

Dalla tradizione pitagorica al futuro della cultura e della scienza in Calabria

Simposio Internazionale di Studio
(Tropea-Palmi, 12-14 giugno 1997)

a cura di Pietro De Leo



Rubbettino

INDICE

Pietro De Leo , <i>Presentazione</i>	p. 5
Gaetano Vallone , <i>Saluti del Sindaco di Tropea</i>	7
Vincenzo Cappelletti , <i>Introduzione</i>	9
1 Vincenzo Cappelletti, <i>Pescatori di teoremi e promotori di cultura</i>	14 → 8120
2 Roshi Rashed, <i>Les échanges en Méditerranée: l'exemple de l'optique</i>	17 → 8121
3 Saverio Avveduto, <i>La tradizione pitagorica</i>	23 → 8122
4 Sandro Petruccioli, <i>Un permanente tema pitagorico: la matematizzazione del mondo</i>	25 → 8123
5 Gabriele Giannantoni, <i>Aristotele e i Pitagorici</i>	31 → 8124
6 Enrico Berti, <i>L'origine pitagorica dell'analisi geometrica</i>	49 → 8125
7 Luigi Pepe, <i>Il Pitagorismo e la matematica</i>	55 → 8126
8 Marco Somalvico, <i>Dai numeri ai simboli e dai simboli ai numeri</i>	63 → 8127
9 Vittorio Emanuele Esposito, <i>Nel labirinto delle complessità: le coordinate pitagoriche</i>	95 → 8128
10 Saverio Ricci, <i>Filosofia e vita della città: il pitagorismo di Nicola Antonio Stigliola</i>	99 → 8129
11 Vittorio Mathieu, <i>Pitagorismo</i>	115 → 8130
12 Giuseppe Lo Cane, <i>Il senso di una tradizione metodologico-scientifica: Pasquale Galluppi, filosofo della matematica</i>	127 → 8131
13 Simonetta Valtieri, <i>Euclide e Pitagora: proporzioni armoniche e rapporti musicali</i>	139 → 8132
14 Giuseppe Frega, <i>Il ruolo delle Università Regionali</i>	149 → 8133
15 Giuseppe Borgia, <i>La Calabria: per un ponte culturale e scientifico tra Europa e Paesi del Mediterraneo</i>	151 → 8134
16 Giuseppe Caglioti, <i>Il numero e il bello nel trasferimento della conoscenza</i>	153 → 8135
17 Dan V. Segre, <i>Convergenza e conflittualità mediterranea</i>	165 → 8136
18 Mario Giancotti, <i>L'agorà Telematica: «Nuova» Scuola Italiana della Sapienza</i>	171 → 8137
19 Vincenzo Cappelletti, <i>Intervento conclusivo</i>	175 → 8138
Stefano De Leo , <i>Intervento</i>	179
De Leo , <i>Intervento</i>	183

lità. Questa distinzione «è della più alta importanza». Non essersi accorti di ciò, si può aggiungere, ha fatto ritenere possibile la ricerca della radice quadrata del 2, come se il risultato di una semplice addizione sia concettualmente equivalente al prodotto d'una potenza.

«Rettifichiamo dunque le nostre espressioni – dice Galluppi – ed osserviamo la classificazione delle nostre idee. Ogni quantità moltiplicata per un'altra è un prodotto; ogni quantità moltiplicata una o più volte per se stessa, è una potenza. La nozione di prodotto è dunque una nozione generica, la nozione di potenza è una nozione specifica: nella seconda v'ha una determinazione di più che nella prima» (S.F., Vol. 1° cit., p. 148).

Una migliore conoscenza del pensiero galluppiiano potrebbe riservare notevoli sorprese. La sua filosofia della scienza potrebbe tuttora favorire il progresso scientifico. Si pensi soltanto che l'uso dell'analogia, teorizzato e praticato dal Galluppi, ha condotto con Galileo Ferraris, alla «scoperta da riflessione» del principio che sta alla base dei moderni motori elettrici.

Inoltre la filosofia della scoperta scientifica del Galluppi ed il metodo analitico da lui adottato, posseggono un'attualissima valenza didattica.

