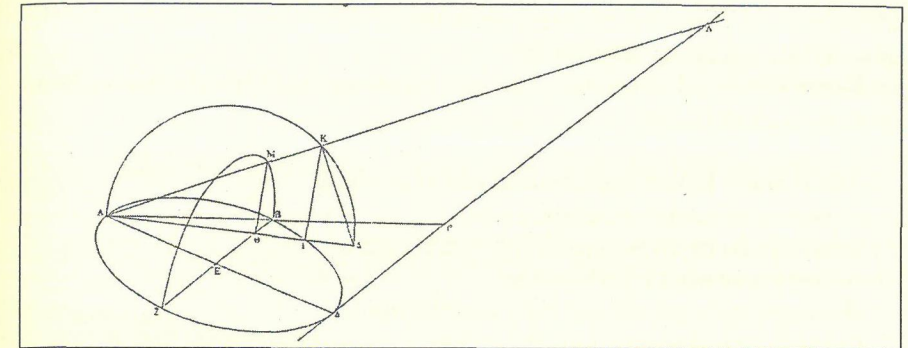


Figura 6

quinto libro degli *Elementi* di Euclide e che resta uno dei capolavori del pensiero greco. Essa si fonda su cinque definizioni:

V, 1. Date due grandezze, la minore si dice parte della maggiore, quando questa la misura.

V, 2. La maggiore è multipla della minore quando è da questa misurata.

V, 3. Ragione (o rapporto) è una relazione tra due grandezze omogenee, rispetto alla loro quantità.

V, 4. Si dice che le grandezze hanno ragione tra loro, quando ciascuna può essere moltiplicata in modo da superare l'altra.

V, 5. Si dice che la ragione di una prima grandezza ad una seconda è uguale a quella di una terza ad una quarta, quando, presi degli equimultipli qualsiasi della prima e della terza, ed equimultipli qualsiasi della seconda e della quarta, se il multiplo della prima è maggiore del multiplo della seconda, anche il multiplo della terza sia maggiore del multiplo della quarta; se uguale, uguale; se minore minore⁹.

L'interesse diretto di Platone alla teoria degli incommensurabili si ritrova in diversi dei suoi *Dialoghi* (*Menone*, 84 e - 85 b; *Teeteto*, 147 d - 148 b). La teoria delle proporzioni di Eudosso e Euclide fu il riferimento per la trattazione delle grandezze fino a quando nella seconda metà del XIX secolo Cantor e Dedekind diedero la costruzione dei numeri reali. Eudosso è anche noto per aver dato una spiegazione delle irregolarità che si ri-

⁹ *Gli Elementi di Euclide* ed. Enriques vol. II pp. 5-10.

scontrano nel moto dei pianeti con la teoria delle sfere omocentriche che fu accettata anche da Aristotele¹⁰.

Permettetemi di terminare con una citazione dall'Ode di Orazio dedicata ad Archita (I 28):

«Tu il mare, la terra, gli innumerevoli granelli di sabbia misuravi, Archita, e ora solo l'obolo di un pugno di polvere ti copre sul lido marino, né può giovarti, destinato com'eri alla morte, l'aver scrutato lo spazio e indagato l'arco del cielo».

In questi bei versi troviamo rappresentati insieme la brevità della vita e la continuità dell'interesse verso la scuola Pitagorica, cinque secoli dopo Pitagora.

¹⁰ E. RUFINI, *Gli studi geometrici di Eudosso di Cnido*, Archivio di storia della scienza vol. II (1921-1922), pp. 222-239.

Marco Somalvico

Dai numeri ai simboli e dai simboli ai numeri

*Progetto di intelligenza artificiale e robotica
Dipartimento di elettronica e informazione
Politecnico di Milano*

1. Introduzione

La conoscenza della realtà ci presenta, in modo intrecciato e cooperante, il ruolo dei modelli intesi come conoscenza dei fenomeni.

I modelli dei fenomeni, che costituiscono, insieme alle leggi derivate dai modelli, la manifestazione scientifica della conoscenza umana della realtà, sono peraltro:

1. espressioni esatte, cioè perfette, nella loro rappresentazione del fenomeno che si manifesta all'osservazione dell'uomo;
2. raffigurazioni parziali, cioè imperfette, degli elementi ontologicamente costitutivi del fenomeno che l'uomo contempla;
3. momenti innovabili, cioè perfettibili, della cultura scientifica umana che avvicenda a vecchie modellizzazioni più imperfette di uno stesso fenomeno nuove modellizzazioni meno imperfette di tale fenomeno.

Nell'incessante prospettazione dei vari modelli con i quali, secondo l'insegnamento di Talete, di Newton e di Galileo, la storia dell'inventiva umana ha saputo, prima contemplare e poi conoscere i fenomeni, l'uomo ha plasticamente plasmato le varie forme ricavate dalla creativa manipolazione dei più svariati formalismi di cui si è dotato, ed ha, in tal modo, svelato parzialmente il fenomeno mediante lo strumento conoscitivo del modello.

I numeri ed i simboli sono, nella loro varia natura, sinergicamente intrecciati nel fornire formalismi, talvolta alternativi, talvolta integrati, ma sempre complementari, che si prestano alla scultorea teleologia dell'uomo che, inventando il modello, di un fenomeno, gli assegna il compito, analo-