La sua filosofia dell'esperienza, nonché il metodo analitico da lui proposto al sintetico, sono espressione di quel senso del concreto e della storicità che ancorati alla dimensione metafisica del pensiero costituiscono carattere specifico della tradizione culturale calabrese. E ciò va preso in considerazione nella nostra età «calcolante», pluriculturale e alla ricerca delle ragioni di un'unità che non vorremmo venisse fatta a caso.

Simonetta Valtieri

Euclide e Pitagora: proporzioni armoniche e rapporti musicali

La *Scuola d'Atene* di Raffaello, considerata il «manifesto» dell'Umanesimo maturo, ci offre una dimostrazione della dipendenza del Rinascimento dalla cultura della Magna Grecia, e in particolare proprio dalla scuola pitagorica.

L'opera, affrescata nelle Stanze dei Palazzi Vaticani raffigura i filosofi e i sapienti dell'antichità. In posizione centrale sono effigiati Platone e Aristotele.

Tra gli altri, compaiono raffigurati personaggi appartenenti a secoli diversi: il persiano Zoroastro, i greci Empedocle, Epicuro, Eraclito, Socrate, Euclide, Pitagora, l'egiziano Tolomeo, l'arabo Averroè; ad indicare il loro contributo nello sviluppo del pensiero e della scienza.

Per mettere in risalto l'attualità e l'influenza di questi personaggi, Raffaello li mischia ai suoi contemporanei o li raffigura, per affinità, nelle loro sembianze: Platone ha l'effigie di Leonardo, Euclide quella di Bramante, Eraclito ha l'aspetto del tormentato Michelangelo.

Ma nella *Scuola d'Atene*, oltre a questo tipo di lettura facilmente comprensibile, è nascosta una *seconda chiave di lettura*, decifrabile solo da chi è iniziato ai «segreti».

Siamo infatti in presenza di una cultura ricca di implicazioni e di teoremi, che ci riporta al mondo pitagorico e neoplatonico.

Le indicazioni per «iniziati» sono ostentate ed esposte da Raffaello in maniera sistematica.

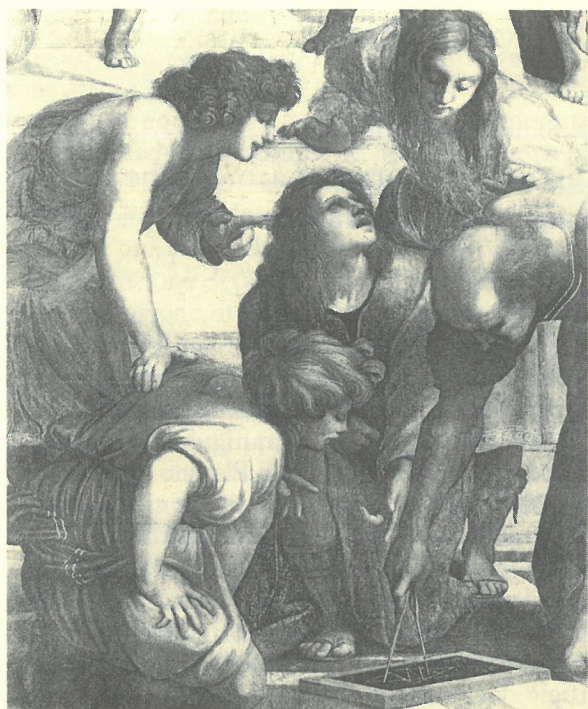
Se si è in grado di individuare il punto di partenza giusto, e si comprendono i simboli, si può leggere anche un significato nascosto nella composizione.

I personaggi si muovono all'interno di un tempio.

Il tempio rimanda a uno spazio a pianta centrale particolarmente interessante perché correlato al dibattito architettonico del momento, che coinvolge tutti i maggiori architetti, attorno alle idee per la ricostruzione del nuovo San Pietro.

La *Scuola d'Atene* è del 1509 e Raffaello era giunto a Roma solo la fine dell'anno precedente, quando erano già fondati i piloni della cupola secondo il progetto prescelto, quello di Bramante.

Bramante, ha un ruolo di primo piano tra i personaggi, ed è raffigurato come Euclide (fig. 1b).



Particolare della «Scuola di Atene», con Euclide nelle sembianze di Bramante che punta il compasso sulla tavoletta «geometrica».

Bramante rappresenta, come vedremo, l'architetto *moderno* in grado di avvalersi delle leggi scoperte e codificate dagli antichi sapienti.

Trattandosi di un'architettura dipinta la prospettiva deve assumere un significato importante.

Bramante si era formato nell'ambiente urbinato di Piero della Francesca, che aveva eliminato i residui dell'ottica antica in favore di una nuova prospettiva «artificiale» (segnando una congiunzione tra arte e matematica neoplatonica-soprattutto pitagorica); successivamente era stato a contatto con l'ambiente milanese di Leonardo, ricco di implicazioni teoriche, non tanto astratte quanto scientifiche, tese a diffondere l'interpretazione matematica nel cosmo materiale.

La prospettiva della composizione ha il punto di fuga e quindi converge simbolicamente sul libro tenuto in mano da Platone, il *Timeo*.

Il nome del libro conduce al personaggio calabrese di Locri, maestro di Platone e autore di una vita di Pitagora.

Quale posto occupa Pitagora nella composizione?

Una posizione di primo piano, a sinistra, e accanto ha una tavoletta (fig. 1a).

Se per Platone il libro ha un significato simbolico, anche per Pitagora la tavoletta deve avere un suo significato. Pitagora è considerato l'inventore della musica e infatti la tavoletta rappresenta le armonie musicali.



Particolare della «Scuola d'Atene», con Pitagora e la tavoletta «armonica».

Essendoci un simbolo al centro e uno a sinistra, la simmetria rinascimentale espressa nella composizione induce a cercare un simbolo a destra.

Ecco infatti accanto ad Euclide-Bramante, in primo piano, una tavoletta con dei segni geometrici. (fig. 1b)

L'intento di voler unire le due tavolette in un unico discorso appare evidente.

Euclide ci pone un problema: data una tavoletta armonica accanto a Pitagora e un libro di chiaro legame con essa (il *Timeo*), trovare come il terzo elemento (la tavoletta geometrica di Euclide-Bramante) si relaziona alle due cose.

Un noto teorema dice che in un qualsiasi triangolo se conosciamo il valore di due angoli il valore del terzo sarà noto.

Così collegando il significato della tavoletta armonica e il *Timeo* alla tavoletta geometrica, si è chiarito il ruolo di quest'ultima ed è stato individuato il significato nascosto nella correlazione dei tre elementi, cioè: quello della **relazione esistente tra le proporzioni dell'architettura dipinta nell'affresco e i rapporti musicali codificati da Pitagora**.

La tavoletta armonica era stata decifrata per la prima volta dallo Hettner alla fine dell'800 (*Italienische Studien*, Brunswick 1879, p. 198 ss.), la seconda era rimasta per gli storici di significato oscuro.

Ben 5 lustri fa, sulle «Mitteilungen des Kunsthistorischen Institutes in Florenz», (XVI, 1972, 1, pp. 63-72) ho pubblicato un mio studio che decifra il significato della tavoletta geometrica.

Ho avuto piacere a riprendere questo tema per darne conoscenza in un circuito scientifico diverso da quello degli storici dell'architettura.

Partiamo dalla tavoletta armonica a sinistra accanto a Pitagora (*fig. 1a*).

La fede nell'integrazione tra rapporti armonici e mondo materiale, risalente a Pitagora e riaffermata nel Timeo platonico (di qui il rapporto tra i due primi simboli), si offriva all'ideologia rinascimentale come nodo risolutivo alla corrispondenza tra micro e macrocosmo.

Sembra che il primo tramite per l'avviamento dei pitagorici verso la scienza dei numeri sia stata la musica, che ad una nascente curiosità speculativa additava accordi e proporzioni definite, espresse numericamente.

Per la tradizione fu Pitagora a scoprire che il suono di una corda vibrante varia con la lunghezza della corda stessa.

Se due corde, una doppia dell'altra, vibrano (nelle stesse condizioni) il suono della più corta sarà di un'ottava (*diapson*) più alto della più lunga

Se le lunghezze delle due corde sono in relazione di 2:3, la differenza dell'altezza del suono è di una *quinta* (*diapente*), se la relazione delle lunghezze è di 3:4, la differenza dell'altezza del suono è di una *quarta* (*diatessaron*).

La ricorrenza costante di questi numeri ha portato ad assegnare loro un valore mistico e simbolico. I numeri base sono 1, 2, 3 e 4, la somma dei quali è 10, considerato sacro e madre dell'universo.

E le proporzioni fondamentali sono sempre determinate dai rapporti di questi piccoli numeri interi.

Il numero viene elevato a principio universale d'interpretazione, via via esteso dall'ordine **aritmetico** a quello **geometrico** e finalmente all'ordine **fisico**.

Così l'espressione spaziale dell'1 è il punto; del 2 la linea (limitata tra due punti), del 3 la superficie, del 4 il solido.

Quindi il numero è il principio delle cose.

Però non sono importanti i numeri in se stessi quanto i loro rapporti.

I rapporti dei primi quattro numeri interi costituiscono la *progressione aritmetica* tra 1:2:3:4 che esprime le consonanze dell'*ottava*, della *quinta* e della *quarta*, sulle quali è fondato il sistema musicale greco.

Essa oltre a contenere gli intervalli semplici dell'*ottava* (rapporto tra 1:2, *diapson*), della *quinta* (tra 2:3, *diapente*) e della *quarta* (tra 3:4, *diatessaron*), contiene anche due accordi composti, dati dai rapporti 1:2:3 (*ottava + quinta*) e 1:2:4 (*due ottave*).

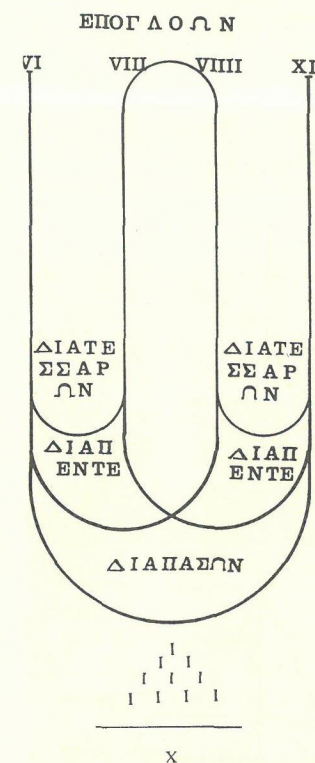
L'armonia si raggiunge tramite consonanze ineguali: la *quinta* e la *quarta* (2:3 e 3:4) che insieme danno un'*ottava*, ottenuta eliminando il medio proporzionale 3, cioè $2:3:3:4=2:4=1:2$.

Platone nel **Timeo**, rifacendosi a Pitagora, crede l'armonia e l'ordine del cosmo contenuti nei primi quattro numeri e nei loro quadrati e cubi.

Sono presi in considerazione i 7 numeri: 1, 2, 4, 8 (1), 3, 9, 27, che essendo generati dai primi 4 numeri, stanno in rapporto tra di loro tramite le stesse proporzioni semplici: 1:2, 2:3, 3:4.

Il Timeo asserisce che tutti gli intervalli della scala musicale sono determinati da tre medi proporzionali corrispondenti a tre proporzioni: **la geometrica** (le *ottave*), **l'aritmetica** (le *quinte*), **l'armonica** (le *quarte*).

Nella nostra tavoletta compaiono segnati i numeri VI, VIII, IX, XII (6, 8, 9, 12) (*fig. 2a*).



Le armonie musicali raffigurate sulla tavoletta “armonica”. Vi compaiono segnati i numeri VI, VIII, VIII, XII. *L’ottava VI:XII (6:12)* è quella presa in considerazione (in alto è scritto *epogloon* = tono maggiore).

Il rapporto tra due medi geometrici collegati con un arco costituisce il *diapson* 6:12 (=1:2); il rapporto tra un medio geometrico 6 e il medio aritmetico 9 costituisce il *diapente* 6:9=2:3), dal rapporto tra il medio geometrico 6 e il medio armonico 8 avremo un *diatessaron* (6:8=3:4). Lo stesso avviene dal lato sinistro per 8:12 (=2:3) e 9:12 (=3:4).

In basso i primi quattro numeri, costituenti la progressione aritmetica 1:2:3:4 che esprime le consonanze dell'*ottava* (*diapson*), *quinta* (*diapente*) e *quarta* (*diatessarón*) sulle quali si fonda il sistema musicale greco. La loro somma è 10 (X), numero cosmico.

L'ottava VI-XII (6:12) è quella presa in considerazione (in alto alla tavoletta è scritto *epogloon*=tono maggiore).

Il rapporto tra *due medi geometrici* collegati con un arco costituisce il **diapson** 6:12 (=1:2); il rapporto tra un *medio geometrico* 6 e il *medio aritmetico* 9 costituisce il **diapente** (6:9=2:3), dal rapporto tra il *medio geometrico* 6 e il *medio armonico* 8 avremo un **diatessaron** (6:8=3:4). Lo stesso avviene dal lato sinistro per 8:12 (=2:3) e 9:12 (=3:4).

Questo il significato della tavoletta armonica.

Passiamo alla tavoletta geometrica (fig. 1b).

Per rappresentare lo spazio prendiamo tre assi cartesiani, le cui lunghezze siano tra loro in rapporto di un'ottava (1:2) = **diapson** (fig. 2b) 2: 4.

Questo semplice punto di partenza lega lo spazio (l'architettura) con la musica nelle tre dimensioni.

Per la bidimensionalità della pittura proiettiamo i tre assi su un piano frontale.

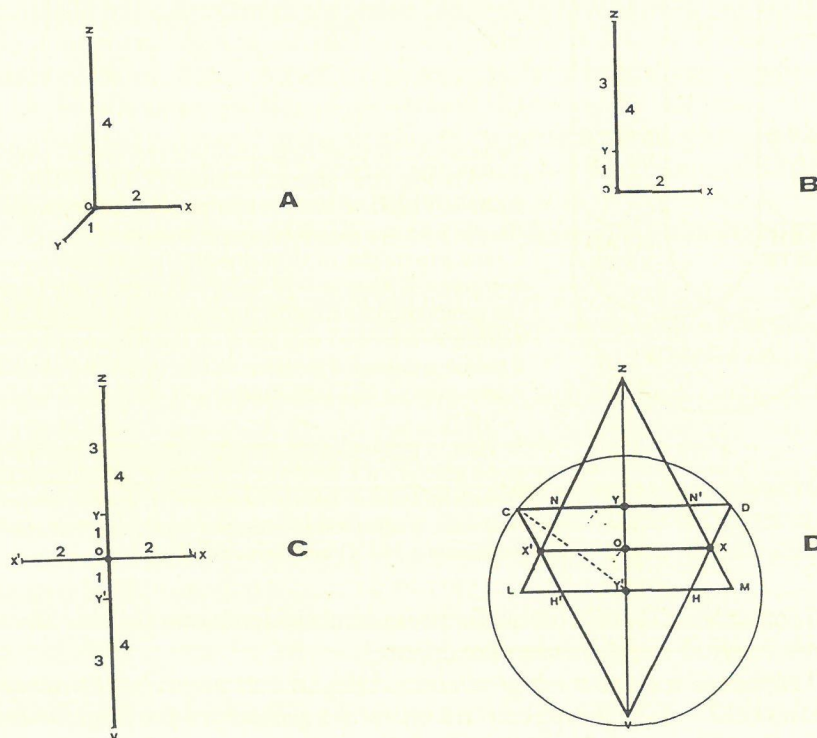
L'asse lungo 1 proiettato sull'asse 4 lo spezza in due segmenti lunghi 1 e 3.

La frazione $1/3$, unica scritta sulla tavoletta e ribaltata, suggerisce di ribaltare gli assi cartesiani.

Unendo tutti i punti della croce che ne deriva, si individuano due triangoli intersecati, iscrivibili in un rettangolo 5:8.

La distanza tra il centro e le due punte è 4.

I numeri 8, 5 e 4 rimandano all'ottava, alla quinta e alla quarta, cioè al **diapson**, il **diapente** e il **diatessaron** della tavoletta armonica.



Genesis della "stella" disegnata sulla tavoletta "geometrica" che consente di costruire in prospettiva un'architettura "armonica".

Tramite i punti caratteristici dei due triangoli e tenendo d'occhio la tavoletta geometrica è possibile costruire l'intero edificio della *Scuola d'Atene*.

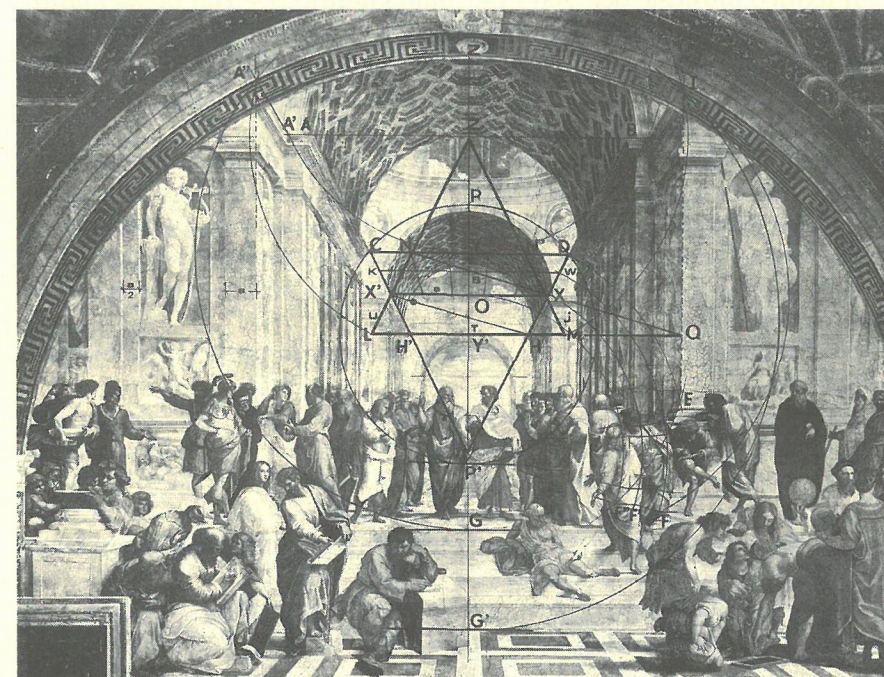
Sull'asse verticale della «stella» sono dati per costruzione dei punti; le linee orizzontali passanti per essi scandiscono in profondità le lunghezze fondamentali dell'edificio.

L'individuazione di due rette parallele oblique consente di determinare due punti importanti per la scenografia d'insieme, cioè il punto d'imposta dell'arco dipinto e il piano del fronte dell'edificio.

Anche queste due rette parallele sono suggerite dal disegno della tavoletta geometrica.

Ho reputato importante il fatto che l'Euclide-Bramante che ha in mano il compasso, è in procinto di adoperarlo solo dopo aver tracciato sia i triangoli che le due rette trasversali parallele.

Attraverso il compasso è possibile determinare i punti fondamentali per la costruzione del fronte dell'edificio, gli archi delle botte, l'inquadratura, l'inizio e la fine del pavimento, la delimitazione della gradinata, il tutto modulato tramite lunghezze in rapporto armonico tra di loro (fig. 3).



La «Scuola d'Atene» di Raffaello (1509) affrescata nelle Stanze Vaticane. La sua architettura, che rimanda al progetto per il nuovo S. Pietro di Bramante, è disegnata attraverso proporzioni "armoniche" collegate alle consonanze del sistema musicale greco.

Le due tavolette collegano la musica all'architettura e sottolineano l'essenza di architettura armonica del tempio dipinto.

I rapporti matematici che determinano l'armonia del mondo in tutte le sue espressioni rivelati da Pitagora, avevano acquisito particolare importanza nel campo delle arti visive dalla fine del '400, anche se nei secoli precedenti avevano mantenuto il loro valore.

(Boezio aveva scritto la storia delle armonie musicali scoperte da Pitagora e il suo testo aveva avuto grande importanza per la dottrina dei numeri in tutto il Medioevo e il Rinascimento).

L'analogia tra accordi udibili e proporzioni visibili serviva agli artisti rinascimentali anche ad un altro scopo: a dare dignità alle arti della pittura, scultura ed architettura, considerate manuali ed escluse dalla classificazione di scienze. Solo aritmetica, geometria, astronomia e musica infatti appartenevano al *quadrivium*.

Un primo rapporto era avvenuto attraverso la prospettiva, introdotta da enciclopedie e «sezioni di filosofia» con la musica nel campo delle scienze (dopo XII sec.), ma all'inizio la prospettiva non era messa in rapporto con le arti visive.

Il teorico musicale del '500 Franchino Gafurio (*De Harmonia musicorum instrumentorum*, 1518) riprendendo la definizione del pitagorico Filolao di Crotone, che considera l'armonia come «unificazione della composta molteplicità e accordo del disordine», estende questo principio armonico alla pittura e all'architettura.

Leonardo aveva annotato che oggetti di uguale dimensione disposti a distanze regolarmente crescenti rimpiccoliscono in «armonica progressione». Il suo noto disegno che interpreta l'armonia di un corpo umano con gambe e braccia allargate, iscritto nelle figure geometriche più perfette, il cerchio e il quadrato, ricorda le proporzioni dello schema della nostra tavoletta geometrica.

Sia Brunelleschi che Alberti avevano studiato le proporzioni musicali antiche.

È famosa l'ammonizione scritta dell'Alberti a Matteo de Pasti durante la costruzione del Tempio Malatestiano: alterando la proporzione dei pilastri «si discorda tutta quella musica».

Le armonie scoperte da Pitagora e codificate nel *Timeo* di Platone consentono quindi agli architetti rinascimentali di pervenire alle proporzioni armoniche, anche nella progettazione di edifici reali.

Nel caso della *Scuola d'Atene*, trattandosi di architettura dipinta, le proporzioni armoniche sono rapportate agli intervalli della prospettiva lineare.

Nell'affresco raffaellesco i personaggi del passato raffigurati all'interno di un edificio «armonico» – con chiari riferimenti all'opera più importante del momento e della cristianità, appena iniziata, il S. Pietro di Bramante –

te – sono quelli dai quali era nata la scienza che consentiva di conoscere e relazionare le cose.

Questi sapienti e i filosofi appartengono a secoli diversi, ma hanno un elemento in comune: essi sono nati e si sono mossi tutti nei paesi intorno alle sponde del Mediterraneo.

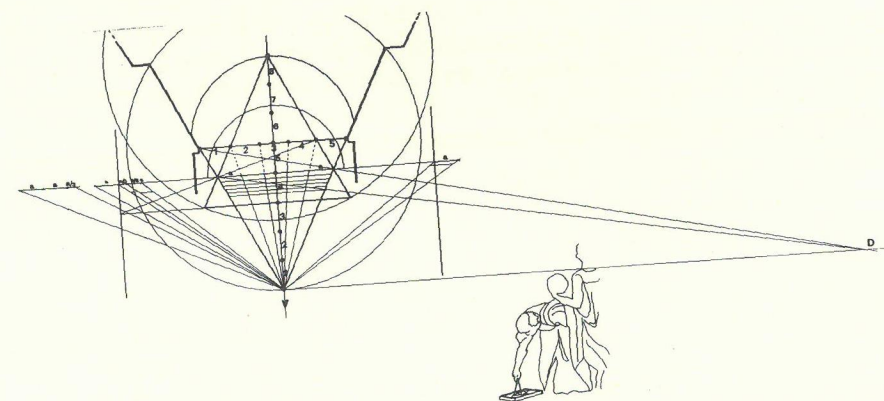
Alle radici di questa cultura e nel discorso complessivo risalta la figura di **Pitagora**, mitico inventore della musica, che riappare nel **Timeo** in mano a Platone.

Di contrappunto la figura di **Euclide-Bramante**. L'artista innovatore, il solo che vede le sue opere riprodotte nei trattati a stampa dai suoi contemporanei accomunate alle grandi opere dell'antichità.

Bramante rappresenta l'uomo **moderno** che conosce e quindi si sa servire della scienza degli antichi.

Dalla *Scuola d'Atene* possiamo così desumere anche un **terzo livello di lettura**.

Quello della cultura e della scienza del passato al servizio del mondo contemporaneo.



Euclide-Bramante puntando il compasso sulla tavoletta geometrica «disegna» la prospettiva di un'architettura con proporzioni armoniche.